ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= 3y_1 - 2y_2 \\ \frac{dy_2}{dx} &= y_1 - y_2 \end{aligned}\right\}.$$

Дифференцируя второе уравнение, получим:

$$\frac{d^2 y_2}{dx^2} = \frac{dy_1}{dx} - \frac{dy_2}{dx}.$$

Из второго уравнения $y_1 = \frac{dy_2}{dx} + y_2$.

Из первого уравнения $\frac{dy_1}{dx} = 3y_1 - 2y_2$, подставляя y_1, получим

$\frac{dy_1}{dx} = 3\frac{dy_2}{dx} + y_2 - \frac{dy_2}{dx} = 2\frac{dy_2}{dx} + y_2$ или $\frac{d^2 y_2}{dx^2} - 2\frac{dy_2}{dx} - y_2 = 0$.

Решение выбирается так: $y^2 = e^{kx}$, тогда $k^2 - 2k - 1 = 0$, $k_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+1} = 1 \pm \sqrt{2}$.

$$y_2(x) = C_1 e^{\left(1+\sqrt{2}\right)x} + C_2 e^{\left(1-\sqrt{2}\right)x} = e^x\left(C_1 e^{\sqrt{2}x} + C_2 e^{-\sqrt{2}x}\right).$$

$$\begin{aligned} y_1(x) = \frac{dy_2}{dx} + y_2 &= e^x\left(C_1 e^{\sqrt{2}x} + C_2 e^{-\sqrt{2}x}\right) + e^x\left(\sqrt{2}C_1 e^{\sqrt{2}x} - \sqrt{2}C_2 e^{-\sqrt{2}x}\right) + \\ &+ e^x\left(C_1 e^{\sqrt{2}x} + C_2 e^{-\sqrt{2}x}\right) = e^x\left[C_1\left(\sqrt{2}+2\right)e^{\sqrt{2}x} + C_2\left(2-\sqrt{2}\right)e^{-\sqrt{2}x}\right]. \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= 3y_1 - 2y_2 \\ \frac{dy_2}{dx} &= y_1 - y_2 \end{aligned}\right\}; \qquad \begin{aligned} y_1(x) &= \alpha_1 e^{kx}; \\ y_2(x) &= \alpha_2 e^{kx}; \end{aligned} \qquad \left.\begin{aligned} \alpha_1 k &= 3\alpha_1 - 2\alpha_2 \\ \alpha_2 k &= \alpha_1 - \alpha_2 \end{aligned}\right\};$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1(k-3) + 2\alpha_2 &= 0 \\ -\alpha_1 + \alpha_2(k+1) &= 0 \end{aligned}\right\}; \qquad \begin{vmatrix} k-3 & 2 \\ -1 & k+1 \end{vmatrix} = 0; \qquad \begin{aligned} &k^2 - 2k - 1 = 0; \\ &k_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Введем k_1 в систему уравнений.

$$\alpha_1^1\left(1+\sqrt{2}-3\right)+2\alpha_2^1=0; \quad \alpha_1^1=-2\alpha_2^1:\left(\sqrt{2}-2\right)=\alpha_2^1\left(2+\sqrt{2}\right);$$

$$-\alpha_1^1+\alpha_2^1\left(1+\sqrt{2}+1\right)=0; \quad \alpha_1^1=\alpha_2^1\left(2+\sqrt{2}\right);$$

$$y_1^1=\alpha_2^1\left(2+\sqrt{2}\right)e^{\left(1+\sqrt{2}\right)x}; \quad y_2^1=\alpha_2^1 e^{\left(1+\sqrt{2}\right)x}.$$

Для корня $k_2=1-\sqrt{2}$, имеем:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_1^2\left(1-\sqrt{2}-3\right)+2\alpha_2^2=0\\ -\alpha_1^2+\alpha_2^2\left(1-\sqrt{2}+1\right)=0\end{array}\right\}; \quad \left.\begin{array}{l}-\alpha_1^2\left(2+\sqrt{2}\right)+2\alpha_2^2=0\\ -\alpha_1^2+\left(2-\sqrt{2}\right)\alpha_2^2=0\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}\alpha_1^2=\alpha_2^2\left(2-\sqrt{2}\right)\\ \alpha_1^2=\alpha_2^2\left(2-\sqrt{2}\right)\end{array}\right\}.$$

Частные решения для k_2.

$$y_1^2=\alpha_2^2\left(2-\sqrt{2}\right)e^{\left(1-\sqrt{2}\right)x}; \quad y_2^2=\alpha_2^2 e^{\left(1-\sqrt{2}\right)x}.$$

Тогда суммируя решения для различных корней для $\alpha_2^1, \alpha_2^2=1$ получим:

$$y_1(x)=C_1y_1^1+C_2y_1^2=C_1\left(2+\sqrt{2}\right)e^{\left(1+\sqrt{2}\right)x}+C_2e^{\left(1-\sqrt{2}\right)x}\left(2-\sqrt{2}\right);$$

$$y_2(x)=C_1y_2^1+C_2y_2^2=C_1e^{\left(1+\sqrt{2}\right)x}+C_2e^{\left(1-\sqrt{2}\right)x}.$$

Пример 4. Решить задачу Коши

$$\left.\begin{array}{l}y_1'=4y_1-5y_2+4x+1,\\ y_2'=y_1-2y_2+x,\end{array} \quad y_1(0)=1, \ y_2(0)=2.\right\} \qquad (1)$$

▶ **Прежде всего найдем общее решение соответствующей однородной системы**

$$\left.\begin{array}{l}y_1'=4y_1-5y_2,\\ y_2'=\ \ y_1-2y_2.\end{array}\right\} \qquad (2)$$

Корни ее характеристического уравнения: $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 3$, а общее решение ищем в виде (см. случай 1):

$$y_1 = C_1 e^{-x} + 5C_2 e^{3x}, \qquad (3)$$
$$y_2 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x}.$$

Считаем, что в решении (3) C_1 и C_2 являются неизвестными функциями $C_1(x)$ и $C_2(x)$ (в этом суть метода вариации произвольных постоянных!). Потребуем, чтобы y_1 и y_2 были решением исходной системы (1). Находим:

$$y_1' = C_1'(x)e^{-x} - C_1(x)e^{-x} + 5C_2'(x)e^{3x} + 15C_2(x)e^{3x},$$
$$y_2' = C_1'(x)e^{-x} - C_1(x)e^{-x} + C_2'(x)e^{3x} + 3C_2(x)e^{3x}.$$

Подставляем выражения для y_1, y_2, y_1', y_2' в систему (1). Приводя подобные члены, получаем систему:

$$\left.\begin{array}{l} C_1'(x)e^{-x} + 5C_2'(x)e^{3x} = 4x + 1, \\ C_1'(x)e^{-x} + C_2'(x)e^{3x} = x, \end{array}\right\}$$

откуда

$$C_1'(x) = \frac{1}{4}(x-1)e^{x}, \; C_2'(x) = \frac{1}{4}(3x+1)e^{-3x}.$$

Проинтегрировав последние равенства, имеем:

$$C_1(x) = \frac{1}{4}(x-2)e^{x} + C_1, \; C_2(x) = -\frac{1}{12}(3x+2)e^{-3x} + C_2.$$

Подставляя $C_1(x)$ и $C_2(x)$ в равенства (3) вместо C_1 и C_2, получаем общее решение исходной неоднородной системы (1):

$$y_1 = C_1 e^{-x} + 5C_2 e^{3x} + \frac{1}{4}(x-2) - \frac{5}{12}(3x+2),$$

$$y_2 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x} + \frac{1}{4}(x-2) - \frac{1}{12}(3x+2).$$

Используя начальные условия, получаем систему для определения постоянных C_1 и C_2:

$$\left.\begin{array}{l} 1 = C_1 + 5C_2 - 1/2 - 5/6, \\ 2 = C_1 + C_2 - 1/2 - 1/6, \end{array}\right\}$$

откуда $C_1 = 11/4$, $C_2 = -1/12$.

Таким образом, решением задачи Коши будет следующее частное решение:

$$y_1 = \frac{11}{4}e^{-x} - \frac{5}{12}e^{3x} + \frac{1}{4}(x-2) - \frac{5}{12}(3x+2),$$

$$y_2 = \frac{11}{4}e^{-x} - \frac{1}{12}e^{3x} + \frac{1}{4}(x-2) - \frac{1}{12}(3x+2). \blacktriangleleft$$

Пример 5. Методом исключения найти общее решение системы

$$\left.\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 - y_2 + y_3 + e^x, \\ y_2' &= y_1 + y_2 + y_3 + x, \\ y_3' &= 4y_1 - y_2 + 4y_3 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

и частное ее решение, удовлетворяющее начальным условиям:

$$y_1(0) = 0{,}34,\ y_2(0) = -0{,}16,\ y_3(0) = 0{,}27. \quad (2)$$

▶ Дифференцируем по x первое уравнение системы (1) и подставляем вместо y_1', y_2', y_3' их выражения из этой системы. В результате имеем

$$y_1'' = 3y_1' - y_2' + y_3' + e^x = 3(3y_1 - y_2 + y_3 + e^x) - (y_1 + y_2 + y_3 - x) + \\ + 4y_1 - y_2 + 4y_3 + e^x = 12y_1 - 5y_2 + 6y_3 + 4e^x + x.$$

Дифференцируем y_1'' по x и опять заменяем y_1', y_2', y_3' их выражениями из системы (1):

$$y_1''' = 12y_1' - 5y_2' + 6y_3' + 4e^x + 1 = 12(3y_1 - y_2 + y_3 + e^x) - 5(y_1 + \\ + y_2 + y_3 - x) + 6(4y_1 - y_2 + 4y_3) + 4e^x + x = 55y_1 - \\ - 23y_2 + 31y_3 + 16e^x + 6x.$$

Следовательно, для данного случая система (11.69) имеет вид

$$\left.\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 - y_2 + y_3 + e^x, \\ y_1'' &= 12y_1 - 5y_2 + 6y_3 + 4e^x + x, \\ y_1''' &= 55y_1 - 23y_2 + 31y_3 + 16e^x + 6x. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Из первых двух уравнений находим y_2 и y_3:

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1'' - 6y_1' + 6y_1 + 2e^x - x, \\ y_3 &= y_1'' - 5y_1' + 3y_1 + e^x - x. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражения для y_2 и y_3 подставляем в третье уравнение системы (3):

$$y_1''' = 55y_1 - 23(y_1'' - 6y_1' + 6y_1 + 2e^x - x) + 31(y_1'' - 5y_1' + 3y_1 + \\ + e^x - x) + 16e^x + 6x = 8y_1'' - 17y_1' + 10y_1 + e^x - 2x.$$

Получили неоднородное линейное уравнение третьего порядка с постоянными коэффициентами:

$$y_1''' - 8y_1'' + 17y_1' - 10y_1 = e^x - 2x. \quad (5)$$

Решаем его известным методом (см. § 11.5). Составляем характеристическое уравнение

$$\lambda^3 - 8\lambda^2 + 17\lambda - 10 = 0, \quad (6)$$

корни которого: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 5$. Общее решение $\tilde{y}_1$ однородного уравнения, соответствующего уравнению (5), имеет вид

$$\tilde{y}_1 = C_1e^x + C_2e^{2x} + C_3e^{5x}.$$

Правая часть уравнения (5) есть сумма двух специальных функций вида (11.50) и (11.54): $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$, $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = -2x$. Для $f_1(x) = e^x$ число $z = 1$, т. е. совпадает с корнем $\lambda_1 = 1$, поэтому $k = 1$. Для $f_2(x) = -2x$ число $z = 0$ и его нет среди корней характеристического уравнения (6), поэтому $k = 0$.

Итак, частное решение y_1^* уравнения (5) следует искать в виде

$$y_1^* = Axe^x + Bx + C,$$

где неизвестные числа A, B, C находят с помощью метода неопределенных коэффициентов. Определяем $y_1^{*\prime}$, $y_1^{*\prime\prime}$, $y_1^{*\prime\prime\prime}$ и вместе с y_1^* подставляем их в уравнение (5). Имеем:

$$y_1^{*\prime} = Ae^x + Axe^x + B,\ y_1^{*\prime\prime} = 2Ae^x + Axe^x,$$

$$y_1^{*\prime\prime\prime} = 3Ae^x + Axe^x,$$

$$3Ae^x + Axe^x - 8(2Ae^x + Axe^x) + 17(Ae^x + Axe^x + B) - 10(Axe^x + \\ + Bx + C) = e^x - 2x,$$

$$4Ae^x + 17B - 10Bx - 10C = e^x - 2x,$$

$$4A = 1,\ -10B = -2,\ 17B - 10C = 0,$$

откуда $A = 1/4$, $B = 1/5$, $C = 17/50$.

Таким образом,

$$y_1^* = \frac{1}{4}xe^x + \frac{1}{5}x + \frac{17}{50}.$$

Общее решение уравнения (5) определяется формулой

$$y_1 = \tilde{y}_1 + y_1^* = C_1e^x + C_2e^{2x} + C_3e^{5x} + \frac{1}{4}xe^x + \frac{1}{5}x + \frac{17}{50}.$$

Найдем производные y_1', y_1'' и подставим их в равенство (4):

$$y_1' = C_1e^x + 2C_2e^{2x} + 5C_3e^{5x} + \frac{1}{4}xe^x + \frac{1}{5},$$

$$y_1'' = C_1e^x + 4C_2e^{2x} + 25C_3e^{5x} + \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{4}xe^x,$$

$$y_2 = C_1e^x + 4C_2e^{2x} + 25C_3e^{5x} + \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{4}xe^x - 6(C_1e^x + 2C_2e^{2x} + \\ + 5C_3e^{5x} + \frac{1}{4}e^x + \frac{1}{4}xe^x + \frac{1}{5}\Big) + 6\Big(C_1e^x + \\ + C_2e^{2x} + C_3e^{5x} + \frac{1}{4}xe^x + \frac{1}{5}x + \frac{17}{50}\Big) + 2e^x - x = C_1e^x - 2C_2e^{2x} +$$

$$+C_3e^{5x}-e^x+\frac{1}{4}xe^x+\frac{6}{5}x+\frac{21}{25},$$

$$y_3=C_1e^x+4C_2e^{2x}+25C_3e^{5x}+\frac{1}{2}e^x+\frac{1}{4}xe^x-$$

$$-5\left(C_1e^x+2C_2e^{2x}+5C_3e^{5x}+\frac{1}{4}e^x+\frac{1}{4}xe^x+\frac{1}{5}\right)+3\Big(C_1e^x+$$

$$\left.+C_2e^{2x}+C_3e^{5x}+\frac{1}{4}xe^x+\frac{1}{5}x+\frac{17}{50}\right)+e^x-x=-C_1e^x-$$

$$-3C_2e^{2x}+3C_3e^{5x}+\frac{1}{4}e^x-\frac{1}{4}xe^x-\frac{2}{5}x+\frac{1}{50}.$$

Следовательно, общее решение системы (1) найдено:

$$\left.\begin{aligned}
y_1&=C_1e^x+C_2e^{2x}+C_3e^{5x}+\frac{1}{4}xe^x+\frac{1}{5}x+\frac{17}{50},\\
y_2&=C_1e^x-2C_2e^{2x}+C_3e^{5x}-e^x+\frac{1}{4}xe^x+\frac{6}{5}x+\frac{21}{25},\\
y_3&=-C_1e^x-3C_2e^{2x}+3C_3e^{5x}+\frac{1}{4}e^x-\frac{1}{4}xe^x-\frac{2}{5}x+\frac{1}{50}.
\end{aligned}\right\}$$

Для решения задачи Коши воспользуемся начальными условиями. Получим систему для определения произвольных постоянных C_1, C_2, C_3:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{17}{50}&=C_1+C_2+C_3+\frac{17}{50},\\
-\frac{4}{25}&=C_1-2C_2+C_3-1+\frac{21}{25},\\
\frac{27}{100}&=-C_1-3C_2+3C_3+\frac{1}{4}+\frac{1}{50},
\end{aligned}\right\}$$

откуда $C_1=0$, $C_2=0$, $C_3=0$.

Искомое частное решение имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}
y_1&=\frac{1}{4}xe^x+\frac{1}{5}x+\frac{17}{50},\\
y_2&=\frac{1}{4}xe^x-e^x+\frac{6}{5}x+\frac{21}{25},\\
y_3&=-\frac{1}{4}xe^x+\frac{1}{4}e^x-\frac{2}{5}x+\frac{1}{50}.
\end{aligned}\right\}\blacktriangleleft$$

В задачах **786—812** решить данные системы уравнений ($\dot{x}$ означает $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, и т. д.; для облегчения работы в некоторых задачах указаны корни характеристического уравнения).

786. $\begin{cases}\dot{x}=2x+y,\\ \dot{y}=3x+4y.\end{cases}$ **787.** $\begin{cases}\dot{x}=x-y,\\ \dot{y}=y-4x.\end{cases}$

788. $\begin{cases} \dot{x} + x - 8y = 0, \\ \dot{y} - x - y = 0. \end{cases}$

789. $\begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = 3y - 2x. \end{cases}$

790. $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + y. \end{cases}$

791. $\begin{cases} \dot{x} + x + 5y = 0, \\ \dot{y} - x - y = 0. \end{cases}$

792. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 4y - x. \end{cases}$

793. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y, \\ \dot{y} = 4x - y. \end{cases}$

794. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - 3x, \\ \dot{y} = y - 2x. \end{cases}$

795. $\begin{cases} \dot{x} - 5x - 3y = 0, \\ \dot{y} + 3x + y = 0. \end{cases}$

796. $\begin{cases} \dot{x} = x + z - y, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y \end{cases}$
$(\lambda_1=1,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=-1)$.

797. $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y - z, \\ \dot{y} = y - x + z, \\ \dot{z} = x - z \end{cases}$
$(\lambda_1=0,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=-1)$.

798. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y + z, \\ \dot{y} = x + 2y - z, \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases}$
$(\lambda_1=1,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=3)$.

799. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z, \\ \dot{y} = x + y + z, \\ \dot{z} = 4x - y + 4z \end{cases}$
$(\lambda_1=1,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=5)$.

800. $\begin{cases} \dot{x} = 4y - 2z - 3x, \\ \dot{y} = z + x, \\ \dot{z} = 6x - 6y + 5z \end{cases}$
$(\lambda_1=1,\ \lambda_2=2,\ \lambda_3=-1)$.

801. $\begin{cases} \dot{x} = x - y - z, \\ \dot{y} = x + y, \\ \dot{z} = 3x + z \end{cases}$
$(\lambda_1=1,\ \lambda_{2,3}=1 \pm 2i)$.

802. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = x + 3y - z, \\ \dot{z} = 2y + 3z - x \end{cases}$
$(\lambda_1=2,\ \lambda_{2,3}=3 \pm i)$.

803. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2z - y, \\ \dot{y} = x + 2z, \\ \dot{z} = y - 2x - z \end{cases}$
$(\lambda_1=1,\ \lambda_{2,3}=\pm i)$.

804. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - y - z, \\ \dot{y} = x + 2y - z, \\ \dot{z} = x - y + 2z \end{cases}$
$(\lambda_1=2,\ \lambda_2=\lambda_3=3)$.

805. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z, \\ \dot{y} = 3x - 2y - 3z, \\ \dot{z} = 2z - x + y \end{cases}$
$(\lambda_1=0,\ \lambda_2=\lambda_3=1)$.

В задачах **826—845** решить линейные неоднородные системы.

826. $\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^{t}, \\ \dot{y} = x + t^2. \end{cases}$

827. $\begin{cases} \dot{x} = y - 5\cos t, \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$

828. $\begin{cases} \dot{x} = 3x+2y+4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$

829. $\begin{cases} \dot{x} = 2x-4y+4e^{-2t}, \\ \dot{y} = 2x - 2y. \end{cases}$

830. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - e^{2t}, \\ \dot{y} = y - 2x. \end{cases}$

831. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x + 1, \\ \dot{y} = 3y - 2x. \end{cases}$

832. $\begin{cases} \dot{x} = 5x-3y+2e^{3t}, \\ \dot{y}=x+y+5e^{-t}. \end{cases}$

833. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + e^{t}, \\ \dot{y} = -2x + 2t. \end{cases}$

834. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y, \\ \dot{y} = x - 5\sin t. \end{cases}$

835. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y, \\ \dot{y} = x - 3y + 3e^{t}. \end{cases}$

836. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = y - 2x + 18t. \end{cases}$

837. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16t\,e^{t}, \\ \dot{y} = 2x - 2y. \end{cases}$

838. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 4y - 8, \\ \dot{y} = 3x + 6y. \end{cases}$

839. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2\sin t. \end{cases}$

840. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 2\sin t, \\ \dot{y} = 2x - y. \end{cases}$

841. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = x + 2\,e^{t}. \end{cases}$

842. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + \sin t, \\ \dot{y} = 2x - y - 2\cos t. \end{cases}$

843. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2\,e^{t}, \\ \dot{y} = x + 2y - 3\,e^{4t}. \end{cases}$

844. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t, \\ \dot{y} = 5x - y. \end{cases}$

В задачах **846—850** данные системы решить методом вариации постоянных.

846. $\begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$

847. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x, \\ \dot{y} = 4y - 3x + \dfrac{e^{3t}}{e^{2t} + 1}. \end{cases}$

848. $\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \dfrac{2}{e^{t} - 1}, \\ \dot{y} = 6x + 3y - \dfrac{3}{e^{t} - 1}. \end{cases}$

849. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + \dfrac{1}{\cos t}, \\ \dot{y} = 2x - y. \end{cases}$

850. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - y + 15\,e^{t}\sqrt{t}. \end{cases}$