

ЗАВДАННЯ № 2 Точкове квадратичне апроксимування функцій однієї змінної за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple.

§1 Завдання для виконання

1. Вибір емпіричної функції реалізувати засобами табличного редактору, як результат виконання завдання 1.

Реалізація МНК засобами системи комп'ютерної алгебри

2. За допомогою системи комп'ютерної алгебри (зокрема, Maple) методом найменших квадратів визначити рівняння апроксимуючої функції і значення квадратичного відхилення.
3. Побудувати графік знайденої функції і вхідних даних засобами системи комп'ютерної алгебри.
4. Порівняти результати, отримані за допомогою табличного редактора і системи комп'ютерної алгебри.

§2 Варіанти практичного завдання №1 [Ошибка! Источник ссылки не найден.]

Номер Вашого варіанта визначається як залишок від ділення на 10 порядкового номера Вашого ПІБ в журналі академгрупи. (Якщо залишок дорівнює 0, то Ваш варіант – 10.)

Через s позначено число, що дорівнює 0, якщо Ваше ПІБ має номер в журналі академгрупи ДЕННОЇ форми навчання від 1 до 10;

1 – номер в списку для ДЕННОЇ форми навчання від 11 до 20;

2 – номер в списку для ЗАОЧНОЇ форми навчання від 1 до 10;

3 – номер в списку для ЗАОЧНОЇ форми навчання від 11 до 20

Вимірювання температури корпусу працюючого агрегату, проведене з інтервалом 5 хвилин, дало наступні результати

Варіант 1

| | | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| X | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
| Y | $21+s$ | $39+s$ | $51+s$ | $63+s$ | $70+s$ | $90+s$ |

Варіант 2

| | | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| X | 1 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 |
| Y | $10+s$ | $37+s$ | $19+s$ | $61+s$ | $68+s$ | $90+s$ |

Значення питомої електропровідності у скла залежно від температури X визначається таблицею

Варіант 3

| | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X | 14.5 | 30 | 64.5 | 74.5 | 86.7 | 94.5 |
| Y | $0+s$ | 0.004 | 0.018 | 0.029 | 0.051 | 0.073 |

Варіант 4

| | | | | | | |
|-----|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| X | 42 | 53 | 61 | 74 | 83 | 90 |
| Y | $0.005 + \frac{s}{100}$ | $0.011 + \frac{s}{100}$ | $0.023 + \frac{s}{100}$ | $0.027 + \frac{s}{100}$ | $0.063 + \frac{s}{100}$ | $0.0125 + \frac{s}{100}$ |

Кількість Y речовини, (%), що залишився в системі через X хвилин від початку хімічної реакції, визначається таблицею.

Варіант 5

| | | | | | | | |
|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| X | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | 32 | 37 |
| Y | $83.7 + s$ | $72.9 + s$ | $63.2 + s$ | $54.7 + s$ | $47.5 + s$ | $41.4 + s$ | $36.3 + s$ |

Варіант 6

| | | | | | | | |
|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| X | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
| Y | $65.4 + s$ | $44.7 + s$ | $38.0 + s$ | $35.3 + s$ | $32.8 + s$ | $31.2 + s$ | $30.4 + s$ |

На хімічному виробництві протягом п'яти робочих змін отримані наступні дані залежності виходу продукту Y (кг/год) від температури реакції X .

Варіант 7

| | | | | | | | |
|-----|------------|------|------------|------------|----------|------------|-------------|
| X | 51 | 32 | 80 | 73 | 64 | 45 | 83 |
| Y | $52.7 + s$ | 15.2 | $89.5 + s$ | $94.8 + s$ | $76 + s$ | $39.3 + s$ | $114.8 + s$ |

Варіант 8

| | | | | | | |
|-----|-----------|------------|------------|-----------|------------|------------|
| X | 28 | 35 | 40 | 29 | 53 | 58 |
| Y | $5.3 + s$ | $20.7 + s$ | $21.7 + s$ | $9.2 + s$ | $55.4 + s$ | $64.3 + s$ |

Для дослідження залежності тиску Y насиченої пари (Н/см) від питомої об'єму X (m^3/kg) складена таблиця даних.

Варіант 9

| | | | | | | |
|-----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| X | 3.33 | 1.63 | 0.87 | 0.42 | 0.27 | 0.17 |
| Y | $0.48 + \frac{s}{10}$ | $1.03 + \frac{s}{10}$ | $2.02 + \frac{s}{10}$ | $4.25 + \frac{s}{10}$ | $7.16 + \frac{s}{10}$ | $11.5 + \frac{s}{10}$ |

Варіант 10

| | | | | | | |
|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| X | 7.4 | 10.0 | 12.8 | 20.0 | 26.0 | 32.0 |
| Y | $16.3 + s$ | $15.2 + s$ | $14.5 + s$ | $13.5 + s$ | $13.1 + s$ | $12.8 + s$ |

§3 Методичні рекомендації щодо виконання практичного завдання №2

Задача 1.1 Виконати завдання, надані в ПЗ 1 відповідно до таблиці

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| X | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | 32 | 37 |
| Y | 83 | 74 | 60 | 51 | 45 | 41 | 37 |

Реалізація МНК в системі комп'ютерної алгебри Maple:

- 1) Внести вхідні дані у матрицю-вектор можна за допомогою операторів присвоювання:

```

> restart
> X := [ 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37 ] :
> Y := [ 83, 74, 60, 51, 45, 41, 37 ] :

```

- 2) Відразу визначимо апроксимуючу функцію (у даному випадку маємо многочлен степеня st)

$$y := \text{sum}(a[i] \cdot x^i, i=0..st);$$

- 3) Формула квадратичного відхилення може бути визначеною як

$$Q := \text{sum}(\text{subs}(x=X[j], y) - Y[j])^2, j=1..N);$$

тут N - кількість вхідних даних.

- 4) Далі потрібно утворити систему (1.5), що виражає необхідні умови локального екстремуму функції багатьох змінних Q і розв'язати її:

```

> for k from 0 to st do    eq[k] := diff(Q, a[k]) = 0 : od:
> sys := {seq(eq[h], h = 0..st)} :
> var := {seq(a[h], h = 0..st)} :
> R := solve(sys, var); assign(R) :

```

- 5) Значення квадратичного відхилення містить змінна Q, яку необхідно вивести на екран.

- 6) Потрібно порівняти значення коефіцієнтів апроксимуючої функції, отриманих за допомогою двох різних інструментів (MS Excel і Maple). Якщо розв'язок системи в Maple ($a[h]$, $h=0..st$) визначається звичайними дробами, то порівняння здійснювати незручно. Для подання звичайного дробу у вигляді десяткового можна застосувати в Maple оператор $\text{evalf}(z)$, де z – число, що підлягає поданню десятковим дробом.

- 7) Щоб побудувати графік точкової функції, що відповідає вхідним даним, можна виконати такі дії:

- подати дані матрицею

$$data := [\text{seq}([X[j], Y[j]], j = 1..N)]:$$

- графік будується, наприклад, із застосуванням оператора

$$\text{plot}(data, \text{style} = \text{point});$$

- 8) Для побудови графіка апроксимуючої функції достатньо вписати оператор

$$\text{plot}(y, x=X[1]..X[N]);$$

- 9) Щоб побудувати два графіка на одному рисунку можна, наприклад, спочатку підключити пакет графіки $\text{with}(plots):$, а потім застосувати оператор display . Пропонується студентові реалізувати цей крок самостійно. Наведемо тут лише результат (див рис. 1.14).

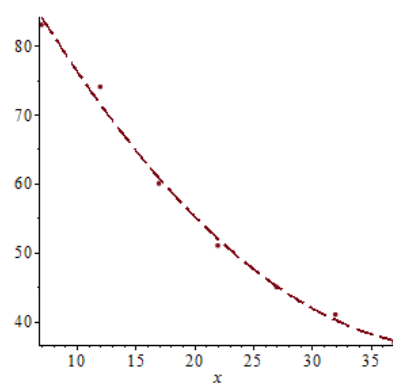


Рис. 1.14