

Міністерство освіти і науки України  
Інженерний інститут  
Запорізького національного університету

Ю. О. Белоконь

## **ТЕОРІЯ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ**

Методичні вказівки до самостійної роботи  
для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра  
спеціальності 136 «Металургія» освітньо-професійної програми  
«Металургія»

Затверджено  
вченою радою ЗНУ  
Протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_

Запоріжжя  
2020

УДК 621.771(075)  
Б 435

Белоконь Ю. О. Теорія обробки металів тиском: методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності 136 «Металургія» освітньо-професійної програми «Металургія». Запоріжжя : ЗНУ, 2020. 47 с.

В методичних вказівках наведено програму вивчення дисципліни «Теорія обробки металів тиском» для студентів напряму підготовки «Металургія». Подано загальні вказівки щодо підготовки до вивчення теоретичного матеріалу та практичних занять, містяться методичні рекомендації до самостійної роботи студентів. Подано тематику лекційного матеріалу, завдання до виконання контрольних робіт, контрольні запитання до заліку та самоперевірки.

Для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності 136 «Металургія» освітньо-професійної програми «Металургія».

Рецензент

*Р. М. Воляр*, кандидат технічних наук, доцент кафедри металургії.

Відповідальний за випуск

*О. В. Явтушенко*, доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри обробки металів тиском.

## ЗМІСТ

<b>Вступ</b> .....	4
<b>Розділ 1. Фізичні основи пластичної деформації</b> .....	5
1.1 Методичні вказівки до самостійної роботи .....	5
1.2 Практичні задачі до самостійної роботи .....	16
1.3 Контрольні питання до самостійної перевірки .....	17
<b>Розділ 2. Умови пластичності</b> .....	19
2.1 Методичні вказівки до самостійної роботи .....	19
2.2 Практичні задачі до самостійної роботи .....	26
2.3 Контрольні питання до самостійної перевірки .....	28
<b>Варіанти та завдання до контрольної роботи</b> .....	30
<b>Приклад рішення практичної задачі</b> .....	40
<b>Список рекомендованої літератури</b> .....	46

## ВСТУП

«Теорія обробки металів тиском» – прикладна інженерна дисципліна, яка вивчає загальні основи теорії процесів обробки металів тиском.

**Метою** викладання дисципліни «Теорія обробки металів тиском» є навчити студентів загальних закономірностей обробки металів тиском (ОМТ), особливостей поведінки металів та сплавів у різних термічних, механічних та фізико-хімічних умовах обробки тиском.

**Завданням** дисципліни є: оволодіння студентами знаннями з теорії термічних та механічних умов пластичної деформації, визначення умов при яких забезпечується найбільше формозмінення металу, розробка оптимальних технологічних режимів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- механізми пластичної деформації металів та сплавів;
- характеристики напружено-деформованого стану тіла;
- причини виникнення та способи дослідження нерівномірності деформації;
- вплив різних факторів на пластичність та опір деформації металу.

**вміти:**

- розраховувати опір деформації даного металу або сплаву для різних умов деформації;
- визначати пластичність металу та оцінювати нерівномірність деформації відповідно до конкретного процесу обробки тиском;
- розраховувати напруження, деформації, силу та роботу, яка необхідна для здійснення пластичної деформації.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких **компетентностей**:

К 16. Здатність застосовувати системний підхід до вирішення проблем металургії;

К 17. Здатність вирішувати типові інженерні завдання відповідно до спеціалізації.

### **Міждисциплінарні зв'язки.**

Навчальна дисципліна «Теорія обробки металів тиском» продовжує професійну і практичну підготовку студента і базується на знаннях, отриманих при вивченні дисциплін «Обробка металів тиском», «Матеріалознавство».

Вивчення дисципліни «Теорія обробки металів тиском» розширює можливості студентів при виконанні кваліфікаційної роботи бакалавра. Отримані знання можуть бути корисними для подальшого навчання за дисциплінами «Теорія прокатки», «Прокатка сортового металу», «Обладнання прокатних цехів».

## Розділ 1

# ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ПЛАСТИЧНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

### 1.1 Методичні вказівки до самостійної роботи

#### *Тема 1. Основи пластичної деформації*

##### Зміст розділу

Типи атомних решіток у металів. Індеси кристалографічних площин і напрямків. Анізотропія властивостей металів. Закономірності деформації монокристалу. Механізми пластичної деформації. Ковзання та двійникування. Дислокації. Вектор Бюргерса. Деформація полікристалу.

#### *Тема 2. Наклеп і рекристалізація*

##### Зміст розділу

Процес зміцнення металу. Наклеп. Процеси повернення. Рекристалізація. Формула А.А. Бочвара. Збиральна рекристалізація. Зміна механічних властивостей при деформації і рекристалізації. Діаграма рекристалізації. Опір деформації і пластичність.

#### *Тема 3. Види деформації при обробці металів тиском*

##### Зміст розділу

Класифікація процесів деформації за С.І. Губкіним. Холодна деформація. Гаряча деформація Особливості різних видів деформації. Переваги і недоліки різних процесів деформації. Зерно металів. Залежність розмірів зерна від параметрів деформації.

#### *Тема 4. Напружений стан при обробці металів тиском*

##### Зміст розділу

Поняття напруження. Напруження на довільних площадках. Компоненти тензора напруження. Головні напруження. Інваріанти тензора напруження. Схеми напруженого стану. Головні дотичні напруження. Октаедричні напруження. Інтенсивність напруження. Диференціальні рівняння рівноваги. Круг Мора.

#### *Тема 5. Деформований стан при обробці металів тиском*

##### Зміст розділу

Поняття деформації. Компоненти переміщення при деформації тіла. Компоненти деформації. Тензор деформації. Головні деформації. Схеми деформованого стану. Інваріанти тензора деформації. Деформації на октаедричних площадках. Інтенсивність деформації. Швидкість деформації. Закон сталості об'єму при пластичній деформації.

## *Тема 6. Співвідношення між напруженнями і деформаціями.*

### *Зміст розділу*

Закон Гука. Модуль пружності. Модуль зсуву. Коефіцієнт Пуасона. Гідростатичне напруження. Девіатор напруження і деформації. Рівняння рівноваги.

### *Методичні рекомендації*

Уточнити фізичний зміст механічних властивостей металів і сплавів - міцності, пластичності, в'язкості - і показників, що дозволяють кількісно оцінити ці властивості. Розглянути діаграми розтягування металів, відзначити відмінність діаграм умовних напружень (розрахованих без урахування зміни поперечного перерізу зразка) та істинних напружень (розрахованих з урахуванням фактичної площі поперечного перерізу зразка). Вміти розрізняти характерні точки (показники міцності) на кривій справжніх і умовних напружень.

Для теорії обробки металів тиском найважливішим показником міцності є границя текучесті – нормальна напруга, при якому починається пластична деформація металу в заданих температурно-швидкісних умовах деформації при лінійному напруженому стані, або пропорційна йому величина опору пластичного зсуву (дотичного напруження, при якому починається пластична деформація). Ці показники визначають (спільно зі схемою напруженого стану) силові умови процесів ОМТ.

Пластичність металу (сплаву) – здатність деформуватися пластично без появи макроруйнування. При заданій структурі сплаву та певній температурі обробки його пластичність залежить у вирішальній мірі від схеми напруженого стану – вона мінімальна при всебічному розтягуванні і максимальна при всебічному стиску, причому, чим вище середнє (гідростатичний) напруга стиснення, тим вище пластичність даного матеріалу. Наявність різнойменної схеми напруженого стану помітно знижує пластичність. Пластичність визначає гранично допустиму величину, як одиничних деформацій, так і сумарної деформації за весь цикл обробки тиском (до термічної обробки при холодній деформації або до останньої операції обробки тиском при гарячій). Кількісно пластичність оцінюють границею пластичності – величиною максимальної деформації, при якій починається макроруйнування металу в умовах тієї чи іншої схеми напруженого стану. При лінійному розтягуванні границею пластичності є показники відносного подовження або звуження шийки, що визначаються як деформація, при якій відбувається руйнування зразка; необхідно вивчити способи визначення границі пластичності для різних процесів ОМТ, а також використання різних технологічних проб (роздача, згинання, згинання з перегином і т. д.) для непрямої оцінки пластичних властивостей металу.

Дайте визначення явища надпластичності деяких матеріалів. Вивчіть умови, при дотриманні яких це явище спостерігається, і можливості його використання при ОМТ.

В'язкість металу (здатність необоротно сприймати потенційну енергію) кількісно оцінюють показники ударної в'язкості, величина якої тим вище, чим вище і міцність, і пластичність випробуваного металу. Ударна в'язкість досить об'єктивно характеризує експлуатаційні властивості сплавів, особливо, стійкість проти руйнувань при динамічних навантаженнях. Необхідно звернути увагу на те, що всі показники механічних властивостей змінюються в процесі пластичної деформації (як в момент самої обробки, так і для обробленого металу).

Розглянути механізм пластичної деформації монокристала, особливо механізм ковзання, здійснюваний шляхом пробігу дислокації. Зрушення атомів (пробіг дислокації) здійснюється в першу чергу по напрямках найкоротшої відстані, на яку має пройти атом, переходячи з одного рівноважного положення в інше. У зв'язку з цим ковзання протікає по певних кристалографічних площинах і напрямках, сукупність яких утворює систему ковзання. Звернути увагу на те, що зміщення дислокації на одне міжатомна відстань вимагає напруги значно меншого теоретичної міцності металу, що визначається на підставі умови одночасного зсуву всіх атомів по площині ковзання. Вихід кожної дислокації на поверхню кристала являє собою одиничний акт деформації. Велика пластична деформація здійснюється за рахунок пробігу більшого числа дислокацій.

При вивченні механізму пластичної деформації полікристала звернути увагу на взаємодію кордонів зерен з дислокаціями і вплив різного орієнтування кристалічних площин в різних зернах на неодноразність початку пластичної деформації в окремих зернах.

Зміни структури металу і його фізико-механічних властивостей, що відбуваються в результаті пластичної деформації, називаються наклепом (зміцненням). Наклеп характеризується збільшенням міцності і зниженням пластичних властивостей. Одночасно відбувається зміна форми зерен (волокнистість структури), збільшується число зерен, що мають однакове або близьке розташування кристалічної решітки (текстура деформації, що викликає анізотропію фізико-механічних властивостей), зростають електроопір і схильність до корозії. Практично всі явища пояснюються взаємодією дислокацій один з одним, з межами зерен і іншими перешкодами в кристалічній решітці (атомами легуючих елементів, домішками та ін.).

Криві залежності границі текучості металу (сплаву) від величини холодної деформації називають кривими зміцнення. Така експериментально отримана крива (на основі розривних випробувань зразків, попередньо продеформірованих на різну ступінь деформації) для кожного металу і сплаву апроксимується емпіричними виразами для спрощення розрахунків. Між параметрами кривої наклепу і відносним подовженням або звуженням шийки і границею міцності даного сплаву є певні співвідношення, які треба проаналізувати.

Для забезпечення необхідних експлуатаційних властивостей наклепаного металу піддають термічній обробці. При цьому зростає пластичність і знижується міцність металу завдяки перебудові кристалічної решітки зерен

(рекристалізації). Те, що відбувається зміна розміру зерен в залежності від ступеня деформації, отриманої металом перед відпалом, характеризується діаграмами рекристалізації I роду.

Нагрівання металу приводить до підвищення пластичних властивостей і зниження міцності, тим більш інтенсивному, чим ближче температура нагріву до температури плавлення даного сплаву. Однак залежно механічних властивостей від температури обробки не мають монотонного характеру для випадків, коли структура металу зазнає фазові перетворення. Необхідно уважно проаналізувати зазначені залежності для різних чорних і кольорових металів.

Висока пластичність і низькі значення границі текучості металів і сплавів дозволяють підвищити продуктивність агрегатів за рахунок підвищених деформацій при не дуже високих зусиллях, що діють на інструмент. Завдяки цьому гаряча деформація – основний вид деформації при обробці металів тиском. Вироби, отримані при гарячій обробці, можуть експлуатуватися без додаткової термообробки. Обробка без підігріву застосовується в тому випадку, коли потрібно забезпечити високу точність та якість поверхні виробів, необхідний ступінь зміцнення (в цьому випадку вироби використовуються без термообробки), а також в тих процесах, де через швидке охолодження неможливо підтримати температуру гарячої обробки.

Механічні властивості виробів, одержуваних гарячою обробкою, залежать від їх структури і перш за все від величини зерна, яка визначається в основному ступенем деформації та температурою останнього проходу. Тому діаграми рекристалізації II роду, що характеризують величину зерна в залежності від зазначених факторів, мають об'ємний характер. Саме діаграмами II роду визначаються параметри контрольованої обробки тиском. Необхідно проаналізувати та пояснити відмінність у вигляді діаграм II роду для сплавів, що зазнають фазові перетворення в інтервалі гарячої обробки, і сплавів, які не мають фазових перетворень.

Всі процеси ОМТ з точки зору впливу температури обробки підрозділяються на чотири види – гарячі (зміцнення металу супроводжується повною рекристалізацією), неповністю гарячі (частина зерен рекристалізується, частина залишається в зміцненому стані), холодні (з зміцненням структури металу) і неповністю холодні (міцність металу трохи нижче, а пластичність вище в порівнянні з холодною деформацією за рахунок явища повернення). Необхідно врахувати, що повна рекристалізація зазвичай відстає від зміцнення і тим більше, чим вище швидкість деформації, і може протікати в металі і після закінчення пластичної деформації, поки температура виробу буде вище температури рекристалізації. Необхідно оцінити переваги і недоліки кожного названого процесу обробки. Температура рекристалізації, яка визначає нижню межу гарячої деформації, тим нижче, чим нижче температура плавлення сплаву. Для того, щоб оцінювати режими деформації для сплавів з різною температурою плавлення, замість абсолютної температури її висловлюють в частках від температури плавлення (так звані гомологічні або подібні температури). Границя текучості металу постійно змінюється завдяки процесам зміцнення та рекристалізації, тому в теорії ОМТ часто використовують термін



«напруження течії» (опір деформації), маючи на увазі при цьому напруження, при якому відбувається пластична деформація сплаву в умовах лінійного напруженого стану при даній температурі та швидкості деформації та певної, яка відбулася перед даного моменту, ступеня деформації. Вплив всіх зазначених факторів на зміну опору деформації (напруження течії) враховується в рівнянні Надаї.

Для конкретних металів та сплавів залежність опору деформації (напруження течії) від температури, ступеня та швидкості деформації визначається шляхом експериментальних досліджень. Необхідно оцінити фізичну природу впливу зазначених факторів на опір деформації (напруження течії), враховуючи, що при гарячій обробці найбільший вплив робить температура та швидкість деформації, а при холодній – ступінь деформації.

При вивченні цього розділу необхідно усвідомити основні закономірності та особливості протікання процесів ОМТ. Один з основних законів, підтверджених експериментально, – сталість об'єму оброблюваного металу до і після пластичної деформації. Однак цей закон дотримується лише в тому випадку, якщо деформується тіло не має будь-яких пустот до деформації або якщо вони не виникають при деформації.

Частинки металу при пластичній деформації рухаються тільки по таким траєкторіях, які забезпечують мінімальну роботу деформації. Це – фундаментальна умова здійснення всіх процесів ОМТ, що підтверджується у всіх експериментах. Відповідно до принципу мінімальної роботи всі крапки, що лежать на контактній поверхні, рухаються уздовж контакту по найкоротшому напрямку (по нормалі) до вільної поверхні (закон найменшого опору). Точки, рівновіддалені від вільної поверхні, служать лініями розділу течії. Так, при осіданні за різними напрямками рухається різну кількість точок (крім випадку осадки циліндра), в результаті чого контактна поверхня змінює свою форму і приймає (або прагне прийняти) форму кола – фігури з мінімальним периметром серед інших рівновеликих фігур. Зміна форми контактної поверхні, викликане впливом сил тертя на контакті, називають законом мінімального периметра. При відсутності тертя має місце радіальне протягом точок, і контактна поверхня рівномірно збільшується в усіх напрямках, залишаючись подібною своєї вихідної форми, так як відсутній опір течією на контакті. В цьому випадку всі елементи тіла отримують абсолютно однакову деформацію (рівномірна або однорідна деформація). Рівномірна деформація можлива тільки при лінійної схемою напруженого стану.

У реальних процесах ОМТ завжди має місце нерівномірна деформація, при якій деформація одних елементів відрізняється від деформації інших, причому різниця може бути досить значним. Так, при осідці в плоских паралельних бойках робота сил тертя ковзання для точок контакту, найбільш віддалених від вільної поверхні, часто виявляється більше роботи, необхідної для змішування внутрішніх точок, розташованих посередині висоти зразка. Тоді відповідно до принципу мінімальної роботи деякі точки контактної поверхні (і прилеглі до них об'єми металу) не отримують пластичного змішування,

а внутрішні частки інтенсивно витісняються до вільної поверхні. В результаті бічні поверхні зразка витріщає (набувають «бочкоподібність»).

Ділянка контакту, на якому відсутня течія, називається зоною прилипання. У цій зоні діють сили тертя спокою. На решті частини контакту діють сили тертя ковзання. Протяжність зон ковзання і прилипання постійно змінюється в процесі осадки через зміну розмірів зразка і завжди визначається мінімумом роботи деформації.

Прилеглі до зони прилипання об'єми металу, де точки відчувають мінімальну пластичну або тільки пружну деформацію, називають зоною ускладненої деформації. У центрі зразка розташовується область максимальної деформації, величина деформації у бічних областей має проміжне значення.

Крім тертя на нерівномірність деформації великий вплив робить форма інструменту та заготовки (якщо поверхні інструменту і заготовки не паралельні, то при цьому обтиснення нерівномірно розподілене по перетину металу). Третім фактором, що обумовлює нерівномірність деформації, є неоднорідність механічних властивостей за об'ємом заготівлі, викликана, наприклад, відмінністю механічних властивостей структурних складових, перепадом температур, ліквідацією хімічних елементів. Неоднорідність властивостей особливо велика при обробці композиційних матеріалів.

Нерівномірність деформації призводить до появи напружень, які називаються додатковими (на відміну від основних напружень, що виникають від дії зовнішніх сил). Так, якщо центральна частина перетину піддається більш інтенсивному обтисненню і прагне отримати витяжку більше середньої, а бічні, менш обтискуються частини прагнуть отримати витяжку менше середньої для всього перерізу, то внаслідок вирівнювання витяжок завдяки сплошності тіла, в центральній частині виникають додаткові стискають напруги, що зменшують її витяжку, а в бічних областях – додаткові напруження розтягу, що збільшують їх витяжку до середньої. Слід уважно розглянути різні випадки виникнення нерівномірності деформації та визначити знаки додаткових напружень в різних обтиснених ділянках металу. Необхідно враховувати, що додаткові напруження, що виникають в даному перетині, завжди мають різний знак, причому напруження різних знаків завжди взаємно врівноважуються. Додаткові напруження, складаючись з основними, дають робочі напруження. Якщо величина додаткових напружень більше основних і протилежних їм за знаком, то на цій ділянці змінюється схема напруженого стану.

Напруження, що збереглися в металі після обробки, називаються залишковими.

При вивченні літератури з обробки металів тиском важливо розуміти точний зміст та фізичний зміст основних використовуваних термінів і понять. Об'єм металу, що знаходиться в стані пластичної течії, називають осередком деформації. Осередок деформації зазвичай має складну форму, обумовлену взаємодією деформуємої області з недеформуємою в даний момент частинами оброблюваного металу (зовнішніми зонами). Ця взаємодія призводить до появи пластичної деформації на ділянках, прилеглих до контакту між металом та інструментом (позаосередкова деформація). Для спрощення

часто замість фактичного осередку деформації розглядають спрощену модель – геометричний осередок деформації, має більш прості обриси. Геометричний осередок деформації зазвичай розглядають в будь-якому перетині деформованого металу (як правило, має мінімальну протяжності) і обмежують його контактними поверхнями інструменту та площинами, проведеними в умовних точках (лініях) кордону контакту, без урахування позаосередкової деформації.

Для можливості зіставлення між собою однакових процесів ОМТ, що мають різні за розмірами осередок деформації, в теорії ОМТ широко використовують безрозмірний показник – фактор форми – відношення мінімальної довжини контакту до середньої висоті осередку деформації. Останню зазвичай розраховують як полусумму товщини штаби на вході і виході з осередку деформації.

Розгляньте розподіл деформацій, швидкостей течії по осередку деформації для таких процесів, як осадка, волочіння, пресування, прокатка. Якщо фактор форми протягом процесу залишається постійним, то і розподіл деформацій і зсувів по осередку деформації залишається постійним. Такі процеси називають стаціонарними. Якщо ж фактор форми змінюється в процесі деформації, то постійно змінюється і розподіл і величина деформацій, змішень і напружень в осередку деформації. Такі процеси називають нестаціонарними.

Для засвоєння аналітичних методів визначення геометричних параметрів осередку деформації і коефіцієнту тертя нижче приведені практичні задачі, в яких використані формули з таблиці 1.1 і 1.2.

Таблиця 1.1 – Геометричні співвідношення елементів осередку деформації

Елементи осередку деформації	Формула для розрахунку	Позначення і примітки
Довжина дуги захоплення	$l_d = R_k \alpha_{\text{рад}}$ $l_d = 3,14 D_k \frac{\alpha^0}{360}$	$l_d$ - довжина дуги захоплення; $\alpha_{\text{рад}}$ - кут захоплення; $D_k$ - катаючий діаметр валку
Довжина хорди дуги захоплення	$L_{\text{хорд}} = \sqrt{R_{\epsilon} \Delta h}$	$\Delta h = h_0 - h_1$ - абсолютне обтиснення; $R_k = \frac{D_k}{2}$ - катаючий радіус валку
Довжина проекції дуги захоплення	$l_x = \sqrt{R_{\epsilon} \Delta h} - \frac{\Delta h^2}{4}$	Для простого процесу прокатування
Те ж, з урахуванням пружного стиснення	$l_x = x_2 + \sqrt{R_{\epsilon} \Delta h} + x_2^2$ $x_2 = \frac{d_{\epsilon} 8(1 - \nu^2)}{\pi E} R_p$	$\nu$ - коефіцієнт Пуансона матеріалу валків; $E$ - модуль пружності;

	Для сталевих валків при $E = 22,0 \cdot 10^4 \text{ МН/м}^2$ ( $2,2 \cdot 10^4 \text{ кГ/мм}^2$ ) і $\nu = 0,3$ $x_2 \sim \frac{R_p}{9500} \text{ мм}$	
Те ж, для випадку прокатування у валках різних діаметрів	$l_x = \sqrt{\frac{DD'}{D+D'} \Delta h} = \sqrt{R_{cp} \Delta h}$ де $R_{cp} = \sqrt{\frac{DD'}{D+D'}}$	D, D' - діаметри більшого і меншого валків
Кут захоплення, град.	$\alpha = \arccos \left( 1 - \frac{\Delta h}{D_\epsilon} \right);$ $\alpha \sim 57,3 \frac{\Delta h}{R_\epsilon}$	
Критичний кут, град.	$\gamma = \frac{\alpha (1 - \alpha)}{2 \cdot 2\beta}$	
Те ж, рад.	$\gamma = \frac{1,75 \cdot 10^{-2}}{2} \alpha \left( 1 - \frac{\alpha}{2\beta} \right)$	
Максимально t допустиме лінійне обтиснення	Для обтискних, сортових станів і стану кварто: $\Delta h_{max} = D_k \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+f^2}} \right)$ Для стану тріо Лаута: $\Delta h_{max} = \frac{D'}{D} (D + D') \sin^2 \left( \frac{21 - 2\nu}{1 + D'/D} \right)$	$\frac{\Delta h_{max}}{D} = f \left( \frac{D'}{D} \right)$ для окружних швидкостей валів: 1,5-2,0; 0-2,5-3-3,5 м/сек; $\Delta h_{max}$ визначають по $D_k$ номограмі.
Проекція площі контакту на горизонтальну площину	$\Pi_x = b_{cp} l_x = \frac{b_0 + b_1}{2} \cdot \sqrt{R_k \Delta h}$	$l_x$ -див. формулу; $b_0, b_1$ - ширина штаби до і після прокатування; $b_{cp}$ - середня ширина штаби у осередку деформації; $R_k$ - катаючий радіус.
Те ж, для валів з різними катаючими діаметрами	$\Pi_x = \frac{b_0 + b_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Delta h}$	$\Delta h R_1$ і $R_2$ - радіуси валків ( $R_2 < R_1$ )
Те ж, при холодній прокатці	$\Pi_x = \frac{b_0 + b_1}{2} \cdot \left( x_2 + \sqrt{R \Delta h + x_2^2} \right)$	
Те ж	Для квадрату, що прокатують з овалу: $\Pi_x = 0,75 b_1 \sqrt{R \Delta h}$	$b_0, b_1$ - максимальні значення ширини профілю до і після прокатки

	<p>Для овалу, що прокатують з квадрата:</p> $P_x = 0,54(b_0 + b_1) \sqrt{R\Delta h}$ <p>Для ромба або квадрата, прокатаного з ромба:</p> $P_x = 0,67b_1 \sqrt{R\Delta h}$	
Абсолютне обтиснення при рівномірній деформації	$\Delta h = h_0 - h_1$	$h_0, h_1$ – початкова і кінцева товщина після прокатки
Те ж, при нерівномірній деформації	$\Delta h_{cp} = \frac{F_0}{b_0} - \frac{F_1}{b_1}$	$F_0, F_1$ – початкова і кінцева площа; $b_0, b_1$ – ширина штаби до і після прокатки
	<p>Для ромба:</p> $\Delta h_{cp} = 0,5 + 0,6(h_0 - h_1)$ <p>Для плоского овалу:</p> $\Delta h_{cp} = h_1 - 0,7h_1$ <p>Для круглого овалу:</p> $\Delta h_{cp} = h_0 - 0,85h_1$ <p>Для квадрата, прокатаного з овалу:</p> $\Delta h_{cp} = (0,65+0,7)h_0 - (0,55+0,6)h_1$ <p>Для круга:</p> $\Delta h_{cp} = 0,85h_0 - 0,79 h_1$	

Таблиця 1.2 – Формули для визначення зовнішнього тертя при прокатці

Назва формули	Формули	Позначення та примітки
Формула Екелунда	Гаряча прокатка $f = m_1 (1,05 - 0,0005t)$	Використовується при розрахунку низьковуглецевої сталі при окружній швидкості $v = 0,2 - 0,3$ м/с. Для сталевих валків $m_1 = 1$ , а для відбілених валків $m_1 = 0,8$ .
Те ж	$f = m_1 m_2 m_3 (1,05 - 0,0005t)$	Значення $m_1$ – коефіцієнт враховує матеріал валків (див. табл. 1.3), $m_2$ – коефіцієнт враховує швидкість прокатки, $m_3$ – коефіцієнт враховує матеріал штаби (табл. 1.5.)

Формули Ш. Гелеї	При прокатці в сталєних валках $f = 1,05 - 0,0005t - 0,056v$ При прокатці в чавунних валках $f = 0,92 - 0,0005t - 0,056v$	Дійсні при окружній швидкості валків $v < 5$ м/с. Та температурі прокатки $t > 700$ °С.
Формула О.П. Грудєва	Холодне прокатування $f_x = k_1 \left[ 0,07 - \frac{0,1 \cdot v_a^2}{2(1 + v_a) + 3v_a^2} \right]$	$v_v$ – окружна швидкість валків; $k_m$ – коефіцієнт, який враховує вплив змащування (див. табл. 1.6)
Коефіцієнт тертя	$f = \operatorname{tg}\beta,$	де $\beta$ – кут тертя
Формула О.П.Чекмарьова і В.О. Ніколаєва	$f_v = f_n \cdot k_t \cdot k_{ш} \cdot k_v \cdot k_{п} \cdot k_c$	де $f_n$ - коефіцієнт тертя процесу прокатки, який встановився при $k_t = k_v = k_c = k_{п} = 1$ в функції кута захоплення $\alpha$ і параметра $l/h_{cp}$ . $\frac{1}{h_{cp}} = \frac{\sqrt{R\Delta h}}{\sqrt{Nh}}$ ; $\alpha = \frac{1}{R} = \frac{\sqrt{R\Delta h}}{R}$ Коефіцієнт, який враховує $k_t$ – температуру металу; $k_{ш}$ – твердість поверхні валку по Шору; $k_c$ – вміст вуглецю; $k_v$ – окружна швидкість валків; $k_{п}$ – стан поверхні валків.

Таблиця 1.3 – Значення коефіцієнта  $m_l$  в рівнянні С. Екелунда залежно від матеріалу валків та їх стану

Матеріалу валків та їх стан	$m_l$
Нові сталеві	1,1
Сталеві з сіткою розпалу	1,1 – 1,2
Нові чавунні напівтверді	0,8 – 0,9
Чавунні з сіткою розпалу	1,0 – 1,1
Чавунні сортові, з відбіленою поверхнею	0,8
Чавунні листові шліфовані	0,65 – 0,75

Таблиця 1.4 – Значення коефіцієнта  $k_n$ , що враховують стан поверхні валків

Стан поверхні валків	$k_n$
Валки грубошліфовані	1,0
Валки грубо оброблені з налиплим металом	1,3
Валки з насічкою або накатуванням	1,5

Таблиця 1.5 – Значення коефіцієнта  $m_3$  в рівнянні С. Екелунда

Сталь	Марка	$m_3$
Вуглецеві	Ст.1	1,00
Ледебуритні	P18,X12	1,10
Перлітно-мартенситні	ШХ15	1,30
Аустенітні	X13H4Г9	1,40
Аустенітні з включеннями фериту або ледеburиту	X18H10T	1,44
Феритні	X17Ю5	1,55
Аустенітні з включеннями карбідів	X15H60	1,62

Таблиця 1.6 – Вплив змащування на коефіцієнт тертя

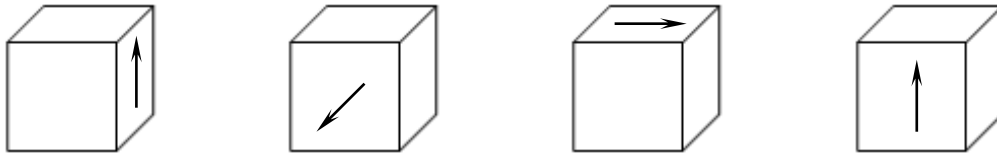
Вид змазки	Середня величина коефіцієнта тертя $f$	$k_m$
Сухі валки (чисті)	0,086	1,55
Машинне масло	0,075	1,35
Веретенне масло	0,070	1,25
Вода	0,058	1,0
Емульсія (10%-на)	0,056	1,0
Керосин	0,053	1,0
Бавовняне масло	0,057	0,9
Касторове	0,050	0,9
Пальмове	0,048	0,9

Таблиця 1.7 – Вплив змащування і швидкості прокатки на коефіцієнт тертя при холодній прокатці

Мастило	Швидкість прокатки, м/с			
	< 3	< 10	< 20	> 20
Емульсія	0,14	0,12 - 0,10	–	–
Мінеральна олія	0,12 - 0,10	0,10 - 0,09	0,08	0,06
Пальмова олія	0,08	0,06	0,05	0,03

## 1.2 Практичні задачі до самостійної роботи

*Задача № 1.* Проставити позначення напружень, зазначених на рисунках.



*Задача № 2.* За заданим значенням головних напружень скласти тензор. Пояснити, як обраний індекс кожного з напружень. Значення напружень:  $-60$ ;  $-100$ ;  $40$ .

*Задача № 3.* Розрахувати перший інваріант напруженого стану за даними, наведеними в завданні 2. Знайти середнє гідростатичний тиск.

*Задача № 4.* Розрахувати другий інваріант напруженого стану за даними, наведеними в завданні 2.

*Задача № 5.* Розрахувати третій інваріант напруженого стану за даними, наведеними в завданні 2.

*Задача № 6.* Розрахувати інтенсивність напружень і інтенсивність дотичних напружень за даними, наведеними в завданні 2.

*Задача № 7.* Розрахувати напруження на похилій площадці, якщо напружений стан задано (див. Задачу 2), а напрямляються косинуси наведені:  $a_1 = 0,5$ ;  $a_2 = 0,2$ .

*Задача № 8.* Розрахувати напруження на октаедричних площадках, якщо напружений стан задано (див. Задачу 2).

*Задача № 9.* Визначити головні дотичні напруження і зобразити графічно діючі дотичні напруження, якщо головні напруження задані (див. Задача 2).

*Задача № 10.* Розрахувати девіатор напружень і кульовий тензор, якщо задані головні напруження (див. Задачу 2).

*Задача № 11.* Визначити абсолютну висотну, поздовжню і поперечну деформацію куба розмірами  $10 \times 10 \times 10$  мм, який перетворився на процесі деформації в паралелепіпед з розмірами  $h_1 = 5$  мм,  $b_1 = 12$  мм,  $l_1 = 16,7$  мм. Визначити відносну умовну і справжню деформацію в трьох осях.

*Задача № 12.* Розрахувати показники абсолютної, відносної умовної і істинної деформації в трьох осях для циліндра з початковою висотою  $h_0 = 20$  мм і діаметром  $d_0 = 20$  мм, якщо кінцеві розміри складають  $h_1 = 10$  мм,  $d_1 = 28,2$  мм.

*Задача № 13.* Розрахувати подовжню і поперечну деформації при осіданні круглого зразка на гладких полірованих бойках, якщо висотна деформація  $\theta_z = 0,5$ . Визначити кінцеві розміри тіла, якщо вихідна висота  $10$  мм, а діаметр  $30$  мм.

*Задача № 14.* Розрахувати деформації при волочіння круглого прутка початковим діаметром  $10$  мм, якщо кінцевий діаметр  $8$  мм.



*Задача № 15.* Розрахувати подовжню деформації при прокатці, якщо початкова і кінцева товщина штаби задані, а ширина в процесі прокатки залишається незмінною. Товщина штаби: початкова 10 мм, кінцева 6 мм.

*Задача № 16.* Розрахувати середню деформацію, інтенсивність деформації та інтенсивність деформації зсуву, якщо задані компоненти деформації (див. Завдачу 11, прийняти, що розраховані деформації є головними).

*Задача № 17.* Скласти тензор деформації за даними завдання 15.

*Задача № 18.* Розглянути механічні схеми деформації для наступних процесів: а) чисте розтягнення; б) розтягнення з шийкою; в) осадка без тертя; г) осадка з тертям; д) волочіння; е) пресування; ж) прокатка; з) прокатка широкої штаби (без розширення); і) осадки круглого злитка (з тертям і без).

### **1.3 Контрольні питання до самостійної перевірки**

1. Перерахуйте показники міцності металів.
2. Перерахуйте показники пластичних властивостей металів.
3. Який показник характеризує в'язкість металу, яка його розмірність?
4. Яким чином визначаються ці показники?
5. Які чинники впливають на пластичні властивості металу?
6. Як визначити границю текучості при прокатці, листовому штампуванні, вільному куванні?
7. Які показники пластичності використовуються в державних стандартах і чому?
8. У чому відмінність пластичної деформації монокристалів з різною кристалографічною решіткою?
9. Як міцність металів залежить від щільності дислокацій?
10. Сукупність яких явищ називають наклепом?
11. Що таке крива зміцнення і як її можна отримати для нового сплаву? В яких координатах будують криві зміцнення?
12. Який вид мають формули, що використовуються для апроксимації кривих зміцнення?
13. Як змінюється міцність і пластичність наклепаного металу при нагріванні?
14. Що називається рекристалізацією, поверненням (або відпочинком)?
15. Яка деформація називається критичною?
16. Як забезпечити велике, середнє або дрібне зерно у металу, підданого холодної деформації?
17. Яка деформація називається гарячої? Чи можлива в принципі гаряча деформація при кімнатній температурі?
18. Чи можна використовувати на практиці неповну холодну обробку? Чи використовується на практиці неповну гарячу обробку?
19. У чому фізичний зміст напруження течії (опору деформації)? Чи є принципова різниця між цією величиною і границею текучесті?

20. Які фактори чинять найбільш істотний вплив на величину опору деформації (напруження течії) даного сплаву при гарячої і холодної деформації?
21. Наведіть математичний опис закону сталості об'єму.
22. Наведіть приклад відхилення від закону сталості об'єму.
23. Чи зміниться об'єм металу при зміцненні?
24. Яка область називається зоною прилипання? Постійна чи протяжність цієї зони в процесі деформації?
25. Чим викликана поява зони прилипання?
26. Який закон обумовлює появу зони прилипання?
27. Розгляньте лінії розділу течії при осадці зразків, що мають контактну поверхню в формі прямокутника, трикутника, трапеції, квадрата. Чи залишаються постійними лінії розділу течії в процесі осадки?
28. Яке явище протягом контакту спостерігається при осадці циліндра з тертям і без тертя? За якими траєкторіям будуть зміщуватися точки кубика, що осаджується, без тертя?
29. Які причини викликають нерівномірність деформації? Розгляньте нерівномірність деформації при осадці циліндра, якщо його вісь перпендикулярна або паралельна плоским паралельним бойків.
30. Які за знаком додаткові напруження виникають при цьому і вздовж якої осі вони діють?
31. Як розрахувати фактор форми для різних процесів ОМТ?
32. Як впливають зовнішні зони на процес деформації?
33. Як впливає позаосередкова деформація на протяжність контакту?
34. Визначте геометричний осередок деформації для основних процесів ОМТ.
35. Назвіть стаціонарні та нестаціонарні процеси ОМТ.

**Література до розділу 1: [1, 2, 6, 9]**

## Розділ 2

### УМОВИ ПЛАСТИЧНОСТІ

#### 2.1 Методичні вказівки до самостійної роботи

##### *Тема 7. Рівняння пластичності*

Зміст розділу

Діаграма розтягування циліндричного зразка. Границя текучості металу. Умови пластичності. Рівняння Мізеса. Рівняння Треска-Сен-Венана. Рівняння Губера. Порівняння критеріїв пластичності.

##### *Тема 8. Умови сталості максимальних дотичних напружень*

Зміст розділу

Опір пластичної деформації. Дотичні напруження. Дотичні напруження при лінійному напруженому стані. Максимальні дотичні напруження. Теорія пластичності Сен-Венана.

##### *Тема 9. Окремі вирази умови пластичності*

Зміст розділу

Аналіз рівняння пластичності. Середнє головне напруження. Максимальні показники середнього напруження. Рівняння пластичності при 
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} .$$

##### *Тема 10. Пластичні властивості металу і зусилля при деформації*

Зміст розділу

Пластичні властивості металу. Випробування на пластичність. Показники пластичності. Вплив хімічного складу металу на пластичність. Вплив температури і швидкості деформації на пластичність. Зусилля при деформації.

##### *Тема 11. Зовнішнє тертя*

Зміст розділу

Поняття тертя. Види тертя. Закон Амонтона-Кулона. Коефіцієнт тертя. Кут тертя. Залежність тертя від параметрів деформації. Вплив тертя на величину напруження і деформації. Умови нерівномірності деформації.

##### *Тема 12. Тиск оброблюваного металу на інструмент і робота деформації*

Зміст розділу

Середній контактний тиск. Сила деформації. Розрахунок робочих напруг спільними рішенням рівнянь рівноваги і рівнянь пластичності. Метод ліній ковзання. Сітка ліній ковзання та траєкторії головних нормальних напружень. Питома робота деформації.

При вивченні цього розділу необхідно зрозуміти, що сили тертя впливають практично на всі параметри процесів ОМТ і перш за все на енергосилові параметри, характер перебігу металу, знос інструменту. Необхідно зрозуміти також активну роль сил тертя в здійсненні найбільш поширеного процесу ОМТ – прокатки. Звернути увагу на відмінність тертя при пластичної деформації від машинного тертя і перш за все на можливість одночасної появи на контактних поверхнях областей, на яких діють сили тертя спокою, і областей, на які діють сили тертя ковзання.

Величина нормального напруження визначається двома факторами – величина питомої сили (напруження) тертя і площею поперечного перерізу, на яке поширюється дія сили тертя. Так як ця площа тим менше, чим менше товщина штаби, то вплив сил тертя на енергосилові параметри тим більше, чим тонше оброблюваний метал. Навпаки, при великій товщині оброблюваного металу напруги тертя майже не впливають на силові умови процесу.

Величина питомої сили (напруження) тертя залежить перш за все від виду тертя. Тертя спокою (якщо воно має місце на контакт) змінюється від нуля (в точці, де відсутнє прагнення до відносного зміщення) до значення сили тертя ковзання. Величина останньої залежить від механізму тертя на контакт. При сухому терті, коли в контакт знаходяться чисті поверхні металу і інструменту, величина сили тертя максимальна. Якщо ж поверхні металу і інструменту розділені товстим шаром рідкого мастила, яке зберігає властивості рідини, то тертя має рідинний (або гідродинамічний) характер, а величина сили тертя мінімальна. Граничне тертя виникає в тому випадку, коли поверхні, що труться розділені тонким шаром мастила, що не зберігає рідинних властивостей, оксидів, будь-яких забруднень; величина сили тертя при цьому менше, ніж при сухому, але довше, ніж при рідинному терті. Найчастіше на контакт має місце поєднання ділянок з різним характером тертя (змішане тертя). При цьому терті величина сил тертя визначається часткою ділянок сухого, граничного і рідинного тертя.

Для зниження сил тертя і зносу інструменту багато процесів ОМТ здійснюють з подачею мастил, які називають технологічними. Як рідкі технологічних мастил застосовують рослинні та мінеральні масла в чистому вигляді, а також у вигляді емульсій та водомасляного сумішей, розчини солей, як твердих мастил – графіт. При гарячої обробці воліють негорючі мастила – графіт, сольові розчини, однак застосовують і мінеральні масла та їх емульсії. Часто технологічні мастила, особливо для холодної обробки, являють собою композиції декількох різних речовин.

Мастило тим ефективніше знижує силу тертя і знос інструменту, чим краще розділяє тертьові поверхні. Тому чим більше мастила потрапляє на контактну поверхню, чим товще розділовий мастильний шар, тим нижче сила тертя. Для поліпшення захоплення і утримання мастила на контакт зазвичай підвищують її в'язкість або замінюють мінеральні масла рослинними. Для оцінки ефективності технологічних мастил використовують методи прямого

вимірювання величини сили тертя, визначення коефіцієнта тертя, а також непрямі методи – дослідження деформації металу в присутності даної мастила в порівнянні з деформацією без змащення або з відомим мастилом, визначення середньої товщини мастильного шару.

Найважливіше питання цього розділу – вибір методики для розрахунку сили тертя і напруження тертя  $\tau$  на контактній поверхні. Для розрахунку  $\tau$  при граничному терті найбільш часто використовується закон Амонтона-Кулона, при рідинному терті – закон Ньютона. При сухому терті  $\tau$  розраховується найчастіше як частка від напруження текучості (умова Зібеля). Максимальне значення  $\tau$  приймається рівним опору пластичного зсуву. Для кількісної оцінки середньої величини сили (напруження) тертя зазвичай використовують коефіцієнт тертя, що показує, яку частину від нормальної сили (напруження) становить сила (напруження) тертя. В літературі наводяться дані про величину коефіцієнта тертя для різних процесів ОМТ.

Характер розподілу напружень тертя по контакту залежить від протяжності зони тертя спокою і зон тертя ковзання. Необхідність розглянути види епюр напружень тертя для процесу осадки зразка в паралельних бойках для різних умов тертя і різної відносної висоти осередку деформації.

Перш за все необхідно усвідомити фізичний зміст таких величин як контактне напруження (питомий тиск), середнє контактне напруження (тиск), погонне і повна сила (тиск), що діє на інструмент.

Нормальне напруження в кожній точці контакту зазвичай навивають контактним тиском або просто тиском (часто в літературі використовується термін «питомий тиск»). Ця величина для різних точок контакту різна. Крива описує розподіл напружень (тисків) уздовж контактної поверхні, називається епюра контактних напружень (тисків). Площа, обмежена цією епюро, тобто зусилля, що припадає на одиницю ширини контакту, називається погонною силою (погонних тиском). Сума всіх контактних напружень (тисків) являє собою силу, діючу на інструмент.

Для спрощення розрахунків епюру контактних напружень замінюють рівновеликим прямокутником з основою, рівним протяжності контакту. Висота такого прямокутника являє собою усереднену величину напружень на контакті – середнє контактне напруження (тиск). Всі формули для розрахунку контактних напружень зазвичай перетворюють в формули для розрахунку середнього контактного напруження (тиску). Знаючи останнє, можна визначити силу, що діє на інструмент уздовж будь-якої осі, помноживши середню контактне напруження на проекцію контактної поверхні на напрямок, перпендикулярний цій осі (правило проектування сил в процесах ОМТ).

Контактна і середнє контактне напруження залежать від двох узагальнених параметрів – опору деформації (напруження течії) оброблюваного металу та напруженого стану, в якому він знаходиться (фактори, що впливають на напруження течії, перераховані раніше).

При лінійному напруженому стані напруження на інструменті дорівнює напруженню текучості. У процесах ОМТ напружений стан завжди відрізняється від лінійного завдяки впливу контактного тертя, зовнішніх зон, бічних стінок

інструменту, а також зовнішніх сил, прикладених до нешаткою ділянках оброблюваного металу.

Тертя надає тим більший вплив, чим більше величина фактора форми (тобто, чим менше відносна висота осередку деформації), а вплив зовнішніх зон проявляється при значеннях фактора форми, менших одиниці, тобто, коли середня висота осередку деформації більше його довжини (при високих осередках деформації). Бічні стінки інструменту істотно впливають, коли вони стримують поперечну течію металу.

Відповідно до зазначених загальних закономірностей необхідно проаналізувати вплив різних технологічних факторів на силові параметри.

Для того щоб оцінити вплив умов деформації на контактне напруження, незалежно від механічних властивостей оброблюваного металу, в теорії ОМТ використовується відносний показник, який показує, у скільки разів контактне напруження більше опору деформації (напруження течії). Цей показник називають коефіцієнтом напруженого стану або коефіцієнтом підпору.

При однойменній схемою напруженого стану коефіцієнт напруженого стану більше одиниці, а при різнойменною схемою – менше одиниці. Залежно від відносної товщини осередку деформації коефіцієнт напруженого стану змінюється по кривій з мінімумом.

У зв'язку з тим, що за об'ємом осередку деформації можуть змінюватися і ступінь, і швидкість деформації, і температура металу, а відповідно змінюється і опір деформації (напруження текучості), для спрощених розрахунків середнього контактного напруження, значення опору деформації (напруження текучості) усереднюють для всього осередку деформації.

В теорії ОМТ великого поширення набули так звані інженерні методи рішення, які використовують ряд припущень, що спрощують розв'язання задачі. Так, диференціальні рівняння рівноваги вирішують для плоского деформованого стану, причому приймають допущення про те, що напруження змінюються лише вздовж однієї з осей, а по іншій залишаються постійними (уздовж третьої вони залишаються постійними завдяки тому, що завдання є плоскою); напруження, що діють уздовж довільної осі координат, що збігається з віссю (осями) симетрії осередку деформації, вважають головними, напруження текучості усереднюють за осередком деформації. Отримані диференціальні рівняння рівноваги вирішують спільно з рівнянням пластичності.

Отримані в результаті рішення значення контактного нормального напруження залежать від того, яким прийнято закон зміни напруження тертя на контакті. Зазвичай приймають, що напруження тертя по всьому контакту підпорядковується одному з відомих законів тертя – Амонтона-Кулона для умов граничного тертя (рішення Є.П. Унксова для осадки), Зібеля – при високому значенні сил тертя для процесів, що протікають при відсутності технологічної мастила і при грубої шорсткості поверхні інструменту (рішення С.М. Губкіна для осадки), Ньютона – для умова рідинного тертя.

Так як реальна епюра напруження тертя відрізняється складним характером, для уточнення результатів використовують часткове рішення,

застосовуючи різні закони тертя для окремих ділянок контакту і визначаючи межі цих ділянок (рішення Є.П. Унксова для плоскої осадки).

При виведенні формул для розрахунку контактного нормального напруження необхідно звернути увагу на перехід до розрахунку середнього контактного напруження, вміти виділити в отриманих формулах співмножник, що представляє собою коефіцієнт напруженого стану. Потрібно вміти відтворити наведені в літературі діаграми для визначення коефіцієнта напруженого стану в залежності від технологічних параметрів процесу, усвідомити їх переваги, а також використовувати ПК в, проведенні розрахунків параметрів процесу осадки для широкого діапазону умов деформації.

Вміти вивести формулу для розрахунку роботи деформації при осадці циліндра з усередненням середнього контактного напруження за весь процес деформації (формулу Фінка), а також формулу М.В. Сторожева для розрахунку роботи деформації зі змінною величиною середнього контактного напруження за процес.

Розглянути основні положення методу робіт і вміти отримати формулу для розрахунку середнього контактного нормального напруження цим методом. Вивчити визначення контактних напружень з урахуванням впливу зовнішніх зон. Ознайомитися з методом опору металів пластичних деформацій (за термінологією Смирнова-Аляєва), розглянути припущення та обмеження методу, особливо умова монотонності деформації, відзначити його полукемпориментальний характер. Розглянути рішення задач з визначенню сили при вдавлюванні пуансона і при згинанні – штампування полуобечайкі.

Вивчити визначення контактних напружень методом ліній ковзання, методом верхньої оцінки, методом кінцевих елементів та іншими методами.

Використовуючи отримані в теорії пластичності формули, вміти вирішити задачу визначення деформацій при осадці штаби за допомогою варіаційних методів. Розглянути умови вибору «потрібних» функцій, хід рішення, його кінцеві результати. Відзначити особливу перспективність використання ПК при вирішенні задач варіаційними методами.

Зіставити різні методи розрахунку напружень – інженерні методи спільного рішення диференціального рівняння рівноваги сил спільно з рівнянням пластичності, метод робіт, метод опору металів пластичних деформацій, відомий з теорії пластичності метод ліній ковзання, метод вирішення повної системи диференціальних рівнянь спільно з рівнянням пластичності. Звернути увагу на те, що багато методів дають однакові формули для розрахунку середніх контактних напружень, незважаючи на відмінність прийнятих припущень, на прикладі плоскої осадки проаналізувати складність вирішення задачі різними методами, можливість їх застосування для тих чи інших процесів ОМТ.

Розглянути тепловий ефект деформації і умови теплообміну в осередку деформації. Звернути увагу на нерівномірність розподілу температури за об'ємом тіла, що деформується. Проаналізувати причини, що викликають нерівномірність розподілу температури за об'ємом тіла, що деформується і осередку деформації.

Використовуючи отримані знання, оцінити можливості фізичного і математичного моделювання, його роль при вирішенні практичних завдань, а також можливості і перспективи вирішення завдань теорії ОМД із застосуванням ПК.

Для засвоєння аналітичних методів визначення розширення нижче приведені рішення декількох прикладів, в яких використані формули з таблиці 2.1 та 2.2.

Таблиця 2.1 – Формули для визначення середнього питомого тиску металу на валки при гарячій прокатці

Назва формули	Формули в послідовності розрахунків	Позначення і примітки
Формула О.І. Целікова	$p_{cp} = \beta \sigma_{иn} n''_{\sigma} (p_{cp}/k)$	<p><math>\beta = 1 \dots 1,15</math> коефіцієнт, що враховує нерівномірність напруженого стану (коефіцієнт Лоде <math>\beta = 1</math> для дуже вузьких штаб; <math>\beta = 1,15</math> для широких штаб; <math>\sigma_{и} = \varphi(v, l_0, \varepsilon)</math> - істинний опір деформації; <math>v</math> - швидкість деформації;</p> <p><math>n''_{\sigma}</math> - коефіцієнт, що враховує вплив зовнішніх кінців, визначають по графіку; <math>(p_{cp}/k) = \varphi(\delta, \varepsilon)</math> - коефіцієнт напруженого стану.</p> <p><math>\Delta = 2f = \sqrt{R/\Delta h} \sim 2f/\alpha</math>;</p> <p><math>t</math> - температура металу;</p> <p><math>\varepsilon = \Delta h/H \cdot 100\%</math> - ступінь деформації.</p>
Формула С.І. Губкіна	$P = k_v [1 + \beta(0,95t_{пл} - t) + \beta^2(0,95t_{пл} - t)^2/2] \sigma_B$ $k_f = k_{\sigma} (1 + 1,3 \sqrt{R/h_0})$	<p><math>k_v</math> - швидкісний коефіцієнт, при <math>v = 0,1 \dots 0,25</math> м/с; <math>k_v = 1,2 \dots 1,6</math>, при <math>v = 0,25 \dots 0,75</math> м/с; <math>k_v = 1,6 \dots 2</math>, при <math>v = 1</math> м/с;</p> <p><math>k_v = 2,5</math>; <math>\beta = 0,008 \dots 0,0120</math> - температурний коефіцієнт (верхню границю приймають для твердих розчинів з великою концентрацією).</p> <p><math>k_{\sigma} = 1 \dots 1,3</math> - коефіцієнт нерівномірності розподілу температурних напруг;</p> <p><math>\sigma_B = 4 \dots 6</math> МН/м<sup>2</sup> (0,4...0,6 кГ/мм<sup>2</sup>) границя міцності, відповідна температурі <math>0,95t_{пл}</math> і швидкість деформації <math>0,04 \dots 0,05</math> м/хв;</p> <p><math>f</math> - коефіцієнт тертя.</p>



<p>Формула С. Екелунда</p>	$p_{cp} = (1 + m) \cdot (2k + \eta u),$ $\text{де } m = \frac{1,6f\sqrt{R\Delta h} - 1,2\Delta h}{h_0 + h_1};$ $2k = 9,81 (14 - 0,2t) \cdot (1,4 + C + Mn + 0,3Cr);$ $\eta = 0,098 (14 - 0,01t)c;$ $u = \frac{2v\sqrt{\Delta h/R}}{h_0 + h_1}$	<p><math>m</math> - коефіцієнт, що враховує зовнішній опір; <math>2k</math> - статичний опір деформації;  <math>\eta</math> - коефіцієнт в'язкості металу, <math>MН \cdot c/m^2</math>; <math>c</math> - коефіцієнт, залежний від швидкості деформації <math>v</math> рівному 6; 10; 15 і 20 м/с коефіцієнт відповідно рівний 1; 0,8; 0,65 і 0,6;  <math>u</math> - відносна швидкість деформації.</p>
<p>Формула Ш. Гелеї</p>	$p_{cp} = k_f \left( 1 + C_f \frac{l_d}{h} \sqrt[4]{v} \right)$	<p><math>k_f</math> - опір лінійної деформації;  <math>v</math> - окружна швидкість валків, м/с;</p>
<p>Формула А.Ф. Головина і В.А. Тягунова</p>	$p_{cp} = k_f k_t \sigma_B,$ $\text{де } k_f = 1 + f(l_x/h_{cp} - 1);$ $\frac{l_x}{h_{cp}} = \frac{2\sqrt{R\Delta h}}{h_0 + h_1}$	<p><math>\sigma_B</math> - границя міцності сталі в холодному, відпаленому стані;  <math>t</math> - температура нагріву металу,  <math>t \geq (t_{пл} - 575^\circ)</math> <math>k_t = \frac{(t_{ie} - 75^\circ) - t_0}{1500}</math> при  <math>t &lt; (t_{пл} - 575^\circ)</math> <math>k_t = (t_{пл} - t)^2/1000</math>;</p>
<p>Формула В.С. Смирнова</p>	$p_{cp} = n_\sigma n_\beta n_3 k,$ $\text{де } k = n_v n_H \sigma_T;$ $n_v = 1 + \delta/\varepsilon (1 - \sqrt{1 - \varepsilon})^2;$ $n_3 = 2 - \sqrt{\frac{l_x}{h_{cp}}}$	<p><math>n_\sigma</math> - коефіцієнт, що враховує вплив контактного тертя і наявність заднього і переднього натягіння; <math>n_\beta</math> - коефіцієнт, що враховує вплив середньої головної напруги, тобто вплив ширини штаби;  <math>n_\beta - 1 + \frac{f_{\sigma\beta}}{3}</math> при <math>0 \leq \frac{b_{cp}}{h_{cp}} \leq \frac{0,465}{f_{\sigma\beta}}</math> та <math>n_\beta = 1,155</math> при <math>\frac{b_{cp}}{h_{cp}} &gt; \frac{0,465}{f_{\sigma\beta}}</math>; <math>n_3</math> - коефіцієнт, що враховує вплив зовнішніх зон.</p>
	$k = n_v n_H \sigma_T$	<p><math>n_v</math> - коефіцієнт, що враховує вплив швидкості деформації;  <math>n_H</math> - коефіцієнт, що враховує вплив наклепу (при гарячій прокатці <math>n_H = 1</math>);  <math>\sigma_T</math> - границя текучості при випробуванні на розтягування.</p>
<p>Формула О.П. Чекмарьова</p>	$p_{cp} = \beta \sigma_H [1 + (p_{cp}/k - 1) n_\phi]$ $\text{де } n_\phi = \Pi/2b$	<p><math>n_\phi</math> - коефіцієнт форми калібру (див. табл. 4.3);  <math>\Pi</math> - периметр калібру.</p>

Таблиця 2.2 – Формули для розрахунку середнього тиску холодної прокатки

Назва формули	Формули і послідовність розрахунків	Позначення і примітки
Формула О.О. Корольова	$p_{cp} = \frac{2k}{\varepsilon\delta} \left[ \left( \frac{1}{1-\varepsilon} \right)^{\delta-1/2} - \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \right] \left( 1 - \frac{\zeta_0 + \zeta_1}{2} \right),$ <p>де <math>k = 1,15\sigma_T</math>; <math>\varepsilon = \Delta h/h_0</math>; <math>\zeta_0 = \sigma_0/k_0</math>; <math>\zeta_1 = \sigma_1/k_1</math>;  <math>k_0 = 1,15\sigma_{T0}</math>;  <math>k_1 = 1,15\sigma_{T1}</math>;</p>	$\sigma_{T0}$ - границя текучості металу до його обтиснення у валках; $\sigma_{T1}$ - границя текучості металу після його обтиснення у валках ; $\zeta_0, \zeta_1$ - коефіцієнт, що ураховує зміну заднього $\sigma_0$ і переднього $\sigma_T$ натяжіння; при $\sigma_0 = \sigma_1 = 0$ - натяжіння відсутнє.
Формула О.І. Целікова	$p_{cp} = \frac{\xi_1 k_1}{m} \left[ \left( \frac{\xi_0 k_0}{\xi_1 k_1} \right)^{h_0/(h_0+h_1)} e^m - \left( \frac{\xi_0 k_0}{\xi_1 k_1} \right) \frac{h_0}{h_0+h_1} - \frac{h_0}{h_0+h_1} \right]$ <p>де <math>\zeta_0 = 1 - \sigma_0/k_0</math>; <math>\zeta_1 = 1 - \sigma_1/k_1</math>; <math>m = \frac{fl}{h_{cp}}</math></p>	Якщо $\zeta_0 = \zeta_1 = 1$ , то натяжіння відсутнє.
Формула О.І. Целікова	$p_{cp} = \frac{k}{fl} \frac{h_n}{2} \left\{ \frac{1}{\delta-1} (\xi_0 \delta - 1) \left[ \left( \frac{h_0}{h_n} \right)^\delta - \frac{h_0}{h_n} \right] + \left[ \frac{h_0}{h_n} + 1 - \frac{1}{\delta+1} (\xi_1 \delta + 1) \right] \left[ \left( \frac{h_n}{h_1} \right)^\delta - \frac{h_1}{h_n} \right] - \left( 1 - \frac{h_1}{h_n} \right) \right\}$ $\frac{h_1}{h_n} \left[ 1 + \sqrt{\frac{1 + (\xi_0 \delta - 1) \cdot (\xi_0 \delta + 1) (h_0/h_n)^\delta}{\xi_0 \delta + 1}} \right]^{1/\delta}$	Враховує натяжіння і наклеп. $h_1/h_n$ - відношення товщини штаби в нейтральному перетині до товщини виробу.

## 2.2 Практичні задачі до самостійної роботи

**Задача № 19.** Розрахувати швидкість деформації при осадці зразка, якщо відомо час протікання процесу та розміри зразка до і після деформації. Висота зразка: початкова 10 мм, кінцева 1 мм. Час процесу 0,01 с.

**Задача № 20.** Розрахувати швидкість деформації, якщо відома товщина осаджується зразка та швидкість переміщення інструменту. Товщина зразка 50 мм, швидкість рух інструменту 0,5 мм/с.

**Задача № 21.** Знайти інтенсивність напружень  $\sigma_i$ , необхідну для пластичної деформації металу, у якого напруження текучості дорівнює 220 МПа.

**Задача № 22.** При напруженому стані, заданому тензором  $T_\sigma$  (див. Задача 2), здійснюється пастична деформація. Визначити напруження текучості матеріалу.

*Задача № 23.* Задано напружений стан в головній системі координат. Скласти тензор, визначити, які деформації (пружні або пластичні) виникають в тілі і чи можливо таке напружений стан, якщо границя текучості матеріалу  $\sigma_m = 150$  МПа, а компоненти напружень складають: 250; 100; 100 МПа.

*Задача № 24.* Задані два компонента головних напружень і напруження текучості ( $\sigma_m = 250$  МПа, напруження складають: -200; -200 МПа). Визначити, при яких значеннях третього компонента тіло буде знаходитися в пружному і пластичному стані. Вказати, у напрямку яких осей діють компоненти напружень (проставити індекси).

*Задача № 25.* Задані напруження текучості 570 МПа (для спрощення розрахунку наведено значення  $\sigma_m^2$ ) і два компонента головних напружень (40 та -40 МПа). Визначити третій компонент і вказати індекси всіх компонентів, якщо тіло нахот в пластичному стані. Вказати, чи можливо пластичний стан при різних значеннях третього компонента.

*Задача № 26.* Задано напружений стан в головній системі координат, причому тіло знаходиться в пластичному стані (див. Задача 2). Визначити напруження текучості матеріалу і коефіцієнт  $\beta$ .

*Задача № 27.* Визначити робочу напругу для різних процесів, якщо відомо напруження текучості і один з компонентів напруженого стану. Дано: процес - волочіння ( $\sigma_m = 300$  МПа і  $\sigma_3 = -100$  МПа), пресування ( $\sigma_m = 400$  МПа і  $\sigma_3 = -120$  МПа).

*Задача № 28.* Визначити коефіцієнт  $\beta$  для випадків: а) волочіння круглого прутка; б) пресування круглого прутка; в) осадку круглого в плані зразка; г) для осесиметричного процесу; д) для плоского деформованого стану (використовуючи узагальнений закон пружності).

*Задача № 29.* Зіставити напруження, прикладаються з боку інструменту при деформації круглого прутка шляхом волочіння, пресування і розтягування, якщо напруження, що викликаються силами тертя, становить 100 МПа, а напруження текучості металу 200 МПа.

*Задача № 30.* За тензора (див. Задача 2) визначити деформації в трьох осях, якщо модуль пружності першого роду  $E$  дорівнює: 1)  $2,1 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>; 2)  $3,0 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>; 3)  $1,0 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>.

*Задача № 31.* За заданим дотичним напруженням визначити деформації зсуву, якщо модуль пружності першого роду  $E = 2,1 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>. Визначити, які грані відчувають зміну форми. Дано:  $\tau_{zy} = 2$  кг/мм<sup>2</sup>.

*Задача № 32.* Визначити інтенсивність деформації, якщо модуль пластичності I роду дорівнює  $2,1 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>, а границя текучості матеріалу заданий 29 кг/мм<sup>2</sup>; тіло відчуває пластичну деформацію.

*Задача № 33.* Напруження, що викликається тертям об стінки інструменту, та границя текучості металу, що знаходиться в стані пластичної течії задані: волочіння круглого прутка ( $\sigma_m = 150$  МПа і  $\sigma_3 = 90$  МПа), пресування круглого прутка ( $\sigma_m = 150$  МПа і  $\sigma_3 = 70$  МПа). Визначити головні деформації, якщо модуль пластичності першого роду дорівнює  $2 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>.

*Задача № 34.* Відомі головні деформації в двох осях. Визначити компоненти головних напружень і скласти тензори напружень та деформацій, якщо модуль пластичності першого роду матеріалу, що знаходиться в стані пластичної течії, дорівнює  $2 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>. Головні деформації в одній осі -0,2; в іншій осі -0,1.

*Задача № 35.* Тіло знаходиться в пластичному стані. Визначити інтенсивність деформації, коли відомо напруження текучесті  $\sigma_m = 300$  МПа і модуль пластичності I роду  $2 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>.

### **2.3 Контрольні питання до самостійної перевірки**

1. Які чинники технологічного процесу впливають на величину сухого, граничного, рідинного тертя?
2. Від яких факторів залежить величина сил тертя при змішаному терті?
3. Які мастила застосовують при холодній прокатки чорних металів? При гарячій прокатки чорних металів? При волочіння? При гарячій прокатки кольорових металів?
4. Назвіть процеси ОМТ, які неможливі без технологічних мастил.
5. Назвіть процеси ОМТ, для яких присутність технологічних мастил різко покращує всі основні показники.
6. Назвіть процеси ОМТ, для яких застосування технологічних мастил неефективно.
7. Наведіть основні закони тертя.
8. Назвіть значення коефіцієнта тертя для гарячої обробки, для холодної прокатки з емульсіями.
9. Накресліть епюри напружень тертя при осадці. Чому сила тертя виявляється рівної нулю в якійсь точці осередку деформації? Що це за точка?
10. Яку величину називають контактним напруженням (тиском)? Середнім контактним напруженням (тиском)?
11. Як спроектувати сили в процесах ОМТ?
12. Від яких узагальнених параметрів залежить контактне напруження (тиск)?
13. Оцініть, як впливають на контактне напруження такі технологічні чинники, як хімічний склад оброблюваного металу, ступінь деформації, температура обробки, швидкість руху інструменту, розміри поперечного перерізу оброблюваного металу, коефіцієнт тертя, наявність або відсутність зовнішніх зон. Які з цих факторів змінюють опір деформації (напруження текучесті), а які - напружений стан? Чи є такі, які впливають одночасно на обидва ці чинника? (Врахуйте їх вплив на умови тертя).
14. За рахунок чого сили тертя впливають на контактне нормальне напруження?
15. У яких процесах, в яких різновидах процесів ОМТ вплив сил тертя особливо відчутно?
16. У яких процесах ОМТ на величину контактного нормального напруження вплив роблять зовнішні зони?

17. Визначте коефіцієнт напруженого стану, якщо відомо опір деформації (напруження течії) і нормальне контактне напруження в точці. Визначте коефіцієнт напруженого стану, якщо відомо середнє по осередку опір деформації (напруження течії) та середнє контактне нормальне напруження. У чому відмінність цих величин?

18. При яких значеннях фактора форми на контактне нормальне напруження надають переважне вплив зовнішні зони (для даного металу)?

19. При яких значеннях фактора форми контактна тертя і зовнішні зони слабо впливають на напружений стан? Чому дорівнює контактне нормальне напруження (приблизно) в цих умовах?

20. Виведіть формули для розрахунку контактного і середнього контактного нормального напруження при осадці штаби нескінченної довжини з використанням різних рівнянь для опису дотичних напружень. Який вид мають при цьому епюри нормальних контактних напружень?

21. Як визначається протяжність окремих ділянок при частковому вирішенні задачі про визначення контактних тисків при осадці?

22. За допомогою якого методу можна отримати формули, що дозволяють розрахувати форму тіла в будь-який момент деформації?

23. Які з відомих методів дозволяють визначити напружений стан по всьому об'єму осередку деформації? Які - тільки контактні напруги?

24. Які методи дозволяють знайти лише середнє контактне напруження?

25. Які методи враховують вплив напружень тертя, а які - вплив зовнішніх зон?

26. Як впливають довжина і висота осередку деформації, коефіцієнт тертя на контактне нормальне напруження і на коефіцієнт напруженого стану?

27. Яка частина роботи пластичної деформації переходить в тепло?

28. Як розподіляється температура за об'ємом тіла, що деформується і осередку деформації?

29. Вкажіть цілі і задачі моделювання при вирішенні задач теорії ОМТ.

**Література до розділу 2: [3, 4, 5, 8, 10]**

## ВАРІАНТИ ТА ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

### Варіант 1

1. Основні закони пластичної деформації.
2. Залишкові напруги: причини появи, способи попередження та усунення.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при холодній деформації сталі 09Г2.
4. Параметр решітки  $\alpha$ -заліза  $a = 2,87 \cdot 10^{-7}$  мм. Розрахувати, скільки атомів заліза міститься в  $1 \text{ см}^3$ ?
5. Плоску листову заготовку зі сталі 08кп ( $\sigma_m = 246$  МПа) навантажили так, що її напружений стан описується тензором

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} 180 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{Bmatrix},$$

Яким повинне бути напруження  $\sigma_3$ , щоб заготовка деформувалася пластично?

### Варіант 2

1. Зона прилипання.
2. Вплив сил зовнішнього тертя на напружений стан металу в процесах ОМТ.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(u)$  при гарячій деформації сталі 40Х при  $\varepsilon = 0,15$ ;  $t = 1100$  °С.
4. Параметр решітки алюмінію  $a = 4,05 \cdot 10^{-7}$  мм. Розрахувати, скільки атомів алюмінію міститься в  $1 \text{ см}^3$ ?
5. Три зразки з різних матеріалів навантажили так, що

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} 520 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -520 \end{Bmatrix},$$

Визначити, у якому стані перебувають зразки, якщо для них  $\sigma_m$ , рівно 450, 500, 550 МПа відповідно.

### Варіант 3

1. Течія металу при осаді.
2. Зміна властивостей наклепаного металу при нагріванні. Рекристалізація металу.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(t)$  при гарячій деформації сталі 45ХН при  $\varepsilon = 0,15$ ;  $u = 100 \text{ с}^{-1}$ .
4. При температурі поблизу точки плавлення рівноважна концентрація вакансій у магнії дорівнює  $7,2 \cdot 10^{-1}$ . Приблизно оцініть рівноважну концентрацію вакансій у магнії при кімнатній температурі.
5. Деформуєма заготовка навантажена так, що  $\sigma_2 = 0$ , а  $|\sigma_3 = m\sigma_1|$  ( $\sigma_1 > 0$ ). Визначити, при яких значеннях  $m$  умови пластичності Тріску – Сан-Венана й

Губера – Мізеса дають тотожні результати.

#### Варіант 4

1. Однорідна та неоднорідна деформація. Фактори, що впливають на нерівномірність деформації.
2. Фактори, що визначають величину сил тертя при ОМТ.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\epsilon)$  при гарячій деформації сталі У7А при  $t = 1150 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $u = 100 \text{ c}^{-1}$ .
4. Приблизно оцініть енергію утворення вакансії в г.ц.к. металі, якщо експериментально певна рівноважна концентрація вакансій при  $927 \text{ }^\circ\text{C}$  дорівнює  $1 \cdot 10^{-5}$ .
5. Напружений стан тіла характеризується тензором

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} -420 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & -590 \end{Bmatrix},$$

визначити за умовою Губера–Мізеса напруження необхідне для пластичної деформації ( $\sigma_m = 625 \text{ МПа}$ ).

#### Варіант 5

1. Діаграма рекристалізації другого роду.
2. Зміцнення металу при холодній ОМТ.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\epsilon)$  при холодній деформації сталі 65Г.
4. Оцініть, на скільки порядків зміниться рівноважна концентрація вакансій у золоті при підвищенні температури з  $600$  до  $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ , якщо при  $600 \text{ }^\circ\text{C}$  ця концентрація дорівнює  $9,1 \cdot 10^{-6}$ .
5. Напружений стан у точці деформуємого тіла встановлюється тензором  $T_\sigma$ . Знайти напруження  $\sigma_n$ ,  $\tau$  на похилій площадці, що проходить через дану точку, якщо нормаль до неї утворює з осями кути  $\alpha_x$ ;  $\alpha_y$ ;  $\alpha_z$ :

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} -58 & 31 & -12 \\ 31 & -105 & 0 \\ -12 & 0 & -420 \end{Bmatrix}, \alpha_x = 12^\circ; \alpha_y = 45^\circ; \alpha_z = 8^\circ.$$

#### Варіант 6

1. Залежність опору деформації від умов деформації.
2. Закон найменшого периметра.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(u)$  при гарячій деформації сталі 30ХГСА при  $\epsilon = 0,2$ ;  $t = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ .
4. Зневажаючи ентропією утворення вакансій, визначте їхню рівноважну концентрацію  $C_v$  в сріблі в інтервалі температур від  $200$  до  $1200 \text{ К}$  с кроком  $200 \text{ К}$ .
5. Напружений стан у крапці задане тензором  $T_\sigma$ :

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -56 & 24 \\ 0 & 240 & -325 \end{pmatrix}$$

Перезадати напружений стан тензором головних напружень, визначити положення головних осей.

#### Варіант 7

1. Експериментальні дані про вплив температури, швидкості та ступеня деформації на опір деформації.
2. Закон сталості об'єму.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(t)$  при гарячій деформації сталі 15ХСНД при  $\varepsilon = 0,45$ ;  $u = 50 \text{ c}^{-1}$ .
4. Оцініть внутрішню енергію, обумовлену наявністю вакансій в одному молі міді при 27 і 1027 °С.
5. Напружений стан у двох точках деформуємого тіла  $M, N$  задано тензорами

$$T_{\sigma M} = \begin{pmatrix} 128 & 5 & -18 \\ 5 & 32 & 4 \\ -18 & 4 & 265 \end{pmatrix} \quad T_{\sigma N} = \begin{pmatrix} 265 & -18 & 32 \\ -18 & 126 & 4 \\ 32 & 4 & 32 \end{pmatrix}$$

Визначити, однаковий або різний напружений стан у цих точках.

#### Варіант 8

1. Види деформації в залежності від температури. Гомологічні температури.
2. Вплив зовнішнього тертя, неоднорідності властивостей металу, форми заготовки та інструменту на нерівномірність деформації.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при гарячій деформації сталі Ст. 3кп при  $t = 1000 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ;  $u = 85 \text{ c}^{-1}$ .
4. Рівноважна концентрація вакансій у г.ц.к. металі при кімнатній температурі дорівнює  $10^{-20}$ . Оцініть, на скільки порядків концентрація вакансій при різкому охолодженні з 927 °С буде більше рівноважної їхньої концентрації при кімнатній температурі.
5. Напружений стан заданий тензором  $T_{\sigma}$ . Знайти головні дотичні напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$  а також  $\sigma_i$ :

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} 456 & 0 & 0 \\ 0 & -32 & 0 \\ 0 & 0 & -825 \end{pmatrix}$$

#### Варіант 9

1. Тепловий ефект пластичної деформації.
2. Вплив температури, швидкості та ступеня деформації на опір деформації.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при холодній деформації сталі 08кп.
4. У міді, загартованої з 600 °С, утримується  $1,1 \cdot 10^{-5} \%$  (ат) вакансій. Яку температуру загартування варто вибрати, щоб концентрація вакансій зросла на два порядки.



5. Напружений стан заданий тензором  $T_\sigma$ . Визначити головні дотичні напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$  і нормальні напруження в тих площадках, де діють напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$ :

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} 162 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & -256 \end{pmatrix}.$$

#### Варіант 10

1. Вплив температури і хімічного складу на опір деформації.
2. Методи розрахунку сил зовнішнього тертя.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(u)$  при гарячій деформації сталі ШХ15 при  $\varepsilon = 0,4$ ;  $t = 1200$  °С.
4. Приймаючи енергію утворення межувального атома в міді рівної 3 еВ, приблизно оцініть відношення числа вакансій і межувальних атомів в умовах термодинамічної рівноваги при кімнатній температурі та 1000 °С.
5. В крапці  $M$  деформуємого тіла задані: середня напруження (МПа)  $\sigma_{cp} = -185$  МПа, головні дотичні напруження  $\tau_{12} = 156$ ,  $\tau_{23} = -392$ ,  $\tau_{31} = 236$  МПа. Обчислити компоненти тензора  $T_\sigma^r$ .

#### Варіант 11

1. Вплив температури і хімічного складу металу (сплав) на пластичність.
2. Зовнішні зони і фактор форми осередку деформації.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(t)$  при гарячій деформації сталі 60С2 при  $\varepsilon = 0,1$ ;  $u = 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>.
4. У скільки разів розрізняються частоти перекосів вакансій в алюмінії й платині при 500 °С, за умови, що  $S_{m/k} \sim 1$ .
5. Напружений стан у точці деформуємого тіла встановлюється тензором  $T_\sigma$ . Знайти напруження  $\sigma_n$ ,  $\tau$  на похилій площадці, що проходить через дану точку, якщо нормаль до неї утворює з осями кути  $\alpha_x$ ;  $\alpha_y$ ;  $\alpha_z$ :

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} 157 & 0 & 38 \\ 0 & 210 & 0 \\ 38 & 0 & 263 \end{pmatrix} \quad \alpha_x = 30^\circ; \alpha_y = 18^\circ; \alpha_z = 3^\circ.$$

#### Варіант 12

1. Вплив швидкості та ступеня деформації на опір деформації.
2. Вплив форми інструменту і тіла, що деформується на нерівномірність деформації.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при гарячій деформації сталі Ст. 5сп при  $t = 850$  °С;  $u = 10$  с<sup>-1</sup>.
4. Енергія активації міграції вакансій у нікелі дорівнює 1,5 еВ, а енергія активації самодифузії 3,03 еВ. Визначте відношення рівноважної концентрації вакансій при 1027 °С к рівноважній концентрації вакансій при 27°С.

5. Напружений стан заданий тензором  $T_{\sigma}$ . Знайти головні дотичні напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$  а також  $\sigma_i$ :

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} -56 & 0 & 0 \\ 0 & -128 & 0 \\ 0 & 0 & -675 \end{pmatrix}.$$

#### Варіант 13

1. Діаграми розтягування. Умовні та істинні напруження.
2. Коефіцієнт тертя. Фактори, що впливають на коефіцієнт тертя. Методи експериментального визначення коефіцієнта тертя.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при холодній деформації сталі 30ХГСА.
4. Чому дорівнює енергія зв'язку вакансій у міді із атомами германія, якщо температурна залежність концентрації комплексів ванадію–германій характеризується енергією активації 1,03 еВ.
5. Напружений стан у крапці задане тензором  $T_{\sigma}$ :

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} 164 & 0 & 12 \\ 0 & -161 & 0 \\ 12 & 0 & -486 \end{pmatrix}.$$

Перезадати напружений стан тензором головних напружень, визначити положення головних осей.

#### Варіант 14

1. Механізми пластичної деформації.
2. Вплив схеми напруженого стану на пластичність металу.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(u)$  при гарячій деформації сталі Х18Н10Т при  $\varepsilon = 0,22$ ;  $t = 1090$  °С.
4. Енергія зв'язку атомів кремнію й срібла з вакансіями в алюмінії дорівнює 0,07 і 0,01 еВ відповідно. Визначите відношення концентрацій комплексів вакансія-кремній і вакансія-срібло в алюмінії при 27 °С й однаковому змісті цих домішок у розбавленому розчині.
5. Напружений стан заданий тензором  $T_{\sigma}$ . Визначити головні дотичні напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$  і нормальні напруження в тих площадках, де діють напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$ :

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} 356 & 12 & -50 \\ 12 & 0 & 0 \\ -50 & 0 & 280 \end{pmatrix}.$$

#### Варіант 15

1. Показники міцності властивостей металу. Фактори, що впливають на властивості міцності металу.
2. Надпластичність.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(t)$  при гарячій деформації сталі Х12М при  $\varepsilon = 0,18$ ;  $u = 120$  с<sup>-1</sup>.

4. У монокристалі міді є  $n_p/N$  вакансій. Показати, як зміниться їхнє число при нагріванні й охолодженні. Розрахувати  $n_p/N$  для різних температур, якщо  $Q_v = 1,76 \cdot 10^{-19}$  Дж,  $R = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К: а)  $T = 273$  К; б)  $T = 773$  К; в)  $T = 1273$  К.
5. Напружений стан у точці деформуємого тіла встановлюється тензором  $T_\sigma$ . Знайти напруження  $\sigma_n, \tau$  на похилій площадці, що проходить через дану точку, якщо нормаль до неї утворює з осями кути  $\alpha_x; \alpha_y; \alpha_z$ :

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} 118 & 0 & 24 \\ 0 & -54 & -8 \\ 24 & -8 & -372 \end{pmatrix} \quad \alpha_x = 52^\circ; \alpha_y = 16^\circ; \alpha_z = 37^\circ.$$

#### Варіант 16

- Показники пластичних властивостей металу. Фактори, що впливають на пластичність металу.
- Роль тертя в процесах ОМТ. Механізми трення. закони тертя.
- Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\epsilon)$  при гарячій деформації сталі Х17Н2 при  $t = 950$  °С;  $u = 0,1$  с<sup>-1</sup>.
- Монокристал розміром  $1 \times 1 \times 1$  мм містить  $2 \cdot 10^4$  безперервних у кристалі дислокацій. Визначити щільність дислокацій.
- У координатних осях  $x, y, z$  напружений стан у крапці  $M$  визначене тензором

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} -54 & 0 & 27 \\ 0 & -263 & 0 \\ 27 & 0 & -472 \end{pmatrix}$$

Обчислити напруження на контактній поверхні, якщо вона проходить через крапку  $M$ , а її нормаль утворює осями  $x, y, z$  кути  $15, 0, 75^\circ$  відповідно.

#### Варіант 17

- Границя пластичності. Методи визначення границі пластичності при різних процесах ОМТ.
- Технологічні мастила: речовини, що застосовуються в якості мастил, вимоги, що пред'являються до них, критерії оценьки їх ефективності.
- Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\epsilon)$  при холодній деформації сталі 12ГС.
- Щільність дислокацій у монокристалі заліза становить  $5 \cdot 10^9$  см<sup>-2</sup>. Знайти сумарну довжину ліній дислокацій у кристалі  $20 \times 15 \times 10$  мм.
- Напружений стан у крапці задане тензором  $T_\sigma$

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} -275 & 16 & -52 \\ 16 & -42 & 34 \\ -52 & 34 & -620 \end{pmatrix}$$

Перезадати напружений стан тензором головних напружень, визначити положення головних осей.

#### Варіант 18

- Роль дислокацій в здійсненні процесу пластичної деформації.
- Зміна структури, щільності та пластичності металу при холодній деформації. Текстура.

3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(u)$  при гарячій деформації сталі 45 при  $\varepsilon = 0,37$ ;  $t = 1145$  °С.
4. Параметр решітки  $\alpha$ -заліза  $a = 2,87 \cdot 10^{-7}$  мм. Розрахувати, скільки атомів заліза міститься в  $1 \text{ см}^3$ ?
5. Задано тензор

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} 438 & -8 & 29 \\ -8 & -12 & 17 \\ 29 & 17 & -391 \end{pmatrix}$$

розкласти на кульовий тензор і девіатор напружень.

#### Варіант 19

1. Гаряча обробка металів тиском.
2. Нерівномірність деформації і закон додаткових напружень.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(t)$  при гарячій деформації сталі 38ХМЮА при  $\varepsilon = 0,32$ ;  $u = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ .
4. Параметр решітки алюмінію  $a = 4,05 \cdot 10^{-7}$  мм. Розрахувати, скільки атомів алюмінію міститься в  $1 \text{ см}^3$ ?
5. Напружений стан у крапці задане тензором  $T_{\sigma}$ :

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} 164 & 0 & 12 \\ 0 & -161 & 0 \\ 12 & 0 & -486 \end{pmatrix}.$$

Перезадати напружений стан тензором головних напружень, визначити положення головних осей.

#### Варіант 20

1. Зміна властивостей наклепаного металу при нагріванні. Діаграми рекристалізації першого роду.
2. Геометричний і фактичний осередок деформації. Фактор форми осередку деформації.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при холодній деформації сталі Ст.2.
4. Приблизно оцініть енергію утворення вакансії в г.ц.к. металі, якщо експериментально певна рівноважна концентрація вакансій при  $927$  °С дорівнює  $1 \cdot 10^{-5}$ .
5. В крапці  $M$  деформуємого тіла задані: середня напруження (МПа)  $\sigma_{cp} = -185$  МПа, головні дотичні напруження  $\tau_{12} = 156$ ,  $\tau_{23} = -392$ ,  $\tau_{31} = 236$  МПа. Обчислити компоненти тензора  $T_{\sigma}^r$ .

#### Варіант 21

1. Холодна обробка металів тиском. Зміна властивостей металу при холодній ОМТ.
2. Основні закономірності контактного тертя. Види тертя. Розподіл напружень тертя на контакті металу з інструментом при осаді.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при гарячій деформації сталі Х23Н18 при

$$t = 1050 \text{ }^\circ\text{C}; u = 10^{-2} \text{ c}^{-1}.$$

4. При температурі поблизу крапки плавлення рівноважна концентрація вакансій у магнії дорівнює  $7,2 \cdot 10^{-1}$ . Приблизно оцініть рівноважну концентрацію вакансій у магнії при кімнатній температурі.

5. Напружений стан заданий тензором  $T_\sigma$ . Визначити головні дотичні напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$  і нормальні напруження в тих площадках, де діють напруження  $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}$ :

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} -280 & -42 & -36 \\ -42 & -456 & 18 \\ -36 & 18 & -616 \end{pmatrix}.$$

### Варіант 22

1. Внеконтактная деформація. Зовнішні зони та їх вплив на умови деформації.

2. Дефекти кристалічної решітки. Види дислокацій та їх взаємодія.

3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(u)$  при гарячій деформації сталі Ст. 3сп при  $\varepsilon = 0,19$ ;  $t = 800 \text{ }^\circ\text{C}$ .

4. Оцініть, на скільки порядків зміниться рівноважна концентрація вакансій у золоті при підвищенні температури з  $600$  до  $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ , якщо при  $600 \text{ }^\circ\text{C}$  ця концентрація дорівнює  $9,1 \cdot 10^{-6}$ .

5. Напружений стан у точці деформуємого тіла встановлюється тензором  $T_\sigma$ . Знайти напруження  $\sigma_n, \tau$  на похилій площадці, що проходить через дану точку, якщо нормаль до неї утворює з осями кути  $\alpha_x; \alpha_y; \alpha_z$ :

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} -32 & 16 & -16 \\ 16 & -75 & 5 \\ -16 & 5 & -460 \end{pmatrix} \quad \alpha_x = 24^\circ; \alpha_y = 32^\circ; \alpha_z = 65^\circ.$$

### Варіант 23

1. Зміцнення металу при пластичній деформації. Криві зміцнення.

2. Діаграми рекристалізації другого роду.

3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(t)$  при гарячій деформації сталі 2Х13 при  $\varepsilon = 0,33$ ;  $u = 35 \text{ c}^{-1}$ .

4. Рівноважна концентрація вакансій у г.ц.к. металі при кімнатній температурі дорівнює  $10^{-20}$ . Оцініть, на скільки порядків концентрація вакансій при різкому охолодженні з  $927 \text{ }^\circ\text{C}$  буде більше рівноважної їхньої концентрації при кімнатній температурі.

5. Напружений стан тіла характеризується тензором

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} -420 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & -590 \end{pmatrix},$$

визначити за умовою Губера–Мізеса напруження необхідне для пластичної деформації ( $\sigma_m = 625 \text{ МПа}$ ).

### Варіант 24

1. Зміна структури та властивостей металу при гарячій ОМТ. Перегрів та перепал.
2. Методи експериментального визначення границі текучості.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при гарячій деформації сталі Р18 при  $t = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $u = 1 \text{ c}^{-1}$ .
4. Щільність дислокацій у монокристалі заліза становить  $7 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ . Знайти сумарну довжину ліній дислокацій у кристалі  $10 \times 25 \times 15 \text{ мм}$ .
5. Напружений стан у двох точках деформуемого тіла  $M, N$  задано тензорами

$$T_{\sigma M} = \begin{pmatrix} 128 & 5 & -18 \\ 5 & 32 & 4 \\ -18 & 4 & 265 \end{pmatrix} \quad T_{\sigma N} = \begin{pmatrix} 265 & -18 & 32 \\ -18 & 126 & 4 \\ 32 & 4 & 32 \end{pmatrix}$$

Визначити, однаковий або різний напружений стан у цих точках.

### Варіант 25

1. Стаціонарні та нестаціонарні процеси пластичної деформації.
2. Основні, додаткові та робочі напруження. Причини виникнення додаткових напружень.
3. Побудувати залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  при холодній деформації сталі 20А.
4. Монокристал розміром  $10 \times 10 \times 15 \text{ мм}$  містить  $5 \cdot 10^4$  безперервних у кристалі дислокацій. Визначити щільність дислокацій.
5. Три зразки з різних матеріалів навантажили так, що

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} 420 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -420 \end{pmatrix},$$

Визначити, у якому стані перебувають зразки, якщо для них  $\sigma_m$ , рівно 300, 400, 500 МПа відповідно.

### Методичні вказівки щодо виконання контрольних робіт

Для виконання контрольної роботи необхідно знати матеріал та потрібно вивчити всю дисципліну.

Перші два питання контрольної роботи вимагають в основному, описових відповідей, підготовлених з використанням навчальної літератури, з ілюстраціями, схемами, графіками з обов'язковим наведенням прикладів про конкретні методи ОМТ, застосовуваних технологічних змащеннях, температурних та деформаційних режимах обробки і т.д. Причому бажано, щоб ці приклади ставилися до того виробництва, на якому працює студент.

Для відповіді на третє питання контрольної роботи необхідно виконати розрахунки границі текучості при холодній деформації конкретної сталі (сплаву) в діапазоні відносних обтиску від 0 до 0,6 ... 0,8. Марка сталі (сплаву) та необхідні вихідні дані вказані в умовах завдання. Розрахунки проводять за емпіричною формулою:

$$\sigma_m = \sigma_{m0} + m(100 \cdot \varepsilon)^n$$

де  $\sigma_{m0}$  – значення границі текучості в початковому стані, тобто при  $\varepsilon = 0$ ;  $m, n$  – коефіцієнти, що залежать від хімічного складу деформованого сплаву.

Параметри, що входять до формули (1), мають такі розмірності:  $\sigma_{m0}, m$  – Н/мм<sup>2</sup>;  $\varepsilon$  – частки одиниці;  $n$  – безрозмірна величина.

Значення параметрів  $\sigma_{m0}, m$  і  $n$  за даними робіт [2, с. 243] для сталей (сплавів), зазначених у варіантах завдання.

Далі за отриманими розрахунковим значенням  $\sigma_m$  будують залежність  $\sigma_m = f(\varepsilon)$ . Для отримання точної плавної кривої  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  рекомендується підрахувати значення  $\sigma_m$  при наступних величинах  $\varepsilon$ : 0; 0,02; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60; 0,70; 0,80. При побудові графічної залежності  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  необхідно, щоб відношення ординати ( $\sigma_m$ ) до абсциссе ( $\varepsilon$ ) дорівнювало приблизно 2: 3. Після побудови залежності  $\sigma_m = f(\varepsilon)$  необхідно дати аналіз характеру зміцнення даного сплаву при холодній деформації і пояснити причини збільшення  $\sigma_m$  з ростом  $\varepsilon$ .

Відповідь на третє питання контрольної роботи може бути пов'язаний з розрахунком  $\sigma_m$  при гарячої деформації в залежності від температури, швидкості або ступеня деформації і з побудовою відповідного графіка. Для визначення при гарячої деформації можуть бути використані експериментальні дані, представлені у вигляді таблиць або графіків [10, 2, с. 241]. У даній роботі розрахунок  $\sigma_m$  рекомендується проводити за емпіричною формулою, запропонованою Л. В. Андреюком та Т. Г. Тюленевим [22]:

$$\sigma = s\sigma_0 \cdot (10\varepsilon)^a u^b \left( \frac{t}{1000} \right)^{-c}, \quad (2)$$

де  $\sigma_0$  – базове значення напруження текучості матеріалу штаби, відповідне  $\varepsilon = 0,1$ ;  $u = 1 \text{ с}^{-1}$ ;  $t = 1000^\circ\text{C}$ ;

$s, a, b, c$  - постійні коефіцієнти, визначені індивідуально для кожної сталі.

Для побудови залежності  $\sigma_m$  при гарячої деформації від параметра, зазначеного в варіанті завдання, досить підрахувати величини за формулою (2) в шести-десяти рівновіддалених точках, включаючи крайні. Наприклад, якщо необхідно, побудувати залежність  $\sigma_m = f(u)$  в діапазоні  $u = 10^{-3} \dots 10^3 \text{ с}^{-1}$  досить підрахувати величини  $\sigma_m$  при наступних значеннях  $u, \text{ с}^{-1}$ :  $10^{-3}$ ;  $10^{-2}$ ;  $10^{-1}$ ; 1; 10;  $10^2$ ;  $10^3$ . Після побудови залежності  $\sigma_m$  від зазначеного в завданні параметра необхідно дати аналіз впливу даного параметра на опір деформації (напруження текучості) при гарячої ОМТ і пояснити причини цього впливу.

Відповідь на четверте та п'яте питання контрольної роботи може бути пов'язаний з розрахунком напружено-деформівного стану металу або механізму пластичної деформації. Для визначення необхідних параметрів і величин можуть бути використані залежності та формули представлені в роботах [7, 9, 10].

## ПРИКЛАД РІШЕННЯ ПРАКТИЧНОЇ ЗАДАЧІ

Визначити компоненти  $T_H^o$ ,  $D_H$ , координати вектору повного напруження і його компоненти, інваріанти тензора напруження, головні напруження, одиничні вектори до головних площадок, найбільші дотичні напруження, октаедричні напруження, інтенсивність напруження, компоненти  $T_d$ ,  $D_d$ ,  $T_d^o$ , відносну об'ємну деформацію, подовження повздовж головних осей, максимальний зсув, інтенсивність деформації, запас міцності.

$$\text{Умови: } T_H = \begin{pmatrix} -11 & -6 & -10 \\ -6 & 12 & 17 \\ -10 & 17 & 62 \end{pmatrix}; \quad \nu = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Компоненти тензора напружень задані в кг/мм<sup>2</sup>.

Матеріал – сталь 45 незагартована.

Побудувати: тензори напруження, напруження на площадці с вектором  $\nu$ , головні площадки, площадки найбільших дотичних напружень, октаедричні напруження.

### Розв'язання

Вираховуємо шаровий тензор напруження:

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(-11 + 12 + 62) = 21 \text{ кг/мм}^2;$$

$$T_H = \begin{pmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{cp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix}$$

Девіатор напружень:

$$D_H = \begin{pmatrix} \sigma_x - \sigma_{cp} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{cp} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{xy} & \sigma_z - \sigma_{cp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -32 & -6 & -10 \\ -6 & -9 & 17 \\ -10 & 17 & 41 \end{pmatrix};$$

Одиничний вектор нормалі к площадки:

$$\nu^o = \frac{\nu}{|\nu|}; \quad |\nu| = \sqrt{2^2 + 8^2 + 4^2} = 9.17;$$



$$v^o = \begin{pmatrix} 2/9.17 \\ 8/9.17 \\ 4/9.17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.22 \\ 0.87 \\ 0.44 \end{pmatrix}$$

Координати вектору повної напруженності  $\sigma$ , і його компоненти  $\tau_v$ ,  $\sigma_v$ :

$$\begin{aligned} \sigma &= T_H v^o = \begin{pmatrix} -11 & -6 & -10 \\ -6 & 12 & 17 \\ -10 & 17 & 62 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.22 \\ 0.87 \\ 0.44 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -11 \cdot 0.22 & -6 \cdot 0.87 & -10 \cdot 0.44 \\ -6 \cdot 0.22 & 12 \cdot 0.87 & 17 \cdot 0.44 \\ -10 \cdot 0.22 & 17 \cdot 0.87 & 62 \cdot 0.44 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21.86 \\ 16.6 \\ 39.87 \end{pmatrix} \\ \sigma_v &= \sigma v^o = -0.22 \cdot 21.86 + 0.87 \cdot 16.6 + 0.44 \cdot 39.87 = 27.16 \text{ кПа} \\ \tau_v &= \sqrt{\sigma^2 - \sigma_v^2} = \sqrt{21.86^2 + 16.6^2 + 39.87^2 - 27.16^2} = 40.07 \text{ кПа/мм}^2 \end{aligned}$$

Інваріанти тензора напружень

$$\begin{aligned} \sigma^I &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = -11 + 12 + 62 = 63 \\ \sigma^{II} &= \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 & 17 \\ 17 & 62 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -11 & -10 \\ -10 & 62 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -11 & -6 \\ -6 & 12 \end{vmatrix} = -495 \\ \sigma^{III} &= \begin{vmatrix} -11 & -6 & -10 \\ -6 & 12 & 17 \\ -10 & 17 & 62 \end{vmatrix} = -6397 \end{aligned}$$

Характеристичне рівняння  $\sigma^3 - 63\sigma^2 - 495\sigma + 6397 = 0$ .

Знаходимо корні рівняння:

Коефіцієнти:

$$\begin{aligned} a &= -63; \quad b = -495; \quad c = 6397; \\ Q &= \frac{(a^2 - 3b)}{9} = \frac{((-63)^2 - 3(-495)^2)}{9} = 606; \\ R &= \frac{(2a^3 - 9ab + 27c)}{54} = \frac{(2(-63)^3 - 9(-63) \cdot (-495) + 27 \cdot 6397)}{54} = -11260; \end{aligned}$$

так як  $R^2 < Q^3 \Rightarrow$  по методу Вієта-Кардано, рівняння має три дійсних кореня.

$$\varphi = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{R}{\sqrt{Q^3}}\right) = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{-11260}{\sqrt{606^3}}\right) = 46.34;$$

$$\sigma_1 = -2\sqrt{Q} \cos(\varphi) - \frac{a}{3} = -2\sqrt{606} \cos(46.34) + \frac{63}{3} = -12.993;$$

$$\sigma_2 = -2\sqrt{Q} \cos\left(\varphi + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{a}{3} = -2\sqrt{606} \cos\left(46.34 + \frac{2}{3}3.14\right) + \frac{63}{3} = 68.841;$$

$$\sigma_3 = -2\sqrt{Q} \cos\left(\varphi - \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{a}{3} = -2\sqrt{606} \cos\left(46.34 - \frac{2}{3}3.14\right) + \frac{63}{3} = 7.152;$$

Головні напруження, кг/мм<sup>2</sup>:

$$\sigma_1 = -12,993; \quad \sigma_2 = 68,841; \quad \sigma_3 = 7,152.$$

Перевірка:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = -12,993 + 68,841 + 7,152 = 63 = \sigma^I$$

$$\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3 = -495 = \sigma^{II}$$

$$\sigma_1\sigma_2\sigma_3 = -12,993 \cdot 68,841 \cdot 7,152 = -6396,9 = \sigma^{III}$$

Одиничні вектора головних площадок:

$$\begin{cases} (-11 + 12.993)x - 6y - 10z = 0 \\ -6x + (12 + 12.993)y + 17 = 0 \end{cases} \quad z = 1$$

$$\begin{cases} 1.993x - 6y = 10 \\ 6x - 24.993y = 17 \end{cases}$$

$$x = 10.665$$

$$y = 1.876$$

$$|\nu_1| = \sqrt{1 + 10.665^2 + 1.876^2} = 10.875$$

$$\nu^o_1 = \begin{pmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.98 \\ 0.17 \\ 0.09 \end{pmatrix};$$

$$\nu_x = \frac{x}{|\nu_1|} = \frac{10.665}{10.875} = 0.98;$$

$$\nu_y = \frac{y}{|\nu_1|} = \frac{1.876}{10.875} = 0.17;$$

$$\nu_z = \frac{z}{|\nu_1|} = \frac{1}{10.875} = 0.09;$$

$$\begin{cases} (-11 - 68.841)x - 6y - 10z = 0 \\ -6x + (12 - 68.841)y + 17 = 0 \end{cases} \quad z=1$$

$$\begin{cases} 79.841x + 6y = -10 \\ 6x + 56.841y = 17 \end{cases}$$

$$x = -0.149$$

$$y = 0.315$$

$$|v_2| = \sqrt{1 + 0.315^2 + 0.149^2} = 1.059$$

$$v_2^o = \begin{pmatrix} -0.14 \\ 0.3 \\ 0.94 \end{pmatrix}$$

$$v_x = \frac{x}{|v_2|} = \frac{-0.149}{1.059} = -0.14;$$

$$v_y = \frac{y}{|v_2|} = \frac{0.315}{1.059} = 0.3;$$

$$v_z = \frac{z}{|v_3|} = \frac{1}{1.059} = 0.94;$$

$$\begin{cases} (-11 - 7.152)x - 6y - 10z = 0 \\ -6x + (12 - 7.152)y + 17 = 0 \end{cases} \quad z=1$$

$$\begin{cases} 18.152x + 6y = -10 \\ 6x - 4.848y = 17 \end{cases}$$

$$x = -0.55$$

$$y = -4.188$$

$$|v_3| = \sqrt{1 + 0.55^2 + 4.188^2} = 4.34$$

$$v_3^o = \begin{pmatrix} -0.13 \\ -0.96 \\ 0.23 \end{pmatrix}$$

$$v_x = \frac{x}{|v_3|} = \frac{-0.55}{4.34} = -0.13;$$

$$v_y = \frac{y}{|v_3|} = \frac{-4.188}{4.34} = -0.96;$$

$$v_z = \frac{z}{|v_3|} = \frac{1}{4.34} = 0.23;$$

Перевіряємо ортогональність векторів:

$$v_1^0 v_2^0 = -0.98 \cdot 0.14 + 0.17 \cdot 0.3 + 0.09 \cdot 0.94 = -0.0016 \approx 0$$

$$\nu_1^0 \nu_3^0 = -0.98 \cdot 0.13 - 0.17 \cdot 0.96 + 0.09 \cdot 0.23 = 0.002 \approx 0$$

$$\nu_2^0 \nu_3^0 = 0.14 \cdot 0.13 - 0.3 \cdot 0.96 + 0.94 \cdot 0.23 = -0.05 \approx 0$$

Найбільші дотичні напруження, кг/мм<sup>2</sup>:

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{-12.993 - 68.841}{2} = -40.917$$

$$\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{-12.993 - 7.152}{2} = -10.07$$

$$\tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = \frac{68.841 - 7.152}{2} = 30.84$$

$$\tau_{\max} = 30.84$$

Октаєдрічні напруження, інтенсивність напружень:

$$\sigma_{\text{окт}} = \sigma_{\text{ср}} = 21 \text{ кг/мм}^2; \quad \sigma = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sigma_2}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sigma_3}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7,5 \\ 39,75 \\ 4,13 \end{pmatrix}$$

$$\tau = \frac{2}{3} \sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2} = \frac{2}{3} \sqrt{40.917^2 + 10.07^2 + 30.84^2} = 34.81$$

$$\sigma_u = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{\text{окт}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot 34.81 = 73.85$$

Шаровий тензор деформації, девіатор інформації, тензор деформації.

Для матеріалу сталь 45 незагартована:

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ кг/мм}^2; \quad \mu = 0,27; \quad \sigma_{\text{тр}} = 37 \text{ кг/мм}^2$$

$$E_0 = \frac{E}{1 - 2\mu} = 4.35 \cdot 10^4 \text{ кг/мм}^2$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = 0.787 \cdot 10^4 \text{ кг/мм}^2$$

$$T_{\delta}^0 = \frac{1}{E_0} T_H^0 = \frac{1}{4.35 \cdot 10^4} \begin{pmatrix} 21 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.83 & 0 & 0 \\ 0 & 4.83 & 0 \\ 0 & 0 & 4.83 \end{pmatrix} 10^{-4}$$

$$D_o = \frac{1}{2G} D_H = \frac{1}{2 \cdot 0.787 \cdot 10^4} \begin{pmatrix} -32 & -6 & -10 \\ -6 & -9 & 17 \\ -10 & 17 & 41 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20.33 & -3.81 & -6.35 \\ -3.81 & -5.72 & 10.8 \\ -6.35 & 10.8 & 26.05 \end{pmatrix} 10^{-4}$$

$$T_o = T_o^0 + D_o = 10^{-4} \begin{pmatrix} -52.33 & -9.81 & -16.35 \\ -9.81 & 14.72 & 27.8 \\ -16.35 & 27.8 & 67.05 \end{pmatrix}.$$

Відносна об'ємна деформація, відносні подовження повздовж головних осей, максимальний здвиг, інтенсивність деформації:

$$\theta = 3\varepsilon_{cp} = 14.49 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{1}{2 \cdot 10^4} [-12.993 - 0.27(68.841 + 7.152)] = -16.76 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{21} = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] = \frac{1}{2 \cdot 10^4} [68.841 - 0.27(-12.993 + 7.152)] = 35.21 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] = \frac{1}{2 \cdot 10^4} [7.152 - 0.27(-12.993 + 68.841)] = -3.96 \cdot 10^{-4}$$

$$\gamma_{\max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = -16.76 + 3.96 = -12.8 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_u = \frac{1}{E} \sigma_u = \frac{1}{2 \cdot 10^4} 73.85 = 36.925 \cdot 10^{-4}.$$

Запас міцності  $n = \frac{\sigma_{mp}}{\sigma_u} = \frac{37}{73.85} = 0,5.$

Схеми для графічної побудови результатів розрахунків представлені на рисунку 1.

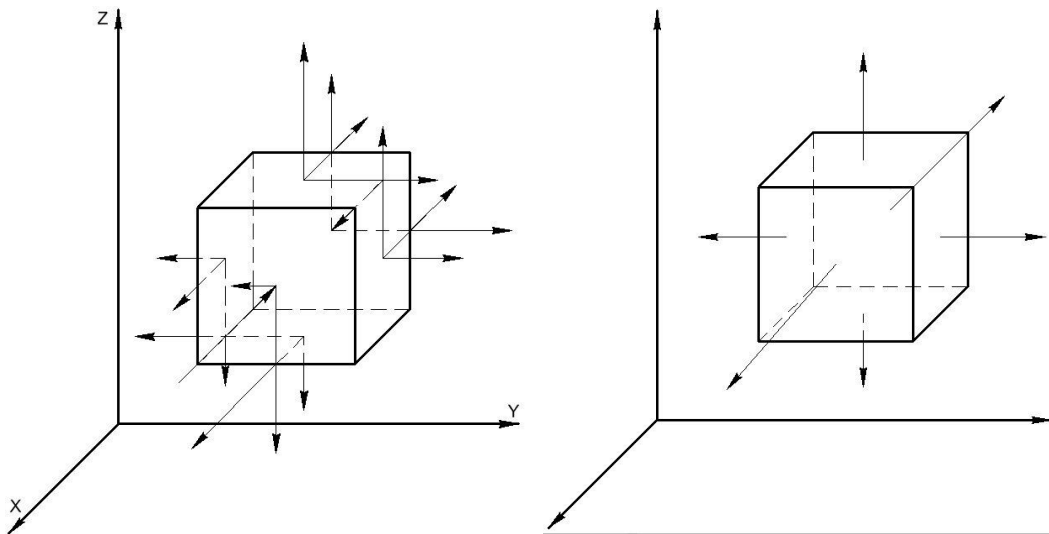


Рисунок 1 – Схема графічної побудови тензора та девіатора напруження

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Серета Б.П., Белокопъ Ю.О., Оніщенко А.М. Теорія обробки металів тиском : навч.-метод. посібник. Запоріжжя : ЗДІА, 2012. 132 с.
2. Василев Я.Д., Мінаев О.А. Теорія поздовжньої прокатки : підручник. Донецьк : УНІТЕХ, 2009. 488 с. ISBN 978-966-525-968-8.
3. Ніколаєв В.О. Теорія обробки металів тиском : навч. посібник. Запоріжжя : ЗДІА, 2015. 112 с.
4. Серета Б.П., Белокопъ Ю.О. Теорія процесів обробки металів тиском : метод. вказівки до лабораторних робіт. Запоріжжя : ЗДІА, 2010. 50 с.
5. Зиков Ю.С. Теорія обробки металів тиском : метод. вказівки до контрольних робіт. Запоріжжя : ЗДІА, 1997. 15 с.
6. Громов Н.П. Теория обработки металлов давлением. Москва : Металлургия, 1978. 360 с.
7. Евстратов В. А. Теория обработки металлов давлением : сборник задач и упражнений : учеб. пособие для вузов. Харьков : Вища школа, 1984. 104 с.
8. Данченко В.М., Грінкевич В.О., Голошко О.М. Теорія процесів обробки металів тиском : підручник. Дніпропетровськ : Пороги, 2008. 370 с. ISBN 978-966-525-968-8.
9. Серета Б.П. Теорія будови рідкого, кристалічного та аморфного стану речовини : навчальний посібник. Запоріжжя : ЗДІА, 2008. 238 с. ISBN 978-966-7101-97-8.
10. Клименко П.Л. Упрочнение стали и цветных металлов при холодной и горячей деформации : монографія. Днепропетровск : Пороги, 2011. 187 с. ISBN 978-617-518-133-1.

Навчально-методичне видання  
(українською мовою)

Белоконь Юрій Олександрович

## **ТЕОРІЯ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ**

Методичні вказівки до самостійної роботи  
для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра  
спеціальності 136 «Металургія» освітньо-професійної програми  
«Металургія»

Рецензент *Р. М. Воляр*  
Відповідальний за випуск *О. В. Явтушенко*  
Коректор *Ю. О. Белоконь*