ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ №1
(номер варіанту відповідає номеру за списком)

1. *Визначити, чи є лінійним перетворення $A\mathbf{x}$? Якщо так, то знайти його ядро, образ, ранг та дефект.*

для першої групи

В1 $A\mathbf{x} = (x_1 + x_2 + x_3;\ -x_1 + x_2 + x_3;\ -x_1 - x_2 + x_3)$.
В2 $A\mathbf{x} = (6x_1 + 6x_2 - 5x_3;\ 4x_1 + 7x_2 + x_3;\ x_1 - 2x_2 - 5x_3)$.
В3 $A\mathbf{x} = (-9x_1 + 3x_2 - 4x_3;\ x_2;\ 7x_1 + 6x_2 + 9x_3)$.
В4 $A\mathbf{x} = (3x_1 + x_3;\ -x_1 + x_2 - x_3;\ x_1 - 2x_2 + x_3)$.
В5 $A\mathbf{x} = (4x_1 + 5x_2 - 6x_3;\ x_2 - 2x_3;\ x_3)$.
В6 $A\mathbf{x} = (3x_1 + x_3;\ -x_1 + x_2 - x_3;\ x_1 + x_3)$.
В7 $A\mathbf{x} = (x_1 + x_2 - x_3;\ x_2 + x_3;\ x_2)$.
В8 $A\mathbf{x} = (4x_1 + 5x_2 - 6x_3;\ x_2 - 2x_3;\ x_3)$.
В9 $A\mathbf{x} = (x_1 + 3x_2;\ x_1 - x_2;\ x_1 + x_2 - 5x_3)$.
В10 $A\mathbf{x} = (x_1;\ 2x_1 + x_2;\ x_2 - 3x_3)$.
В11 $A\mathbf{x} = (5x_1 + x_2;\ x_1;\ x_2 + 7x_3)$.
В12 $A\mathbf{x} = (6x_1 + 2x_2 - 3x_3;\ x_2;\ -x_1 + 2x_2 - 8x_3)$.
В13 $A\mathbf{x} = (x_3;\ 2x_1 + 6x_3;\ -2x_1 - 7x_2 + x_3)$.
В14 $A\mathbf{x} = (8x_1 - 6x_2;\ -x_1 + 2x_2 + x_3;\ x_3)$.
В15 $A\mathbf{x} = (2x_1 + 3x_2 - 7x_3;\ x_1 + x_2 + x_3;\ x_3)$.
В16 $A\mathbf{x} = (-5x_1 - 2x_2 + x_3;\ 7x_1 + 2x_2;\ x_1 + x_2 - x_3)$.
В17 $A\mathbf{x} = (x_1 + x_2;\ -2x_1 + 3x_2;\ x_1 - x_3)$.
В18 $A\mathbf{x} = (-9x_1 + x_2 - 3x_3;\ x_1;\ 6x_2 + 5x_3)$.
В19 $A\mathbf{x} = (x_1 + 3x_2 - 4x_3;\ 2x_1 + 3x_2;\ x_1 + 3x_3)$.
В20 $A\mathbf{x} = (2x_1 - x_3;\ -x_1 + x_2;\ -x_1)$.

для другої групи

В1 $A\mathbf{x} = (-x_1 - x_2 + 2x_3;\ x_1 + x_2 + x_3;\ -x_1 + x_2 + x_3)$.
В2 $A\mathbf{x} = (3x_1 + 3x_2 - 5x_3;\ 4x_1 + 6x_2 + x_3;\ x_1 - 2x_2 - 5x_3)$.
В3 $A\mathbf{x} = (-8x_1 + 3x_2 - 2x_3;\ 2x_2;\ 5x_1 + 6x_2 + 8x_3)$.
В4 $A\mathbf{x} = (3x_1 + 2x_2;\ -x_1 + 3x_2 - x_3;\ 5x_1 - 2x_2 + x_3)$.
В5 $A\mathbf{x} = (4x_1 + x_2 - 6x_3;\ 3x_2 - 2x_3;\ x_1)$.
В6 $A\mathbf{x} = (-2x_1 + x_2;\ -x_1 + 3x_2 - x_3;\ x_2 + x_3)$.
В7 $A\mathbf{x} = (2x_1 + x_2 - 3x_3;\ x_1 + x_3;\ x_1)$.
В8 $A\mathbf{x} = (4x_1 + 3x_2 - 6x_3;\ x_1 - 2x_3;\ x_2)$.
В9 $A\mathbf{x} = (2x_1 - x_3;\ x_1 - x_2;\ 2x_1 + x_2 - 4x_3)$.
В10 $A\mathbf{x} = (x_2;\ 2x_1 + x_2;\ x_2 - 3x_3)$.
В11 $A\mathbf{x} = (3x_1 + x_2;\ x_3;\ x_2 - 6x_3)$.
В12 $A\mathbf{x} = (2x_1 + 2x_2 - x_3;\ x_3;\ -x_1 + 2x_2 + 6x_3)$.
В13 $A\mathbf{x} = (x_2;\ 2x_1 - x_3;\ x_1 - 7x_2 + x_3)$.
В14 $A\mathbf{x} = (4x_1 - 6x_2;\ -x_1 + 3x_2 + x_3;\ x_1)$.
В15 $A\mathbf{x} = (2x_1 + x_2 - 7x_3;\ x_1 + 2x_2 + x_3;\ x_1)$.

В16 $A\boldsymbol{x} = \left(-x_1 - 2x_2 + x_3;\ 6x_1 + 2x_3;\ x_1 + x_2 - x_3\right).$

В17 $A\boldsymbol{x} = \left(x_1 + x_3;\ -2x_1 + 3x_2;\ x_1 - x_2\right).$

В18 $A\boldsymbol{x} = \left(-8x_1 + x_2 - 3x_3;\ x_2;\ 6x_2 + 3x_3\right).$

В19 $A\boldsymbol{x} = \left(x_1 + 2x_2 - 4x_3;\ x_1 + 3x_2;\ -x_1 + 2x_3\right).$

В20 $A\boldsymbol{x} = \left(-x_1 - 2x_3;\ -x_1 + x_2;\ -x_2\right).$

2. *Знайти*
   а) *власні значення та відповідні власні вектори;*
   б) *кореневі підпростори;*
   в) *жорданову форму та жорданів базис лінійного оператора, який заданий у деякому базисі матрицею;*
   г) *з'ясувати, чи можна привести матрицю лінійного оператора до діагонального виду*

$$1. \qquad \begin{pmatrix} k & n & r \\ l & p & s \\ m & q & t \end{pmatrix}, \text{ де}$$

для першої групи

	k	l	m	n	p	q	r	s	t
В1	4	–1	1	–2	3	–2	–1	–1	2
В2	2	–1	1	–1	2	–1	0	0	1
В3	3	0	0	–1	2	–1	1	–1	2
В4	5	0	0	–1	4	–1	–1	–1	4
В5	6	–1	1	–2	5	–2	–1	–1	4
В6	3	2	–2	1	2	1	–1	–1	4
В7	2	1	–1	0	1	0	–1	–1	2
В8	2	1	–1	1	2	1	0	0	3
В9	4	1	–1	1	4	1	0	0	5
В10	5	–2	–2	1	4	1	–1	–1	6
В11	4	5	6	–5	–7	–9	2	3	4
В12	–1	–1	–1	0	–2	–3	1	3	4
В13	7	10	12	–12	–19	–24	6	10	13
В14	1	2	3	2	4	6	5	10	15
В15	5	1	1	5	5	–5	1	1	5
В16	1	–2	0	–2	2	–2	0	–2	3
В17	0	4	3	1	0	–1	2	1	1
В18	–3	–2	2	15	8	–6	5	2	0
В19	1	2	2	1	0	–2	–2	4	6
В20	1	–1	–1	–2	0	1	4	–2	–3

для другої групи

	k	l	m	n	p	q	r	s	t
В1	4	3	–3	–1	–1	–1	1	1	0
В2	–5	3	–4	1	–2	1	5	–4	4
В3	3	2	2	–3	–2	–3	1	1	2
В4	–2	1	–1	–2	1	–2	–1	1	–2
В5	4	3	5	2	5	5	–2	–3	–3

B6	2	1	–2	1	2	–2	1	1	–1
B7	–1	1	–1	–1	1	–1	1	–1	1
B8	2	2	–4	1	1	–2	1	1	–2
B9	2	3	–3	–1	–2	3	1	1	2
B10	1	0	–4	–1	2	1	1	–1	–2
B11	–1	–2	2	2	3	–2	–1	–1	2
B12	–2	–2	2	3	1	0	3	2	–1
B13	–2	2	1	1	–2	–1	–2	3	1
B14	–2	2	1	–1	1	1	1	–2	–2
B15	2	–1	1	2	–1	1	–1	1	0
B16	6	0	0	–3	3	3	0	–3	9
B17	–1	0	0	–2	1	0	–2	0	1
B18	1	2	4	2	4	8	3	6	12
B19	1	1	–2	1	1	–2	1	1	–2
B20	2	5	–1	–1	–3	0	2	3	–2

2. $$\begin{pmatrix} -2n & 7n & 1+h & -5+n \\ 3n & 2n & 4-n & 7-h \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 8 & -5 \end{pmatrix},$$ де

n – номер варіанта, h – остання цифра номера залікової книжки.

3. *Дано підпростір $L = \langle \boldsymbol{a}_1 = (-k, l, m, n); \boldsymbol{a}_2 = (p, q, -r, s) \rangle$. Знайти базис ортогонального доповнення $L^{\perp}$. Визначити ортогональну проекцію $\boldsymbol{y}$ й ортогональну складову $\boldsymbol{z}$ вектора $\boldsymbol{x} = (m, n, p, -q)$ відносно підпростору L. Задачу розв'язати двома способами.*

для першої групи

	k	l	m	n	p	q	r	s
B1	9	7	3	2	5	3	7	7
B2	3	7	5	4	2	4	8	8
B3	8	4	2	6	8	9	5	5
B4	9	1	2	5	2	9	3	3
B5	1	2	8	7	9	7	8	8
B6	6	5	7	4	7	1	3	3
B7	3	6	1	8	5	4	7	7
B8	8	5	2	6	9	7	6	6
B9	6	3	5	7	3	2	5	5
B10	7	3	9	6	4	5	7	7
B11	–9	–7	–3	–2	–5	–3	–7	–7
B12	–3	–7	–5	–4	–2	–4	–8	–8
B13	–8	–4	–2	–6	–8	–9	–5	–5
B14	–9	–1	–2	–5	–2	–9	–3	–3
B15	–1	–2	–8	–7	–9	–7	–8	–8
B16	–6	–5	–7	–4	–7	–1	–3	–3
B17	–3	–6	–1	–8	–5	–4	–7	–7
B18	–8	–5	–2	–6	–9	–7	–6	–6

В19	–6	–3	–5	–7	–3	–2	–5	–5
В20	–7	–3	–9	–6	–4	–5	–7	–7

для другої групи

	k	l	m	n	p	q	r	s
В1	2	5	8	3	3	1	2	4
В2	2	5	8	3	3	3	6	11
В3	1	4	6	2	3	2	5	9
В4	–1	2	2	0	3	0	3	5
В5	–1	2	1	–1	3	0	3	4
В6	0	1	1	0	1	1	4	6
В7	2	4	7	3	2	3	6	11
В8	1	4	5	1	3	2	5	8
В9	0	3	4	1	3	1	4	7
В10	1	4	7	3	3	2	5	10
В11	3	8	2	5	3	2	1	1
В12	3	8	2	5	3	5	3	3
В13	3	6	1	4	2	4	3	2
В14	3	2	–1	2	0	2	3	0
В15	3	1	–1	2	–1	1	3	0
В16	1	1	0	1	0	2	3	1
В17	2	7	2	4	3	5	3	3
В18	3	5	1	4	1	3	3	2
В19	3	4	0	3	1	3	3	1
В20	3	7	1	4	3	5	3	2

4. *У просторі R^3 з матрицею Грама G знайти кут між векторами $\boldsymbol{x}$ і $\boldsymbol{y}$.*

для першої групи

В1 $G=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 2 & 2\\ -1 & 2 & 15\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;\,0;\,-6)$, $\boldsymbol{y}=(-4;\,7;\,3)$.

В2 $G=\begin{pmatrix}11 & -2 & -1\\ -2 & 5 & 3\\ -1 & 3 & 5\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(5;\,-2;\,1)$, $\boldsymbol{y}=(4;\,0;\,-7)$.

В3 $G=\begin{pmatrix}15 & -3 & 1\\ -3 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 17\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(2;\,1;\,0)$, $\boldsymbol{y}=(3;\,2;\,-1)$.

В4 $G=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 13\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;\,2;\,-3)$, $\boldsymbol{y}=(-4;\,6;\,2)$.

В5 $G=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 5 & 6\\ 13 & 6 & 1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(7;\,-5;\,2)$, $\boldsymbol{y}=(0;\,-1;\,7)$.

B6 $G=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;\,7;\,-5)$, $\boldsymbol{y}=(11;\,1;\,0)$.

B7 $G=\begin{pmatrix} 7 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 10 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(7;\,-2;\,1)$, $\boldsymbol{y}=(5;\,4;\,3)$.

B8 $G=\begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 1 & 7 & 5 \\ -3 & 5 & 10 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-3;\,1;\,0)$, $\boldsymbol{y}=(2;\,7;\,1)$.

B9 $G=\begin{pmatrix} 13 & -4 & 2 \\ -4 & 9 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;\,1;\,9)$, $\boldsymbol{y}=(1;\,0;\,1)$.

B10 $G=\begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ -3 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 21 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(5;\,-6;\,1)$, $\boldsymbol{y}=(-3;\,1;\,6)$.

B11 $G=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(11;\,-3;\,2)$, $\boldsymbol{y}=(0;\,4;\,2)$.

B12 $G=\begin{pmatrix} 17 & 3 & -1 \\ 3 & 7 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-4;\,4;\,-4)$, $\boldsymbol{y}=(2;\,-1;\,1)$.

B13 $G=\begin{pmatrix} 16 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(2;\,-1;\,7)$, $\boldsymbol{y}=(5;\,-6;\,12)$.

B14 $G=\begin{pmatrix} 1 & -7 & 0 \\ -7 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(3;\,2;\,5)$, $\boldsymbol{y}=(1;\,2;\,-5)$.

B15 $G=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;\,-3;\,11)$, $\boldsymbol{y}=(2;\,-3;\,1)$.

B16 $G=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(3;\,2;\,5)$, $\boldsymbol{y}=(1;\,2;\,-5)$.

B17 $G=\begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ -3 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 21 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-4;\,4;\,-4)$, $\boldsymbol{y}=(2;\,-1;\,1)$.

B18 $G=\begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 1 & 7 & 5 \\ -3 & 5 & 10 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(5;-6;1)$, $\boldsymbol{y}=(-3;1;6)$.

B19 $G=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-3;1;0)$, $\boldsymbol{y}=(2;7;1)$.

B20 $G=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 13 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;1;9)$, $\boldsymbol{y}=(1;0;1)$.

для другої групи

B1 $G=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 15 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;0;1)$, $\boldsymbol{y}=(1;1;9)$.

B2 $G=\begin{pmatrix} 11 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(2;7;1)$, $\boldsymbol{y}=(-3;1;0)$.

B3 $G=\begin{pmatrix} 15 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 17 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-3;1;6)$, $\boldsymbol{y}=(5;-6;1)$.

B4 $G=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 13 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;2;-5)$, $\boldsymbol{y}=(3;2;5)$.

B5 $G=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 13 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(2;-3;1)$, $\boldsymbol{y}=(1;-3;11)$.

B6 $G=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(0;4;2)$, $\boldsymbol{y}=(11;-3;2)$.

B7 $G=\begin{pmatrix} 7 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 10 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(2;-1;1)$, $\boldsymbol{y}=(-4;4;-4)$.

B8 $G=\begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 1 & 7 & 5 \\ -3 & 5 & 10 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(2;-1;1)$, $\boldsymbol{y}=(-4;4;-4)$.

B9 $G=\begin{pmatrix} 13 & -4 & 2 \\ -4 & 9 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(5;-6;12)$, $\boldsymbol{y}=(2;-1;7)$.

B10 $G=\begin{pmatrix}5 & -3 & 2\\ -3 & 8 & 4\\ 2 & 4 & 21\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(1;\,2;\,-5)$, $\boldsymbol{y}=(3;\,2;\,5)$.

B11 $G=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 5\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(11;\,1;\,0)$, $\boldsymbol{y}=(1;\,7;\,-5)$.

B12 $G=\begin{pmatrix}17 & 3 & -1\\ 3 & 7 & 2\\ -1 & 2 & 2\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(5;\,4;\,3)$, $\boldsymbol{y}=(7;\,-2;\,1)$.

B13 $G=\begin{pmatrix}16 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(2;\,7;\,1)$, $\boldsymbol{y}=(-3;\,1;\,0)$.

B14 $G=\begin{pmatrix}1 & -7 & 0\\ -7 & 5 & -2\\ 0 & -2 & 5\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-3;\,1;\,6)$, $\boldsymbol{y}=(5;\,-6;\,1)$.

B15 $G=\begin{pmatrix}5 & 4 & 2\\ 4 & 4 & 2\\ 2 & 2 & 2\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(0;\,-1;\,7)$, $\boldsymbol{y}=(7;\,-5;\,2)$.

B16 $G=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 5\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-4;\,6;\,2)$, $\boldsymbol{y}=(1;\,2;\,-3)$.

B17 $G=\begin{pmatrix}5 & -3 & 2\\ -3 & 8 & 4\\ 2 & 4 & 21\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(3;\,2;\,-1)$, $\boldsymbol{y}=(2;\,1;\,0)$.

B18 $G=\begin{pmatrix}6 & 1 & -3\\ 1 & 7 & 5\\ -3 & 5 & 10\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-3;\,1;\,6)$, $\boldsymbol{y}=(5;\,-6;\,1)$.

B19 $G=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 2\\ -1 & 2 & 11\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(4;\,0;\,-7)$, $\boldsymbol{y}=(5;\,-2;\,1)$.

B20 $G=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 13\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}=(-4;\,7;\,3)$, $\boldsymbol{y}=(1;\,0;\,-6)$.

Приклад оформлення титульного аркуша індивідуального завдання

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра загальної математики

Індивідуальне завдання №1
з лінійної алгебри
студента(ки) групи ___________

____

номер варіанту: 3

Відмітки про виконання роботи

номер завдання	1	2	3	4
відмітка викладача				

Кількість балів:

Запоріжжя, 2017