1.1 Односекторна економічна система

Рівняння Леонтьєва дають математичну форму звичайного бухгалтерського балансу. У зв'язку з цим них називають моделлю «витрати-випуск». Розглянемо спочатку найпростіші варіанти цих рівнянь.

Попередньо розглянемо поняття секторів економічної системи. Це поняття носить як об'єктивний, так і суб'єктивний характер. З об'єктивної точки зору сектори – це якісь істотні і відносно самостійні частини даної економічної системи. Наприклад, у масштабах країни можна розглядати такі сектори, як промисловість і сільське господарство, а також туризм і інші частини економіки. Але можливо і більш дрібна розбивка економічної системи на сектори. Наприклад, промисловість можна розділити на важку і легку, сільське господарство на тваринництво і рослинництво і т.д.

Таким чином, незважаючи на об'єктивний характер існування тих чи інших секторів, розбивка цілісної економічної системи на ту чи іншу кількість секторів багато в чому носить суб'єктивний характер і залежить від розв'язуваної задачі.

Наприклад, у сучасній економічній практиці найчастіше приходиться зустрічатися з таким поняттям, як валовий внутрішній продукт (ВВП) країни. Використання цього поняття означає, що для опису економічного становища країни вона вся розглядається як один економічний сектор. Такий інтегральний підхід зручний у силу спрощення ситуації, але природно, не дозволяє вивчати проблему досить заглиблено і змістовно.

Почнемо з розгляду саме односекторної економіки в силу її найбільшої простоти. Нехай економічна система випускає єдиний вид продукції, сумарна вартість якої за деякий проміжок часу (місяць, квартал, рік) дорівнює x. Підкреслимо ще раз, що ця «одиничність» виду продукції є відносною. Насправді, найчастіше, видів продукції досить багато, але з якихось розумінь, економічного чи політичного плану, зручно оцінювати ефективність діяльності економічної системи єдиним показником – сумарною вартістю продукції.

Частина цієї вартості залишається в системі з метою поновлення її роботи (витрати на закупівлю сировини, амортизаційні витрати і т.п.). Позначимо цю частину, що залишається, через w. Припустимо, що вона пропорційна сумарної вартості продукції x, тобто $w = ax$. Величину a, що показує частку продукції, що залишається у виробництві, називають виробничим коефіцієнтом. Конкретне значення цього коефіцієнта залежить від багатьох факторів, але в першу чергу від рівня розвитку технологічних процесів. Чим вище рівень технології, тим менша частка вартості випущеної продукції повинна повертатися в технологічний процес з метою його поновлення. Очевидна формула для обчислення величини a при відомих величинах x і w:

$$a = \frac{w}{x} \tag{1.1.1}$$

Для використання поза системою, тобто на невиробничі потреби, залишається вільний залишок y, рівний:

$$x - ax = y \tag{1.1.2}$$

Це і є рівняння Леонтьєва для односекторної економіки. Переписуючи його у виді:

$$(1 - a)x = y \tag{1.1.3}$$

бачимо, що при заданому виробничому коефіцієнті a воно дозволяє чи знаходити залишок y по заданому x чи, навпаки, обсяг (вартість) продукції x, що повинний бути вироблений для досягнення заданого залишку y:

$$x = \frac{y}{1 - a} \tag{1.1.4}$$

Таким чином, можна, наприклад, уклавши договір на постачання обсягу y продукції, спланувати обсяг x, що випускається, який забезпечує договірну величину y.

Наприклад, нехай $a = 0.3$. Тоді рівняння (1.1.3) приймає вид:

$$0.7x = y \tag{1.1.5}$$

При $x = 538$ одержуємо $y = 376.6$.

Рівняння (1.1.4) при цьому буде:

$$x = \frac{y}{0.7} \tag{1.1.6}$$

При $x = 777$, маємо $x = 1110$.

У прикладах розглянутий випадок $a < 1$. Цей, найбільш природний, випадок відповідає рентабельній економічній системі, у якій доходи більше виробничих витрат. Однак існують і нерентабельні системи, у яких $a > 1$, тобто виробничі витрати перевищують доходи. Наприклад, це військово-промисловий комплекс країни в тих випадках, коли основна частина його продукції йде не на експорт, а надходить на озброєння власної армії.

Менш відомий інший факт – збитковість сільського господарства більшості розвинених країн світу. Це пов'язано з тим, що в таких країнах багаторічна експлуатація землі привела до її виснаження і необхідності великих витрат на внесення добрив і інші агрономічні заходи.

У подібних випадках нерентабельної економічної системи одержуємо $1 - a < 0$ і, як наслідок, при додатному обсязі виробництва $x > 0$ одержуємо від’ємний вільний залишок:

$$y = (1 - a)x < 0 \qquad (1.1.7)$$

Такий від’ємний залишок дорівнює обсягу дотацій, необхідних для підтримки системи в працездатному стані. Без дотацій неможливе функціонування ВПК і сільського господарства.

Описаний підхід дозволяє розглядати і більш складні ситуації, що виникають у випадках нелінійної залежності виробничих витрат w від x, а також залежності від x вільного залишку y. Відповідні приклади будуть розглянуті нижче.

1.2 Двосекторна економічна система

Перейдемо до більш складного випадку взаємодії двох секторів економічної системи. Підкреслимо ще раз, що питання про кількість секторів носить багато в чому суб'єктивний характер. Наприклад, можна, як у попередньому параграфі, розглядати всю економіку країни з позицій ВВП, а можна розчленувати єдину економіку на промисловість і сільське господарство. У свою чергу, промисловість буває легка і важка; у сільському господарстві можна виділити сектора рослинництва і тваринництва і т.д.

Підкреслимо, що така розбивка єдиної економічної системи на сектори дозволяє виявити і вирішити ряд проблем, що без такої розбивки не видні. .

Отже, розглянемо систему, умовно розбиту на два сектори. Позначимо обсяги випуску продукції в цих двох секторах, виражені в однаковому грошовому еквіваленті, через x_1 і x_2. Ми бачили раніше в односекторному випадку, що частину валового продукту необхідно повертати назад у систему для задоволення виробничих потреб. У двосекторному випадку спостерігається аналогічна картина, але тепер кожний із секторів повинний забезпечувати нормальне існування не тільки собі, але і сусідньому сектору.

Частина величини x_1 йде на поновлення випуску продукції в першому секторі економіки. Наприклад, промисловість витрачає засоби на закупівлю сировини, комплектуючі і т.д. Позначимо цю частину через w_{11}. Припустимо, що цей обсяг виробничих витрат першого сектора пропорційний обсягу виробництва в цьому секторі:

$$w_{11} = a_{11}x_1 \tag{1.2.1}$$

Коефіцієнт пропорційності a_{11} показує, яке кількість продукції першого сектора затрачається на виробництво одиниці продукції того ж сектора. Очевидна формула для обчислення a_{11} при відомих x_1 і w_{11}:

$$a_{11} = \frac{w_{11}}{x_1} \tag{1.2.2}$$

Також частина величини x_1 йде на поновлення випуску продукції в другому секторі економіки. У прикладі взаємодії промисловості і сільського господарства промисловість повинна поставляти сільському господарству відповідну техніку (трактора, комбайни). Позначимо зазначену частину через w_{12}. Якщо ці витрати пропорційні обсягу виробництва в другому секторі то буде:

$$w_{12} = a_{12}x_2 \tag{1.2.3}$$

Коефіцієнт пропорційності a_{12} показує, яке кількість продукції першого сектора йде на виробництво одиниці продукції другого сектора.

Очевидна формула:

$$a_{12} = \frac{w_{12}}{x_2}, \tag{1.2.4}$$

що дозволяє знаходити даний коефіцієнт по відомих витратах w_{12} і величині x_2.

Аналогічно, частина величини x_2 йде на виробництво продукції в першому секторі економіки. Наприклад, сільське господарство поставляє промисловості продовольство і сировину. Позначимо цю частину w_{21}. У випадку її пропорційності обсягу виробництва в першому секторі маємо:

$$w_{21} = a_{21}x_1 \tag{1.2.5}$$

Коефіцієнт пропорційності a_{21} показує, яке кількість продукції другого сектора йде на виробництво одиниці продукції першого сектора:

$$a_{21} = \frac{w_{21}}{x_1} \tag{1.2.6}$$

Ще частина величини x_2 йде на виробництво продукції в другому секторі економіки. Наприклад, сільське господарство постачає себе продовольством, насінним матеріалом і т.д. Позначимо цю частину w_{22}. У випадку її пропорційності обсягу валового продукту другого сектора буде:

$$w_{22} = a_{22}x_2 \tag{1.2.7}$$

Коефіцієнт a_{22} показує кількість продукції другого сектора, що йде на виробництво одиниці продукції цього ж сектора:

$$a_{22} = \frac{w_{22}}{x_2} \tag{1.2.8}$$

Таким чином, ми спостерігаємо взаємодію двох секторів. Кожний з них «піклується» не тільки про себе, але і про партнера.

Віднімаючи з x_1 величини $a_{11}x_1$ і $a_{12}x_2$, одержуємо вільний залишок y_1, тобто обсяг тих засобів, що перший сектор може витрачати на невиробничі потреби. Аналогічно, віднімаючи з x_2 величини $a_{21}x_1$ і $a_{22}x_2$, одержуємо вільний залишок y_2, дорівнює обсягу засобів, що може витрачати на невиробничі потреби другий сектор. У підсумку приходимо до системи двох рівнянь:

$$\begin{aligned} x_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2 = y_1 \\ x_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2 = y_2 \end{aligned} \tag{1.2.9}$$

Матриця:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad (1.2.10)$$

називається виробничою матрицею системи.

Приводячи подібні, перепишемо рівняння (1.2.9) у формі:

$$\begin{aligned} (1 - a_{11})x_1 - a_{12}x_2 &= y_1 \\ -a_{21}x_1 + (1 - a_{22})x_2 &= y_2 \end{aligned} \qquad (1.2.11)$$

За допомогою цих рівнянь можна вирішити дві основні задачі.

Перша. При відомих обсягах валової продукції $x_1,\ x_2$ знайти вільні залишки $y_1,\ y_2$. Ця задача розв'язується, за допомогою рівнянь (1.2.11), шляхом безпосередніх обчислень.

Друга. За відомими значеннями вільних залишків $y_1,\ y_2$ знайти обсяги валової продукції $x_1,\ x_2$, що відповідають їм. У цьому випадку необхідно вирішити систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь (1.2.11) щодо невідомих $x_1,\ x_2$. З цією метою можна скористатися, наприклад, наступними формулами:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \qquad (1.2.12)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{vmatrix} = (1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} y_1 & -a_{12} \\ y_2 & 1 - a_{22} \end{vmatrix} = (1 - a_{22})y_1 + a_{12}y_2,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 - a_{11} & y_1 \\ -a_{21} & y_2 \end{vmatrix} = (1 - a_{11})y_2 + a_{21}y_1$$

Зрозуміло, рішення (1.2.12) придатне тільки при не рівному нулю визначнику системи: $\Delta \neq 0$.

Розглянемо відповідні приклади. Нехай компоненти виробничої матриці будуть: $a_{11} = 0.3,\ a_{12} = 0.1,\ a_{21} = 0.2,\ a_{22} = 0.4$, тобто матриця має вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \qquad (1.2.13)$$

Нехай при цьому відомі обсяги валової продукції кожного сектора: $x_1 = 500$, $x_2 = 300$. Тоді, відповідно до (1.2.11) маємо:

$$y_1 = (1-0.3)\cdot 500 - 0.1\cdot 300 = 320 \qquad (1.2.14)$$
$$y_2 = -0.2\cdot 500 + (1-0.4)\cdot 300 = 80$$

Таким чином, обсяг засобів, які можна використовувати на невиробничі потреби, у першому секторі дорівнює 320, а в другому дорівнює 80.

Якщо при тій же виробничій матриці (1.2.13) відомі договірні обсяги постачань: $y_1 = 300$, $y_2 = 100$, то, відповідно (1.2.12), знаходимо необхідні обсяги валової продукції:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1-0.3 & -0.1 \\ -0.2 & 1-0.4 \end{vmatrix} = 0.7\cdot 0.6 - 0.2\cdot 0.1 = 0.4 \qquad (1.2.15)$$
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 300 & -0.1 \\ 100 & 0.6 \end{vmatrix} = 300\cdot 0.6 + 100\cdot 0.1 = 190$$
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0.7 & 300 \\ -0.2 & 100 \end{vmatrix} = 100\cdot 0.7 + 300\cdot 0.2 = 130$$
$$x_1 = \frac{190}{0.4} = 475,\ x_2 = \frac{130}{0.4} = 325$$

На основі розглянутих двох задач можна вирішувати і більш складні задачі. Наприклад, становить інтерес дослідження параметрів виробничої матриці, їхній вплив на результати діяльності економічної системи.

В односекторному випадку ситуація досить очевидна і визначається єдиним параметром a. Вище було показано, що економічна система прибуткова при $a < 1$ і збиткова при $a > 1$.У двосекторному випадку подібної наочності немає. Всі елементи виробничої матриці (1.2.10) можуть бути відносно невеликими, але в сумі економічна система в цілому чи окремі її частини можуть бути збитковими. Наприклад, повертаючись до першого з розглянутих прикладів, візьмемо знову $x_1 = 500$, $x_2 = 300$, але виробничу матрицю (1.2.13) замінимо на матрицю:

$$A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 \end{pmatrix} \qquad (1.2.16)$$

Зростання величин a_{21}, a_{22} означає, що виросли витрати другого сектора як на підтримку виробництва в першому секторі, так і на самозабезпечення. Тепер другий вільний залишок буде:

$$y_2 = -0.4 \cdot 500 + 0.5 \cdot 300 = -50 \qquad (1.2.17)$$

Таким чином, другий сектор у цьому випадку виявився збитковим. Саме по собі це ще не означає поганої оцінки його роботи. Нагадаємо, що вільний залишок першого сектора дорівнює 320, так що в сумі економічна система є прибутковою. Як уже говорилося, у сучасних розвинених країнах, як правило, збитковим є сільське господарство, що потребує дотацій з боку промисловості.

Розглянемо це питання більш докладно. Якщо усі компоненти виробничої матриці (1.2.10) є величинами малими, близькими до нуля, то величини $1-a_{11}$ і $1-a_{22}$ будуть близькими до одиниці. У підсумку, при додатних значеннях обсягів виробництва x_1 і x_2, виходять, відповідно до (1.2.11), і додатні значення вільних залишків y_1, y_2. Навпаки, додатним значенням y_1, y_2 відповідають, відповідно до (1.2.12), додатні x_1 і x_2. Підкреслимо, що такий результат виходить при однакових порядках величин x_1 і x_2, а також y_1, y_2. Ці результати природні для рентабельно працюючої економічної системи, у якої виробничі витрати в обох секторах відносно малі.

Нехай тепер компоненти виробничої матриці (1.2.10) близькі до одиниці. Тоді величини $1-a_{11}$ і $1-a_{22}$ будуть близькі до нуля і додатним значенням x_1 і x_2 будуть відповідати, відповідно до (1.2.11), від'ємні значення y_1, y_2 і навпаки. Це випадок нерентабельної економічної системи, у якої збиткові обидва сектора. І в цьому випадку результати справедливі при однакових порядках x_1 і x_2, а також y_1, y_2. Власне кажучи, у цьому випадку має сенс розглядати тільки випадок додатних обсягів виробництва x_1, x_2, що приводять, у силу великих виробничих витрат, до від'ємних вільних залишків y_1 і y_2.

Це два крайніх випадки. Ми бачили, на прикладі, що можливі і будь-які інші варіанти, тобто, при додатних x_1, x_2, додатне значення одного з вільних залишків при від'ємному значенні іншого, що означає рентабельність одного сектора і збитковість іншого. Економічна система в цілому при цьому може бути як рентабельною, так і збитковою.

Підводячи підсумки даного параграфа можна сказати, що перехід від односекторної до двосекторної моделі дозволив набагато глибше глянути на принципові економічні проблеми.