

Л.9. Стабілізація реверсного руху неголономної моделі двохланкового екіпажа методом backstepping

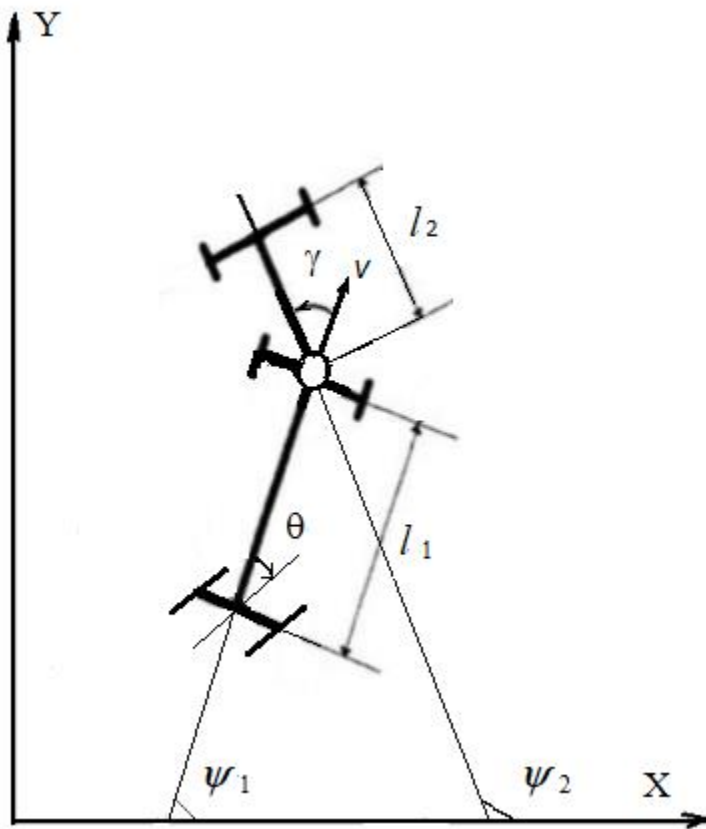


Рис. Кінематична схема двохланкової моделі екіпажа (рух реверсом).

Вектор швидкості центра кожного колеса лежить в площині колеса – відсутнє бокове прослизання (відповідна кінематична в'язь є неголономною).

```
> restart;  
> with(linalg);  
  
> # Вихідна лінеаризована система рівнянь руху:  
>  
> #D(gamma)=v/l2*gamma-v/l1*theta;  
> #D(theta)=u;  
>
```

```

> #step_1: Забезпечити стійкість по змінній gamma на
основі канонічної функції Ляпунова  $V_1=1/2*\text{gamma}^2$  :
>
> #D(gamma)=v/l2*gamma-v/l1*theta; *gamma
>
> #Для реалізації першого кроку додамо в правій частині
першого рівняння члени  $-2*v/l2*\text{gamma}^2$  та
 $2*v/l2*\text{gamma}^2$ 
>
#D(gamma)*gamma={-v/l2*gamma^2}+[3*v/l2*gamma-
v/l1*theta]*gamma;
Вираз у фігурних дужках «забезпечує» стійкість по
змінній gamma.

> #step_2: Вираз в квадратних дужках - визначає нову
змінну e1:

```

$$e1=3*v/l2*gamma-v/l1*theta$$

```

> solve(e1=3*v/l2*gamma-v/l1*theta,theta);

```

$$\frac{(-e1l2+3\gamma v)l1}{l2v}$$

```

> #theta=-l1*(e1*l2-3*v*gamma)/v/l2;
>
> # Визначення рівнянь руху в нових змінних:
>
> #D(gamma)=-v/l2*gamma+e1;
> #D(e1)=3*v/l2*D(gamma)-v/l1*D(theta)=>
> #D(e1)=3*v/l2*(v/l2*gamma-v/l1*theta)-v/l1*u;
> subs(theta=-l1*(e1*l2-
3*v*gamma)/v/l2,3*v/l2*(v/l2*gamma-v/l1*theta)-v/l1*u);
>
> #D(gamma)=-v/l2*gamma+e1;
> #D(e1)=-6*v^2/l2^2*gamma+3*v/l2*e1-v/l1*u;
>
>

```

```

> #step_3: V2=1/2*(gamma^2+e1^2) Для вибраної
канонічної функції Ляпунова знайти керування u, таке
щоб забезпечити її похідній від'ємну визначеність
D(V2)=-v/l2*gamma^2-e1^2=>
>
> #D(gamma)=-v/l2*gamma+e1;*gamma
> #D(e1)=-6*v^2/l2^2*gamma+3*v/l2*e1-v/l1*u;*e1
> (-v/l2*gamma+e1)*gamma+(-6*v^2/l2^2*gamma+3*v/l2*e1-
v/l1*u)*e1=-v/l2*gamma^2-e1^2;

```

$$\left(-\frac{v\gamma}{l2} + e1\right)\gamma + \left(-\frac{6v^2\gamma}{l2^2} + \frac{3ve1}{l2} - \frac{vu}{l1}\right)e1 = -\frac{v\gamma^2}{l2} - e1^2$$

```

> solve((-v/l2*gamma+e1)*gamma+(-
6*v^2/l2^2*gamma+3*v/l2*e1-v/l1*u)*e1=-v/l2*gamma^2-
e1^2,u);

```

$$\frac{(e1 l2^2 + 3 e1 l2 v + \gamma l2^2 - 6 \gamma v^2) l1}{l2^2 v}$$

```

>
>

```

```

> u:=simplify(l1*(gamma*l2^2-
6*v^2*gamma+3*v*e1*l2+e1*l2^2)/v/l2^2);

```

$$u := \frac{(e1 l2^2 + 3 e1 l2 v + \gamma l2^2 - 6 \gamma v^2) l1}{l2^2 v}$$

```

> u:=subs(e1=3*v/l2*gamma-v/l1*theta,u);

```

$$u := \frac{\left(\left(\frac{3v\gamma}{l2} - \frac{v\theta}{l1}\right)l2^2 + 3v\left(\frac{3v\gamma}{l2} - \frac{v\theta}{l1}\right)l2 + \gamma l2^2 - 6\gamma v^2\right)l1}{l2^2 v}$$

```

> u:=collect(u,{gamma,theta});

```

$$u := \frac{(l2^2 + 3 l2 v + 3 v^2) l1 \gamma}{l2^2 v} + \frac{\left(-\frac{v l2^2}{l1} - \frac{3 v^2 l2}{l1}\right) l1 \theta}{l2^2 v}$$

```

> #Чисельне інтегрування системи при вибраному
керуванні (перевірка стабілізації)

```

```

> v:=1;l1:=1;l2:=1;

```

```

v:=1

```

```

l1:=1

```

```

l2:=1

```

```

> u:=subs({gamma=gamma(t),theta=theta(t)},u);

```

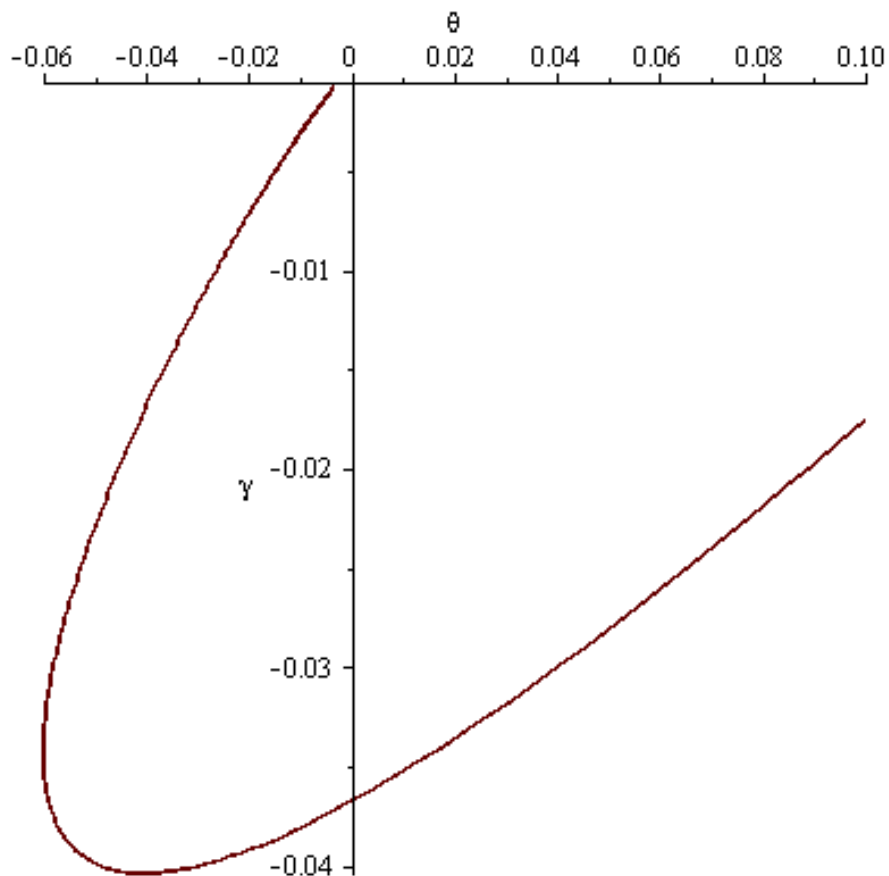
$$u := 7\gamma(t) - 4\theta(t)$$

```
> F:=dsolve({diff(gamma(t),t)=v/12*gamma(t) -  
v/11*theta(t),diff(theta(t),t)=u,gamma(0)=-  
0.0175,theta(0)=0.1},{gamma(t),theta(t)},numeric,  
output=listprocedure);
```

```
F := [t = proc(t) ... end proc,  $\gamma(t) = \text{proc}(t) \dots \text{end proc}$ ,  $\theta(t) = \text{proc}(t) \dots \text{end proc}$ ]
```

```
> with(plots);
```

```
> odeplot(F, [theta(t), gamma(t)], 0..3, numpoints=300);
```



```
> #Початковий кут складання -10 град. Визначене  
керування поновлює прямолінійну конфігурацію екіпажу  
за 3 с.
```