

Метод Ейлера

Розглянемо диференціальне рівняння

$$y' = f(x, y)$$

з початковою умовою $y(x_0) = y_0$. Вибравши досить малий крок h , побудуємо систему рівновіддалених точок $x_i = x_0 + ih$.

Наближені значення $y(x_i) = y_i$ обчислюються послідовно за формулами:

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i) \quad (i = 0, 1, 2, \dots).$$

При цьому шукана інтегральна крива $y = y(x)$, що проходить через точку $M_0(x, y)$ замінюється ламаною $M_0M_1M_2\dots$ з вершинами $M_i(x_i, y_i)$, $(i = 0, 1, 2, \dots)$; кожна ланка цієї ламаної (ламаної Ейлера) має напрямок, що збігається з напрямком тієї інтегральної кривої вихідного рівняння, що проходить через точку M_0 .

Похибка методу – величина порядку $O(h)$.

Приклад. Знайти розв'язок диференціального рівняння методом Ейлера на відріжку $(0; 0,4)$ при $h = 0,1$, якщо $y' = x + y$ при початковій умові $y(0) = 1$.

Розв'язок. Знаходимо значення аргументу: $x_0 = 0$; $x_1 = 0,1$; $x_2 = 0,2$; $x_3 = 0,3$; $x_4 = 0,4$ і відповідні їм значення y :

$$y_1 = y_0 + hf(x_0; y_0) = 1 + 0,1(0 + 1) = 1,1;$$

$$y_2 = y_1 + hf(x_1; y_1) = 1,1 + 0,1(0,1 + 1,1) = 1,22;$$

$$y_3 = y_2 + hf(x_2; y_2) = 1,22 + 0,1(0,2 + 1,22) = 1,36;$$

$$y_4 = y_3 + hf(x_3; y_3) = 1,36 + 0,1(0,3 + 1,36) = 1,52.$$

Одержимо таблицю наближених значень шуканої функції

x_i	0	0,1	0,2	0,3	0,4
y_i	1	1,1	1,22	1,36	1,52
y аналіт.	1	1,1103	1,2428	1,3997	1,5836

Завдання до лабораторної роботи № 10

Розв'яжіть рівняння $y' = f(x; y)$ методом Ейлера

Шифр по вертикалі	A
0	1
1	0,4

	Права частина $f(x, y)$
0	$\frac{(Ax + 0,3y)(1 - xy)}{-x - 0,2y}$
1	$\frac{0,3A - x}{0,3y}$

2	-0,3
3	2
4	0,3
5	1
6	-1
7	0,3
8	2
9	-1

2	$Ax^3 - \frac{2}{y^2}$
3	$\frac{A}{y^2} + \frac{0,2}{x^2}$
4	$\frac{Ax^2 - 1}{y^3 + x^2 + 0,3}$
5	$\frac{A}{x^2} - \frac{0,3}{x} + \frac{1}{y^2}$
6	$-\frac{A}{y^2} - \frac{0,4x}{0,8 + x}$
7	$\frac{A}{0,4y^2 + 2x}$
8	$\frac{Ax}{y^3} + y$
9	$\frac{Ay}{2x + 0,7} + \frac{3}{y^2}$

шифр по горизонталі

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номер правої частини	2	4	5	8	1	3	9	0	7	6
y_0	1	-2	1	-2	2	2	-1	1,05	-2	0.5
h	0,2	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,05	0,1	0,4	0,2
Інтервал	[0;2]	[0;2]	[1;2]	[1;3]	[0;1]	[1;3]	[1;1,5]	[0;1]	[0;4]	[1;3]