

Шапочка М.К., Маценко О.М.

Теорія статистики

Начальний посібник

**Університетська
книга**

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я7

*Рекомендовано Вченою радою факультету економіки та менеджменту
Сумського державного університету (протокол №2 від 21 лютого 2014 р.)*

Теорія статистики : навчальний посібник / М.К. Шапочка,
О.М. Маценко. – Суми : Університетська книга, 2014. – 312 с.

У навчальному посібнику викладена методологія дослідження соціально-економічних явищ.

Навчальний посібник підготовлений відповідно до програми курсу «Статистика» і буде корисним як студентам, так і вже сформованим вченим, які здійснюють соціально-економічні дослідження.

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я7

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	8
РОЗДІЛ 1 ЗБІР, ОБРОБКА, УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СПОСОБИ ВИКЛАДЕННЯ СТАТИСТИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ	9
Тема 1. Поняття статистики, її предмет, метод, основні категорії та завдання	9
1.1. Виникнення, формування та розвиток статистики	9
1.2. Поняття статистики, її предмет та метод	16
1.3. Основні категорії та завдання статистики	18
1.4. Структура статистики та її зв'язки з іншими науками	21
Питання для самоконтролю	22
Тестові завдання для самоперевірки	23
Тема 2. Статистичне спостереження	27
2.1. Суть та етапи статистичного спостереження, вимоги до його результатів	27
2.2. Програмно-методологічні питання статистичного спостереження	28
2.3. Організаційні питання статистичного спостереження	31
2.4. Форми спостереження, його види та способи	32
2.5. Помилки спостереження та контроль його матеріалів	39
Питання для самоконтролю	40
Тестові завдання для самоперевірки	41
Тема 3. Статистичне зведення і групування матеріалів спостереження	51
3.1. Суть зведення, його завдання та організація	51
3.2. Групування як головний етап зведення	53
3.3. Принципи формування рядів розподілу у процесі групування	54
3.4. Завдання, що вирішуються методом групування, види групувань	61
Питання для самоконтролю	65
Тестові завдання для самоперевірки	66

Тема 4. Способи викладення статистичних даних	81
4.1. Статистичні таблиці, їх призначення, види та правила побудови	81
4.2. Поняття статистичного графіка, його призначення та роль у статистико-економічному аналізі	84
4.3. Вимоги до статистичного графіка та його основні елементи	86
4.4. Класифікація графіків та правила їх побудови	89
Питання для самоконтролю	100
Тестові завдання для самоперевірки	101

РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ ОБЧИСЛЕННЯ, АНАЛІЗУ ТА ІНТЕРПРЕТАЦІЇ УЗАГАЛЬНЮВАЛЬНИХ СТАТИСТИЧНИХ ПОКАЗНИКІВ

Тема 5. Абсолютні та відносні величини	109
5.1. Суть, види та функції статистичних показників	109
5.2. Абсолютні величини, їх роль та значення в статистиці, одиниці вимірювання	111
5.3. Відносні величини, їх суть та форми вираження	112
5.4. Основні види відносних величин	113
Питання для самоконтролю	117
Тестові завдання для самоперевірки	118
Тема 6. Підсистеми мотиваційного механізму підприємства	125
6.1. Середні величини, їх суть та значення у вивченні масових соціально-економічних явищ	125
6.2. Середня арифметична та її властивості	128
6.3. Середня гармонічна, геометрична та квадратична, умови їх застосування і способи обчислення	133
6.4. Структурні середні, їх суть та особливості обчислення	138
Питання для самоконтролю	144
Тестові завдання для самоперевірки	145
Тема 7. Показники варіації та закономірність розподілу ...	155
7.1. Поняття варіації та її основні показники	155
7.2. Дисперсія, її різновиди, властивості та взаємозв'язок дисперсій	158
7.3. Закономірність розподілу та його форми	165

7.4. Характеристика форм розподілу	166
Питання для самоконтролю	170
Тестові завдання для самоперевірки	170
Тема 8. Вибірковий метод	176
8.1. Суть вибіркового методу та його переваги у вивченні масових явищ	176
8.2. Методи і способи формування вибіркової сукупності	181
8.3. Помилки вибірки та методи обчислення середньої та граничної помилки для різних видів вибірки	186
8.4. Визначення необхідного обсягу вибірки та поширення результатів вибірки на генеральну сукупність	195
Питання для самоконтролю	198
Тестові завдання для самоперевірки	199
Тема 9. Статистичне вивчення зв'язку між явищами	203
9.1. Види зв'язків соціально-економічних явищ та завдання їх статистичного вивчення	203
9.2. Основні методи виявлення наявності зв'язку	207
9.3. Кореляційно-регресійний аналіз зв'язку, його суть, завдання та основні етапи	210
9.4. Оцінка щільності та істотності кореляційного зв'язку	214
Питання для самоконтролю	218
Тестові завдання для самоперевірки	218

РОЗДІЛ 3 РЯДИ ДИНАМІКИ ТА ІНДЕКСНИЙ МЕТОД У СТАТИСТИКО-ЕКОНОМІЧНОМУ АНАЛІЗІ

Тема 10. Статистичне вивчення динаміки соціально-економічних явищ	221
10.1. Ряди динаміки як інформаційна база аналізу змін соціально-економічних явищ у часі	221
10.2. Складові елементи динамічного ряду, їх види, особливості та основні завдання	222
10.3. Показники інтенсивності динаміки соціально-економічних явищ	233
10.4. Середні абсолютні та відносні показники динаміки	236
Питання для самоконтролю	238
Тестові завдання для самоперевірки	239

Тема 11. Аналіз основної тенденції розвитку суспільних явищ	252
11.1. Суть основної тенденції розвитку, умови та фактори її формування	252
11.2. Способи визначення основної тенденції розвитку явищ...	253
11.3. Аналітичне вирівнювання динамічних рядів, екстраполяція та інтерполяція	257
11.4. Дослідження та вимірювання сезонних коливань	262
Питання для самоконтролю	266
Тестові завдання для самоперевірки	266
Тема 12. Індексний метод	269
12.1. Суть індексів, їх особливості як узагальнювальних показників у статистико-економічному аналізі	269
12.2. Класифікація індексів та їх функції	270
12.3. Методологічні принципи побудови індексів	273
12.4. Агрегатна форма зведених індексів	277
12.5. Середньозважені індекси	287
12.6. Взаємозв'язки індексів та індексні системи	288
12.7. Територіальні індекси	294
12.8. Індекси середніх величин	295
Питання для самоконтролю	298
Тестові завдання для самоперевірки	298
 ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ	 305
 ДОДАТОК	 309

ПЕРЕДМОВА

У сучасному суспільстві статистика є одним із головних інструментів аналізу соціально-економічних процесів. Керівники, які вміють швидко обробляти та аналізувати інформацію краще управляють динамікою економічних систем як на макро-, так і на мікрорівнях. Тому зрозумілим і закономірним є інтерес і увага до неї в усіх цивілізованих країнах, де статистика є фундаментальною складовою економічної освіти. Оволодіння статистичними методами кількісного аналізу масових суспільних явищ є необхідною передумовою підготовки фахівців економічних спеціальностей вищої кваліфікації. Загалом же статистичне мислення, засноване на узагальненні, вмінні в окремих фактах розгледіти закономірне і випадкове, необхідне як у науці, так і в повсякденному житті, тому статистична підготовка потрібна кожній освіченій людині.

Вивчення статистики допоможе краще зрозуміти навколишній світ, суспільство, явища та процеси, що відбуваються в державі. Більш того, статистичний аналіз є необхідним при оперативному управлінні та при розробленні стратегічних альтернатив розвитку сучасних підприємств.

Запропонований навчальний посібник узагальнює багаторічний досвід викладання статистики в Сумському державному університеті й розрахований на студентів економічних спеціальностей усіх форм навчання. Його зміст відповідає діючому Галузевому стандарту вищої освіти (ОПП) і спрямований як на засвоєння основ статистичної науки, так і на формування навичок організації та проведення статистичного дослідження масових соціально-економічних явищ. Для цього в ньому, окрім доступного викладення лекційного матеріалу, наводяться приклади розв'язання типових задач, а також питання для самостійного контролю.

Розділ 1

ЗБІР, ОБРОБКА, УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СПОСОБИ ВИКЛАДЕННЯ СТАТИСТИЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Тема 1 | **Поняття статистики, її предмет, метод, основні категорії та завдання**

- 1.1 Виникнення, формування та розвиток статистики.
- 1.2 Поняття статистики, її предмет та метод.
- 1.3 Основні категорії та завдання статистики.
- 1.4 Структура статистики та її зв'язки з іншими науками.

1.1 Виникнення, формування та розвиток статистики

Як одна із базових дисциплін економічної освіти статистика має багатовікову історію свого формування та розвитку. Її виникнення пов'язують з утворенням перших держав і потребами кількісної оцінки чисельності та складу населення, худоби, іншого майна тощо. Це було потрібно, перш за все, для формування війська, збирання данини та різного роду податків. Такі обліково-оціночні роботи проводилися уже в Стародавньому Єгипті, Персії, Китаї, Греції, Римі. Так, ще в V столітті до нашої ери облік чисельності війська перського царя Дарія здійснювали наступним чином: кожний воїн проходячи мимо призначеного місця мусив принести й покласти камінь. За їх кількістю і визначали число воїнів. Особи, які здійснювали облік, були поважними людьми, їх називали «очі і вуха царя».

В античних Афінах кількість народжених і померлих визначалася шляхом підрахунку дарів, які необхідно було принести жриці богині Мінерви (богиня

війни і мудрості). За кожного народженого приносили одну міру пшениці, за померлого – міру ячменю.

У Стародавньому Римі кожний римлянин на Марсовому полі, у присутності громадян, під клятвою сповіщав відомості про своє майно. Причому, якщо він сповіщав неправдиві відомості, то приховане майно конфіскувалося.

Про проведення статистичних робіт в Середні віки свідчить історичний документ під назвою «Книга страшного суду», в якому зосереджені відомості про перепис населення, худоби, землі, майна в 240 тисячах дворів, королівських та феодальних маєтках Англії. Цей документ отримав таку страхітливу назву тому, що за провіщенням церкви у 1000 році повинен був наступити кінець світу. Населення Європи було налякане цим провіщенням і готувалося до страшного суду. Коли ж кінець світу у цей рік не відбувся, церква оголосила, що Бог відклав судний день до 1033 року, тобто до 1000-річчя після смерті Христа. У ці тривожні часи норманський герцог Вільгельм у битві при Гастингсі розгромив англосаксонські війська і завоював Англію. З метою збирання податків він наказав переписати все населення Англії, а також худобу, землі та майно. Населення зрозуміло це так, що тепер уже точно настане кінець світу, якщо почали всіх переписувати і знову почало готуватися до страшного суду. Кінець світу тоді також не настав, але назва документу про проведення статистичних робіт, які у формі перепису продовжувалися 4 роки, збереглася до наших днів. Церква цього разу відклала судний день на невідзначений час, але рух населення почала реєструвати сама і потрібно віддати їй належне – робила це досить сумлінно.

В епоху Відродження, поряд з інтенсивним розвитком мистецтв, наук і ремесел, різко активізувалася торгівля між державами. Розвиток торгівлі зумовив необхідність вивчення держав, з якими здійснювалася або могла здійснюватися торгівля. Особливо активно розвивала свою торгівлю Венеція, яка зобов'язувала

своїх консулів і послів, після повернення із-за кордону, доповідати сенату про політичні, економічні та інші умови різних держав. Однак навіть їх яскраві оповідання про життя інших держав не задовольняли політиків та купців. Вони хотіли мати відомості неупереджені, достовірні, кваліфіковано відібрані та викладені в офіційних державних документах. У результаті з'явилися різні довідники, в яких спеціально уповноважені мандрівники описували географічне, політичне, економічне становище різних держав. Один із таких довідників підготував Франческо Сансовіно, син відомого архітектора і скульптора із Тоскани. Він був опублікований у 1562 р., характеризував становище 22 держав, і вважається найбільш кваліфікованим описом свого часу. До речі, історія свідчить, що опис визначних пам'яток 157 міст і держав зробив ще грецький філософ Арістотель (384–322 рр. до н.е.).

З розвитком товарно-грошових відносин, зовнішньої та внутрішньої торгівлі зростала потреба в інформації про явища і процеси у житті суспільства, розширювалось коло явищ, які потребували всебічного вивчення. Виникла необхідність узагальнення та теоретичного обґрунтування різноманітної практики проведення обліково-оціночних робіт. У цих умовах, у середині XVII століття, і почалося формування статистики як науки. Її засновником вважають англійського економіста В. Петті (1623–1687). Він уперше для аналізу і характеристики таких явищ як виробництво, споживання, торгівля застосував чисельний метод, використавши цифрові дані. У подальшому В. Петті та його послідовники Дж. Граунт (1620–1674) та Е. Галлей (1656–1742) на основі чисельного методу заснували науковий напрямок вивчення масових суспільних явищ, який отримав назву *«школа політичної арифметики»*.

Інший напрямок формування статистичної науки, відомий під назвою *«державознавство»* або *«описова школа»* статистики, започаткував німецький вчений Г. Конрінг (1606–1681). З метою вивчення держав він

розробив систему збирання словесно-описової інформації про їх державний устрій, природні умови, здобутки, релігію, побут населення тощо. Його послідовник професор Г. Ахенваль (1719–1772) використав цю систему як основу нової навчальної дисципліни, яку назвав «статистика» і почав викладати у 1746 р. спочатку у Марбургському, а потім у Геттингентському університеті. Назву дисципліни він утворив від латинського слова «status», що означає стан, становище. Основним змістом цієї дисципліни було вивчення політичного стану держав, їх адміністративного устрою, територіальних та етнографічних особливостей тощо.

Отже, статистика, як наука, виникла майже одночасно в Англії та в Німеччині, але форми її виникнення та її зміст були різними. Якщо В. Петті та «політичні арифметики» прагнули охарактеризувати явища та процеси суспільного життя за допомогою цифр, то Г. Конрінг та його послідовники – шляхом їх словесного опису. Зазначені два напрями формування статистичної науки тривалий час функціонували і розвивалися паралельно у різних країнах, і лише у ХІХ столітті об'єдналися в єдину науку, в основі якої метод, започаткований В. Петті, а назва – Г. Ахенваля.

Подальший розвиток статистики здійснювався шляхом удосконалення її теорії та практики ученими і фахівцями різних країн. Чільне місце серед них належить бельгійському ученому А. Кетле (1796–1874), якого небезпідставно вважають основоположником теорії статистики. Його учення про середні величини та статистичні закономірності було і залишається важливим інструментом пізнання об'єктивної дійсності. Він приймав активну участь у розробці правил проведення переписів населення у різних країнах і рекомендував десятирічну періодичність їх проведення. За його ініціативою, для координації розвитку статистики, почали проводити міжнародні статистичні конгреси, а у 1885 р. був заснований Міжнародний статистичний інститут який існує і нині.

На розвиток статистичної науки позитивно вплинуло широке впровадження математичних методів, пов'язаних з працями Ф. Гальтона (1822–1911), К. Пірсона (1857–1936), В. Госсета (Ст'юдента) (1876–1936), Р. Фішера (1890–1962), П.Л. Чебишева (1821–1894), А.А. Маркова (1856–1922), О.М. Ляпунова (1857–1918) та інших вчених.

Що стосується української статистики, то її історія обумовлена особливостями історії України, яка в різні історичні періоди не мала своєї державності і була розділена між Російською і Австрійською імперіями та Польщею. Але згадки про перші статистичні операції на території України зустрічаються ще в працях грецького історика Геродота (між 490 і 480 рр. до н.е.). Він писав, що скіфський цар Аріанта для визначення кількості дорослого чоловічого населення свого царства наказав кожному чоловіку принести наконечник стріли. Вияснивши таким способом потенційну чисельність воїнів, наконечники переплавили і зробили величезний казан – пам'ятник.

За часів Київської Русі та у козацько-гетьманській державі для стягнення податків було налагоджено збір відомостей про чисельність населення, його майнове становище та результати господарської діяльності. Історичну цінність мають матеріали перепису козацького стану, який за наказом гетьмана Б. Хмельницького було проведено у 1649 р. на українських землях, звільнених від польського панування.

У подальшому українська статистика розвивалася в залежності від економічної та соціальної політики тієї держави, до складу якої входили на той час її окремі території. Зокрема, на територіях, які входили до складу Російської імперії, вона розвивалася під впливом змін суспільного устрою імперії та реформ адміністративного і економічного характеру.

Особливу роль в її розвитку відіграла так звана земська статистика, становлення якої розпочалося у 1870 р. і пов'язане з утворенням земських управ – органів місцевого самоврядування, у складі яких були

сформовані статистичні відділи. Головне завдання земської статистики полягало в обстеженні та оцінці селянських господарств, поміщицьких маєтків, фабрик, заводів, промислових і торгівельних закладів, шкіл, установ охорони здоров'я тощо. У складі органів земської статистики, які діяли в українських губерніях, активно працювали і зробили помітний внесок у методологію та практику статистичних досліджень відомі фахівці того часу. Так, визнаний «батьком української земської статистики» О.О. Русов (1847–1925), розробляв баланс Чернігівської губернії і опублікував новаторську роботу «Опис Чернігівської губернії», яку вважають дорогоцінним внеском у скарбницю національної статистики. Важливою складовою частиною статистичного аналізу стали розроблені О.П. Шликевичем (1849–1909) комбінаційні таблиці. Він вперше, для кількісної характеристики зв'язку різних ознак селянських дворів, застосував статистико-математичні методи. Засновником української бюджетної статистики вважається Ф.А. Щербина (1849–1936), який своїми дослідженнями вивів бюджетну статистику на новий науковий рівень, заклавши в її основу вчення про людські потреби.

Вагомий внесок у розвиток статистики не лише в Україні, але і в Російській імперії в цілому, зробив Д.П. Журавський (1810–1856), який у своїй праці «Про джерела і використання статистичних відомостей» розробив теоретичні основи статистики і створив систему статистичних показників. Його фундаментальну монографію у трьох томах «Статистичний опис Київської губернії» М.Г. Чернишевський назвав одним із найбільш дорогоцінних надбань російської науки протягом століття.

На землях Західної України, які свого часу входили до складу різних держав, статистичну роботу проводили відповідні міністерства і відомства цих держав. Так, в Австрійській імперії це була Центральна статистична комісія, у виданнях якої містилися матеріали статистичних досліджень у Галичині та Буковині. Іні-

ціатором проведення таких досліджень був член-кореспондент цієї комісії, професор Львівського університету Тадеуш Пілат (1844–1923), який заснував у Львові Національне статистичне бюро і керував ним з 1874 по 1920 рр.

На українських землях, які перебували під владою Польщі, збір і публікацію статистичних матеріалів здійснювало Статистичне бюро Галицького крайового відділу, а на Закарпатті – Угорське статистичне відомство у Будапешті.

Помітний внесок у висвітлення життя населення Західної України, окрім згаданого вище Т. Пілата, зробили також В. Навроцький, якого вважають першим статистиком-економістом Галичини, Я. Ранацький, Ю. Бузек, В. Гнатюк та ін.

За часів радянської влади розвиток української статистики характеризується з одного боку зростаючою інтенсивністю статистичних досліджень, пошуком їх нових форм та методів, технічним оснащенням, а з іншого – диктатом влади. Статистика повинна була, перш за все, ілюструвати перемоги та переваги нового суспільного устрою. Робити це в умовах коли широко розрекламовані державні планові завдання та програми часто не виконувалися, особливо в соціальній сфері, було неможливо без фальсифікації статистичних даних. Тому замість об'єктивних даних про справжній стан справ у країні, статистичні органи змушені були публікувати інформацію, скореговану відповідно до вказівок влади. Це викликало недовіру до радянської статистики як у громадян, так і в міжнародних організацій, і негативно впливало на їх авторитет.

Після здобуття Україною незалежності почався новий етап розвитку національної статистики. Реформування системи державного управління та перехід економіки до ринкових відносин диктує необхідність зміни соціально-політичної ролі статистики, забезпечення достовірності, доступності і гласності статистичної інформації, обґрунтування її обсягу та структури. Виникла потреба в нових підходах до визначення системи

статистичних показників, механізму збору, обробки та розповсюдження статистичних даних. Важливого значення набуває посилення аналітичної та прогностичної функції статистики, її поступового переходу на міжнародні стандарти. На виконання цих завдань спрямовані відповідні законодавчі нормативні акти та положення, зокрема закон України «Про державну статистику», прийнятий Верховною Радою України 17 вересня 1992 р., постанова Кабінету Міністрів України «Про концепцію побудови національної статистики України та Державну програму переходу на міжнародну систему обліку і статистики» № 326 від 4 травня 1993 р., указ Президента України «Про заходи щодо розвитку державної статистики» № 1299/97 від 22 листопада 1997 р. та ін.

Таким чином, історія свідчить, що статистика виникла під впливом практичних потреб людей і сформувалась як наука в результаті теоретичного узагальнення накопиченого людством досвіду обліково-оціночних робіт та розробки статистичних методів дослідження масових явищ і процесів суспільного життя.

1.2 Поняття статистики, її предмет та метод

Сучасна статистика значно відрізняється від її прародительки минулих сторічч не лише обсягом і різноманітністю досліджень, але й тим, що сьогодні статистичні методи застосовуються практично в усіх галузях знань. Мабуть саме цим можна пояснити той факт, що нині, як стверджують науковці, існує понад 1000 тлумачень терміну «статистика». Якщо об'єднати їх у споріднені за змістом групи, то можна виділити три основні поняття:

1) під статистикою розуміють виражену цифрами інформацію, яка характеризує різні сторони життя держави;

2) під статистикою розуміють також практичну діяльність державних установ, спрямовану на збір, обро-

бку і аналіз даних про масові явища та процеси суспільного життя;

3) статистикою називають науку, яка розробляє і впроваджує принципи і методи дослідження кількісної характеристики масових суспільних явищ.

Враховуючи викладене, сформулюємо визначення статистики як науки. Статистика – це наука, яка вивчає кількісні характеристики масових суспільних явищ у поєднанні з їх якісним змістом, у конкретних умовах простору і часу.

Тобто, **предметом статистичного вивчення є:** розміри і кількісні співвідношення масових суспільних явищ та закономірностей їх формування і розвитку в конкретних умовах простору та часу.

Кількісні характеристики масових суспільних явищ статистика вивчає за допомогою розроблених її теорією і апробованих практикою **методів**, основними з яких є:

- 1) методи масового статистичного спостереження;
- 2) методи статистичного зведення і групування;
- 3) методи обчислення узагальнювальних статистичних показників, їх аналіз, викладення та інтерпретація.

У процесі статистичного дослідження, яке складається із трьох взаємопов'язаних етапів, ці методи застосовуються у певній логічній послідовності. Так, на першому етапі дослідження, який полягає у збиранні повної, всебічної інформації про явище, що вивчається, застосовують методи масового статистичного спостереження. На другому зібрана інформація обробляється, узагальнюється і систематизується шляхом її розподілу на якісно однорідні групи. Це дає змогу виявити типові риси і закономірності, притаманні явищу, яке досліджується. Для цього використовують один із найважливіших статистичних методів – метод групування. На третьому, заключному етапі здійснюється аналіз узагальнювальних статистичних показників, отриманих в результаті відповідних розрахунків. Для наочності і кращого сприйняття результатів аналізу, широко використовуються статистичні таб-

лиці і графіки, а також чітко й лаконічно сформульовані висновки.

1.3 Основні категорії та завдання статистики

Вивчаючи масові суспільні явища, статистика використовує ряд понять і категорій, основними з яких є: статистична сукупність, варіація, ознака, статистичний показник, статистична закономірність. Розглянемо докладніше їх сутність.

Статистична сукупність – це множина однорідних явищ, об'єднаних загальними властивостями у певних межах простору і часу. Кожне окреме явище, яке входить до складу статистичної сукупності, називається **одиноцею (елементом) сукупності**. Наприклад, вивчаючи стан вищої освіти у державі, статистика в якості статистичної сукупності, розглядає сукупність вузів. При цьому кожний вуз, у свою чергу, – це сукупність факультетів, студентів тощо.

Ознака – це певна властивість, яка притаманна кожній одиниці сукупності. Ознаки підрозділяються на кількісні – ті, які можна виразити числом і атрибутивні (якісні, описові), які неможливо виразити числом. Так, кожного студента, як одиницю сукупності студентів, можна охарактеризувати такими кількісними ознаками як вік, зріст, вага, а також атрибутивними – стать, сімейний стан, національність тощо. Якщо атрибутивна ознака може мати одне з двох протилежних значень, її називають альтернативною. Наприклад, ознака «стать», стосовно однієї особи, може мати лише одне із двох протилежних значень: чоловіча або жіноча.

Варіація – це кількісна зміна значень ознаки у одиниць сукупності. Варіація обумовлена впливом на значення ознаки різних причин і факторів, насамперед випадкових, зовнішніх. Так, якщо характеризувати сукупність студентів за ознакою «вага», то у кожного з них її значення буде різним, варіюючи (коливаючись)

в сукупності у певних межах. Наприклад, від 48 до 90 кг.

Статистичний показник – це узагальнена кількісна характеристика властивостей масових суспільних явищ. Кількісну характеристику таких явищ статистика виражає певними числами, які отримують в результаті відповідних розрахунків. Але від звичайних чисел, якими оперує математика, статистичні показники відрізняються тим, що вони мають 4 обов'язкові атрибути (невід'ємні властивості): 1) змістовне поняття явища; 2) його кількісну характеристику; 3) територіальну належність; 4) проміжок чи момент часу, станом на який характеризується явище. Тобто, статистичний показник завжди число іменоване, яке відноситься до певної території та часу. Наприклад, чисельність населення Сумської області становила на 01.01.2010 року 1 300 тис. осіб. За допомогою статистичних показників статистика вивчає явища і процеси у житті суспільства.

Статистична закономірність – це кількісна закономірність зміни у просторі та часі масових суспільних явищ. Статистична закономірність виникає в результаті впливу на явище безлічі причин, одні з яких впливають постійно, а інші (випадкові) – непостійно, тимчасово. Ті, що впливають постійно, надають змінам у явищі повторюваності, регулярності. Тобто, статистична закономірність виражається у певній повторюваності, послідовності та регулярності подій з достатньо високим ступенем ймовірності. Статистична закономірність виявляється лише в результаті аналізу масових даних, що обумовлює її взаємозв'язок із законом великих чисел (ЗВЧ). У найпростішій формі суть цього закону можна сформулювати таким чином: кількісні закономірності масових явищ виразно проявляються лише у достатньо великому їх числі.

Наприклад, для виявлення проблеми тютюнопаління необхідно визначити, хто в обласному центрі вживає тютюнових виробів більше: особи чоловічої чи жіночої статі? Очевидно, що на основі розрізнених фа-

ктів дати однозначну відповідь на це питання неможливо, тому що нині ця проблема стосується в рівній мірі як чоловіків, так і жінок. Це обумовлено різними причинами: рекламою, наслідуванням кумирів, схильністю до стадності, соціально-побутовими умовами, недоліками у вихованні й т.ін. Тому було проведене масове статистичне спостереження достатньо великого числа жителів. Опрацювання і узагальнення його результатів відповідними статистичними методами, дало змогу виявити чітку закономірність: більше тютюнових виробів вживають чоловіки.

Розвиток суспільства і зростання потреб державного управління у всебічній інформації про явища і процеси суспільного життя обумовлюють комплекс завдань, що стоять перед статистикою. Основними з них є:

- дослідження і всебічне висвітлення соціально-економічних явищ і процесів, що відбуваються в суспільстві;

- забезпечення достовірною інформацією про явища і процеси суспільного життя управлінських органів та суспільства в цілому;

- виявлення взаємозв'язків і пропорцій у суспільному виробництві та прогнозування тенденцій його розвитку.

Завдання вітчизняної статистики змінювались зі змінами органів державного управління та їх функцій, особливостями розвитку економіки та соціальної сфери. На даний час її головні завдання визначені Законом України «Про державну статистику», прийнятому Верховною Радою 17 вересня 1992 р. Коло завдань, які суспільство в процесі свого розвитку ставило перед статистикою, постійно розширювалось, що зумовило необхідність виокремлення в її складі окремих, взаємопов'язаних розділів: теорії статистики; економічної статистики; соціальної статистики.

1.4 Структура статистики та її зв'язки з іншими науками

Теорія статистики є фундаментом, методологічною основою усієї статистичної науки. Вона розробляє загальні наукові принципи статистичного дослідження масових явищ та методи обчислення узагальнювальних статистичних показників, які використовують усі розділи статистики. Як навчальна дисципліна вона є важливою складовою процесу підготовки кваліфікованих фахівців економічного профілю, які володіють знаннями та навичками організації і проведення статистичних досліджень, аналізу та інтерпретації їх результатів.

Економічна статистика вивчає явища і процеси в економіці та її галузях: промисловості, торгівлі, сільському господарстві, транспорті, будівництві, фінансах та ін.

Соціальна статистика вивчає явища і процеси, що характеризують умови життя та діяльності населення. Зокрема, демографічні процеси, стан охорони здоров'я, освіти, науки, правових відносин, культура та ін. Структура сучасної статистичної науки наведена на рис. 1.1.

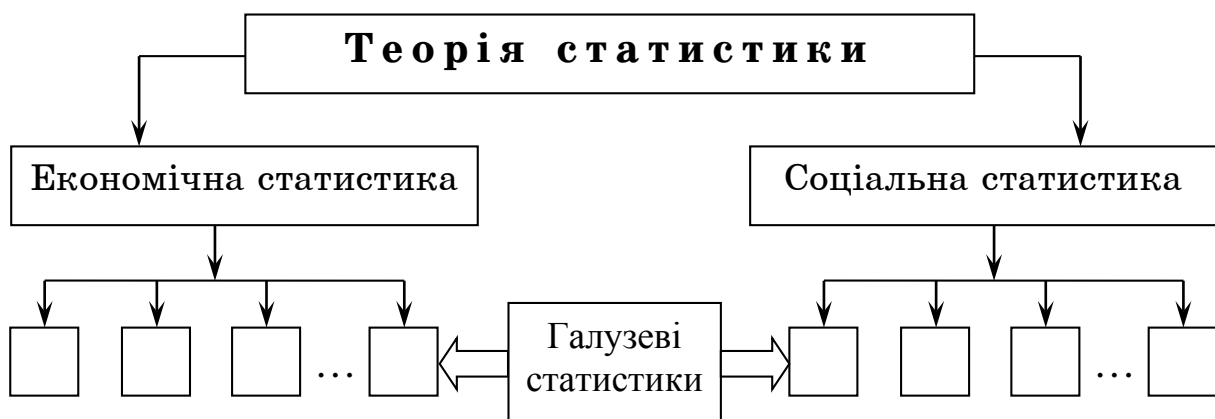


Рис. 1.1. Структура статистичної науки

У процесі свого формування та розвитку статистика взаємодіяла з іншими науковими дисциплінами, застосовуючи їх знання та досягнення. Так, досліджую-

чи кількісні характеристики масових суспільних явищ, статистика застосовує математичний інструментарій різного рівня складності. Роль математики в статистиці особливо зросла в сучасних умовах широкого використання обчислювальної техніки, що дає змогу значно прискорити обробку і передачу даних та їх пошук у великих масивах. Статистика також тісно пов'язана з економічною теорією, яка досліджує закони розвитку соціально-економічних явищ, соціологією, географією, історією та іншими науками. В свою чергу, інші наукові дисципліни у своїх дослідженнях також широко використовують методи статистики та її інформаційну базу.

Питання для самоконтролю

1. Як виникла статистика та кого вважають її засновником як науки?
2. Які основні напрями формування статистики як науки виділяють в історії?
3. Що означає термін «статистика»? Хто вперше ввів його у вжиток?
4. Дайте коротку характеристику історії розвитку статистики.
5. Що розуміють під терміном «статистика» на сучасному етапі?
6. Дайте сучасне визначення статистики як науки. Що є предметом статистики?
7. Назвіть основні методи статистичного дослідження.
8. Назвіть етапи статистичного дослідження і коротко охарактеризуйте кожен з них.
9. Що таке статистична сукупність, одиниця сукупності? Поняття варіації.
10. Які Ви знаєте ознаки, що характеризують одиницю сукупності, їх характеристика?
11. Які сукупності можна виділити у вузі для їх статистичного вивчення?

12. Якими атрибутивними та кількісними ознаками можна охарактеризувати сукупність студентів вузу?
13. Що таке статистична закономірність?
14. Назвіть основні факторні ознаки, що визначають варіацію успішності студентів.
15. У чому полягає сутність закону великих чисел?
16. Які виділяють основні завдання статистики на сучасному етапі? Роль та значення статистики в роботі економіста.
17. З яких основних частин (рівнів) складається сучасна статистика?
18. Що Ви знаєте про взаємозв'язки статистики з іншими науками?

Тестові завдання для самоперевірки*

1.1. Термін «статистика» вперше запропонував:

- а) Аристотель;
- б) Готфрід Ахенваль;
- в) Вільям Петті;
- г) Джон Граунт.

1.2. Статистика як наука виникла:

- а) в Англії у XVII сторіччі;
- б) в США у XVI сторіччі;
- в) у Франції у другій половині XV сторіччя;
- г) в Германії у XVII сторіччі.

1.3. Статистика – це наука, яка вивчає:

- а) зміст показників виробничо-господарської діяльності суспільства в конкретних умовах часу та простору;
- б) умови та особливості формування та розвитку соціально-економічних явищ у державі;
- в) кількісну сторону масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним змістом в конкретних умовах місця та часу;

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

г) вплив суб'єктів виробничо-господарської діяльності на соціально-економічні показники держави.

1.4. Предметом статистичного вивчення є:

- а) умови та чинники життя і діяльності суспільства за визначений проміжок часу;
- б) розміри і кількісні співвідношення масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним змістом;
- в) організація збирання, накопичення та обробки інформації про масові явища і процеси суспільного життя;
- г) принципи та методи дослідження виробничо-господарської діяльності суспільства у часі та просторі.

1.5. Статистика вивчає свій предмет за допомогою методів:

- а) безпосереднього статистичного спостереження, арифметичного контролю і логічного аналізу;
- б) статистичного спостереження, статистичного зведення і групування;
- в) статистичного групування, аналізу і систематизації даних статистичної звітності;
- г) обчислення узагальнювальних статистичних показників, їх аналіз, викладення та інтерпретація.

1.6. Статистична сукупність – це:

- а) система методів, спрямованих на статистичне вивчення масових суспільних явищ;
- б) множина елементів (явищ), об'єднаних загальними властивостями, що підлягають статистичному вивченню;
- в) множина узагальнюючих статистичних показників, що характеризують життя та діяльність суспільства;
- г) комплекс умов та чинників, що характеризують життя та діяльність суспільства і вивчаються статистикою.

1.7. Під ознакою в статистиці розуміють:

- а) зміст явища, що вивчається, на певному етапі його розвитку;
- б) певна властивість, яка притаманна кожній одиниці сукупності;

- в) узагальнювальну характеристику розвитку в часі та просторі явища, що вивчається;
- г) стан явища, що вивчається на певний момент часу.

1.8. У статистиці ознаки поділяються на:

- а) типові, спеціалізовані;
- б) соціальні, економічні;
- в) індивідуальні, агреговані;
- г) атрибутивні, кількісні.

1.9. До атрибутивних ознак, які характеризують працівників установи відносяться:

- а) вік працівника;
- б) професія;
- в) стаж роботи;
- г) сімейний стан.

1.10. Варіація – це:

- а) кількісна зміна значень ознаки у одиниць сукупності;
- б) множина різноманітних ознак у одиниць статистичної сукупності;
- в) повторюваність змін у часі або просторі значення певної ознаки;
- г) вплив певної ознаки на зміну соціально-економічного явища.

1.11. Обов'язковими атрибутами статистичного показника є його

- а) назва, соціальна значимість, одиниця виміру;
- б) обґрунтованість, економічна доцільність, числове значення;
- в) зміст, кількісна оцінка, територіальна належність, час;
- г) актуальність, якісна визначеність, економічна коректність.

1.12. Статистична закономірність – це:

- а) кількісна закономірність зміни у часі і просторі масових явищ;

- б) поширеність явища, що вивчається, на певній території;
- в) впорядкованість елементів, об'єктів, явищ за певною властивістю на визначений момент часу;
- г) кількісна закономірність зміни у часі будь-якого елемента сукупності.

1.13. Структура сучасної статистики складається з:

- а) двох рівнів;
- б) трьох рівнів;
- в) чотирьох рівнів;
- г) багатьох рівнів, залежно від кількості галузей.

Тема 2 | **Статистичне спостереження**

- 2.1 Суть та етапи статистичного спостереження, вимоги до його результатів.
- 2.2 Програмно-методологічні питання статистичного спостереження.
- 2.3 Організаційні питання статистичного спостереження.
- 2.4 Форми спостереження, його види та способи.
- 2.5 Помилки спостереження та контроль його матеріалів.

2.1 Суть та етапи статистичного спостереження, вимоги до його результатів

Вивчення і відображення масових суспільних явищ статистика здійснює за допомогою статистичних показників, одержаних в результаті статистичного дослідження.

Статистичне дослідження складається із трьох послідовних етапів:

- 1) статистичного спостереження;
- 2) зведення і групування матеріалів, одержаних у результаті статистичного спостереження;
- 3) обчислення узагальнювальних статистичних показників, їх аналіз та інтерпретація.

Статистичне спостереження є першим, надзвичайно важливим етапом статистичного дослідження, від результатів якого суттєво залежить достовірність результатів дослідження. Тому статистичному спостереженню приділяється особлива увага при проведенні статистичних досліджень.

Статистичне спостереження – це планомірний, науково організований процес збирання даних про масові явища і процеси суспільного життя.

Процес статистичного спостереження складається із таких етапів:

1) планування спостереження, тобто розробка плану його проведення;

2) підготовка спостереження, полягає в підготовці необхідних статистичних бланків, формулярів, інструкцій та кадрів;

3) здійснення статистичного спостереження, тобто безпосереднє збирання даних;

4) контроль одержаних матеріалів, полягає в перевірці зібраних даних на достовірність і точність.

Зібрані дані повинні відповідати таким вимогам:

1. Дані повинні бути достовірними і точними, тобто відповідати об'єктивній реальності.

2. Дані повинні бути повними. Повнота даних означає:

а) *повноту просторового охоплення*, тобто повне охоплення одиниць досліджуваної сукупності;

б) *повноту охоплення сторін*, тобто охоплення всіх істотних сторін явища, що вивчається;

в) *повноту охоплення у часі*, тобто наявність даних за максимально тривалі, безперервні проміжки часу (не менше 3-5 років).

3. Дані повинні бути придатними для порівняння у часі і просторі.

4. Дані повинні бути своєчасними (особливо важливо для оперативного управління).

У процесі обробки матеріалів спостереження, на наступних етапах дослідження, отримують узагальнювальні статистичні показники, які характеризують явище, що досліджувалось.

2.2 Програмно-методологічні питання статистичного спостереження

Статистичне спостереження масових суспільних явищ є складним і відповідальним етапом статистич-

ного дослідження, який потребує ретельної підготовки до його проведення. Тому статистичне спостереження проводиться за спеціально розробленим планом, який складається з двох частин: програмно-методологічної та організаційної.

У програмно-методологічній частині визначаються мета, об'єкт та одиниця спостереження, складається програма спостереження.

Мета спостереження визначає, які дані потрібно отримати в результаті спостереження для узагальненої характеристики явища, що вивчається.

Загальна мета спостереження відображається, перш за все, в документі, на підставі якого проводиться спостереження (постанова уряду, наказ Держкомстату, міністерства, відомства і т.ін.). У відповідності до поставленої мети визначається коло завдань, які необхідно вирішити в процесі спостереження.

Об'єкт спостереження це сукупність одиниць явища, що вивчається (сукупність студентів, підприємств, комерційних банків, тощо).

При проведенні масових спостережень виникає необхідність визначати межі об'єкта спостереження. Для цього використовують так звані *цензи*, тобто обмежувальні ознаки об'єкта спостереження.

Наприклад, при дослідженні впливу торгівельних підприємств на рівень зайнятості населення в регіоні встановлюють ценз, згідно з яким дослідженню будуть підлягати лише ті підприємства, кількість працюючих в яких не менше 10 осіб. Тобто спостереженням будуть охоплені лише ті підприємства, які суттєво впливають на вирішення проблеми зайнятості. Це дає змогу зменшити обсяг досліджуваної сукупності, зекономити час, сили і кошти без суттєвого впливу на достовірність результатів дослідження.

Одиниця спостереження – це первинне джерело, від якого отримують необхідні дані про об'єкт спостереження.

Наприклад, при вивченні такого явища як успішність студентів вищих навчальних закладів (ВНЗ) ре-

гіону одиницею спостереження буде кожний ВНЗ, в якому можна отримати дані про успішність його студентів.

Одиниця сукупності – це одиниця об'єкта спостереження, ознаки якої реєструють у процесі спостереження.

Зокрема, у наведеному вище прикладі одиницею сукупності буде кожний студент ВНЗ регіону, як носій значення ознаки «успішність».

Тобто, одиниця спостереження є джерелом інформації, яку отримують в результаті спостереження, а одиниця сукупності – носій ознак, які підлягають спостереженню. Інколи бувають випадки, коли одиниця спостереження співпадає з одиницею сукупності. Так, при проведенні перепису населення одиницею спостереження і одиницею сукупності є окрема особа, яка водночас є і джерелом відомостей про себе і носієм ознак, які підлягають спостереженню.

Програма спостереження – це перелік питань, на які потрібно отримати відповіді в процесі спостереження.

Складання програми – відповідальне завдання, яке потребує певних знань і досвіду. Від чіткості і точності її питань залежить правильність відповіді на них, тобто якість зібраної первинної інформації. Тому для складання програми часто залучають фахівців тієї чи іншої галузі.

Програма спостереження оформляється у вигляді статистичного формуляра, тобто облікового документа єдиного зразка. Це можуть бути бланки певних форм обліку і звітності, переписні чи опитувальні листи, анкети. Для забезпечення однозначності в тлумаченні питань програми, формуляри доповнюють інструкцією з вказівками щодо їх заповнення. Інструкція може бути або у вигляді додатку до формуляра, або у вигляді підказок до відповіді. Підказки полягають у тому, що після питання, в дужках, наводяться варіанти можливої відповіді на нього. Форма відповіді може бути:

- альтернативною, тобто вираженою словами «так» або «ні»;
- словесною, коли відповідь можна виразити одним або декількома словами;
- числовою, коли відповідь виражена конкретним числом;
- вибірковою, коли є набір відповідей і треба вибрати потрібні.

Всі документи щодо проведення статистичного спостереження (бланки, анкети, інструкції, опитувальні листи) називаються *статистичним інструментарієм*.

2.3 Організаційні питання статистичного спостереження

В організаційній частині плану статистичного спостереження відображаються питання організації та проведення процесу спостереження. Зокрема, вирішуються практичні питання хто, де, коли та яким способом буде здійснювати збирання потрібних даних. Тобто, перш за все вирішується питання кадрового та матеріально-технічного забезпечення процесу спостереження.

Якщо спостереження проводиться на державному рівні, то воно здійснюється Державним комітетом статистики України та його регіональними органами. В інших випадках спостереження здійснюється силами і засобами тих відомств чи організацій, які проводять відповідні статистичні дослідження.

Важливе значення мають також питання місця спостереження та часу його проведення. Тобто, визначається місце знаходження одиниць спостереження, від яких передбачається отримати потрібну інформацію та час її реєстрації. В статистиці розрізняють об'єктивний і суб'єктивний час спостереження.

Об'єктивним вважається час, до якого відносяться дані, отримані в результаті спостереження. Він характеризує інтервал чи момент часу, станом на який були

зібрані і зареєстровані дані. Так, дані про обсяг викидів в атмосферу забруднюючих речовин підприємством, можна отримати лише за певний період часу. Тоді як дані про чисельність населення міста чи регіону – тільки на певну дату, тобто момент часу.

Якщо реєстрація даних здійснюється на конкретний наперед визначений час доби, то в таких випадках об'єктивний час називається **критичним моментом**. Наприклад, при перепису населення обов'язково встановлюють конкретний час доби (критичний момент), станом на який передбачається реєструвати наявне населення. Зокрема, критичним моментом і об'єктивним часом перепису населення 2001 року була 12 година ночі з 4 на 5 грудня. Це означало, що переписом повинно бути охоплено все наявне населення станом на 12 годину ночі з 4 на 5 грудня.

Суб'єктивним часом спостереження називається час, протягом якого здійснюється процес збирання інформації. Так, суб'єктивний час перепису 2001 р. було встановлено протягом 10 днів, тобто з 5 по 14 грудня. Отже, перепис населення здійснювався протягом десяти днів, але дані про чисельність населення реєструвалися станом на критичний момент – 12 годину ночі з 4 на 5 грудня. Наприклад, якщо у деякій сім'ї перепис проводився 7 грудня і членом сім'ї стала дитина, яка народилася 5 грудня о 9 годині, то її не реєстрували. Це пояснюється тим, що на критичний момент її ще не було. Але якщо в іншій сім'ї повідомляли, що 7 грудня помер хтось із членів сім'ї, то його реєстрували, тому що на критичний момент він був живий.

2.4 Форми спостереження, його види та способи

При проведенні статистичного спостереження застосовують три основні форми збирання інформації: звітність, спеціально організоване спостереження, реєстри. Нині в Україні основною формою спостереження та головним джерелом статистичної інформації є

звітність. Вона полягає в тому, що всі підприємства, організації і установи зобов'язані подавати в органи державної статистики та відповідні відомства звіти про результати своєї діяльності. Форма звітів, їх зміст та терміни подання встановлюються Держкомстатом України. Звіти ґрунтуються на даних оперативного і бухгалтерського обліку і за їх достовірність несе юридичну відповідальність керівник та головний бухгалтер.

В залежності від форми і змісту статистична звітність підрозділяється на типову і спеціалізовану. *Типова* має єдину форму і склад показників для всіх підприємств, установ і організацій. *У спеціалізованій* склад показників залежить від специфіки діяльності підприємств та організацій. Так, для підприємств машинобудування склад показників буде іншим, ніж для підприємств харчової промисловості.

За призначенням і використанням звітність буває зовнішньою та внутрішньою. *Зовнішня* затверджується, збирається і узагальнюється органами державної статистики, міністерствами та відомствами. *Внутрішня* призначена для внутрішнього використання тих організацій, які її розробляють і затверджують.

За термінами подання звітність поділяється на поточну і річну. *Поточною* називається звітність, що відображає результати діяльності звітуючих суб'єктів за тиждень, декаду, місяць, квартал. *Річна* характеризує результати всебічної діяльності звітуючих суб'єктів за рік. Подання звітів в органи державної статистики та відповідні відомства, в залежності від терміновості, може здійснюватися електронною або звичайною поштою.

З переходом національної статистики на систему національних рахунків (СНР) розпочалося її реформування в напрямку спрощення звітності, зменшення переліку її показників, методики їх обчислення та оптимізації процесу збирання інформації. У світовій практиці збирання первинної статистичної інформації здійснюється переважно шляхом спеціально організо-

ваного спостереження. Це дає змогу отримати інформацію кращої якості та потрібного обсягу у визначений час.

Спеціально організовані статистичні спостереження, як форма збирання інформації, застосовуються в нашій країні при дослідженні тих явищ суспільного життя, які не охоплені звітністю, або потребують уточнення чи поглибленого вивчення. До них відносяться переписи, спеціальні обстеження, одноразові обліки, опитування.

Переписи проводяться з певною періодичністю або одноразово з метою отримання повної всебічної інформації про явища і процеси, що вивчаються. Наприклад, перепис населення, матеріальних ресурсів, виробничого устаткування тощо.

Спеціальні статистичні обстеження мають переважно вибірковий характер і можуть бути як періодичними, так і одноразовими. Проводяться як органами державної статистики, наприклад, при вивченні доходів та зайнятості населення, так й іншими зацікавленими організаціями. Наприклад, підприємствами при вивченні ринку товарів та послуг, транспортними організаціями при вивченні пасажиропотоків і т.ін.

Одноразові обліки проводяться з метою визначення чисельності і розміщення явища, що вивчається на певній території, на певний момент чи період часу. Наприклад, облік промислової продукції на підприємствах регіону, чисельності робітників за професіями, земельних угідь регіону за видами. Обліки мають суцільний характер і ґрунтуються на безпосередньому обліку, документальних даних та опитуванні.

Опитування проводять з метою вивчення громадської думки з тих чи інших питань, в усній або письмовій формі шляхом анкетування. Має переважно вибірковий характер, за винятком проведення референдумів, коли здійснюється суцільне опитування всього дорослого населення країни.

Реєстр (польс. rejestr) – перелік, список, опис. Це форма статистичного спостереження, що ґрунтується

на створенні та веденні статистичного реєстру. Тобто, з метою постійного спостереження за станом та змінами соціально-економічних явищ, складають повний перелік їх одиниць з реєстрацією значень необхідних ознак. Так, нині в Україні діє Єдиний державний реєстр підприємств та організацій (ЄДРПОУ), у вигляді автоматизованої системи збирання та накопичення даних про всіх суб'єктів господарювання. Це створює інформаційну базу для дослідження результатів їх діяльності та її впливу на соціально-економічний розвиток країни та регіонів.

Статистичне спостереження підрозділяється на ряд видів за часом спостереження і охопленням одиниць сукупності.

За часом реєстрації фактів розрізняють *безперервне* (поточне) *періодичне* і *одноразове* спостереження.

Поточне спостереження проводиться постійно, безперервно – по мірі виникнення явищ. Наприклад, реєстрація в РАГСі народження і смерті, шлюбів і розлучень; випуск продукції підприємством; тощо.

При **періодичному спостереженні** реєстрація фактів проводиться через певні, як правило однакові, проміжки часу. Наприклад, облік успішності студентів за даними сесій, переписи населення через певні періоди часу і т.ін.

Одноразове спостереження проводиться один раз для вирішення певного завдання, або по мірі потреби. Наприклад, при вивченні громадської думки з певного питання.

Застосування на практиці того чи іншого виду спостереження залежить від специфіки досліджуваного об'єкта.

За охопленням одиниць сукупності розрізняють *суцільне* і *несуцільне* статистичне спостереження.

При **суцільному спостереженні** реєстрації підлягають усі, без винятку, одиниці сукупності. Наприклад, реєстрація всього населення при проведенні переписів.

При *несуцільному спостереженні* реєстрації підлягають не всі одиниці сукупності, а лише заздалегідь визначена їх частина. Характерною особливістю несучільного спостереження є те, що його результати поширюють на всю сукупність, що досліджується.

Несуцільне спостереження здійснюють по різному, в залежності від завдань і особливостей об'єкта дослідження. Існують такі види несучільного спостереження:

- спостереження основного масиву;
- вибіркоче спостереження;
- монографічне спостереження;
- моніторинг.

Спостереження основного масиву – обстеженню підлягає основний масив одиниць сукупності, тобто та частина її одиниць, яка відіграє визначальну роль у характеристиці явища, що вивчається.

Тобто, застосовуючи спостереження основного масиву виходять з припущення, що виключення певної частини малозначущих одиниць не вплине істотним чином на результат.

Застосування спостереження основного масиву доцільне в тих випадках, коли відомий склад всієї сукупності й можна наперед визначити, які її одиниці є малозначущими.

Вибіркове спостереження – це спостереження, при якому обстежується певна частина одиниць сукупності, відібрана за правилами випадкового відбору. Наприклад, обстеження якості продукції, попиту населення тощо.

Монографічне спостереження – це детальне, ретельне обстеження окремих типових одиниць сукупності. Це може бути одна бригада, одне підприємство, один вуз і т.ін. Поглиблене вивчення окремих одиниць дає можливість виявити тенденцію розвитку явища та його типові особливості.

Моніторинг – спеціально організоване спостереження за станом певного середовища. Наприклад, за

станом забруднення атмосферного повітря, поверхневих вод, бюджетів окремих соціальних груп населення і т.ін.

При проведенні статистичного спостереження застосовуються три основні **способи збирання даних**: безпосереднє спостереження, документальне спостереження, опитування.

1) Безпосереднє спостереження полягає в тому, що реєстрація одиниць та ознак, що вивчаються, здійснюються безпосередньо особою, яка проводить дослідження шляхом їх підрахунку, вимірювання, зважування тощо. Цей спосіб дає змогу отримати надійну і достовірну первинну інформацію. Разом з тим, він досить трудомісткий і витратний, що обмежує його широке застосування.

2) Документальне спостереження – це таке, коли джерелом статистичних даних є документи первинного обліку підприємств, установ і організацій, тобто різноманітні звіти. Цей спосіб широко використовується у процесі статистичного спостереження і також забезпечує достовірність отриманих даних, адже на документах первинного обліку базується статистична звітність.

3) Опитування – це спосіб, при якому статистичні матеріали отримують шляхом реєстрації відомостей, що надають особи, яких опитують. Існують такі різновиди опитування: експедиційне, кореспондентське, самореєстрації, анкетне.

Експедиційне полягає в тому, що спеціально підготовлені працівники (реєстратори, обліковці) шляхом опитування заповнюють статистичні формуляри і контролюють правильність відповідей на зазначені в них питання. Експедиційне опитування забезпечує досить точні результати, але є трудомістким і витратним. Найчастіше використовується при переписах населення.

Кореспондентське полягає в тому, що спеціально підібраним особам (кореспондентам) статистичні органи розсилають формуляри з інструкціями щодо їх за-

повнення. Заповнені в результаті опитування формуляри кореспонденти надсилають в органи статистики у визначені строки. Перевагою цього виду опитування є те, що він не потребує значних витрат, але не завжди забезпечує високу якість матеріалів, що суттєво залежить від рівня підготовки і досвіду кореспондентів.

Самореєстрація – це опитування, при якому статистичні формуляри заповнюються самостійно особи, яких опитують, але після їх відповідного інструктажу представниками статистичних органів. Заповнені формуляри представники статистичних органів перевіряють, тут же, на повноту і правильність відповідей, що забезпечує достовірність отриманих матеріалів. Такий спосіб опитування застосовується при проведенні деяких переписів, обстеженні сімейних бюджетів різних верств населення тощо.

Анкетне опитування полягає в тому, що для вивчення громадської думки з окремих питань розробляються відповідні анкети, які розповсюджуються серед певних верств населення з проханням відповісти на зазначені питання. Заповнення анкет ніким не контролюється на правильність і повноту відповідей і є абсолютно добровільним. Тому в органи статистики повертається, зазвичай, менше анкет, ніж розповсюджувалось. Тобто, анкетне опитування є несудільним, недорогим і використовується, як правило, в соціальних і демографічних дослідженнях, а також там, де не потрібна висока точність результатів. Наприклад, при з'ясуванні думки населення щодо маршрутів та графіку руху громадського транспорту, роботи підприємств торгівлі та ін.

2.5 Помилки спостереження та контроль його матеріалів

Зібрані в результаті статистичного спостереження матеріали підлягають обов'язковій перевірці і контролю на точність і достовірність. Тому, що навіть при бездоганно організованому спостереженні трапляються певні помилки, які необхідно виправити. Помилки спостереження підрозділяються на дві групи: помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

Помилки реєстрації виникають внаслідок перекручення фактів або неправильного їх запису і можуть бути випадковими або систематичними.

Випадкові помилки, як правило, *ненавмисні* і виникають внаслідок неуважності, забудькуватості, або низької кваліфікації працівника, який реєструє факти. Вони істотно не впливають на результати, тому що можуть мати відхилення даних як в сторону їх збільшення, так і зменшення, що загалом урівноважує їх вплив.

Систематичні помилки, на відміну від випадкових, значною мірою впливають на результати, тому що спричиняють відхилення даних лише в одну сторону: або систематичного завищення, або заниження. Систематичні помилки можуть бути навмисними і ненавмисними. *Навмисні* виникають внаслідок навмисного спотворення фактів. Наприклад, навмисне спотворення даних про доходи, витрати коштів чи матеріалів. *Ненавмисні* здійснюються ненавмисно. Наприклад, внаслідок несправності вимірювальних приладів, що реєструють факти, неправильного тлумачення інструкцій щодо заповнення формулярів, низького рівня освіченості респондентів тощо.

Помилки репрезентативності (представництва) притаманні лише вибірковому спостереженню. Вони виникають внаслідок того, що досліджуються (представлені) не всі одиниці сукупності, а лише певна їх частина.

Для виявлення і виправлення помилок спостереження застосовують логічний і арифметичний контроль.

Логічний контроль передбачає перевірку змістовної узгодженості даних, тобто порівняння питань і відповідей на них з точки зору логічної сумісності. Наприклад, якщо при проведенні перепису зареєстровано, що певній особі 5 років і вона пенсіонер, то очевидно, що це помилка, яка потребує перевірки і виправлення.

Арифметичний контроль полягає у перевірці групових і загальних цифрових підсумків та їх порівнянні з метою виявлення і виправлення неправильних числових показників.

Потрібно мати на увазі, що не завжди у процесі перевірки можна встановити достовірність даних спостереження. Особливо в тих випадках, коли помилки виходять за межі логічного та арифметичного контролю. Необхідно також врахувати природу помилок і причини їх виникнення.

Питання для самоконтролю

1. З яких етапів складається статистичне дослідження?
2. У чому суть статистичного спостереження? Дайте визначення.
3. Назвіть основні вимоги до статистичних даних, отриманих у процесі статистичного спостереження.
4. Що включає програмно-методологічна частина плану статистичного спостереження?
5. Що таке об'єкт і одиниця спостереження? У чому різниця між одиницею спостереження і одиницею сукупності?
6. Що таке програма статистичного спостереження і яким вимогам повинні відповідати її питання?
7. Які питання відображаються в організаційній частині статистичного спостереження?

8. Що таке об'єктивний та суб'єктивний час спостереження?
9. Що розуміють під критичним моментом спостереження?
10. Які існують форми статистичного спостереження, їх суть?
11. Чим відрізняється типова звітність від спеціалізованої?
12. На які види підрозділяється статистичне спостереження за часом його проведення?
13. Які види статистичного спостереження розрізняють за охопленням одиниць сукупності? Наведіть приклади.
14. Назвіть різновиди несучільного спостереження. У чому їх суть?
15. Які існують способи статистичного спостереження? Наведіть приклади.
16. Які різновиди опитування ви знаєте? У чому їх сутність?
17. Які види опитування забезпечують високу точність і достовірність результатів?
18. В чому відмінність між випадковими і систематичними помилками спостереження?
19. Які різновиди систематичних помилок існують?
20. Як виявляють помилки спостереження?

Тестові завдання для самоперевірки*

2.1 Статистичне дослідження складається з таких етапів:

- а) обґрунтування його доцільності; здійснення дослідження; обчислення необхідних показників і їх викладення;
- б) розробка плану дослідження; організація та проведення дослідження; розрахунок статистичних показників і їх аналіз;

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

в) визначення об'єкта дослідження; розробка програми дослідження; контроль і аналіз результатів дослідження;
г) статистичне спостереження; зведення та групування матеріалів спостереження; обчислення узагальнювальних показників, їх аналіз, викладення та інтерпретація.

2.2 Статистичне спостереження – це:

а) систематичний планомірний контроль органів державної статистики за станом та діяльністю суб'єктів господарювання;
б) планомірний, науково організований процес збирання даних про явища і процеси суспільного життя;
в) систематизація та обробка інформації, про стан та розвиток явищ та процесів суспільного життя;
г) всебічне висвітлення явищ і процесів суспільного життя в офіційних документах.

2.3. Програмно-методологічна частина плану статистичного спостереження визначає:

а) форму, вид і способи спостереження;
б) час, місце і суб'єктів спостереження;
в) мету і об'єкт спостереження;
г) одиницю спостереження і програму спостереження.

2.4. Програма статистичного спостереження – це:

а) перелік питань, на які потрібно одержати відповіді в процесі спостереження;
б) розгорнутий (детальний) план статистичного спостереження;
в) науково обґрунтована послідовність етапів статистичного спостереження;
г) перелік об'єктів, що підлягають статистичному вивченню та терміни їх вивчення.

2.5. Об'єкт статистичного спостереження – це:

а) сукупність одиниць явища, що вивчається;
б) соціально-економічне явище (процес), що вивчається статистикою;
в) типове соціально-економічне явище, що вивчається статистикою;
г) джерело інформації про явище, що вивчається.

2.6. При обстеженні санітарного стану об'єктів громадського харчування міста об'єктом спостереження є:

- а) місто;
- б) об'єкти громадського харчування;
- в) санітарний стан;
- г) об'єкт громадського харчування.

2.7. Одиниця статистичного спостереження – це:

- а) будь-яка одиниця статичної сукупності, що вивчається;
- б) будь-яке соціально-економічне явище, що вивчається статистикою;
- в) типова одиниця статистичної сукупності, що вивчається в процесі спостереження;
- г) первинне джерело, від якого отримують інформацію про об'єкт спостереження.

2.8. Одиницею сукупності в статистиці називається:

- а) первинний елемент статистичної сукупності, ознаки якого реєструють у процесі спостереження;
- б) первинне джерело, від якого отримують необхідні дані про об'єкт спостереження;
- в) а, б;
- г) немає вірної відповіді.

2.9. При проведенні інвентаризації навчального обладнання у вузах міста об'єктом спостереження є:

- а) вузи;
- б) навчальне обладнання.

Одиницею сукупності є:

- в) вуз;
- г) одиниця навчального обладнання.

2.10. Під час перепису транспортних засобів у транспортних підприємствах регіону одиницею спостереження є:

- а) регіон;
- б) транспортні засоби;

- в) транспортне підприємництво;
- г) транспортний засіб.

2.11.Проводиться перепис працівників торговельних підприємств міста. При цьому реєструються ознаки, що характеризують кожного працівника (вік, стаж, освіта та ін.).

Одиницею спостереження є:

- а) торговельне підприємство;
- б) кожен працівник.

Одиницею сукупності є:

- в) торговельні підприємства;
- г) кожен працівник.

2.12.При обстеженні дальності поїздок пасажирів приміських потягів у весняно-літній період одиницею спостереження є:

- а) окремий потяг;
- б) пасажир.

Одиницею сукупності є:

- в) окремий пасажир;
- г) окремий потяг.

2.13.Проводиться перепис спеціального медичного обладнання у закладах охорони здоров'я, при якому реєструються ознаки кожної одиниці обладнання. Одиницею спостереження є:

- а) заклад охорони здоров'я;
- б) одиниця спеціального медичного обладнання.

Одиницею сукупності є:

- в) заклад охорони здоров'я;
- г) одиниця спеціального медичного обладнання.

2.14.Проводиться облік породистої худоби у фермерських господарствах області станом на 1 січня, при якому реєструються ознаки кожної тварини. Одиницею спостереження є:

- а) фермерське господарство;
- б) окрема тварина.

Одиницею сукупності є:

- в) фермерське господарство;
- г) окрема тварина.

2.15. Організаційна частина плану статистичного спостереження визначає:

- а) форму, вид і способи спостереження;
- б) час, місце і суб'єктів спостереження;
- в) мету і об'єкт спостереження;
- г) одиницю спостереження і програму спостереження.

2.16. За часом реєстрації фактів спостереження може бути:

- а) моментне, добове, декадне;
- б) поточне, періодичне, одноразове;
- в) монографічне, вибіркове, анкетне;
- г) місячне, кварталне, річне.

2.17. За часом реєстрації фактів контроль знань студентів під час екзаменаційних сесій, є спостереженням:

- а) поточним;
- б) моментним;
- в) одноразовим;
- г) періодичним.

2.18. Облік продукції, виробленої підприємством, за часом реєстрації фактів є спостереженням:

- а) поточним;
- б) моментним;
- в) періодичним;
- г) одноразовим.

2.19. З метою вивчення причин банкрутства підприємства проведено детальне обстеження його виробничо-господарської діяльності. За часом реєстрації факторів дане спостереження є:

- а) поточним;
- б) моментним;
- в) добовим;
- г) одноразовим.

2.20. За охопленням одиниць сукупності статистичне спостереження може бути:

- а) суцільне, основного масиву;
- б) безпосереднє, документальне;
- в) вибіркоче, монографічне;
- г) епізодичне, безперервне;

2.21. Перевірка якості продукції хлібозаводу за охопленням одиниць сукупності є спостереженням:

- а) вибіркочим;
- б) суцільним;
- в) основного масиву;
- г) монографічним.

2.22. На електроламповому заводі проводиться перевірка ламп на тривалість їх горіння. Таке спостереження за охопленням одиниць сукупності є:

- а) суцільним;
- б) основного масиву;
- в) монографічним;
- г) вибіркочим.

2.23. Проведено спостереження за станом здоров'я студентів п'яти факультетів університету із шести. За охопленням одиниць сукупності спостереження є:

- а) суцільним;
- б) вибіркочим;
- в) обстеженням основного масиву;
- г) монографічним.

2.24. Облік продукції, виробленої підприємством, за охопленням одиниць сукупності є спостереженням:

- а) суцільним;
- б) монографічним;
- в) вибіркочим;
- г) основного масиву.

2.25.Обстеження продуктивності праці на підприємствах, які виробляють близько 85% обсягу промислової продукції регіону за охопленням одиниць сукупності є спостереженням:

- а) суцільним;
- б) основного масиву;
- в) монографічним;
- г) вибіркоvim.

2.26.З метою вивчення передового досвіду проведено детальне обстеження господарської діяльності агрофірми «Вікторія». За охопленням одиниць сукупності таке спостереження є:

- а) суцільним;
- б) основного масиву;
- в) вибіркоvim;
- г) монографічним.

2.27.Проведено обстеження забезпеченості кабінетів технічними засобами у більшості ВНЗ України. За охопленням одиниць сукупності спостереження є:

- а) суцільним;
- в) вибіркоvim;
- б) обстеженням основного масиву;
- г) монографічним.

2.28.Детальний опис двох підприємств (інноваційного та традиційного) за охопленням одиниць сукупності є спостереженням:

- а) суцільним;
- в) вибіркоvim;
- б) обстеженням основного масиву;
- г) монографічним.

2.29.Існують такі способи статистичного спостереження:

- а) моментне спостереження, періодичне, анкетне;
- б) поточне спостереження, вибіркoве, спеціальне;
- в) суцільне спостереження, епізодичне, контрольне;
- г) безпосереднє спостереження, документальне, опитування.

2.30. Під час перепису одиниць автотранспорту на автотранспортних підприємствах міста застосовується наступний спосіб статистичного спостереження:

- а) документальний;*
- б) опитування;*
- в) безпосереднє спостереження;*
- г) суцільний.*

2.31. При перевірці якості обслуговування громадян підприємствами побутового обслуговування застосовується спосіб статистичного спостереження:

- а) опитування;*
- б) вибірковий;*
- в) документальний;*
- г) суцільний.*

2.32. Для вивчення думки читачів редакція звернулася до них через газету з проханням надати відповіді на ряд запитань. Спостереження проведено таким способом:

- а) експедиційним;*
- б) самореєстрації;*
- в) анкетним;*
- г) кореспондентським.*

2.33. Контрольні обходи перепису населення проводяться способом:

- а) експедиційним;*
- б) самореєстрації;*
- в) анкетним;*
- г) кореспондентським.*

2.34. Формуляри спостереження розіслані спеціально підібраним компетентним особам, що дали згоду заповнювати їх і періодично надсилати статистичній організації у встановлені строки. Це спосіб статистичного спостереження:

- а) експедиційний;*
- б) самореєстрації;*
- в) анкетний;*
- г) кореспондентський.*

2.35.Для перевірки правильності обліку посівних площ представником обласного управління сільського господарства проведений їх інструментальний обмір. Спостереження проведено способом:

- а) експедиційним;*
- б) самореєстрації;*
- в) анкетним;*
- г) кореспондентським.*

2.36.Під час обліку продукції, яка виробляється промисловими підприємствами регіону, застосовується спосіб статистичного спостереження:

- а) суцільний;*
- б) документальний;*
- в) обліково-оціночний;*
- г) спеціальний.*

2.37.Помилки реєстрації можуть бути:

- а) випадковими;*
- б) систематичними;*
- в) а, б;*
- г) немає правильної відповіді.*

2.38.Випадкові помилки можуть бути:

- а) навмисними;*
- б) ненавмисними.*

Систематичні помилки можуть бути:

- в) навмисними;*
- г) ненавмисними.*

2.39.Для виявлення та виправлення помилок спостереження застосовуються наступні види контролю:

- а) суцільний, вибірковий;*
- б) систематичний, періодичний;*
- в) державний, відомчий;*
- г) логічний, арифметичний.*

2.40. У переписному листі написано: «років –, місяців 4», замість «років 4, місяців –». Помилка:

- а) випадкова;*
- б) систематична;*
- в) ненавмисна;*
- г) навмисна.*

2.41. У пункті 5 переписного листа (вік) записано «12 років», а в пункті 13 (заняття) «інженер». Помилка:

- а) випадкова;*
- б) систематична;*
- в) ненавмисна;*
- г) навмисна.*

Тема 3 | **Статистичне зведення і групування матеріалів спостереження**

- 3.1. Суть зведення, його завдання та організація.
- 3.2. Групування як головний етап зведення.
- 3.3. Принципи формування рядів розподілу у процесі групування.
- 3.4. Завдання, що вирішуються методом групування, види групувань.

3.1 Суть зведення, його завдання та організація

Отримання в результаті статистичного спостереження первинна інформація досить різноманітна і не систематизована, що не дає можливості зробити певні висновки про явище, що вивчається. Тому другий етап статистичного дослідження полягає в упорядкуванні і узагальненні матеріалів спостереження.

Процес систематизації і узагальнення матеріалів статистичного спостереження називається **статистичним зведенням**. У процесі зведення здійснюється якісний перехід від даних, що характеризують окремі одиниці явища, що вивчаються, до даних, що характеризують явище як статистичну сукупність цілому.

Головним завданням зведення є отримання узагальнювальних статистичних показників, які характеризують сутність соціально-економічних явищ і притаманні їм типові риси та закономірності.

Статистичне зведення здійснюється згідно з програмою, яку розробляють одночасно з планом і програмою статистичного спостереження. **Програма зведення** включає такі питання:

- 1) визначення групувальних ознак і порядку формування груп і підгруп даних;

2) обґрунтування системи статистичних показників, які потрібно обчислити по кожній із груп і сукупності в цілому;

3) розроблення макетів статистичних таблиць, в яких будуть викладені результати зведення;

4) підготовка даних до комп'ютерної обробки, тобто присвоєння одиницям сукупності відповідного ідентифікаційного коду (шифру), розробленого і затвердженого статистичними органами.

За складністю обробки первинних матеріалів зведення може бути простим і складним.

Просте зведення полягає у підрахунку загальних підсумків по сукупності, що вивчається, без розподілу її одиниць на групи.

Складне зведення передбачає: 1) розподіл одиниць сукупності на однорідні групи; 2) підрахунок підсумків по кожній із груп і сукупності в цілому; 3) викладення результатів групування і зведення у вигляді статистичних таблиць.

За організацією та способом обробки даних зведення може бути централізованим і децентралізованим.

Централізоване зведення полягає в тому, що всі первинні матеріали спостереження зосереджуються і обробляються в центральному органі статистики – Держкомстаті України. Наприклад, матеріали перепису населення чи національного референдуму з особливо важливих питань суспільного життя тощо.

Децентралізоване зведення застосовується переважно при обробці статистичної звітності, коли первинні матеріали обробляються і узагальнюються поетапно, знизу до верху, місцевими органами статистики, а в Держкомстат подаються результати зведення. Так, звіти про виробничо-господарську діяльність підприємств спочатку опрацьовують і зводять у регіональних органах статистики, а потім результати зведення подаються в Держкомстат, де і узагальнюються в цілому по Україні.

3.2 Групування як головний етап зведення

У процесі зведення матеріалів спостереження основним методом їх обробки є **групування**, суть якого: розподіл одиниць сукупності на однорідні групи за певною ознакою. Значення та особливість методу групування полягає в тому, що за його допомогою можна виявити:

- перехід кількісних змін явищ в якісні;
- закономірність розвитку явищ та наявність взаємозв'язків у них;
- можливість застосування інших методів дослідження.

Ознаки, на основі яких здійснюють розподіл одиниць сукупності на групи, називаються *групувальними* і за формою вираження можуть бути атрибутивними (якісними) і варіаційними (кількісними). *Атрибутивними* називаються ознаки, які не можна виразити у числовій формі, а *варіаційними* ті, які можна виразити числом.

Групування може бути *простим*, якщо воно здійснюється за однією ознакою і *складним*, якщо воно здійснюється за двома чи більше ознаками. Групування за однією ознакою називається **рядом розподілу**. Ряд розподілу буває *атрибутивним*, якщо групування здійснюється за атрибутивною ознакою і *варіаційним*, якщо групування здійснюється за кількісною ознакою.

Головним питанням, яке потрібно вирішити при розподілі одиниць сукупності на однорідні групи, є визначення кількості таких груп. Якщо групування здійснюється за атрибутивною ознакою, то груп буде стільки, скільки різновидів групувальної ознаки в сукупності. Наприклад, при групуванні персоналу підприємства за статтю можна виділити лише дві групи: чоловіки і жінки, утворивши атрибутивний ряд розподілу. Елементом цього ряду, який має вигляд групової таблиці, є різновиди групувальної ознаки і чисельність

персоналу у кожній із груп, виражена в абсолютних величинах і відсотках (табл. 3.1).

Табл. 3.1. Розподіл персоналу підприємства за статтю

Групи персоналу за статтю	Чисельність персоналу	
	тис. осіб	% до підсумку
Чоловіки	3,8	63,3
Жінки	2,2	36,7
Всього:	6,0	100,0

Сформований атрибутивний ряд розподілу характеризує структуру сукупності персоналу за статтю і свідчить, що у складі персоналу переважають чоловіки, питома вага яких 63,3%. Здійснивши аналогічне групування за попередній період часу, можна проаналізувати зміни, що мали місце в структурі персоналу, тобто структурні зрушення.

3.3. Принципи формування рядів розподілу у процесі групування

Якщо групування здійснюється за кількісною ознакою, то кількість груп залежить від того, в яких межах варіює групувальна ознака та яка кількість одиниць сукупності. Тому, перш ніж розпочати групування, потрібно визначити межі групувальної ознаки, тобто її мінімальне та максимальне значення. Для цього первинну інформацію ранжують (упорядковують), формуючи на її основі ранжируваний ряд.

Ранжируваний ряд – це перелік одиниць сукупності, розташованих за зростанням або убаванням значення ознаки, що вивчається. Ранжируваний ряд не лише показує межі варіації групувальної ознаки, але і зміну її значень при переході від однієї одиниці сукупності до наступної, що дає уяву про ступінь однорідності сукупності. Тобто, ранжируваний ряд створює

передумови для розподілу одиниць сукупності на однорідні групи шляхом формування дискретного або інтервального ряду розподілу.

Дискретний ряд формують тоді, коли значення групувальної ознаки виражені тільки цілими числами і варіюють у незначних межах. Наприклад, при групуванні житла за кількістю кімнат, робітників за кваліфікаційним розрядом, сімей за кількістю членів сім'ї тощо. Кількість груп при цьому визначається просто: вона дорівнює кількості різновидів групувальної ознаки. Дискретний ряд також має вигляд групової таблиці, що складається із двох стовпчиків або двох рядків. В одному з них – варіанти (x), тобто значення групувальної ознаки, а у другому – частоти (f), які показують як часто (скільки разів) зустрічається в сукупності кожний із варіантів. Сума всіх частот дорівнює кількості одиниць сукупності. Якщо частоти виразити у відсотках до їх підсумку, то вони називаються частками (w) і їх сума дорівнює 100%. Формування дискретного ряду розглянемо на прикладі групування студентів за оцінками, отриманими на іспиті зі статистики.

Нехай у групі із 20 студентів зареєстровано такі оцінки:

4	5	4	3	4
3	4	2	4	5
4	4	3	4	4
4	3	4	5	4

Упорядкуємо дану сукупність за зростанням оцінки, утворивши ранжирований ряд:

2	3	3	3	3
4	4	4	4	4
4	4	4	4	4
4	4	5	5	5

Ранжирований ряд показує, що групувальна ознака варіює в межах від 2 до 5, тобто має 4 різновиди і

виражена тільки цілими числами. Отже, сукупність можна згрупувати у 4 групи, утворивши дискретний ряд розподілу студентів за отриманими оцінками (табл. 3.2).

Табл. 3.2. Розподіл студентів за оцінками

Оцінка (x)	Кількість студентів (f)	% до підсумку (w)
2	1	5
3	4	20
4	12	60
5	3	15
Всього	20	100

Результати групування характеризують структуру студентів за успішністю і свідчать, що в даній групі 75% студентів мають добрі і відмінні знання з дисципліни і лише 5% – незадовільні. Для наочності дискретні ряди розподілу зображують графічно у вигляді полігону (багатокутника) розподілу частот у прямокутній системі координат. На вісь абсцис відкладають варіанти групувальної ознаки, а на вісь ординат – частоти або частки. Побудову полігону за результатами розподілу студентів за отриманими оцінками показано на рис. 3.1.

Інтервальний ряд розподілу формують у процесі групування тоді, коли значення групувальної ознаки варіюють у значних межах і виражені як цілими числами, так і дробовими. Від дискретного ряду він відрізняється тим, що його варіанти виражені у вигляді інтервалів. Тобто, значення групувальної ознаки у кожній із груп знаходяться в певних межах. Нижня межа – це значення ознаки, з якого розпочинається інтервал, а верхня – яким він закінчується. Верхня межа завжди більше нижньої. Величина інтервалу – це різниця між його верхньою і нижньою межею. Інтервали бувають відкритими і закритими. **Закритим** називається інтервал, у якого є особливі межі: нижня і верхня,

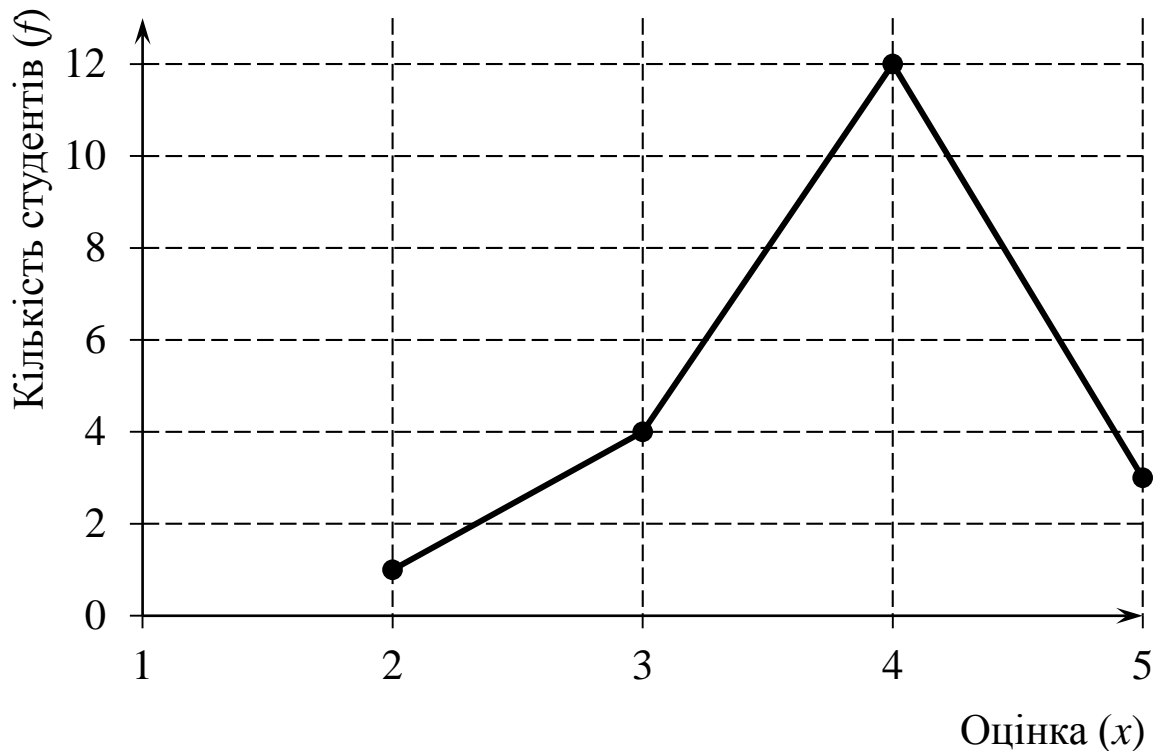


Рис. 3.1. Полігон розподілу студентів за оцінками

а відкритим, у якого лише одна межа – верхня у першому інтервалі, або нижня в останньому. Приклад інтервальних рядів із відкритими та закритими інтервалами наведено у табл. 3.3.

Табл. 3.3. Приклад інтервальних рядів з закритими і відкритими інтервалами

Відкриті інтервали		Закриті інтервали	
(x)	(f)	(x)	(f)
до 19	6	15 – 19	6
19 – 23	10	19 – 23	10
23 – 27	14	23 – 27	14
27 – 31	12	27 – 31	12
31 і більше	8	31 – 35	8
Всього:	50	Всього:	50

Інтервальні ряди розподілу можуть бути сформовані з рівними у всіх групах інтервалами (табл. 3.3) і нерівними. Нерівні інтервали застосовуються у випадках, коли групувальна ознака варіює нерівномірно і у

великих межах. Тоді інтервали можуть бути зростаючими або спадаючими в арифметичній або геометричній прогресії. На практиці частіше здійснюють групування з рівними інтервалами. При цьому принциповим питанням є визначення не лише кількості груп, на які доцільно розділити сукупність, але й розміру групового інтервалу.

Кількість груп визначають або за формулою, запропонованою американським статистиком Стерджесом, або експертним шляхом. Формула Стерджеса дає змогу визначити кількість груп в залежності від обсягу сукупності:

$$n = 1 + 3,322 \lg N, \quad (3.1)$$

де n – кількість груп;

N – кількість одиниць сукупності.

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (3.2)$$

де h – величина інтервалу;

x_{\max} – максимальне значення групувальної ознаки;

x_{\min} – її мінімальне значення;

n – кількість груп.

Кількість груп у формулі (3.2) підбирають таким чином, щоб вона була в межах від 4 до 10, а величина інтервалу, в результаті, була б виражена, по можливості, цілим числом. Це обумовлено тим, що велика кількість груп утруднює виявлення закономірностей розвитку соціально-економічних явищ і не дозволяє отримати їх адекватну характеристику. Тому в кожному окремому випадку, при визначенні кількості груп, потрібно враховувати не лише межі варіації групувальної ознаки, але й особливості об'єкта дослідження.

Якщо в результаті розрахунків за формулою (3.2) отримали величину інтервалу, виражену не цілим числом, то існують правила його округлення:

- якщо (h) виражений числом, у якому один знак перед комою, наприклад, 0,47 або 2,678, то цю величину потрібно округлити до десятих, тобто до 0,5 та 2,7;

- якщо (h) має два знаки перед комою, наприклад, 15,346 або 21,785, то цю величину потрібно округлити до цілого числа, тобто до 15 та до 22.

При формуванні інтервального ряду виникає ситуація, коли верхня межа одного інтервалу є нижньою межею наступного і постає питання, в який із інтервалів її включати, щоб не було подвійного рахунку. У цій ситуації потрібно дотримуватися ще одного важливого правила: **нижня межа включно, верхня – виключно**. Тобто, нижня межа інтервалу включається у цей інтервал, а його верхня межа включається у наступний, як нижня межа наступного. Очевидно, що в останній інтервал включаються його обидві межі.

Формування інтервального ряду розглянемо на прикладі групування робітників однієї із бригад за виконанням норм виробітку. Дані про відсоток виконання норм виробітку у бригаді чисельністю 20 робітників наведено нижче:

110,0	100,8	93,6	106,3	103,0
107,3	97,0	106,8	103,2	112,5
98,5	102,3	107,0	106,4	90,0
103,1	106,0	96,7	115,0	105,2

Проранжируємо робітників за зростанням виробітку:

90,0	93,6	96,7	97,0	98,5
100,8	102,3	103,0	103,1	103,2
105,2	106,0	106,3	106,4	106,8
107,0	107,3	110,0	112,5	115,0

Ранжируваний ряд свідчить, що виконання норм виробітку у бригаді варіює в межах від 90 до 115%. Враховуючи це, визначимо за формулою (3.2) розмір групового інтервалу, підібравши у знаменнику формули кількість груп у межах від 4 до 10. Різниця між максимальним і мінімальним значенням групувальної ознаки у чисельнику дорівнює 25. Отже, кількість груп доцільно взяти рівною 5. Тоді розмір інтервалу буде:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{115 - 90}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

Розподілимо сукупність робітників на 5 груп з інтервалом $h=5\%$, дотримуючись правила: нижня межа включно, верхня – виключно. Результати групування оформимо у вигляді інтервального ряду (табл. 3.4).

Табл. 3.4. Розподіл робітників за виконанням норм виробітку

Виробіток, % (x)	Кількість робітників (f)	% до підсумку (w)
90 – 95	2	10
95 – 100	3	15
100 – 105	5	25
105 – 110	7	35
110 – 115	3	15
Всього:	20	100,0

Аналіз результатів групування показує, що у даній бригаді виробіток 25% робітників нижчий норми, а половина робітників перевиконує норму у межах від 5 до 15%. Для наочності і кращого сприйняття результатів інтервальні ряди зображуються графічно у вигляді гістограми – різновиду стовпчикової діаграми. Для її побудови на вісь абсцис відкладають величини інтервалів, а на вісь ординат – частоти. Величини інтервалів слугують основою, а частоти – висотою прямокутників, що зображують інтервальний ряд розпо-

ділу. Гістограма розподілу за виконанням норм виробітку зображена на рис. 3.2.

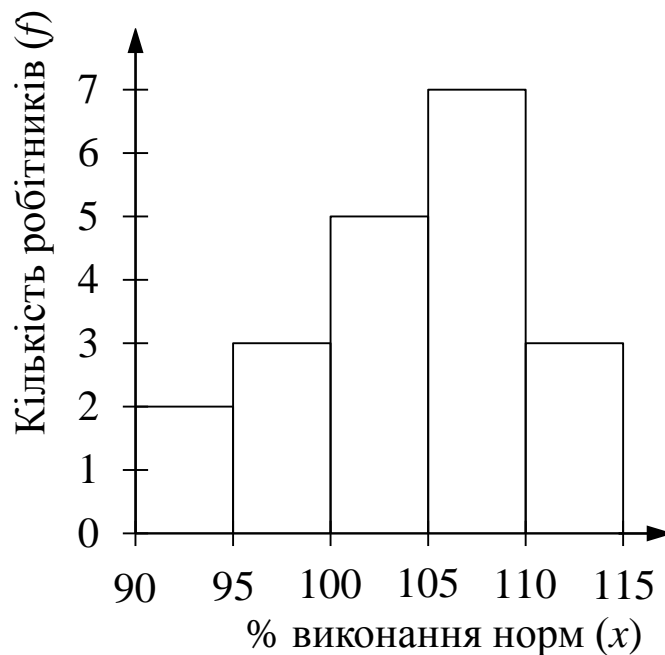


Рис. 3.2. Гістограма розподілу робітників за виробітком

При побудові гістограми інтервального ряду з нерівними інтервалами на вісь ординат відкладають не частоти, а щільність (густоту) розподілу. Щільність розподілу – це відношення частоти до величини відповідного інтервалу. Вона показує, скільки одиниць у кожній із груп припадає на одиницю величини її інтервалу.

3.4 Завдання, що вирішуються методом групування, види групувань

Групування може здійснюватися, як уже зазначалося, не лише за однією ознакою, але і за двома чи більше ознаками, тобто може бути складним (комбінаційним). У таких випадках рекомендується спочатку здійснювати групування за атрибутивними ознаками, а

потім за кількісними. Приклад складного групування наведено в табл. 3.5.

Табл. 3.5. Розподіл студентів ВНЗ регіону

Показники	Чисельність студентів за формою навчання, тис. чол.			
	денна	заочна	дистанційна	Разом
Всього студентів на кінець року	25,7	15,7	9,1	50,0
у тому числі:				
ВНЗ III рівня акредитації	10,3	6,4	3,5	20,2
ВНЗ IV рівня акредитації	15,4	8,8	5,6	29,8

Складні групування мають важливе значення при вивченні суспільних явищ і процесів. Разом з тим, потрібно мати на увазі, що збільшення кількості групвальних ознак зменшує наочність результатів групування і ускладнює їх аналіз. Тому складні групування рекомендується здійснювати не більш, ніж за трьома ознаками.

В окремих випадках виникає необхідність у перегрупуванні уже згрупованих даних. Перегрупування одиниць сукупності на основі раніше проведеного групування називається вторинним групуванням. Його здійснюють для того, щоб забезпечити можливість порівняння двох сукупностей, згрупованих за однією і тією ж ознакою, але з неоднаковими інтервалами. Вторинне групування здійснюють або шляхом укрупнення інтервалів одного із групувань до розмірів другого, або їх подрібнення.

За допомогою методу групувань вирішують три основні завдання статистичного дослідження:

1) Визначення структури та структурних зрушень у сукупності, що вивчається, за певною ознакою. Такі групування називаються структурними. Прикладом структурних групувань є розподіл персоналу підприємства за статтю, студентів за отриманими оцінками, робітників за виконанням норм виробітку (табл. 3.1–3.4).

2) Виділення із різнорідної сукупності соціально-економічних типів явищ. Такі групування називаються типологічними. Прикладом типологічного групування є розподіл підприємств за формами власності, населення за рівнем доходів (табл. 3.6) тощо.

Табл. 3.6. Розподіл населення регіону за рівнем доходів у IV кварталі

Рівень доходів	Чисельність населення, %
високий	12
середній	18
низький	70
Всього:	100

Результати групування свідчать, що більшість населення даного регіону має низький рівень доходів, тобто соціально-економічна ситуація у регіоні потребує кардинальних змін.

Типологічні групування відрізняються від структурних лише метою та завданням дослідження, за формою вони практично однакові.

3) Виявлення взаємозв'язків між ознаками суспільних явищ. Такі групування називаються аналітичними. Ознаки підрозділяються на факторні і результативні. Факторними вважаються ознаки, під впливом яких змінюються результативні. Групування здійснюються за факторною ознакою і по кожній із груп розраховують середнє значення результативної ознаки. Якщо зі зростанням факторної ознаки відповідно зростає або убуває середнє значення результативної, то це означає, що між ними існує прямий або обернений зв'язок. Побудову аналітичного групування, з метою виявлення зв'язку між ознаками, розглянемо на такому прикладі.

Є дані про стаж роботи та розмір погодинної заробітної плати робітників однієї із бригад. Визначити чи є зв'язок між стажем роботи та заробітною платою.

Табл. 3.7. Стаж роботи та погодинна зарплата робітників бригади

№ з/п робітника	Стаж, років	Погодинна зарплата, грош. од.
1	2,0	3,2
2	3,3	3,0
3	4,0	3,5
4	5,4	3,2
5	5,8	3,8
6	6,5	3,5
7	7,3	4,0
8	7,7	4,3
9	8,0	4,5
10	10,0	4,0

Перш ніж приступити до розв'язання задачі визначимо, яка із ознак, що характеризує сукупність робітників є факторною, а яка результативною. Очевидно, що факторною ознакою є стаж роботи, тому що саме він впливає на розмір зарплати, а не навпаки. Але, дивлячись на наведені первинні дані, складно визначити наявність зв'язку між цими ознаками, тому що на розмір зарплати, окрім стану, впливають і інші фактори. Тому візуально зв'язок не проявляється.

Згрупуємо робітників за факторною ознакою (стажем) та розрахуємо по кожній із груп середнє значення зарплати. Значення факторної ознаки виражені як цілими числами, так і дробовими, тому у процесі групування будемо формувати інтервальний ряд розподілу. В умові задачі значення факторної ознаки проранжировані за її зростанням і свідчать, що максимальний стаж становить 10 років, а мінімальний – 2 роки. Визначимо розмір групового інтервалу і підберемо відповідну кількість груп розподілу:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{10 - 2}{n} = \frac{8}{4} = 2.$$

Отже, розподілимо сукупність робітників за стажем роботи на 4 групи з інтервалом 2 роки (табл. 3.8).

Табл. 3.8. Розподіл робітників за стажем роботи

Стаж, років (x)	Кількість робітників (f)	Сумарний розмір зарплати, грош. одиниць	Середній розмір зарплати, грош. одиниць
2 – 4	2	6,2	3,1
4 – 6	3	10,5	3,5
6 – 8	3	11,8	3,9
8 – 10	2	8,5	4,3
Всього:	10	37,0	3,7

Результати групування показують, що зі збільшенням стажу роботи зростає середній розмір заробітної плати, що свідчить про наявність прямого зв'язку між цими ознаками.

З метою подальшого аналізу можна порівняти середню зарплату робітників з її середнім розміром по бригаді в цілому і зробити висновок, що у половини робітників вона менша, а у половини – більша, ніж у середньому по бригаді.

Питання для самоконтролю

1. Що є другим етапом дослідження?
2. Які види зведення ви знаєте? Дайте їх коротку характеристику.
3. Що таке групування і які завдання вирішуються за допомогою групування?
4. Що розуміють під величиною групового інтервалу і як він визначається?
5. Як визначити число груп, на які буде розбита сукупність, що вивчається?
6. Які інтервали називають відкритими і як вони відрізняються від закритих?
7. Що таке ряд розподілу і в чому різниця між атрибутивними і варіаційними рядами?

8. Які форми варіаційного ряду існують і який ряд називається ранжируваним? Як зобразити його графічно?
9. Що розуміють під дискретним рядом розподілу? З яких елементів він складається, в яких випадках формується, і як зображається графічно?
10. Що таке інтервальний ряд розподілу, його переваги і графічне зображення?
11. Які дії необхідно виконати при побудові інтервального ряду (правила його побудови).

Тестові завдання для самоперевірки*

3.1. Статистичне зведення – це:

- а) процес реєстрації одиниць статистичного спостереження за певною ознакою;
- б) процес систематизації і узагальнення матеріалів статистичного спостереження;
- в) контроль матеріалів статистичного спостереження;
- г) реалізація етапів програми статистичного спостереження.

3.2. Статистичне групування – це:

- а) підрахунок загального підсумку значень певної ознаки в сукупності;
- б) процес об'єднання різнорідних явищ у групи;
- в) процес розподілу сукупності на однорідні групи за певною ознакою;
- г) визначення співвідношень між окремими частинами сукупності.

3.3. Розмір інтервалу в процесі групування визначають за формулою:

а) $\frac{X_{\max} - X_{\min}}{2}$;

б) $\frac{X_{\max} + X_{\min}}{2}$;

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

В) $\frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}$;

Г) $\frac{X_{\max} + X_{\min}}{n}$.

3.4. Відповідно до завдань, які вирішуються за допомогою методу групувань, розрізняють такі види групувань:

- а) структурні, арифметичні, геометричні;
- б) періодичні, комбінаційні, специфічні;
- в) атрибутивні, дистрибутивні, синергетичні;
- г) типологічні, структурні, аналітичні.

3.5. При формуванні ряду розподілу атрибутивною ознакою є:

- а) товарообіг магазинів;
- б) форма власності магазинів;

Кількісною ознакою є:

- в) об'єм двигуна;
- г) різновид транспортного засобу.

3.6. При розподілі студентів-заочників за віком варіантом у даному ряду розподілу є:

- а) кількість студентів;
- б) вік студентів.

При розподілі підприємств за кількістю працюючих частотою в ряду розподілу є:

- в) кількість підприємств;
- г) кількість працівників.

3.7. Дискретні ряди розподілу формують за умови:

- а) коли значення варіюючої ознаки виражено будь-яким числом і варіює в значних межах;
- б) коли значення варіюючої ознаки виражено лише цілим числом і варіює в незначних межах;

Дискретні ряди графічно зображуються у вигляді:

- в) гістограми;
- г) полігону.

3.8. Інтервальні ряди розподілу формують за умови:

- а) коли значення варіюючої ознаки виражено будь-яким числом і варіює в значних межах;
- б) коли значення варіюючої ознаки виражено лише цілим числом і варіює в значних межах.

Інтервальні ряди графічно зображуються у вигляді:

- в) гістограми;
- г) огіви.

3.9. Кількість груп у процесі групування визначають або за формулою Стерджеса:

- а) $n = 1 - 3,322 \lg N$;
- б) $n = 1 + 3,322 \lg N$;

або емпіричним методом:

- в) $n = 4 \sqrt[4]{10}$;
- г) $n = 2 \sqrt[4]{20}$.

3.10. За складністю обробки первинних матеріалів статистичне зведення може бути:

- а) прямим, опосередкованим;
- б) дискретним, інтервальним;
- в) простим, складним;
- г) комбінаційним, симетричним.

3.11. За організацією і способом його проведення зведення буває:

- а) централізованим та децентралізованим;
- б) добовим та декадним;
- в) кварталним та річним;
- г) поточним та періодичним.

3.12. Склад соціально-економічного явища можна визначити за допомогою групування:

- а) типологічного;
- б) структурного;
- в) аналітичного;
- г) комбінаційного.

3.13. Виявити взаємозв'язки між явищами чи ознаками можна за допомогою групування:

- а) типологічного;
- б) структурного;
- в) аналітичного;
- г) комбінаційного.

3.14. Виділити соціально-економічні типи явищ із різнорідної сукупності можна за допомогою групування:

- а) типологічного;
- б) структурного;
- в) аналітичного;
- г) комбінаційного.

3.15. За кількістю групувальних ознак розрізняють групування:

- а) атрибутивні та дискретні;
- б) прості та складні;
- в) первинні та вторинні;
- г) аналітичні та типологічні.

3.16. Розподіл міського житлового фонду України характеризується даними:

Форма власності	Площа, млн. м ²
Державна	120,0
Кооперативна	80,0
Приватна	425,0
Разом	625,0

Дане групування є:

- а) структурним;
- б) аналітичним;
- в) типологічним;
- г) комбінаційним.

3.17. Розподіл робітників цеху за кваліфікацією характеризується даними:

<i>Розряд</i>	<i>Кількість робітників, %</i>
<i>3</i>	<i>30</i>
<i>4</i>	<i>42</i>
<i>5</i>	<i>18</i>
<i>6</i>	<i>10</i>
<i>Всього</i>	<i>100</i>

Дане групування є:

- а) структурним;*
- б) аналітичним;*
- в) типологічним;*
- г) комбінаційним.*

3.18. Дані про кількість внесених добрив у господарствах регіону та середню урожайність пшениці наведені нижче:

<i>Внесено добрив, % від норми</i>	<i>Кількість господарств</i>	<i>Середня урожайність пшениці по групі, ц/га</i>
<i>до 30</i>	<i>2</i>	<i>20,2</i>
<i>30-50</i>	<i>5</i>	<i>21,8</i>
<i>50-80</i>	<i>8</i>	<i>25,6</i>
<i>80-100</i>	<i>15</i>	<i>30,5</i>
<i>Всього</i>	<i>30</i>	

Наведене групування є:

- а) структурним;*
- б) типологічним;*
- в) аналітичним;*
- г) комбінаційним.*

3.19. В результаті групування агропідприємств регіону за рівнем доходу отримали їх наступний розподіл:

<i>Рівень доходу</i>	<i>Кількість агропідприємств</i>
<i>Високий</i>	<i>12</i>
<i>Середній</i>	<i>52</i>
<i>Низький</i>	<i>31</i>
<i>Всього</i>	<i>95</i>

Дане групування є:

- а) структурним;
- б) типологічним;
- в) аналітичним;
- г) комбінаційним.

3.20. Групувальні ознаки можуть бути:

- а) первинні та вторинні;
- б) прості та складні;
- в) одноразові та періодичні;
- г) атрибутивні та кількісні.

3.21. В результаті групування робітників цеху за стажем роботи отримали їх наступний розподіл:

<i>Стаж, років</i>	<i>Кількість робітників</i>	
	<i>абсолютна</i>	<i>%</i>
<i>до 5</i>	<i>12</i>	<i>15,0</i>
<i>5 - 10</i>	<i>18</i>	<i>22,5</i>
<i>10 - 15</i>	<i>23</i>	<i>29,0</i>
<i>15 - 20</i>	<i>17</i>	<i>21,0</i>
<i>більше 20</i>	<i>10</i>	<i>12,5</i>
<i>Всього</i>	<i>80</i>	<i>100</i>

Дане групування є:

- а) структурним;
- б) типологічним;
- в) аналітичним;
- г) комбінаційним.

3.22. Дані про кваліфікацію токарів цеху та витрати часу на виготовлення деталі наведені нижче:

<i>Розряд</i>	<i>Кількість токарів</i>	<i>Витрати часу в середньому по групі, хвилин</i>
<i>2</i>	<i>2</i>	<i>30</i>
<i>3</i>	<i>4</i>	<i>25</i>
<i>4</i>	<i>8</i>	<i>18</i>
<i>5</i>	<i>6</i>	<i>14</i>
<i>Всього</i>	<i>20</i>	<i>-</i>

Наведене групування є:

- а) структурним;
- б) типологічним;
- в) комбінаційним;
- г) аналітичним.

3.23. Із наведених нижче ознак атрибутивними є:

- а) урожайність соняшника;
- б) собівартість одиниці продукції;
- в) вчене звання;
- г) площа приміщення.

3.24. Із наведених нижче ознак кількісною групувальною ознакою є:

- а) професія;
 - б) виробничий стаж;
- атрибутивною ознакою є:
- в) товарообіг магазину;
 - г) сімейний стан.

3.25. Із наведених ознак атрибутивною є:

- а) стать студента;
 - б) розмір стипендії;
- кількісною ознакою є:
- в) колір волосся;
 - г) об'єм двигуна автомобіля.

3.26. Із наведених ознак кількісною групувальною ознакою є:

- а) денний виробіток муляра;
 - б) галузь економіки;
- атрибутивною ознакою є:
- в) вчений ступінь;
 - г) швидкість потяга.

3.27. У формі дискретного ряду доцільно представити розподіл:

- а) магазинів за обсягом товарообігу;

- б) сімей за кількістю дітей;
- в) робітників за виробничим стажем;
- г) комерційних банків за розміром кредитної ставки.

3.28. У формі інтервального ряду доцільно представити розподіл:

- а) фермерських господарств за площею ріллі;
- б) робітників за тарифним розрядом;
- в) футбольні команди за кількістю забитих в останньому турі м'ячів;
- г) робітників-наладчиків за кількістю верстатів, які вони обслуговують.

3.29. У вигляді дискретного ряду доцільно представити розподіл:

- а) пасажирського транспорту за видами;
- б) квартир за кількістю кімнат;

У вигляді інтервального ряду доцільно представити розподіл:

- в) працівників за віком;
- г) житлові будинки за кількістю під'їздів.

3.30. У вигляді інтервального ряду доцільно представити розподіл:

- а) шкіл регіону за кількістю учнів;
- б) підприємств за формою власності;

У вигляді дискретного ряду доцільно представити розподіл:

- в) студентів-заочників за віком;
- г) вузи за рівнем акредитації.

3.31. У ряду розподілу підприємств за чисельністю працівників варіантами є:

- а) чисельність працівників;
- б) чисельність підприємств;

У ряду розподілу студентів-заочників за віком частотами є:

- в) вік;
- г) студенти-заочники.

3.32. При вивченні купівельного попиту на дитяче взуття у магазині «Дитячий світ» було зареєстровано продаж таких розмірів:

34 33 34 34 33
 32 34 33 32 34
 33 31 32 31 32
 34 33 34 33 31
 33 32 33 32 32
 32 31 33 31 32

На основі наведених даних побудувати варіаційний ряд розподілу.

а)

Розмір	Кількість проданого взуття
31	5
32	9
33	9
34	7
Всього	30

б)

Розмір	Кількість проданого взуття
до 31	5
31 - 33	9
33 - 34	9
більше 34	7
Всього	30

в)

Розмір	Кількість проданого взуття
31 - 32	5
32 - 34	9
34 і більше	16
Всього	30

г)

Розмір	Кількість проданого взуття
до 31	5
32	9
33	9
34 і більше	7
Всього	30

3.33. Зареєстровано таку кількість деталей, вироблених за зміну 30 робітниками цеху, штук:

*18 16 18 20 16 19
15 11 19 14 15 14
12 14 13 16 21 16
16 18 15 17 17 13
13 12 16 15 14 18*

Побудувати варіаційний ряд розподілу робітників за кількістю вироблених деталей, утворивши 5 груп з рівними інтервалами.

а)

Кількість вироблених деталей	Кількість робітників
11 - 12	3
13 - 14	7
15 - 16	10
17 - 18	6
19 - 21	4
Всього	30

б)

Кількість вироблених деталей	Кількість робітників
до 13	3
13-15	7
15-17	10
17-19	6
21 і більше	4
Всього	30

в)

Кількість вироблених деталей	Кількість робітників
11-13	3
13-15	7
15-17	10
17-19	6
19-21	4
Всього	30

г)

Кількість вироблених деталей	Кількість робітників
до 13	3
13-16	7
16-18	10
18-21	6
21 і більше	4
Всього	30

3.34. Під час вибіркового обстеження 40 фермерських сімей були отримані такі дані про кількість дітей в них:

2 1 4 3 2 3 3 1
5 2 2 3 4 2 1 3
3 2 1 1 3 2 3 4
1 3 3 2 5 3 4 2
3 4 2 3 2 1 2 3

Побудувати варіаційний ряд розподілу фермерських сімей за кількістю дітей у них.

а)

Дітей	Сімей
до 1	8
1-2	12
2-4	15
більше 4	5
Всього	40

б)

Дітей	Сімей
1	7
2	12
3	14
4	5
5	2
Всього	40

в)

Дітей	Сімей
0-1	7
1-2	12
2-3	14
3-4	5
4-5	2
5-6	0
Всього	40

г)

Дітей	Сімей
0	0
1	7
2	12
3	14
4	5
5	2
Всього	40

3.35. У результаті вибіркового обстеження отримані дані про вартість основних фондів 25 підприємств регіону, млн грн:

5,8 8,0 4,3 10,0 9,6
9,4 14,3 6,9 2,7 13,5
7,0 11,8 9,0 18,0 8,7
8,8 2,0 16,9 6,2 12,3
10,5 6,8 12,7 8,4 3,9

Побудувати варіаційний ряд розподілу підприємств регіону за вартістю основних фондів утворивши 4 групи з рівними інтервалами.

а)

Вартість ОВФ	Кількість підп- риємств
2,0 – 7,0	5
7,0 – 10,0	11
10,0 – 13,0	6
13,0 – 18,0	3
Всього	25

б)

Вартість ОВФ	Кількість підпри- ємств
2,0 – 6,0	5
6,0 – 10,0	11
10,0 – 14,0	6
14,0 – 18,0	3
Всього	25

в)

Вартість ОВФ	Кількість підпри- ємств
2,0 – 5,0	5
7,0 – 10,0	11
10,0 – 13,0	6
13,0 – 18,0	3
Всього	25

г)

Вартість ОВФ	Кількість підпри- ємств
до 2,0	1
3,0 – 6,0	5
7,0 – 10,0	11
10,0 – 13,0	6
більше 13,0	2
Всього	25

3.36. Органами міського відділу МВС за 2-й квартал поточного року зареєстровано 20 правопорушень, скоєних неповнолітніми. Нижче наведені дані про вік неповнолітніх правопорушників:

14 12 9 15 11
 8 14 16 10 10
 13 12 14 13 12
 12 15 13 16 14

Побудувати варіаційний ряд розподілу неповнолітніх правопорушників за віком, утворивши 4 групи з рівними інтервалами. Визначити питому вагу (%) правопорушень у кожній віковій групі.

а)

Вік	Неповнолітніх правопорушників	
	осіб	%
8-10	2	20
10-12	3	30
12-14	7	70
14-16	8	80
Всього	20	200

б)

Вік	Неповнолітніх правопорушників	
	осіб	%
до 8	0	0
8-10	2	10
10-12	3	15
12-14	7	40
14-16	7	35
Всього	20	100

в)

Вік	Неповнолітніх правопорушників	
	осіб	%
8-10	2	10
10-12	3	15
12-14	7	35
14-16	8	40
Всього	20	100

г)

Вік	Неповнолітніх правопорушників	
	осіб	%
до 8	2	10
8-12	5	25
12-14	12	60
14-16	20	100

3.37. Вторинним називається групування:

а) спочатку за атрибутивною, а потім за кількісною ознакою;

б) спочатку за кількісною, а потім за атрибутивною ознакою;

в) коли на основі раніше сформованого групування формується нове групування;

г) сформоване за безперервною ознакою.

Тема 4 | **Способи викладення статистичних даних**

- 4.1 Статистичні таблиці, їх призначення, види та правила побудови.
- 4.2 Поняття статистичного графіка, його призначення та роль у статистико-економічному аналізі.
- 4.3 Вимоги до статистичного графіка та його основні елементи.
- 4.4 Класифікація графіків та правила їх побудови.

4.1 Статистичні таблиці, їх призначення, види та правила побудови

Існують три способи представлення статистичних даних: текстовий, табличний і графічно. Результати зведення і групування оформлюються, як правило, у вигляді статистичних таблиць. Це дає можливість викласти результати наочно, компактно і раціонально у зручній для аналізу формі. Потрібно мати на увазі, що не кожна таблиця, яка містить цифрову інформацію, є статистичною. **Статистичною таблицею** є лише така, яка містить результати зведення та групування статистичних матеріалів. Вона являє собою перетин рядків і стовпчиків (граф), які утворюють клітини таблиці. Складовими елементами таблиці є її загальний заголовок (назва таблиці), а також бічні і верхні заголовки, тобто назва рядів та граф. Загальний заголовок повинен відображати:

- головний зміст наведених у таблиці цифрових даних;
- територіальну належність даних;
- час, до якого відносяться дані.

Крім того, у загальному заголовку можуть бути вказані одиниці виміру, якщо вони однакові для всіх показників таблиці. Якщо вони різні, то зазначаються у заголовках рядків і граф.

Статистичну таблицю розглядають як «статистичне речення», в якому є своєрідний підмет та присудок. *Підметом* таблиці є об'єкт дослідження, тобто те, що характеризує таблиця. *Присудок* – це показники, які характеризують об'єкт дослідження. Підмет, як правило, розміщують у лівій частині таблиці, тобто у назві рядків, а присудок – у графах. Макет статистичної таблиці наведено на рис. 4.1.

Загальний заголовок (назва таблиці)

Присудок Підмет	Назва граф (верхні заголовки)					
А	1	2	3	4	5	
Назва рядків (бічні заголовки)						
Підсумковий рядок						Підсумкова графа

Рис. 4.1. Макет статистичної таблиці

У статистичній практиці використовуються різні таблиці, які в залежності від побудови підмета підрозділяються на прості, групові і комбінаційні.

Простими називаються таблиці, у підметі яких наведено простий перелік одиниць сукупності (підприємств, територіальних одиниць, об'єктів) або показників часу (дат, місяців, рядків). Прикладом простої статистичної таблиці є табл. 4.1.

Табл. 4.1. Територія і кількість населення по районах Сумської області на 1 січня 2005 року

Район	Територія, тис. км ²	Кількість насе- лення, тис. чол.
Білопільський	1,5	58,4
Буринський	1,1	33,6
.....
Ямпільський	0,9	28,5
По області	23,8	1243,9

Груповими називаються таблиці, підмет яких містить групування одиниць сукупності за однією ознакою – атрибутивною або кількісною. Прикладом групової таблиці є розподіл населення за рівнем доходів (табл. 3.6) робітників за стажем (табл. 3.7)

Комбінаційними називаються таблиці, підмет яких містить групування одиниць сукупності за двома і більше ознаками. Іноді у підметі комбінаційної таблиці міститься групування за атрибутивною ознакою, а у присудку – за кількісною, або навпаки. Прикладом комбінаційної таблиці є розподіл студентів вищих навчальних закладів за рівнем акредитації та формами навчання (табл. 3.5). Групові та комбінаційні таблиці називаються **складними**.

При побудові таблиць потрібно дотримуватись правил, напрацьованих теорією та практикою статистики.

1. Таблиця має бути компактною і наочною. Назва, бічні та верхні заголовки таблиці повинні чітко і лаконічно характеризувати її зміст.
2. У назві вказується також територія та час, до якого відносяться дані, одиниця виміру, якщо вона єдина для всіх показників. Якщо одиниці виміру різні, то їх вказують у заголовках рядків і граф або у спеціально відведеній графі.
3. Для зручності аналізу, у таблицях з великою кількістю показників, рядки і графи нумеруються. При цьому графа підмета позначається, як правило, літерою «А», а графи присудка цифрами (рис. 4.1).
4. Заповнюючи таблицю, необхідно використовувати наступні умовні позначення:
 - якщо клітина не підлягає заповненню, її перекреслюють знаком «Х»;
 - якщо якийсь із явищ відсутній, то у клітині ставиться тире «-»;
 - якщо про явище немає відомостей, то ставиться три крапки «...», або «н.від.»;
 - якщо у клітині є число, яке менше, ніж прийнята у таблиці точність, то ставиться «0.0», або «0.00».

5. Показники в межах однієї граfi необхідно наводити з однаковою точністю, тобто до десятих, сотих чи тисячних.
6. Таблиця, за винятком деяких аналітичних таблиць, повинна закінчуватися підсумковим рядком «Разом» або «Всього». Іноді підсумковий рядок може бути першим, тоді його складові розміщуються після слів «у тому числі».
7. Якщо деякі із даних взято із інших джерел, або певні дані потребують уточнення, то вони позначаються зірочкою «*», а у примітці до таблиці наводяться відповідні пояснення.

Аналіз наведених у таблиці даних розпочинають, зазвичай, із загального підсумку, який характеризує досліджувану сукупність в цілому. Потім переходять до аналізу окремих рядів і граф, що дає можливість здійснити порівняння показників, проаналізувати взаємозв'язки, тенденцію та закономірність їх зміни.

4.2 Поняття статистичного графіка, його призначення та роль у статистико-економічному аналізі

У багатьох випадках статистичні таблиці доповнюються статистичними графіками. Графіки є найефективнішою формою представлення даних з позиції їх сприйняття. Вони справляють більш яскраве враження, ніж цифри в таблиці та використовуються з метою:

- характеристики розвитку явищ у часі та просторі;
- характеристики структури явищ;
- вивчення зв'язку між ознаками;
- порівняння статистичних величин (планів, норм і т.д.);
- економіко-географічної характеристики явищ тощо.

Таким чином, графічний спосіб є ніби продовженням, доповненням табличного способу зображення статистичних даних, роблячи їх наочними, зрозумілими і прийнятними для запам'ятовування. Суть його в тому,

що статистичні величини (показники) зображуються у вигляді різного роду статистичних графіків.

Статистичний графік є умовним зображенням статистичних величин за допомогою ліній, геометричних фігур, рисунків або схематичних географічних карт.

Графік, на відміну від таблиці, створює свого роду готовий образ явища, що вивчається, і дозволяє відразу помітити особливості, взаємозв'язки і закономірності, що містяться в цифровому матеріалі. За допомогою графіків можна зробити висновки, які на основі таблиць були б неможливі.

Головна задача графіків – наочне представлення фактів соціально-економічного життя. Вони знаходять широке застосування для популяризації різних статистичних даних і виконують важливу контрольну функцію, виявляючи різного роду помилки і неточності в цифровому матеріалі. Разом з тим їх вживання має деякі обмеження:

1. Графік не може включити стільки даних, скільки їх може містити таблиця.

2. Графік часто використовується для зображення загальної ситуації, а не деталей, тому представляє, як правило, округлені, не зовсім точні дані.

3. Побудова графіка більш трудомістка, ніж побудова таблиці. Щоправда, цей «мінус» може бути подоланий використанням загальних та прикладних програм для обробки даних та їх графічного представлення.

Слід мати на увазі, що статистичний графік відрізняється від усіх інших графічних зображень тим, що він завжди зображує тільки статистичні показники.

Статистичні показники, як відомо, одержують у результаті статистичного дослідження масових соціально-економічних явищ і процесів. Тому не всякий графік, що зображає який-небудь процес, є статистичним (графік чергування, руху потягів, математичних функцій і т.д.).

4.3 Вимоги до статистичного графіка та його основні елементи

Щоб графіки відповідали поставленим задачам, вони повинні бути правильно і грамотно побудовані. Це означає, що для кожної таблиці треба не тільки знайти її правильне графічне рішення, тобто найвідповідніший графік, але і уміти цей графік побудувати. Інакше існує ризик спотворити дійсну картину змісту таблиці.

Існують такі **основні вимоги до статистичних графіків**:

- графік повинен точно відображати початкові дані, представлені в таблиці;
- графік повинен бути наочним, зрозумілим і легко читатися;
- графік повинен бути по можливості художньо оформленим.

Виконання цих вимог досягається за допомогою ряду вироблених технічних прийомів і правил вибору і побудови основних елементів графіка.

До основних елементів статистичного графіка відносяться:

- *графічне зображення* (основа графіка) – це геометричні фігури, лінії, сукупність точок, за допомогою яких зображуються статистичні величини;
- *поле графіка* – місце розташування графічних зображень;
- *просторові орієнтири* – це координатна сітка, на основі якої будується графік;
- *масштабні орієнтири* – це розташована по осях координат масштабна шкала, на якій зліва направо і від низу до верху наносяться показники;
- *експлікація графіка* – словесне пояснення змісту графіка.

Графічне зображення – його вибір має важливе значення при побудові графіка. Воно повинне відпові-

дати меті графіка і найбільш точно і виразно зображати статистичні дані.

Залежно від графічних зображень, що застосовуються, графіки бувають:

- *точкові* – застосовується сукупність точок;
- *лінійні* – коли застосовуються лінії;
- *площинні: стовпчикові, квадратні, кругові* і т.д.

Крім того, графіки можуть бути і у вигляді негеометричних фігур – рисунків, окремих предметів, силуетів і т.д. Такі графіки називаються фігурними.

Поле графіка – характеризується певними розмірами і пропорціями. Розмір поля залежить від призначення графіка. Що ж до пропорцій, то вважається, що найзручнішою для сприйняття оком людини пропорцією є прямокутник із співвідношенням сторін $1 : \sqrt{2}$, тобто 1:1,414 або приблизно 5:7. Це співвідношення прийнято і в стандарті паперу для письма. Хоча можуть бути й інші пропорції: 3:5; 5:8 і т.д. Приблизно такі ж пропорції повинні бути витримані і в розмірах більшої частини графічних зображень, розміщуваних в **координатній сітці**. При цьому більш довга сторона графіка (сітки) може бути розташована як по вертикалі (високий графік), так і по горизонталі (широкий графік), залежно від кількості відповідних показників.

Масштабна шкала – тобто лінія, на яку наносяться показники (числа) в певному масштабі, що переводить числові величини в графічні і навпаки. Масштаби вибираються так, щоб помістилися всі статистичні показники, що зображуються. В статистичних графіках звичайно застосовуються прямолінійні масштабні шкали, які розташовуються по осях координат. Але можуть бути і криволінійні (наприклад, коло, розділене на 360°).

Масштабні шкали бувають *рівномірними* і *нерівномірними*. У статистичних графіках звичайно застосовуються рівномірні, в яких рівним лінійним відріzkам масштабу відповідають одні і ті ж значення (напри-

клад 1 см = 20 млн т вугілля і т.д.). Тобто показники змінюються на одну і ту ж величину.

З нерівномірних шкал у статистичних графіках застосовуються логарифмічні шкали, в яких рівним графічним відрізкам відповідають не рівні абсолютні числа, а їх логарифми. Така шкала застосовується частіше за все для аналізу темпів зростання, коли великий розмах коливань показників і нас цікавлять не абсолютні показники, а їх відносні зміни. Приклад логарифмічної шкали:

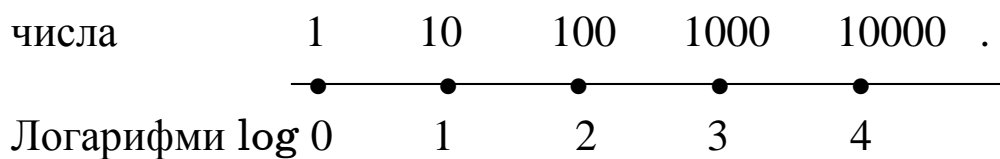


Рис. 4.2. Логарифмічна шкала

Експлікація графіка – включає назву (заголовок) графіка, підписи вздовж масштабних шкал, пояснення до окремих частин графіка, посилання на джерела даних, цифри масштабу, умовні позначення і т.д.

Всі надписи рекомендується робити горизонтально, оскільки вертикальний текст не зрозумілий для читання. При великому числі статистичних показників їх розміщують на графіку в особливій таблиці. Графік покликаний замінити цифри, і тому не слід його ними навантажувати. Не рекомендується в одній координатній сітці розміщувати більше 2–3 ламаних, а також поміщати на графіку зайві цифри. Необхідно пам'ятати, що чим більш схематичним є графік, чим менше в ньому деталей, тим легше він сприймається.

Заголовок графіка так само, як і заголовок статистичної таблиці, повинен точно і стисло відобразити основний зміст даних, що зображуються, і давати характеристику місця і часу. Заголовок надписується або зверху графіка, або (якщо графік є частиною тексту – в книзі, доповіді) під нижнім краєм графіка.

4.4 Класифікація графіків та правила їх побудови

Існує багато видів графічних зображень статистичних даних. Їх класифікація заснована на таких ознаках, як спосіб побудови графічного образу; геометричні знаки, що зображають статистичні показники; задачі, які вирішуються за допомогою графіків, тощо. За способом побудови графіки підрозділяються на діаграми, картограми і картодіаграми.

Найпоширенішим способом графічного зображення статистичних даних є діаграми. Вони бувають різних видів: *лінійні, площинні, точкові, об'ємні, фігурні*. Розглянемо найважливіші з них.

Стовпчикові діаграми є найпростішими, наочними і тому частіше за все застосовуються у якості графічних зображень. Особливо широко вони використовуються для порівняльної характеристики явищ у просторі та часі.

Стовпчикові діаграми є графіком, в якому різні величини представлені розташованими вертикально прямокутниками (стовпчиками). При побудові стовпчикової діаграми використовують прямокутну систему координат і лише одну масштабну шкалу, розташовану на осі ординат. Ця шкала визначає висоту кожного стовпчика, тобто величину кожного показника. Стовпчики повинні бути з однаковими основами, розташованими на осі абсцис. Число стовпчиків дорівнює числу показників, відстань між ними однакова. Іноді стовпчики розташовують впритул один до одного.

На масштабній шкалі записуються лише круглі або округлені числові значення. Напроти цих значень іноді проводиться пунктир. Тут же вказується й одиниця вимірювання. При виборі масштабу треба виходити з того, щоб максимальна величина показника розмістилася на графіку. Як приклад розглянемо порівняння показників чисельності населення по містах Сумської області.

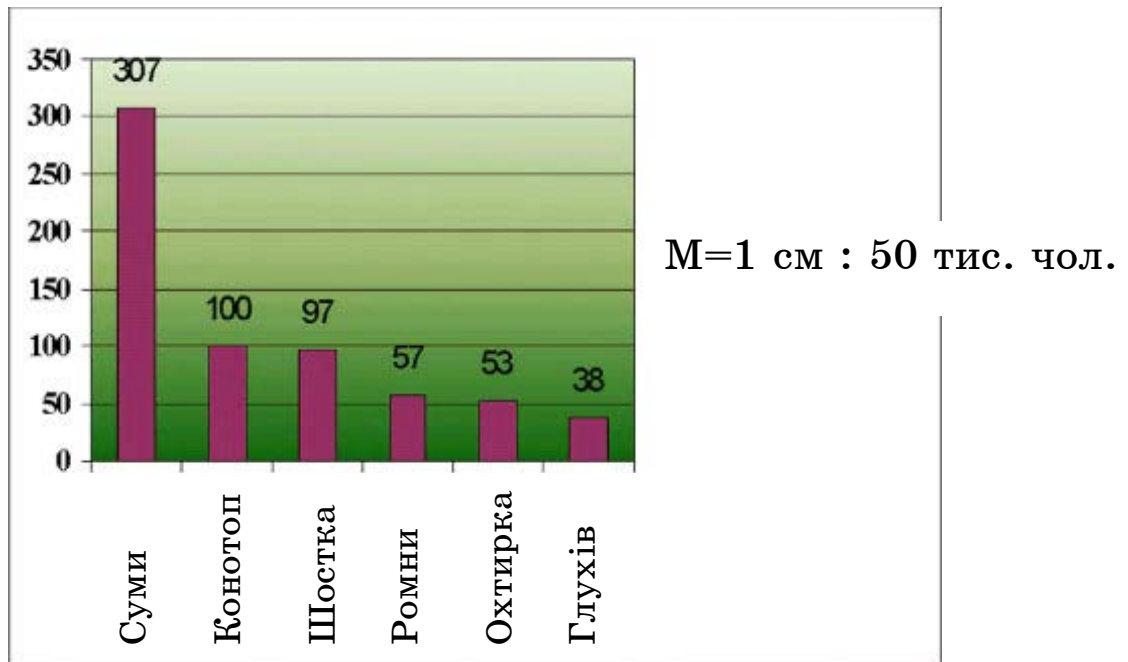


Рис. 4.3. Чисельність населення міст Сумської області

Міста у вигляді стовпчиків розташовано на осі абсцис на відстані 0,5 см один від одного. Ширина стовпчика дорівнює 1 см. Масштаб на осі ординат – 50 тис.чол. на 1 см. Для наочності стовпчики заштриховані. Наочність даної діаграми досягається порівнянням величини стовпчиків, яка відповідає чисельності населення. Внизу (під віссю x) підписується найменування об'єктів порівняння.

Якщо прямокутники, що зображають показники (числа), розташувати не по вертикалі, а по горизонталі, то стовпчики перетворюються на своєрідні смужки (стрічки), і в результаті ми одержимо стрічкову або смугову діаграму.

У цьому випадку основи смуг (стрічок) розташовуються на осі (y), а масштабна шкала – на осі (x).

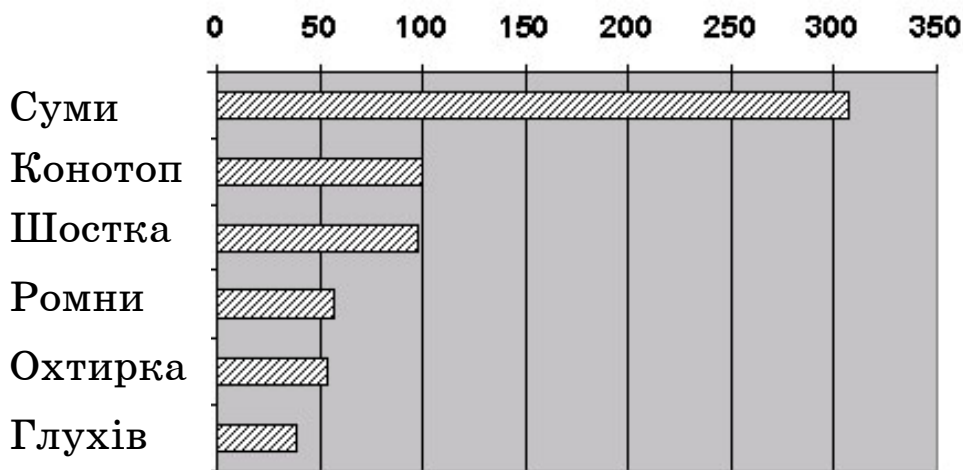


Рис. 4.4. Приклад стрічкової діаграми

Стрічкові діаграми в порівнянні зі стовпчиковими мають одну перевагу: в них кожному стрічку зручніше забезпечити відповідним надписом.

Стовпчикові діаграми кращі в тих випадках, коли величини, що зображаються, виражають ідею висоти (рівень, зростання показників).

Стрічкові – якщо в статистичних даних виражена ідея протяжності (довжина залізниць, річок і т.д.).

Таким чином в стовпчикових і стрічкових діаграмах зіставлення робиться лише за одним вимірюванням – висоти стовпчика або довжини стрічки (смуги), що просто і наочно.

Фігурні діаграми – є деякою зміною стрічкової діаграми. В цих діаграмах смуга ділиться на рівні прямокутники, в яких показники зображаються схематичними фігурами, що відображають зміст показника.

НАПРИКЛАД, при характеристиці динаміки виробництва автомобілів зображається автомобіль.

Якщо треба графічно представити два показники, один з яких наполовину менше іншого, то менший показник зображується половиною символу (половина автомобіля).

На фігурних діаграмах порівнюється не тільки кількість фігур, але і довжина смуг (стрічок). Наприклад, виробництво телевізорів в країні можна зобразити таким чином:

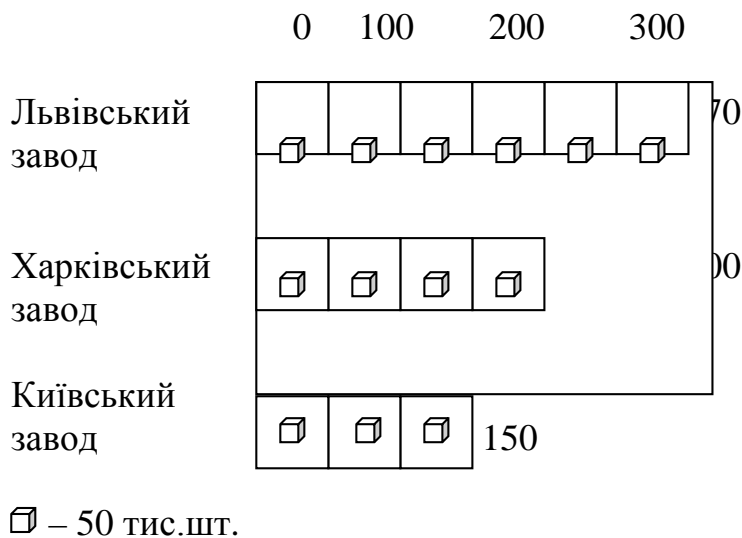


Рис. 4.5. Приклад фігурної діаграми

Або таким чином:



Рис. 4.6. Приклад фігурної діаграми

Фігурні діаграми використовуються частіше за все як наочна агітація, ілюстрація яких-небудь показників. Вони звичайно кольорові, дохідливі і зрозумілі, привертають до себе увагу, оскільки виконуються частіше за все художником-оформлювачем.

Площинні діаграми підрозділяються на:

- квадратні;
- кругові;
- знаки Варзара.

Квадратні і кругові діаграми є різними за розміром квадратами або кругами, площі яких пропорційні величині статистичних даних, що зображаються.

Для того, щоб побудувати, наприклад, **квадратну діаграму**, що характеризує валовий збір зернових в районах області, треба з показника взяти корінь квад-

ратний і ця величина служитиме стороною квадрата, що зображає валовий збір.

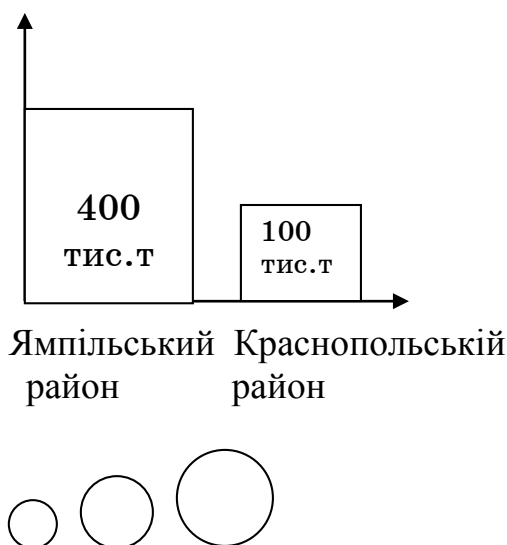


Рис. 4.7. Приклади квадратної і кругової діаграм

В нашому випадку валовий збір зернових в Ямпільському районі становить 400 тис. тон. Тоді сторона квадрата буде рівна 20 і, отже, ми побудуємо квадратну діаграму на підставі цієї величини і інших аналогічно.

Кругові діаграми будуються так само, тільки площі кіл будуються на основі радіусів, що є коренем квадратним із значень величин, що зображаються. Квадрати і кола також будуються на однаковій відстані один від одного.

Недолік квадратних і кругових діаграм в тому, що вони менш наочні, ніж стовпчикові або стрічкові, оскільки порівнюються площі, а не висота або довжина смуг. Крім того і будувати їх дещо складніше. Тому і використовуються вони рідше.

Знаки Варзара застосовуються для характеристики трьох взаємозв'язаних величин. Названі на честь відомого російського статистика професори В.Є. Варзара, який їх запропонував.

Вони засновані також на порівнянні площ прямокутників, в яких основою є один показник, а висотою прямокутника - інший.

НАПРИКЛАД, той самий валовий збір зерна характеризується добутком врожайності на площу. Тоді на осі абсцис відкладають площу, а на осі ординат – значення врожайності.

Їх добуток і дасть площу прямокутника, що характеризує валовий збір. Це і буде діаграма Варзара.

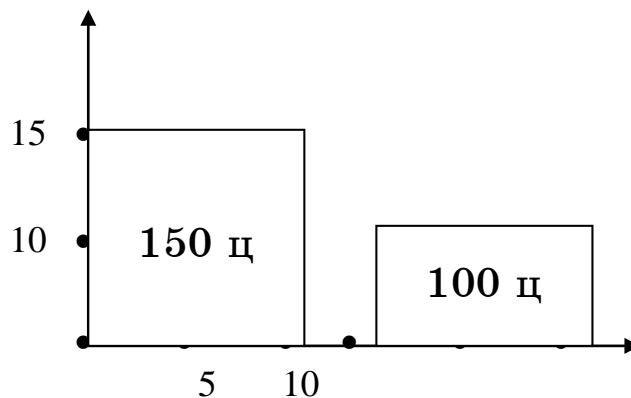


Рис. 4.8. Приклад знаків Варзара

Використовується теж не часто, оскільки при незначних відмінностях у явищах, що зображаються, ця діаграма теж буде недостатньо наочною.

Секторні і радіальні діаграми. Нерідко склад, структура того або іншого явища зображається за допомогою кіл, розділених на сектори, пропорційні довжині (питомій вазі) частин явищ. Тобто секторна діаграма є колом, розділеним радіусами на окремі сектори. Кожний сектор і характеризує питому вагу показників, що зображаються, в загальній площі кола, дорівнює 100 %, тобто 1 % дорівнює куту $3,6^\circ$.

Будується секторна діаграма таким чином:

1. Будується круг довільного розміру.
2. Усередині нього викреслюється маленьке коло, в якому пишеться підсумкова цифра або 100%.

3. Встановлюється початкова лінія, що перпендикулярно йде від кола малого круга до великого, що дає початкову точку.

4. Починаючи від цієї початкової точки, по колу наносять відсоткову шкалу шляхом розподілу кола на 8 рівних частин (якщо немає транспортира або циркуля).

5. Починаючи від початкової точки, на колі роблять відмітки, відповідні питомій вазі показників, проводять до них радіуси і одержують сектори.

Наприклад, Побудуємо діаграму, що відображає структуру успішності: відмінно – 25 %; добре – 70 %; задовільно – 5 %.

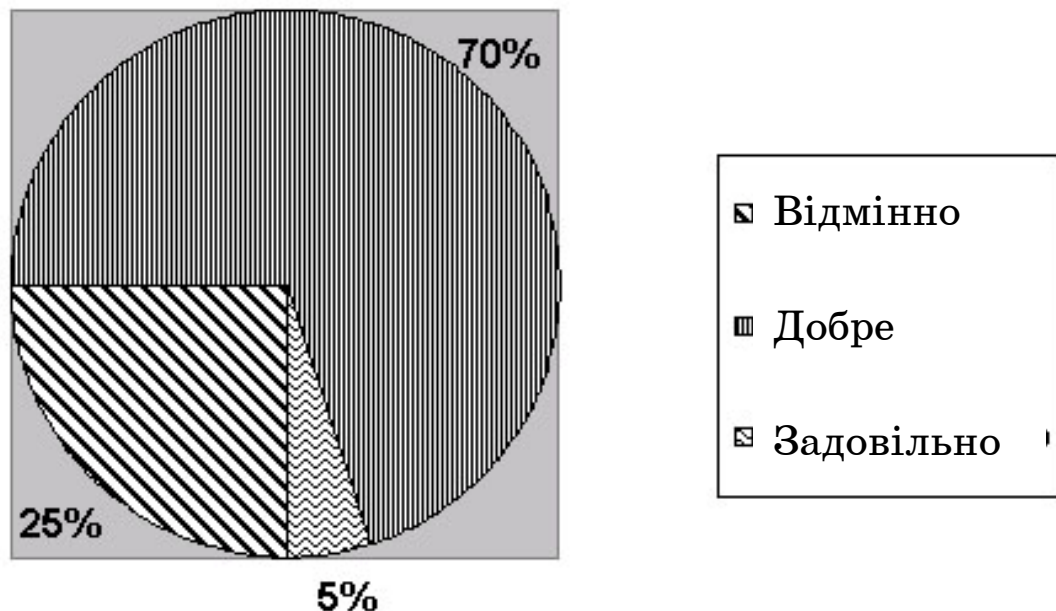


Рис. 4.9. Приклад секторної діаграми

Аналогічну побудову можна зробити і за допомогою транспортира. Оскільки круг містить 360° , то частка відрядників, погодинників і відпусток буде відповідно

$$\frac{60 \cdot 360}{100} = 216^\circ; \quad \frac{25 \cdot 360}{100} = 90^\circ; \quad \frac{15 \cdot 360}{100} = 54^\circ.$$

Розділивши круг за допомогою транспортира від початкової точки, теж одержимо діаграму структури фонду зарплати.

Радіальні діаграми – служать для зображення явищ, що періодично змінюються в часі, частіше всього для ілюстрації сезонних коливань. Будуються на базі полярних координат, у яких за вісь ординат беруться радіуси, за вісь абсцис – коло. Радіальні діаграми можуть бути замкнутими і спіральними.

Замкнуті відображають внутрішньорічні сезонні коливання одного року, **спіральні** – внутрішньорічні коливання за ряд років.

Радіальні діаграми можуть бути побудовані двома способами залежно від того, що прийнято як пункт відліку – центр круга (полюс), або коло. Звичайно береться пунктом відліку центр кола.

Замкнуті радіальні діаграми будуються таким чином:

– викреслюється круг, радіус якого в масштабі рівний середньомісячному показнику;

– потім круг ділиться на 12 частин (місяців) за прикладом годинного циферблата;

– на кожному з одержаних 12 радіусів згідно з масштабом відкладаються відповідні місячні дані (якщо дані перевищують середньомісячні значення – вони відкладаються на продовженні радіусів за межами круга);

– з'єднавши кінці відрізків на радіусах одержимо замкнуту радіальну діаграму, що характеризує сезонні коливання.

НАПРИКЛАД, виробництво м'яса в одному з регіонів склало в січні 3100 т, лютому – 2900 т; вересні – 3 000 т, жовтні – 3 500 т, листопаді – 3 600 т, грудні 3 200 т. Разом за рік 36 000 т, а в середньому за місяць – 3 000 т. Тоді:

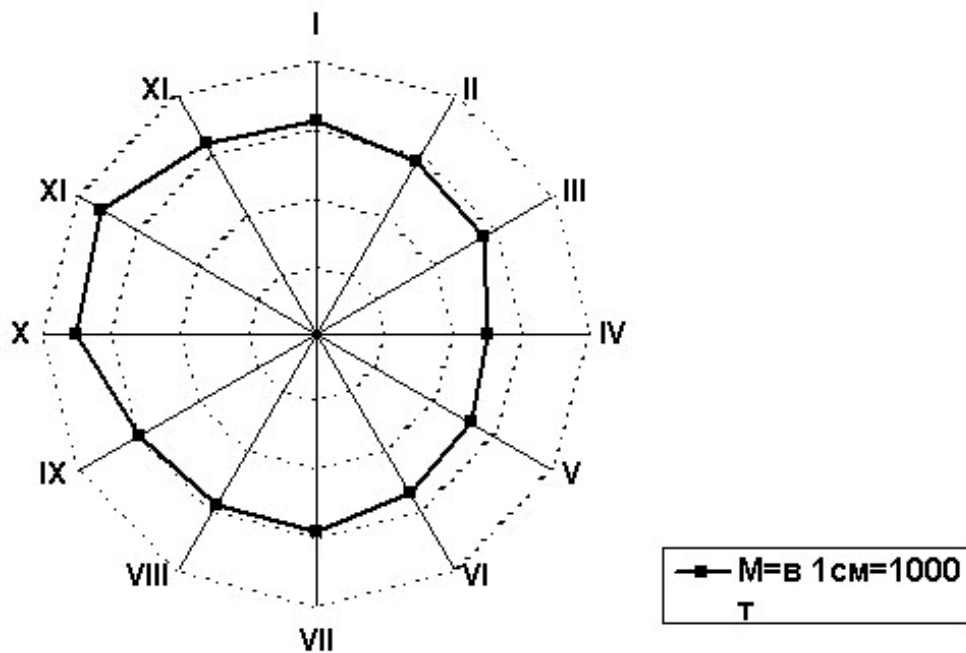


Рис. 4.10. Приклад радіальної діаграми

Побудова спіральних діаграм відрізняється від замкнених тим, що в них січень одного року з'єднується не з січнем того самого року, а з січнем наступного року. Це дозволяє зобразити сезонні коливання за ряд років у вигляді спіралі.

Статистичні ламані (лінійні графіки) – найбільш часто застосовуються при характеристиці розвитку явищ в часі, тобто динаміки явищ. Для їх побудови використовується прямокутна система координат. На осі абсцис відкладаються відрізки (періоди) часу, на осі ординат – показники. Шкали, масштаби наносяться способами, розглянутими вище. Наприклад, побудуємо лінійний графік валового збору зернових за 1998 – 2002 р.

Табл. 4.2. Валовий збір зернових

Рік	2009	2010	2011	2012	2013
Валовий збір (млн.т)	8,2	8,5	10,3	9,0	12,5

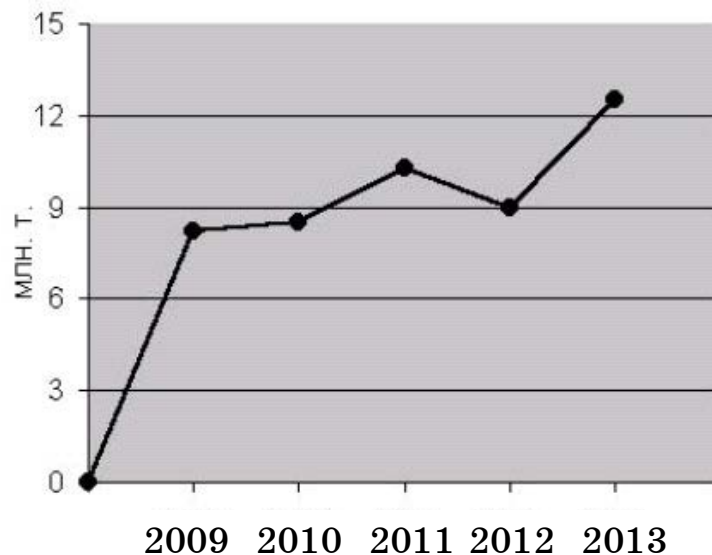


Рис. 4.11. Приклад лінійного графіка

Перевагою лінійних графіків є те, що вони дозволяють нанести на один графік (координатну сітку) дані про декілька рядів явищ (врожайність, посівна площа і т.д.).

За допомогою лінійних графіків можна також здійснювати повсякденний контроль за виконанням плану. При цьому для аналізу на графіку можна дати не тільки фактичне виконання плану, але і план, а також дані за аналогічний період пори минулого року.

Картограми і картодіаграми – застосовуються для зображення географічної характеристики явищ, що вивчаються.

Вони показують розміщення, розповсюдження і інтенсивність явища, що вивчається, на певній території – району, області, регіоні і т.д.

На картограмі розподіл явища, що вивчається, по території зображається точками, штрихуванням, різним забарвленням і т.д. Виходячи з цього, вони *точкові* і *фонові*. (Кожній точці відповідає певне, прийняте числове значення. Наприклад, одна точка дорівнює 10 тис. чол. населення).

Тобто, **картограма** – це схематична географічна карта, на якій точками, штрихуванням або кольором різного ступеня насиченості показана порівняльна ін-

тенсивність розподілу якого-небудь явища на певній території (щільність населення по районах, розподіл районів по врожайності зернових і т.д.).

НАПРИКЛАД, врожайність зернових у господарствах регіону (рис. 12).

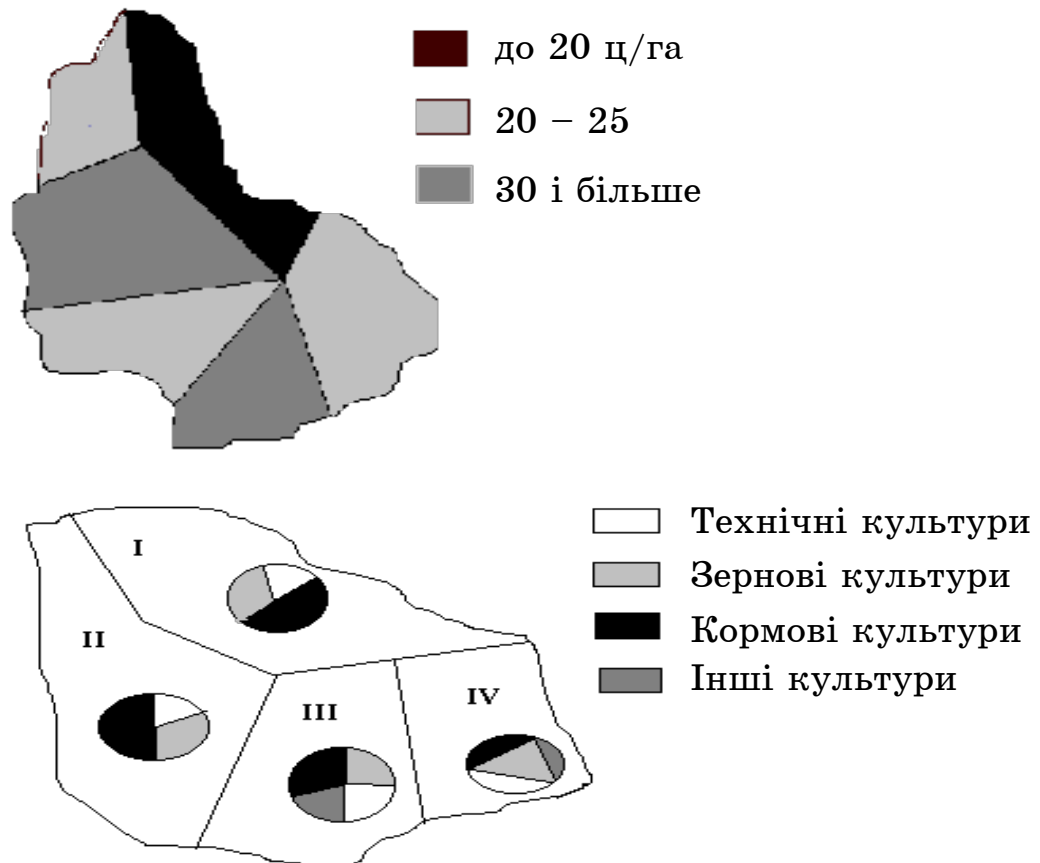


Рис. 4.12. Врожайність зернових по господарствах регіону

Картодіаграма – це поєднання географічної карти з діаграмою. Як художні знаки в картограмах використовуються різні геометричні фігури, що характеризують порівнювані показники. Наприклад, на карту наносяться фігурні діаграми, що відображають родовища корисних копалин на тій, або іншій території – чим більші запаси, тим більша фігура, або більше фігур. Нафта $\Delta \Delta$ і т.д.

Отже, графічний спосіб робить статистичні дані більш наочними, допомагає аналізувати статистичні

матеріали, краще зрозуміти результати статистичного нагляду. Цей спосіб є альтернативою табличного методу. За допомогою графіків легко виявити і наочно представити характеристику структури, динаміки, загальну картину закономірностей розвитку явища, що вивчається, в часі і просторі, який часто важко уловити в складних статистичних таблицях. Графіки допомагають виділити і підкреслити особливості сукупності, що вивчається, надати їх в найбільш узагальненому вигляді.

Питання для самоконтролю

1. Які Ви знаєте види статистичних таблиць?
2. З яких основних елементів складається статистичний графік?
3. У чому полягають правила побудови таблиць?
4. Які таблиці називають статистичними та з яких елементів вони складаються?
5. Що таке графік у статистиці, його роль і значення?
6. Яке головне завдання графіків і основні вимоги до них?
7. З яких основних елементів складається статистичний графік?
8. Квадратні та кругові діаграми, їх побудова й застосування.
9. Правила побудови й використання секторних і радіальних діаграм.
10. Головне завдання статистичних графіків і основні вимоги до них, недоліки властивим графікам.
11. З яких основних елементів складається статистичний графік?
12. Поле графіка, яким воно повинне бути?
13. Графічний образ і різновид графіків залежно від графічного образу.
14. Які діаграми відображають структуру явища (навести приклади)?
15. Загальні принципи побудови секторних діаграм, які статистичні дані зображуються з їх допомогою?

16. Стрічкові діаграми, принципи їх побудови й у яких випадках вони застосовуються?
17. Як будуються лінійні графіки, у яких випадках вони використовуються?
18. Для зображення яких явищ застосовуються радіальні діаграми, на якому принципі побудови вони засновані?
19. Що таке картограма й картодіаграма?
20. Для зображення яких статистичних даних застосовують картограми та картодіаграми у статистичному аналізі?

Тестові завдання для самоперевірки*

4.1 Статистичною є таблиця, у якій наведено:

- а) дані про періодичність чергування студентів у гуртожитку;
- б) розклад руху міжміських автобусів;
- в) кількість зареєстрованих злочинів за видами у 3 кварталі поточного року;
- г) таблиця випадкових чисел.

4.2 Підметом статистичної таблиці є:

- а) числові показники, що характеризують певну статистичну сукупність;
- б) одиниці сукупності або їх групи, які характеризуються числовими показниками;
- в) рядки статистичної таблиці;
- г) граfi статистичної таблиці.

4.3 Присудком статистичної таблиці є:

- а) числові показники, що характеризують певну статистичну сукупність;
- б) одиниці сукупності або їх групи, які характеризуються числовими показниками;
- в) рядки статистичної таблиці;
- г) граfi статистичної таблиці.

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

4.4 За структурою підмета статистичні таблиці підрозділяються на:

- а) аналітичні, структурні, типологічні;
- б) структурні, типологічні, дискретні;
- в) прості, групові, комбінаційні;
- г) комбінаційні, аналітичні, інтервальні.

4.5 Вид таблиці залежить:

- а) тільки від розробки підмета;
- б) тільки від розробки присудка;
- в) від розробки підмета і присудка;
- г) від обсягу сукупності.

4.6 Розподіл чисельності безробітних регіону за віком на початок року характеризується даними:

Вікова група	Кількість безробітних, % до підсумку	
	чоловіки	жінки
до 19	5,7	10,3
20-24	19,0	18,6
25-29	10,9	12,5
30-49	50,9	49,4
50-54	5,2	3,0
55-59	4,7	3,9
59 і більше	3,6	2,3
Всього	100,0	100,0

За структурою підмета дана таблиця:

- а) проста;
- б) структурна;
- в) типологічна;
- г) групова.

4.7 Кількість постійного населення України на початок року характеризується даними, млн. чол.:

<i>Кількість постійного населення</i>	<i>1995</i>	<i>1998</i>	<i>1999</i>	<i>2000</i>
<i>Все населення</i>	<i>51,5</i>	<i>50,2</i>	<i>49,9</i>	<i>49,5</i>
<i>у віці</i>				
<i>молодшому за працездатний</i>	<i>11,3</i>	<i>10,4</i>	<i>10,0</i>	<i>9,6</i>
<i>чоловіки</i>	<i>5,7</i>	<i>5,3</i>	<i>5,1</i>	<i>4,9</i>
<i>жінки</i>	<i>5,6</i>	<i>5,1</i>	<i>4,9</i>	<i>4,7</i>
<i>працездатному</i>	<i>28,7</i>	<i>28,2</i>	<i>28,2</i>	<i>28,3</i>
<i>чоловіки</i>	<i>14,9</i>	<i>14,6</i>	<i>14,5</i>	<i>14,4</i>
<i>жінки</i>	<i>13,8</i>	<i>13,6</i>	<i>13,7</i>	<i>13,9</i>
<i>старшому за працездатний</i>	<i>11,5</i>	<i>11,6</i>	<i>11,7</i>	<i>11,6</i>
<i>чоловіки</i>	<i>3,3</i>	<i>3,4</i>	<i>3,6</i>	<i>3,7</i>
<i>жінки</i>	<i>8,2</i>	<i>8,2</i>	<i>8,1</i>	<i>7,9</i>

За структурою підмета ця таблиця:

- а) проста;*
- б) типологічна;*
- в) комбінаційна;*
- г) атрибутивна.*

4.8 Кількість осіб, які навчалися у навчальних закладах України, характеризується даними, тис. чол.

<i>Рік</i>	<i>01</i>	<i>02</i>	<i>03</i>	<i>04</i>	<i>05</i>
<i>Всього</i>	<i>9430</i>	<i>9239</i>	<i>9230</i>	<i>9174</i>	<i>9220</i>
<i>у середніх навчальних закладах</i>	<i>7132</i>	<i>7143</i>	<i>6987</i>	<i>6857</i>	<i>6764</i>
<i>у професійно-технічних навчальних закладах</i>	<i>660</i>	<i>555</i>	<i>529</i>	<i>528</i>	<i>525</i>
<i>у вищих навчальних закладах</i>	<i>1638</i>	<i>1541</i>	<i>1714</i>	<i>1789</i>	<i>1931</i>

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста;*
- б) групова;*
- в) типологічна;*
- г) атрибутивна.*

4.9 Парк тракторів і зернозбиральних комбайнів сільськогосподарських підприємств України на кінець року характеризується даними, тис. шт.:

<i>Роки</i>	<i>Трактори</i>	<i>Комбайни</i>
<i>1990</i>	<i>495</i>	<i>107</i>
<i>1995</i>	<i>469</i>	<i>91</i>
<i>1998</i>	<i>374</i>	<i>74</i>
<i>1999</i>	<i>347</i>	<i>70</i>
<i>2000</i>	<i>319</i>	<i>65</i>

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста;
- б) групова;
- в) структурна;
- г) типологічна.

4.10 Середня температура повітря по кліматичних зонах України за 2000 р. характеризується даними, С°:

<i>Кліматична зона</i>	<i>Січень</i>	<i>Липень</i>
<i>Степ</i>	<i>- 4,1</i>	<i>+ 22,2</i>
<i>Лісостеп</i>	<i>- 4,8</i>	<i>+ 19,0</i>
<i>Полісся</i>	<i>- 3,8</i>	<i>+ 17,6</i>

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста;
- б) структурна;
- в) групова;
- г) типологічна.

4.11 Посівні площі сільськогосподарських культур в Україні характеризуються даними, тис. га:

	1990	1995	1998	1999	2000
<i>Вся посівна площа</i>	<i>32406</i>	<i>30963</i>	<i>28790</i>	<i>28313</i>	<i>27173</i>
<i>Зернові культури</i>	<i>14583</i>	<i>14152</i>	<i>13718</i>	<i>13154</i>	<i>13646</i>
<i>у тому числі</i>					
<i>пшениця озима</i>	<i>7568</i>	<i>5324</i>	<i>5543</i>	<i>5766</i>	<i>5316</i>
<i>ячмінь ярий</i>	<i>2201</i>	<i>4130</i>	<i>3677</i>	<i>3318</i>	<i>3645</i>
<i>Технічні культури</i>	<i>3751</i>	<i>3748</i>	<i>3770</i>	<i>4340</i>	<i>4187</i>
<i>у тому числі</i>					
<i>цукрові буряки</i>	<i>1607</i>	<i>1475</i>	<i>1017</i>	<i>1022</i>	<i>856</i>
<i>соняшник</i>	<i>1636</i>	<i>2020</i>	<i>2531</i>	<i>2889</i>	<i>2943</i>
<i>Картопля і овоче- баштанні культури</i>	<i>2073</i>	<i>2165</i>	<i>2066</i>	<i>2166</i>	<i>2277</i>
<i>у тому числі</i>					
<i>картопля</i>	<i>1429</i>	<i>1532</i>	<i>1513</i>	<i>1552</i>	<i>1629</i>

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста;*
- б) типологічна;*
- в) комбінаційна;*
- г) структурна.*

4.12 Природний рух населення регіону за минулий рік характеризується даними (на 1000 наявного населення):

	<i>Кількість народжених</i>	<i>Кількість померлих</i>	<i>Природний приріст</i>	<i>Кількість шлюбів</i>	<i>Кількість розлучень</i>
<i>По регіону</i>	<i>13,4</i>	<i>13,3</i>	<i>0,1</i>	<i>10,6</i>	<i>3,0</i>
<i>міське населення</i>	<i>16,2</i>	<i>10,2</i>	<i>6,0</i>	<i>11,8</i>	<i>5,0</i>
<i>сільське населення</i>	<i>10,1</i>	<i>16,9</i>	<i>-6,8</i>	<i>9,3</i>	<i>0,7</i>

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста;
- б) групова;
- в) типологічна;
- г) структурна.

4.13 Середні ціни на м'ясо в окремих містах регіону у січні поточного року характеризуються даними, гривень за кг.:

<i>Місто</i>	<i>Яловичина</i>	<i>Свинина</i>	<i>Птиця</i>
<i>Суми</i>	<i>9,0</i>	<i>12,0</i>	<i>10,0</i>
<i>Охтирка</i>	<i>8,0</i>	<i>11,0</i>	<i>10,0</i>
<i>Конотоп</i>	<i>8,0</i>	<i>10,0</i>	<i>9,0</i>

За структурою підмета це таблиця:

- а) проста;
- б) групова;
- в) структурна;
- г) типологічна.

4.14 Основними елементами статистичної таблиці є:

- а) рядки і стовпчики;
- б) чисельник і знаменник.

Позначення «0,0» у клітині таблиці означає:

- в) клітина не потребує заповнення;
- г) значення показника менше, прийнятої у таблиці точності.

4.15 Зміну явища у часі графічно можна зобразити за допомогою:

- а) стовпчикової діаграми;
- б) секторної діаграми;
- в) лінійної діаграми;
- г) квадратної діаграми.

4.16 Структуру явищ графічно можна відобразити за допомогою:

- а) стовпчикової діаграми;

- б) лінійної діаграми;
- в) секторної діаграми;
- г) фігурної діаграми.

4.17 Для графічного зображення трьох взаємопов'язаних показників використовуються:

- а) лінійні діаграми;
- б) секторні діаграми;
- в) радіальні діаграми;
- г) знаки Варзара.

4.18 Поле графіка – це

- а) геометричні фігури, лінії, сукупність точок, за допомогою яких зображаються статистичні величини;
- б) координатна сітка, на основі якої будується графік;
- в) словесне пояснення змісту графіка;
- г) місце розташування графічних зображень.

4.19 До площинних діаграм відносять діаграми:

- а) точкові;
- б) лінійні;
- в) кругові;
- г) знаки Варзара.

4.20 Внутрішньорічні сезонні коливання відображають за допомогою:

- а) замкнутої радіальної діаграми;
- б) спіральної радіальної діаграми;
- в) секторної діаграми;
- г) кругової діаграми.

Розділ 2

МЕТОДИ ОБЧИСЛЕННЯ, АНАЛІЗУ ТА ІНТЕРПРЕТАЦІЇ УЗАГАЛЬНЮВАЛЬНИХ СТАТИСТИЧНИХ ПОКАЗНИКІВ

Тема 5 | Абсолютні та відносні величини

- 5.1 Суть, види та функції статистичних показників.
- 5.2 Абсолютні величини, їх роль та значення в статистиці, одиниці вимірювання.
- 5.3 Відносні величини, їх суть та форми вираження.
- 5.4 Основні види відносних величин.

5.1 Суть, види та функції статистичних показників

Статистика, як нам вже відомо, виражає масові явища і процеси в кількісній (числовій) формі. Але «числа», вживані в статистиці, це не абстрактні числа математики, що характеризуються тільки величиною, знаком, формою (цілі, дробові, уявні, дійсні тощо.). Статистика застосовує, строго кажучи, не просто числа, а показники, точніше – статистичні показники.

У загальному вигляді, з філософської точки зору, статистичний показник – це міра, єдність якісного і кількісного відображення властивостей об'єктивних явищ і процесів.

Оскільки статистика вивчає масові явища і процеси, то **статистичний показник** – це узагальнююча характеристика певної властивості сукупності в цілому або її окремої частини (групи). Саме цим узагальнюючим характером він відрізняється від індивідуальних значень елементів сукупності, які, як ми вже відзначали, називаються ознаками. Наприклад, середній вік

студентів університету – статистичний показник, а вік кожного з них – ознака.

Між ознакою і статистичним показником існує певний взаємозв'язок і співвідношення: ознака, перш за все, визначає якісний зміст показника, є його об'єктивною основою; ознаки різних об'єктів існують незалежно від того, пізнає їх статистика чи ні. Показники ж створюються наукою і служать інструментами пізнання людиною об'єктів, явищ або процесів. На основі однієї і тієї самої ознаки може бути побудовано декілька показників, причому найрізноманітніших. Так, на основі ознаки «вік людини» можна побудувати декілька показників, що характеризують масу (групу) людей: середній вік, відсоток осіб у віці «від – до», частка осіб пенсійного віку та ін.

Статистичним показникам притаманна певна територія і час. Статистичні показники виконують у статистико-економічному аналізі низку функцій:

- *пізнавальну*, яка полягає у тому, що в процесі оцінки і аналізу явища, що вивчається, відбувається пізнання його суті.

- *управлінську* – статистичний показник є одним із елементів управління явищем (підприємством). Вони необхідні для управління діяльністю (кого скоротити, що зробити);

- *контрольну*, яка полягає в тому, що за допомогою статистичних показників здійснюється контроль за діяльністю підприємств та організацій;

- *стимулюючу*, яка притаманна загалом економічним показникам, які є стимулом для удосконалення діяльності підприємства, фірми чи якоїсь галузі.

В залежності від функцій статистичні показники поділяються на три групи:

- 1) **за сутністю явищ, що вивчаються** розрізняють:

- *об'ємні показники*, що характеризують величину, обсяг чи розмір явища;

- *якісні показники*, які визначають певні властивості, притаманні явищам (рівень трудомісткості, продуктивність праці);

2) за агрегованістю явищ:

- *індивідуальні показники*, що характеризують величину ознаки окремої одиниці сукупності;

- *узагальнюючі*, що характеризують величину певної ознаки усіх одиниць сукупності;

3) за часом:

- *моментні*, які характеризують стан явища на конкретну дату (момент часу);

- *інтервальні*, які характеризують стан явища за певний проміжок часу (за інтервал часу).

У ринкових умовах для характеристики явища одного показника недостатньо. Необхідна сукупність показників.

5.2 Абсолютні величини, їх роль та значення в статистиці, одиниці вимірювання

Первинні (базові) узагальнюючі показники, які одержують у результаті зведення і групування первинних матеріалів статистичного спостереження, частіше за все виражаються абсолютними величинами. Тобто, **абсолютні величини** – це статистичні показники, що характеризують або сумарне число одиниць сукупності (об'єкта), або її сумарну властивість – розмір, обсяг, вага, рівень. Вони виражають величину соціально-економічних явищ у конкретних умовах місця і часу.

Абсолютні величини бувають *індивідуальні* і *зведені* (узагальнюючі), і завжди є іменованими, тобто виражаються у певних одиницях вимірювання. Наприклад, обсяг продукції в поточному році, кількість студентів економічного факультету, посівна площа зернових в області і т.д.

Абсолютні величини виражаються, як правило, іменованими величинами:

- у натуральних одиницях вимірювання – тоннах, штуках, літрах, метрах, гектарах тощо;
- у вартісних одиницях – гривнях, доларах, євро та ін.;
- у трудових одиницях – людино-годинах, людино-днях, людино-місяцях і т.д.;
- в умовних одиницях – умовному паливі, нормозмінах, тонно-кілометрах кВт/год, умовних калоріях, умовних банках тощо. Умовно-натуральні одиниці використовують при підсумовуванні декількох різновидів одного і того ж показника. В цьому випадку одна з них приймається в якості еталону, а інші перераховуються до цього еталону за допомогою відповідних коефіцієнтів. Наприклад, молочні продукти можуть бути за жирністю (молоко, сир):

Табл. 5.1. Обсяг молочних продуктів та їх жирність

Кількість, т	5	8	6	4
Жирність, %	2,5	3	3,5	4

3% приймаємо за одиницю. Тоді:

$$2,5/3=0,85; \quad 3,5/3=1,2; \quad 4/3=1,3$$

Приводимо до 3 %:

$$5 \cdot 0,85 + 8 + 6 \cdot 1,2 + 4 \cdot 1,3 = 24,65 \text{ т}$$

Таким чином, абсолютні величини характеризують, як правило, суму значень ознак об'єкту (сукупності).

5.3 Відносні величини, їх суть та форми вираження

Абсолютні величини є основою для розрахунку відносних і середніх величин, які широко використовуються статистикою.

Відносні величини – це статистичні показники, що виражають кількісне співвідношення двох величин,

що порівнюються. Інакше кажучи, це результат співвідношення двох статистичних показників.

За способом розрахунку відносні величини є дробом, в чисельнику якого – величина, що порівнюється, а в знаменнику – величина, з якою проводиться порівняння – база порівняння.

Залежно від бази порівняння відносні величини (ВВ) можуть бути виражені у формі:

- коефіцієнтів (співвідношення двох величин). Наприклад, в Україні середня заробітна плата – 200 €, а у Германії 1200 €. Отже у нас у 12 разів заробітна плата менша, ніж у Германії;

- відсотків (результат ділення множиться на 100%);

- промілле (результат ділення множиться на 1000‰). Наприклад, 1135 випадків захворювання на 1000 населення;

- продецимілле (результат ділення множиться на 10 000‰). Промільні відношення частіше за все застосовуються при характеристиці демографічних явищ і процесів. Наприклад, кількість лікарів в Україні на кожні 10 000 чол. населення становило у 2001р. 45,8.

Відносні величини можуть бути виражені й іменованими величинами. Наприклад, щільність населення – відношення числа жителів до площі території, виражається як чол./км². Завжди вибирають ту форму відносних величин, яка добре сприймається, і найбільш наочно виражає шукане співвідношення.

5.4 Основні види відносних величин

За призначенням і сутністю розрізняють 7 видів відносних величин: структури, координації, динаміки, порівняння (наочності), інтенсивності, виконання плану (договірних зобов'язань); планового завдання.

Відносні величини структури (ВВС) – характеризують структуру (склад) сукупності, що вивчається.

Обчислюють відношенням величини кожної одиниці сукупності до обсягу всієї сукупності. Інакше кажучи, це питома вага кожної одиниці сукупності у всій сукупності. Наприклад, частка відмінників в загальній чисельності студентів факультету.

Як правило, виражається у відсотках

$$BBC = \frac{f_i}{\sum f_i} \cdot 100\%. \quad (5.1)$$

Відносні величини координації (ВВК) – характеризують співвідношення між окремими частинами сукупності. Показують у скільки разів порівнювана частина сукупності більше, або менше за ту частину, з якою проводять порівняння. Як правило, як база порівняння вибирається та частина сукупності, яка має найбільшу питому вагу в сукупності або є пріоритетною в економічному або соціальному плані. В результаті можна встановити, скільки одиниць порівнюваної частини припадає на 1 одиницю базисної частини. Наприклад, скільки хорошистів припадає на одного відмінника в академічній групі і т.д.

$$ВВК = \frac{f_i}{f_{i+1}}. \quad (5.2)$$

Відносні величини динаміки (ВВД) – характеризують зміну явищ в часі (інтенсивність розвитку явища). Це відношення одного і того самого показника за два і більше тимчасових періоди. Залежно від бази порівняння бувають ланцюговими і базисними. У ланцюгових – база порівняння змінна, тобто показник кожного наступного періоду порівнюється з попереднім. В базисних – база порівняння постійна, тобто показник кожного подальшого періоду порівнюється з початковим. Можуть бути виражені або коефіцієнтами або відсотками:

$$ВВД_u = \frac{y_i}{y_{i+1}} \cdot 100\%; \quad (5.3)$$

$$ВДВ_o = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\%. \quad (5.4)$$

Наприклад, обсяг будівельних робіт, виконуваних будівельними організаціями регіону склав (табл. 5.2).

Табл. 5.2. Обсяги будівельних робіт за періодами

Період	01	02	03	04
Обсяг будівельних робіт, млн. грн.	205,0	206,8	212,0	218,8

Тоді зміна обсягу робіт в кожному подальшому році в порівнянні з попереднім склала:

$$\frac{206,8}{205,0} \cdot 100\% = 100,9\%,$$

$$\frac{212,0}{206,8} \cdot 100\% = 102,5\%,$$

$$\frac{218,5}{212,0} \cdot 100\% = 103,1\%,$$

тобто темп росту обсягу будівельних робіт з кожним роком збільшується і склав відповідно 100,9%, 102,5% і 103,1%.

Розрахунок базисних відносних величин динаміки покаже зміну обсягу робіт в кожному з подальших років в порівнянні з першим періодом:

$$\frac{206,8}{205,0} \cdot 100\% = 100,9\%,$$

$$\frac{212,0}{205,0} \cdot 100\% = 103,4\%,$$

$$\frac{218,5}{205,0} \cdot 100\% = 106,6\%.$$

Відносні величини порівняння (ВВП) характеризують співвідношення однойменних показників, що належать до різних обсягів або регіонів і т.д.

$$BBC = \frac{f_{iA}}{f_{iB}}. \quad (5.5)$$

Відносні величини інтенсивності (ВВІ) – характеризує ступінь поширення явища, що вивчається, в певному середовищі. Звичайно, це відношення двох різнойменних, але пов'язаних між собою, абсолютних величин.

Наприклад, відношення чисельності населення України до її території дасть показник щільності населення, який характеризує розподіл населення на території країни:

$$ВВІ = \frac{48,4 \text{млн чол.}}{603,7 \text{тис. км}^2} = 80,2 \text{ чол./км}^2$$

Відносні величини інтенсивності на відміну від інших видів відносних величин є іменованими величинами і виражаються в тих величинах, співвідношення яких виражають.

Відносні величини виконання плану (ВВВП) характеризують ступінь виконання плану або зобов'язань за певний період. Обчислюються відношенням фактично досягнутого рівня до запланованого рівня:

$$ВВВП = \frac{y_1}{y_{пл}} \cdot 100\%. \quad (5.6)$$

Відносні величини планового завдання (ВВПЗ) характеризують рівень запланованого завдання на майбутній період. Обчислюються відношенням запланованого рівня до значення попереднього періоду:

$$ВВПЗ = \frac{y_{пл}}{y_0} \cdot 100\%. \quad (5.7)$$

Наприклад у 2013 р. вартість виробленої підприємством продукції становила 90,8 млн грн, а у 2014 р. заплановано випустити продукції на 110 млн грн. Тоді

$$ВВПЗ = \frac{110}{90,8} \cdot 100\% = 121,1\%,$$

тобто передбачається збільшення випуску продукції на 21,1%.

Питання для самоконтролю

1. Які величини в статистиці називають абсолютними?
2. В яких одиницях виражають абсолютні величини?
3. Які Ви знаєте види абсолютних величин?
4. Що розуміють у статистиці під відносними величинами?
5. В якій формі можна виражати відносні величини?
6. Назвіть основні види відносних величин.
7. Що виражають відносні величини структури і координації?
8. Що характеризують відносні величини динаміки і які є способи їх обчислення?
9. Для характеристики яких явищ використовують відносні величини порівняння?
10. У чому полягає особливість відносних величин інтенсивності?
11. Як обчислюють відносні величини виконання плану і планового завдання?
12. У чому полягає взаємозв'язок між відносними величинами планового завдання, виконання плану і динаміки?

Тестові завдання для самоперевірки*

5.1. Абсолютні величини можуть бути виражені в таких одиницях виміру:

- а) натуральних, умовно-натуральних;
- б) коефіцієнтах, відсотках;
- в) трудових, вартісних;
- г) проміле, продециміле.

5.2. Відносними величинами називаються величини, які характеризують:

- а) розмір соціально-економічних явищ;
- б) обсяг соціально-економічних явищ;
- в) рівень соціально-економічних явищ;
- г) кількісні співвідношення соціально-економічних явищ.

5.3. Відносні величини можуть бути виражені в таких одиницях виміру:

- а) штуках, кілограмах, м²;
- б) коефіцієнтах, відсотках, проміле;
- в) літрах, погонних метрах, м³;
- г) метрах, гривнях, тонно-кілометрах.

5.4. Відносні величини структури характеризують:

- а) співвідношення окремих одиниць сукупності;
- б) склад сукупності (питому вагу кожної її частини).

Вони обчислюються наступним чином:

в) $BVC = \frac{f_i}{\sum f_i} \cdot 100\%$;

г) $BVC = \frac{f_i}{\sum f_{i+1}} \cdot 100\%$.

5.5. На початок року в регіоні проживало 2,5 млн. чол., у т.ч. у містах – 1,5 млн. Відсоток сільського населення становить:

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

а) 60%;

б) 40%.

На 100 сільських мешканців припадає міських:

в) 150 чол.;

г) 67 чол.

5.6. Вкажіть, які з наведених нижче величин є відносними величинами динаміки:

а) виробництво олії на душу населення в регіоні у січні поточного року зменшилось на 2,6 кг;

б) ціни на бензин у II кварталі зросли у порівнянні з I кварталом в 1,2 рази;

в) вартість 1 кв. м житла у місті А в 2 рази вища, ніж у місті В;

г) бюджетні видатки на охорону здоров'я в регіоні становлять 10%.

5.7. Відносні величини координації характеризують:

а) співвідношення двох різнойменних величин;

б) співвідношення окремих частин сукупності.

Відносні величини динаміки характеризують:

в) різницю двох однойменних показників;

г) ступінь зміни явищ у часі.

5.8. Відносні величини інтенсивності характеризують:

а) ступінь поширення чи розвитку явища в певному середовищі;

б) склад досліджуваної сукупності.

Відносні величини інтенсивності обчислюються:

в) відношенням двох однойменних показників, що характеризують різні об'єкти або території за один і той же період чи момент часу;

г) відношенням двох різнойменних показників, які знаходяться в певному взаємозв'язку.

5.9. Відносні величини порівняння характеризують:

а) співвідношення однойменних показників, що характеризують різні об'єкти або території за один і той же період чи момент часу;

- б) співвідношення різнойменних показників, які знаходяться в певному взаємозв'язку;
- в) співвідношення окремих частин досліджуваної сукупності;
- г) співвідношення однойменних і різнойменних показників, що характеризують різні об'єкти або території за один і той же період чи момент часу.

5.10. Відносні величини виконання плану обчислюються:

- а) відношенням запланованого рівня показника до фактично досягнутого рівня, який є базисним для запланованого;
- б) відношенням фактично досягнутого рівня показника до запланованого його рівня.

Відносні величини планового завдання обчислюються:

- в) відношенням запланованого рівня показника до фактично досягнутого рівня, який є базисним для запланованого;
- г) відношенням фактично досягнутого рівня показника до запланованого його рівня.

5.11. Вкажіть яка із наведених величин є відносною величиною координації:

- а) кількість студентів денної форми навчання у поточному році збільшилась у порівнянні з попереднім на 6%;
- б) у загальній чисельності студентів вузу студенти денної форми навчання складають 61%;
- в) на початок навчального року на 100 студентів заочної форми навчання припадає 160 студентів денної;
- г) ціна 1 кг яблук на ринку на 20% менша ніж у супермаркеті.

5.12. Яка з наведених нижче величин є відносною величиною структури:

- а) чисельність міського населення у загальній кількості населення України на 01.01.2001 р. складала 68%;
- б) у загальній кількості населення України чисельність чоловіків на 01.01.2001 р. зменшилась на 4%;

- в) чисельність жінок на цю ж дату була більша чисельності чоловіків на 3,3 млн. чоловік;
 г) чисельність пенсіонерів зросла у порівнянні з аналогічним періодом минулого року на 3,5%.

5.13. Яка із наведених нижче величин є відносною величиною координації:

- а) посівна площа зернових культур у 2000 р. складала 50,2% всієї посівної площі;
 б) у минулому році у сільськогосподарських підприємствах регіону на кожні 100 га посівної площі зернових припадало 6 га посівної площі цукрових буряків;
 в) у минулому році у сільськогосподарських підприємствах регіону посівна площа гречки була на 137 га більша, ніж проса;
 г) посівна площа соняшника у поточному році у порівнянні з попереднім зросла в 1,2 рази.

5.14. Є дані про результати екзамену зі статистики в одній із академгруп:

<i>Оцінка</i>	<i>Кількість студентів, чол.</i>
<i>5</i>	<i>4</i>
<i>4</i>	<i>14</i>
<i>3</i>	<i>6</i>
<i>2</i>	<i>1</i>

Визначте відносні величини координації, прийнявши за базу порівняння відмінників:

- а) $VVK_{4/5}=0,3$; $VVK_{3/5}=0,7$; $VVK_{2/5}=4,0$;
 б) $VVK_{4/5}=0,3$; $VVK_{3/5}=1,5$; $VVK_{2/5}=4,0$;
 в) $VVK_{4/5}=3,5$; $VVK_{3/5}=1,5$; $VVK_{2/5}=0,25$;
 г) $VVK_{4/5}=3,5$; $VVK_{3/5}=0,7$; $VVK_{2/5}=0,25$.

5.15. Кількість спеціалістів, що виконували науково-технічні роботи у вузі, характеризується даними, чол.:

Всього	300
у тому числі	
докторів наук	15
кандидатів наук	111
не мають наукового ступеню	174

Визначте структуру спеціалістів, що виконували науково-технічні роботи:

- а) докторів наук – 4%, кандидатів наук – 36%, не мають наукового ступеню – 60%;
- б) докторів наук – 5%, кандидатів наук – 37%, не мають наукового ступеню – 58%;
- в) докторів наук – 7%, кандидатів наук – 38%, не мають наукового ступеню – 55%;
- г) докторів наук – 10%, кандидатів наук – 40%, не мають наукового ступеню – 50%.

5.16. Яка із наведених нижче величин є відносною величиною динаміки:

- а) кількість відмінників на економічному факультеті у поточному семестрі в порівнянні з минулим збільшилась на 15 чоловік;
- б) кількість студентів, які навчаються добре, у поточному семестрі в порівнянні з минулим досягла 104%;
- в) кількість відмінників на економічному факультеті в 1,6 рази більша, ніж на медичинському;
- г) на кожного відмінника економічного факультету припадає 3 хорошиста.

5.17. Кількість лікарів усіх спеціальностей в Україні характеризується даними:

<i>Рік</i>	<i>Кількість, тис. чол.</i>
<i>01</i>	<i>227</i>
<i>02</i>	<i>230</i>
<i>03</i>	<i>228</i>
<i>04</i>	<i>226</i>

Визначте відносні величини динаміки зі змінною базою порівняння, які б характеризували зміну чисельності лікарів в Україні:

- а) $VVD_{02}=1,01$; $VVD_{03}=0,99$; $VVD_{04}=0,99$;
- б) $VVD_{02}=1,01$; $VVD_{03}=1,01$; $VVD_{04}=0,99$;
- в) $VVD_{02}=1,01$; $VVD_{03}=1,00$; $VVD_{04}=0,1$;
- г) $VVD_{02}=1,01$; $VVD_{03}=0,95$; $VVD_{04}=0,99$.

5.18. Кількість працездатного та зайнятого населення в Україні характеризується даними, млн. чол.:

<i>Дата</i>	<i>Кількість населення працездатного віку</i>
<i>на 01.01.1999 р.</i>	<i>28,2</i>
<i>на 01.01.2000 р.</i>	<i>28,3</i>

Визначте відносну величину, яка б характеризували динаміку кількості населення працездатного віку:

- а) 0,565;
- б) 0,703;
- в) 0,996;
- г) 1,004.

5.19. Вкажіть, яка із наведених величин є відносною величиною інтенсивності:

- а) чисельність жінок у загальній кількості населення України на 1.01.2001 р. складала 53%;
- б) кількість лікарів усіх спеціальностей на кінець 2000 року складала в Україні 46,2 чол. на 10000 населення;
- в) обсяг внесених мінеральних добрив у фермерському господарстві у цьому році зріз в 1,1 рази;
- г) посівна площа проса у сільгоспприємствах регіону зменшилася у поточному році на 1750 га.

5.20. Видобуток нафти в регіоні у 1999 році склав 1571,4 тис. т. У 2000 р. передбачалося довести видобуток до 1600 тис. т. Визначте відносну величину планового завдання:

- а) 101,8%;
- б) 98,8%;
- в) 97%;
- г) 101,2%.

5.21. Є дані про територію і кількість населення в окремих регіонах України на 1.01.2013 р.:

Область	Територія, тис. км ²	Кількість населення, тис. чол.
Сумська	23,8	1318,8
Харківська	31,4	2940,7

Визначте відносні величини інтенсивності, що характеризують щільність населення в регіонах:

- а) $VVI_{\text{сумськ}}=55,4$; $VVI_{\text{харк}}=93,7$;
- б) $VVI_{\text{сумськ}}=55,4$; $VVI_{\text{харк}}=0,01$;
- в) $VVI_{\text{сумськ}}=0,02$; $VVI_{\text{харк}}=0,01$;
- г) $VVI_{\text{сумськ}}=0,02$; $VVI_{\text{харк}}=93,7$.

Тема 6 | **Середні величини**

- 6.1 Середні величини, їх суть та значення у вивченні масових соціально-економічних явищ.
- 6.2 Середня арифметична та її властивості.
- 6.3 Середня гармонічна, геометрична та квадратична, умови їх застосування і способи обчислення.
- 6.4 Структурні середні, їх суть та особливості обчислення.

6.1 Середні величини, їх суть та значення у вивченні масових соціально-економічних явищ

Середні величини разом з методом групувань займають ключове положення в статистиці. Вони широко застосовуються в різних галузях наукової і практичної діяльності. Важливу роль відіграють вони і в роботі економіста. Їх використовують в економічному аналізі господарської діяльності підприємств, організацій і фірм; при порівнянні рівня зарплати в галузях, на підприємствах, в цехах; у плануванні і прогнозуванні середніх витрат сировини, матеріалів, палива, енергії і т.д.

Головне значення середніх величин полягає в їх узагальнювальній функції, тобто в заміні множини індивідуальних значень ознаки їх середньою величиною, що характеризує всю сукупність.

Середні величини є основою для визначення нормативів споживання продуктів харчування, технічних нормативів. За допомогою середніх ми дізнаємося про середній вік одруження дівчат та юнаків, середню тривалість життя і т. ін. При влаштуванні на роботу, корисно прикинути, в яку сторону ваша заробітна плата буде відрізнятися від середньої від середньої заробітної плати у даній галузі.

Мінливість ознак статистичної сукупності залежить від конкретних умов і чинників, які впливають на ту чи іншу ознаку. Варіація ознак і є тією причиною, яка зумовлює необхідність вдаватися до розрахунку середніх величин.

Метод середніх величин – це один із найпоширеніших статистичних прийомів узагальнення.

Середньою величиною в статистиці називається показник, що характеризує узагальнене значення варіюючої ознаки одиниць сукупності. Позначається середня величина \bar{x} і має таку саму одиницю вимірювання, як і індивідуальна ознака.

Середня є величиною *абстрактною* і часто може бути виражена в таких числах, яких немає в реальному житті. Наприклад, середній розмір сім'ї в країні – 3,4 чол., або забезпеченість автомобілями – 1,2 на кожні 10 чол. і т.д.

Засновником теорії середніх величин є вже згаданий раніше видатний бельгійський вчений А. Кетле. Він вперше зробив спробу з наукових позицій визначити природу середніх величин і закономірностей, що виявляються в них. Середню величину він вважав відображенням деякої «істинної» величини, яка формується під впливом вічних і незмінних сил природи. А. Кетле довів, що масовим суспільним явищам притаманні певні статистичні закономірності, що виявляються частіше за все саме в середніх величинах. Згідно з Кетле постійні причини діють однаково на кожне досліджуване явище. І саме вони роблять ці явища схожими один на одного, створюють загальні для всіх них закономірності. За допомогою середніх величин, вважав він, можна одержати уявлення про «істинні» типи явищ і закономірності масових процесів суспільного життя, які ніяк інакше пізнати неможливо.

Охочим більш детально ознайомитися з теорією середніх величин Кетле можна порекомендувати його книги: «Соціальна фізика», «Соціальна система і закони, що нею керують» та ін.

Англійський статистик, відомий теоретик нового часу у сфері теорії середніх величин А. Боулі (1869–1957) писав, що функція середніх зрозуміла: вона полягає в тому, щоб виразити складну групу за допомогою небагатьох складних чисел. Розум не в змозі охопити сотні тисяч статистичних даних, вони повинні бути згруповані, спрощені, приведені до середніх.

У практиці сучасної статистики середні величини використовуються все частіше не тільки для узагальнення якісно однорідних явищ, але і неоднорідних. Так, середня врожайність зернових по країні узагальнює явно якісно неоднорідні культури: пшеницю з врожайністю 30–35 ц/га, гречку з врожайністю 6–10 ц/га і кукурудзу, що дає 50–60 ц/га. Причому, якість ґрунтів в різних регіонах країни теж різна.

Середні величини, що узагальнюють якісно неоднорідні значення ознаки в сукупності і що характеризують просторові системи (держава, регіон, галузь) або динамічні системи, які охоплюють певний період часу (рік, десятиріччя, сезон), називаються **системними**. Наприклад: середня величина національного доходу на душу населення, середня врожайність зернових по країні, середнє споживання різних продуктів на душу населення і т.п. Або, середня температура повітря в місті за 2000 р. дорівнювала $+8,7^{\circ}$. Вона узагальнює різні температури різних пір року.

Якщо ж середня величина узагальнює якісно однорідні значення ознаки в сукупності, то вона називається **типовою**.

Чим більш однорідні одиниці сукупності, тим надійніша, сталіша середня, тим вона більш типова. Якщо ми розрахуємо середній вік жителів міста, то така середня буде нести описове навантаження, але не буде типовою характеристикою. Якщо ж визначити середній вік студентів університету, в якому ви навчаєтесь, то її значення буде типовою характеристикою. Наприклад: середній вік студентів 1-го курсу, середній зріст студенток 20-річного віку, середнє відвідування

лекцій зі статистики, середні витрати коштів пенсіонерів на харчування.

Виходячи з того, що середня величина характеризує розмір ознаки в розрахунку на одиницю, існує взаємозв'язок між середньою величиною і показниками, які потрібні для її визначення. Розглянемо приклади логічних формул деяких середніх:

$$\text{Сер. виробіток прод.} = \frac{\text{Обсяг виготовленої прод.}}{\text{Чисельність робітників}},$$

$$\text{Сер. собівартість прод.} = \frac{\text{Витрати на випуск прод.}}{\text{Кількість виготовленої прод.}},$$

$$\text{Середня врожайність од. прод.} = \frac{\text{Валовий збір}}{\text{Посівна площа}},$$

$$\text{Середня ціна од. товару} = \frac{\text{Вартість реалізованого товару}}{\text{Кількість реалізованого товару}}.$$

У статистиці застосовуються різні види середніх величин: середня арифметична, середня геометрична, середня гармонійна, середня квадратична, кубічна, біквадратична та ін. Кожний вид середньої має свої властивості, які відповідають розв'язанню певної задачі. Тому вибір виду середньої має важливе значення і визначається, як правило, економічною сутністю усереднювальної ознаки.

6.2 Середня арифметична та її властивості

Найпоширенішою в економічних розрахунках і соціально-економічному аналізі є середня арифметична. Середня арифметична поділяється на просту і зважену.

Середня арифметична проста застосовується в тих випадках, коли кожне індивідуальне значення ознаки

(числовий варіант) трапляється один раз або однакове число раз. Інакше кажучи, середня арифметична проста розраховується за незгрупованими даними. Її розраховують шляхом ділення суми значень ознаки на кількість одиниць сукупності. Тобто, якщо є значення варіюючої ознаки (її варіанти): $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, то середня арифметична проста обчислюється за формулою:

$$\bar{x}_a = \frac{\sum x_i}{n}. \quad (6.1)$$

Наприклад, якщо студент за результатами сесії отримав оцінки 4; 5; 3; то середній бал його успішності:

$$\bar{x} = \frac{5 + 3 + 4}{3} = 4.$$

Середня арифметична зважена застосовується в тих випадках, коли значення ознаки в сукупності трапляються багато раз і неоднакове число раз. Тобто, коли варіанти варіюючої ознаки мають різні частоти. У подібних випадках ми маємо справу, як нам вже відомо, із згрупованими даними або з варіаційними рядами розподілу.

Якщо ряд дискретний і частота кожного варіанта різна, то для підрахунку середньої арифметичної необхідно:

- а) помножити кожний варіант на його частоту;
- б) знайти суму одержаних добутоків варіантів на частоти;
- в) знайти суму частот (якщо вона невідома);
- г) суму добутоків варіантів на частоти розділити на суму частот.

У загальному вигляді підрахунок середньої арифметичної зваженої дискретного ряду можна подати таким чином:

Табл. 6.1. Послідовність визначення середньої арифметичної дискретного ряду

Варіанти, (x)	Частоти, (f)	Добуток варіантів на частоти, ($x \cdot f$)
x_1	f_1	$x_1 \cdot f_1$
x_2	f_2	$x_2 \cdot f_2$
...
x_n	f_n	$x_n \cdot f_n$
Всього:	Σf_i	$\Sigma x_i \cdot f_i$

Далі на основі зроблених розрахунків (табл. 6.1) визначаємо середню арифметичну зважену:

$$\bar{x}_a = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}. \quad (6.2)$$

Таким чином, середня арифметична дискретного ряду обчислюється як частка від ділення суми добутоків варіантів на частоти на суму частот. Наприклад, нехай чоловіки витрачають в день на проїзд:

Табл. 6.2. Витрати чоловіків на проїзд

Кошти, грн	Кількість опитаних, чол.	$x_i f_i$
1	4	4
2	3	6
3	2	6
4	1	4
Всього:	10	20

На основі розрахунків, проведених у табл. 6.2, обчислимо середні витрати чоловіків на проїзд:

$$\bar{x} = \frac{20}{10} = 2 \text{ грн.}$$

Отже, в середньому чоловіки витрачають на проїзд 2 грн/день.

Якщо ряд інтервальний, то обчислення середньої арифметичної має одну особливість. Вона полягає в тому, що в стовпчики варіантів значення ознак подані не одним числом, а певним інтервалом – нижньою і верхньою межами. Для того, щоб розрахувати середню арифметичну інтервального ряду, необхідно перетворити його на дискретний наступним чином:

1) визначити середню величину кожного інтервалу (його середину) як напівсуму верхньої і нижньої меж;

2) визначити середню для всього ряду в тій послідовності, що і для дискретного варіаційного ряду.

Якщо інтервальний ряд має відкриті інтервали в першій і останній групі, то спочатку треба визначити невідомі межі інтервалів. Вони визначаються або експертним шляхом виходячи з сутності ознаки в сукупності, або величина інтервалу в першій групі береться таким, що дорівнює інтервалу наступної групи, а величина інтервалу в останній групі дорівнює інтервалу попередньої групи. Пояснимо це на конкретних прикладах. Нехай є інтервальний ряд розподілу робітників цеху за віком:

Табл. 6.3. Розподіл робітників за віком

Групи робітників за віком, років	Число робітників (f)	Середина інтервалу (x)
до 20	1	$18,5 = (17+20)/2$
20 – 30	5	25
30 – 40	8	35
40 – 50	4	45
старше 50	2	$57,5 = (50+65)/2$
Всього:	20	

У першій групі відсутня нижня межа інтервалу, а в останній – верхня. Якщо подивитися на сутність ознаки – вік, то логічно нижня межа не може бути менше 17 років, тому середина інтервалу буде дорівнювати 18,5. Що стосується верхньої межі останнього

інтервалу, то максимальний вік робітника не може бути більше 65 років.

Знайдемо середній час, за який студент добирається до університету на основі даних табл. 6.4.

Табл. 6.4. Розподіл студентів за часом, за який вони добираються до університету

Час, хв	Кількість слухачів
до 10	2
10 – 20	6
20 – 30	5
більше 30	7
Всього:	20

Величину інтервалу в першій групі прийняли таку, що дорівнює інтервалу наступного, тобто 10. Тоді нижня межа буде дорівнювати 0. Величину інтервалу в останній групі взяли таку, що дорівнює величині інтервалу попередньої групи, тобто також 10. Отже, верхня межа буде дорівнювати 40 (табл. 6.5).

Табл. 6.5. Визначення середнього часу, за який студенти добираються до університету

Час, хв	Середина інтервалу	xf
0-10	5	10
10-20	15	90
20-30	25	125
30-40	35	245
Всього		470

$$\bar{x} = \frac{470}{20} = 23,5 \text{ хв}$$

Середній арифметичній притаманні певні **властивості**, що мають практичне значення для розуміння сутності середньої та її підрахунку:

1) Сума відхилень окремих значень ознаки (варіант) від середньої арифметичної дорівнює 0:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum (x_i - \bar{x}) = 0 \\ \sum (x_i - \bar{x})f_i = 0 \end{array} \right\}. \quad (6.3)$$

Логічно це означає, що в середній арифметичній взаємно погашаються відхилення варіант у той та інший бік.

2) Якщо від кожної варіанти відняти або до кожної варіанти додати довільне число, то нова середня зменшиться або збільшиться на це ж число.

3) Якщо кожну варіанту розділити або помножити на довільне число, то нова середня зменшиться або збільшиться в стільки ж разів.

4) Якщо всі частоти розділити або помножити на довільне число, то середня арифметична не зміниться.

5) Добуток середньої на суму частот завжди дорівнює добутку варіантів на частоти, тобто

$$\bar{x} \sum f_i = \sum x_i f_i \quad (6.4)$$

6.3 Середня гармонічна, геометрична та квадратична, умови їх застосування і способи обчислення

Середня гармонійна звичайно застосовується у випадках, коли усереднюванню підлягають не самі варіанти, а зворотні їм числа $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \dots, \frac{1}{x_n}$ або коли є дані про загальний обсяг явища та індивідуальні значення ознаки, але немає відомостей про кількість одиниць даного явища (частотах). Наприклад, є дані про врожайність і валовий збір зерна, але немає даних про площу зернових (або є відомості про виручку і ціну одиниці товару, але немає кількості реалізованих товарів).

Проста середня гармонійна (незважена) визначається наступним чином:

1. Знаходять середню арифметичну зі зворотних величин:

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}{n} = \frac{\sum \frac{1}{x}}{n} \quad (6.5)$$

2. Величина, зворотна отриманій середній арифметичній і буде середньою гармонійною:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}. \quad (6.6)$$

Слід зазначити, що в теорії статистики немає більш заплутаного і по-різному трактованого питання, ніж питання про середню гармонійну. Багато авторів вважають, що це не самостійний вид середньої, а спосіб скороченого підрахунку середньої арифметичної. Разом з тим, у всіх відомих підручниках середня гармонійна розглядається як різновид середньої і на це треба зважати.

Середня гармонійна зважена є не що інше як перетворена середня арифметична. Формула для її розрахунку має такий вигляд:

$$\bar{x}_h = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}}, \quad (6.7)$$

де $\omega = x \cdot f$.

Розглянемо приклад розрахунку середньою гармонійною зваженою. Є середня врожайність зернових по господарствах району (x) і валовий збір зерна (ω), тобто ($x \cdot f$), але немає відомостей про площу під зернові,

тобто немає частот. В цьому випадку пропонується обчислювати середню врожайність по району за допомогою середньої гармонійної зваженої. Наприклад, нехай є 3 господарства, які висіяли цукрові буряки (табл. 6.6).

Табл. 6.6. Врожайність і валовий збір господарств

Господарства	Врожайність, ц/га (B)	Валовий збір, ц (ω)
I	260	2800
II	210	3400
III	230	2600
Всього:		8800

Валовий збір $\omega = B \cdot S$.

$$\bar{x}_h = \frac{\sum \omega}{\sum \frac{\omega}{x}} = \frac{8800}{\frac{2800}{260} + \frac{3400}{210} + \frac{2600}{230}} = 230 \text{ ц/га}$$

Середня геометрична. Природу і сутність середньої геометричної краще всього можна пояснити на наступному простому прикладі. Нехай є два числа: 4 і 16. Середня арифметична з них дорівнює 10. Число 10 на стільки ж більше 4, на скільки воно менше 16: $4 < 10 < 16$. Потрібно знайти число, яке буде в стільки ж разів більше 4, в скільки разів воно буде менше 16. Таке число можна знайти за формулою загального члена геометричної пропорції:

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{C}; \quad B^2 = AC; \quad B = \sqrt{AC}; \quad \bar{x}_g = \sqrt{4 \cdot 16} = 8.$$

Число 8 і є середньою геометричною для чисел 4 і 16.

Середня геометрична проста. Якщо середня геометрична обчислюється з ряду величин (з незгрупованих даних), то вона дорівнює кореню n степені з добутку цих величин. Тобто

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod x}, \quad (6.8)$$

де \prod – добуток $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$.

Для підрахунку середньої геометричної необхідно значення x прологарифмувати, тобто

$$\lg \bar{x}_g = \frac{\lg x_1 + \lg x_2 + \dots + \lg x_n}{n} = \frac{\sum \lg x_i}{n}. \quad (6.9)$$

У логарифмованому вигляді формула середньої геометричної нагадує формулу, середньої арифметичної з тією лише різницею, що замість натуральних величин фігурують їх логарифми.

Загалом же середня геометрична відрізняється від середньої арифметичної порядком дій над величинами:

– замість підсумовування величин знаходиться їх добуток;

– замість ділення обчислюється корінь відповідної степені.

Середня геометрична зважена. Якщо середня геометрична обчислюється для варіаційного ряду, то тоді сума частот є показником степені кореня, а частота кожного з варіантів – показником степені варіанта.

$$\bar{x}_g = \sqrt[\sum f]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}} = \sqrt[\sum f]{\prod x_i^{f_i}}. \quad (6.10)$$

$$\lg \bar{x}_g = \frac{f_1 \lg x_1 + f_2 \lg x_2 + \dots + f_n \lg x_n}{\sum f} = \frac{\sum f_i \lg x_i}{\sum f_i}. \quad (6.11)$$

Знайдемо середню геометричну зважену для умовних даних (табл. 6.7).

$$\bar{x}_g = \sqrt[8]{4^2 \cdot 8^3 \cdot 10^1 \cdot 11^2}.$$

Табл. 6.7. Вихідні дані

Варіанти (x)	Частоти (f)
4	2
8	3
10	1
11	2
Разом:	8

Середня геометрична використовується в статистиці досить обмежено. В основному її застосовують при обчисленні *середніх темпів зростання* якого-небудь показника (продукції, населення і т.д.).

Середня квадратична застосовується у випадках, коли усереднюванню (узагальненню) підлягають величини, виражені у вигляді квадратних функцій. Наприклад, середні діаметри труб, коліс, стовбурів дерев і т.д.

Проста середня квадратична визначається за формулою:

$$\bar{x}_{кв} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}. \quad (6.12)$$

Зважена середня квадратична визначається за формулою:

$$\bar{x}_{кв} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}. \quad (6.13)$$

Якщо розраховувати різні види середніх величин на основі однієї і тієї ж первинної інформації, то отримаємо різні значення середніх, що обумовлено **правилом їх мажоритарності**:

$$\bar{x}_{кв} > \bar{x}_a > \bar{x}_g > \bar{x}_h. \quad (6.14)$$

6.4 Структурні середні, їх суть та особливості обчислення

Разом з розглянутими вище різновидами середніх величин як додаткові характеристики варіаційних рядів розраховуються так звані структурні (порядкові) середні: медіана і мода.

Медіана Me . Назва медіани взята з геометрії, де медіаною називається відрізок, що сполучає одну з вершин трикутника з серединою протилежної сторони і що розділяє сторону на дві рівні частини.

У статистиці медіана також ділить на дві рівні частини площу гістограми розподілу. Вона є значенням центрального елемента ранжируваного ряду.

Медіана – значення варіюючої ознаки, розміщеної в середині ранжируваної сукупності, що розділяє її на дві рівні частини – із значеннями ознаки менше і більше медіани.

Сутність медіани легко зрозуміти на такому прикладі: нехай є група студентів із семи чоловік. Необхідно охарактеризувати структуру даної сукупності за ознакою віку, якщо він варіює таким чином:

18 19 17 20 18 24 21.

Для початку необхідно визначити середній вік студента як середню арифметичну і подивитися структуру сукупності відносно середньої. Тобто, подивитися скільки чоловік мають вік менше середньої по групі і скільки – більше:

$$\bar{x}_a = \frac{18 + 19 + 17 + 20 + 18 + 24 + 21}{7} = 19,6 \text{ років.}$$

Але можна зробити це і за допомогою медіани, визначивши її значення. Щоб визначити медіану необхідно:

1) на основі даної сукупності побудувати ранжирований ряд і пронумерувати його члени;

2) якщо число членів ряду непарне – додати до цього числа одиницю і розділити на 2, тобто $\frac{n+1}{2}$.

В результаті одержимо порядковий номер члена ряду із значенням ознаки, що дорівнює медіані.

3) якщо ж число членів ряду парне, то медіану визначають як середню арифметичну з двох центральних елементів ряду.

Табл. 6.8. Визначення медіанного віку студентів

Порядковий № за віком	1	2	3	4	5	6	7
Вік, років	17	18	18	19	20	21	24

Me

Визначимо номер медіани:

$$N_{Me}^{\circ} = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4.$$

Цьому порядковому номеру відповідає значення ознаки, що дорівнює 19. Отже, значення медіани для даної сукупності дорівнюють 19 років. Дійсно, це центральний елемент ранжированого ряду, оскільки він ділить сукупність на дві рівні частини: зліва від нього три студенти молодше 19 років, а справа три студенти старше 19 років.

Наведений приклад визначення медіани належить до незгрупованих даних. Практично ж медіану визначають, як правило, для сукупностей, поданих у вигляді дискретного або інтервального ряду. В цих випадках використовують накопичені частоти.

Під *накопиченими частотами* розуміють наростаючий підсумок послідовної акумуляції частот, починаючи з першого варіанта або першого інтервалу.

Для дискретних рядів медіана визначається без особливих розрахунків в наступній послідовності:

- 1) знаходять порядковий номер медіани у сукупності, як напівсуму частот;
- 2) будується стовпчик кумулятивних частот;
- 3) перша із кумулятивних частот, яка перевищує номер медіани або дорівнює йому, укаже на значення медіани у стовпчику варіантів.

Наприклад, нехай є розподіл міст за кількістю заводів в них. Визначимо медіану.

Табл. 6.9. Визначення медіанного числа заводів

Число заводів (x)	Число міст (f)	Накопичені частоти (S)
1	2	2
2	3	5 (2+3)
3 (Me)	4	9 (5+4)
4	2	11
5	1	12
Разом:	12	

Визначимо медіану за приведеною вище послідовністю дій:

1) знайдемо номер медіани $N_{Me} = 12:2 = 6$.

2) за накопиченими частотами бачимо, що накопиченим частотам, починаючи зі значення 6 (після 5) і по 9 включно, відповідає значення варіанта, що дорівнює 3. Отже, медіана дорівнює 3. Значення медіани показує, що у половині міст більше, ніж 3 заводи, а у половині – менше, ніж 3 заводи.

Для інтервальних рядів порядок знаходження медіани наступний:

1) знаходять номер медіани, як півсуму частот;

2) за кумулятивними частотами визначається медіанний інтервал, тобто інтервал, в якому знаходиться медіана;

3) визначається медіана за формулою:

$$Me = x_n + h \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (6.15)$$

де x_n – нижня межа медіанного інтервалу;

h – величина медіанного інтервалу;

$\frac{\sum f_i}{2}$ – порядковий номер медіани;

S_{Me-1} – накопичена частота домедіанного інтервалу;

f_{Me} – частота медіанного інтервалу.

Для ясності розглянемо такий приклад. Нехай є дані про розподіл сільських населених пунктів Сумського району за кількістю мешканців у них. Величина середньої арифметичної буде в цьому випадку менш точним показником, ніж медіана.

Табл. 6.10. Розподіл сільських населених пунктів за кількістю населення

Населення, чол. (x)	Кількість сіл (f)	Накопичені частоти (S)
до 100	6	6
100 – 200	18	24
200 – 300 (Me)	30	54
300 – 400 (Mo)	34	88
400 – 500	10	98
понад 500	2	100
Всього:	100	

Для порівняння визначимо спочатку середню кількість населення у селах Сумського району:

$$\bar{x}_a = \frac{50 \cdot 6 + 150 \cdot 18 + 250 \cdot 30 + 350 \cdot 34 + 450 \cdot 10 + 550 \cdot 2}{100} = 280 \text{ чол}$$

Тепер знайдемо медіану:

1) Визначаємо порядковий номер $N_{Me} = 100/2 = 50$.

2) За накопиченими частотами бачимо, що 50-й номер елемента ряду знаходиться в інтервалі 200–300.

3) За формулою (6.15) знайдемо точне значення медіани:

$$Me = x_n + h \frac{\sum f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 200 + 100 \frac{50 - 24}{30} = 287 \text{ чол.}$$

Отже, можна зробити висновок, що у половині сіл району проживають менше 287 чоловік, а у іншій половині – більше 287 чоловік.

Медіана, як видно зі способів її підрахунку, не залежить від двох крайніх значень ряду. Якщо крайні значення ряду надмірно великі або малі, тобто нетипові, або ряд містить відкриті інтервали, то медіана може дати більш точне уявлення про середню, ніж середня арифметична, оскільки на неї не вплинуть ці нетипові значення ознаки. Крім того, медіана на відміну від середньої не є абстрактною величиною. Вона знаходиться точно в середині ранжируваного ряду і є реальним значенням ознаки, особливо в разі непарного числа одиниць сукупності.

Як самостійна величина медіана використовується звичайно при розв'язанні деяких задач, пов'язаних з визначенням оптимального варіанту. Наприклад, оптимальне розташування водопровідної колонки на вулиці, щоб загальна відстань для жителів була мінімальною. Або школу будують так, щоб учням було зручно добиратися. Цукровий завод розміщують для оптимальної поставки буряку.

Разом з тим, не применшуючи значення медіани в аналізі, слід зазначити, що вона є все-таки не основною, а додатковою характеристикою сукупності. Основною характеристикою сукупності є середня величина, що узагальнює всі значення ознаки і є центром розподілу відхилень значень ознаки від рівнодіючої. Величина медіани, як правило, відрізняється від середньої величини і може збігатися з нею тільки в разі симетрії варіаційного ряду.

Мода (M_o) – значення варіюючої ознаки, яке найчастіше зустрічається серед одиниць даної сукупності. Поняття «мода» в статистику ввів К. Пірсон. Тобто,

мода – це найтипівіше, характерне для даної сукупності значення ознаки (варіанта). Так, у варіаційному ряді розподілу міст по числу заводів, який ми наводили як приклад вище, мода дорівнює 3 (табл. 6.9). Саме таке число заводів має найбільше розповсюдження серед міст даного ряду. Таких міст найбільше число – 4.

Для дискретного ряду, мода – це значення варіанти, якому відповідає найбільша частота. Визначення її проводиться без жодних обчислень, шляхом простого перегляду стовпчика частот. Дивлячись на цей стовпчик, слід лише знайти найбільше число в ньому. Йому і відповідає значення варіанта (ознаки), яке і є модою.

Для інтервального ряду, визначення моди вимагає обчислень і здійснюється у такій послідовності:

1. За найбільшою частотою визначають модальний інтервал, тобто частота якого найбільша. При цьому у рядах з неоднаковими інтервалами модальний інтервал визначається за найбільшою щільністю розподілу. Тобто, в цьому випадку необхідно розрахувати ще стовпчик щільності розподілу. Щільність розподілу, як нам вже відомо, розраховується шляхом ділення частоти на величину відповідного інтервалу.

2. За формулою визначається мода

$$M_o = x_n + h \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)}, \quad (6.16)$$

де x_n – нижня межа модального інтервалу;

h – величина модального інтервалу;

f_1 – частота передмодального інтервалу;

f_2 – частота модального інтервалу;

f_3 – частота післямодального інтервалу.

Наприклад, визначимо моду розглянутого вище інтервального ряду розподілу сіл району за кількістю населення (табл. 6.10). Проглянувши стовпчик частот бачимо, що мода знаходиться в інтервалі 300–400,

оскільки йому відповідає найбільша частота. За формулою (6.16) знайдемо моду:

$$M_o = 300 + 100 \frac{34 - 30}{(34 - 30) + (34 - 10)} = 314 \text{ чол.}$$

Таким чином, у більшості сіл Сумського району проживає близько 314 чол., або найтипівішим селом в районі є село з кількістю жителів 314 чоловік.

Мода, як і медіана, є описовою характеристикою сукупностей з кількісно варіюючими ознаками і не може замінити середню узагальнювальну величину. Вона, як і середня, теж типова величина, але, на відміну від середньої характеризує величину ознаки, властиву хоча і значній частині сукупності, але не всій сукупності в цілому. Мода, перш за все, відповідає на питання про те, яке значення ознаки, що вивчається, найбільш вірогідне.

Якщо в якомусь розподілі 2 варіанти виділяються відносно великими (однаковими) частотами, то такий розподіл має дві моди і називається **двомодальним**.

На практиці мода використовується, наприклад, при плануванні обсягу виробництва товару, який найбільше користується попитом.

Питання для самоконтролю

1. У чому сутність середньої величини як статистичного показника?
2. Назвіть основні види середніх величин.
3. Як обчислюється середня арифметична проста і в яких випадках застосовується?
4. Як обчислюється середня арифметична зважена і в яких випадках вона застосовується?
5. Яка різниця між середньою арифметичною простою і зваженою?
6. Які властивості притаманні середній арифметичній?

7. Коли застосовується середня геометрична і як вона обчислюється?
8. Як обчислюється середня гармонійна і в яких випадках вона застосовується?
9. Як обчислюється середня квадратична і коли вона застосовується?
10. Які види узагальнювальних показників називають структурними середніми?
11. Що таке медіана, коли і для чого вона застосовується і як вона обчислюється?
12. Що таке мода і для чого вона застосовується і як обчислюється?

Тестові завдання для самоперевірки*

6.1. Середня арифметична зважена розраховується у випадку:

- а) коли дані не згруповані;
- б) коли дані згруповані;
- в) коли дані або згруповані або не згруповані.

Вона розраховується за формулою:

г) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n};$

д) $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i};$

е) $\bar{x} = \frac{\sum f_i}{\sum x_i f_i}.$

6.2. Виробництво цегли в регіоні за останні 4 роки зросло у 2,3 рази, причому за перший рік в 1,1 рази, за другий – в 1,2 рази, за третій – в 1,25 рази, за четвертий – в 1,4 рази. Яку із середніх величин доцільно застосувати для визначення середнього темпу виробництва цегли?

- а) арифметичну просту;

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

- б) геометричну просту;
- в) арифметичну зважену;
- г) квадратичну зважену.

6.3. Як зміниться середня арифметична, якщо частоти всіх значень збільшити у 2 рази?

- а) збільшиться у 2 рази;
- б) збільшиться у 4 рази;
- в) залишиться без змін;
- г) неможливо передбачити.

6.4. У будь-якій сукупності сума відхилень всіх значень ознаки від середньої арифметичної:

- а) більша нуля;
- б) рівна нулю;
- в) менша нуля;
- г) для різних сукупностей різна.

6.5. На території регіону у другому кварталі поточного року було зареєстровано 3874 злочини. Причому, у квітні зареєстровано 1242 злочини, у травні – 1339, у червні – 1293. Середньомісячна кількість злочинів за другий квартал становить:

- а) 1339;
- б) 1267;
- в) 1316;
- г) 1291.

6.6. Результати іспиту зі статистики у двох групах наведені в таблиці:

Оцінка балів	Кількість студентів	
	I група	II група
5	4	6
4	14	11
3	5	9
2	2	3
<i>Всього:</i>	<i>25</i>	<i>29</i>

Середній бал успішності:

- а) вищий у I групі;
- б) вищий у II групі;
- в) однаковий;
- г) порівняти неможливо.

6.7. Розподіл робітників 2-бригад за рівнем кваліфікації характеризується наступними даними:

<i>Кваліфікація (тарифний розряд)</i>	<i>Кількість робітників</i>	
	<i>Бригада №1</i>	<i>Бригада №2</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>–</i>
<i>2</i>	<i>–</i>	<i>3</i>
<i>3</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
<i>4</i>	<i>4</i>	<i>2</i>
<i>5</i>	<i>3</i>	<i>2</i>
<i>6</i>	<i>–</i>	<i>1</i>
<i>Всього:</i>	<i>15</i>	<i>15</i>

Середній рівень кваліфікації робітників:

- а) вищий у бригаді № 1;
- б) вищий у бригаді № 2;
- в) однаковий;

Питома вага робітників п'ятого розряду:

- г) вища у бригаді № 1;
- д) вища у бригаді № 2;
- е) однакова;

6.8. Є дані про середню заробітну плату і чисельність працюючих у страхових компаніях міста:

<i>Страхова компанія</i>	<i>Середня зарплата одного працівника, грош. од.</i>	<i>Кількість працівників</i>
<i>Гарант</i>	<i>348</i>	<i>38</i>
<i>Шанс</i>	<i>325</i>	<i>32</i>
<i>Довіра</i>	<i>376</i>	<i>45</i>
<i>Всього:</i>	<i>X</i>	<i>115</i>

Середня з/п у страховій компанії міста складає:

- а) 352,5;

- б) 349,7;
- в) 362;
- г) 325.

6.9. Сукупність студентів першого курсу заочного факультету розділили за віком на 4 групи. Середній вік у першій групі склав 20 років, у другій – 25, у третій – 30, у четвертій – 35 років. Чисельність студентів у кожній із груп склала відповідно: 80, 160, 140, 120 чоловік. Визначте середній вік студента-заочника першого курсу:

- а) 28;
- б) 27,5;
- в) 27;
- г) 28,5.

6.10. Є дані про результати контролю якості окремих видів продукції кондитерського цеху:

Продукція	Виготовлено, кг	% забракованої продукції
Торт «Київський»	50,0	4,3
Торт «Нижний»	30,0	3,5
Тістечко «Заварне»	20,0	2,2
Всього:	100,0	X

Визначте питому вагу забракованої продукції кондитерського цеху:

- а) 3,2%;
- б) 3,3%;
- в) 3,5%;
- г) 3,6%.

6.11. За результатами екзаменаційної сесії успішність студентів зі статистики характеризується даними:

<i>Оцінка (балів)</i>	<i>Питома вага студентів, що одержали таку оцінку, %</i>
<i>5</i>	<i>17</i>
<i>4</i>	<i>53</i>
<i>3</i>	<i>24</i>
<i>2</i>	<i>6</i>
<i>Всього:</i>	<i>100</i>

Визначте середній бал успішності студентів зі статистики.

- а) 3,5;*
- б) 3,8;*
- в) 4,0;*
- г) 3,6.*

6.12. Відповідаючи на одне і те ж запитання тестового завдання зі статистики один із трьох студентів витратив $1/2$ хвилини, другий – $1/3$ і третій – $1/4$ хвилини. Визначте скільки у середньому часу витрачає студент на тестове запитання.

- а) 23 сек;*
- б) 22,5 сек;*
- в) 21,7 сек;*
- г) 20 сек.*

6.13. Із загальної відстані 200 км пасажирський потяг Суми-Харків 90 км пройшов із швидкістю 45 км/год, 60 км із швидкістю 54 км/год і 50 кілометрів із швидкістю 62 км/год. Визначте середню швидкість руху потягу.

- а) 51,3;*
- б) 50,0;*
- в) 51,9;*
- г) 52,5.*

6.14. Є дані про врожайність та посівну площу цукрових буряків в одному із фермерських господарств регіону:

Номер поля	Урожайність, ц/га	Посівна площа, ц/га
1	420,0	20,0
2	380,0	30,0
Всього	X	50,0

Визначте середню урожайність цукрових буряків у даному фермерському господарстві:

- а) 396,0;
- б) 800,0;
- в) 400,0;
- г) 389,1.

6.15. Якщо всі частоти дискретного ряду розподілу збільшити у два рази, а варіанти залишити без змін, то мода:

- а) не зміниться;
- б) збільшиться у два рази;
- в) збільшиться на 2;
- г) зменшиться у два рази.

6.16. Медіана – це:

- а) найпоширеніше значення ознаки в сукупності;
- б) середина інтервалу, який знаходиться посередині інтервального ряду;
- в) значення ознаки, яке знаходиться посередині ранжированого ряду;

В інтервальних рядах медіана розраховується за формулою:

$$\text{г) } M_e = x_n + h \frac{(f_2 - f_1)}{(f_2 - f_1) \cdot (f_2 - f_3)};$$

$$\text{д) } M_e = x_n + h \frac{\frac{\sum f_i}{2} + f_{Me}}{S_{Me-1}};$$

$$\text{е) } M_e = x_n + h \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}.$$

6.17. Розподіл футбольних команд за кількістю забитих м'ячів у одному із турів характеризується даними:

Забито м'ячів	0	1	2	3	4
Кількість команд	3	4	3	1	1

Медіаною у даному ряду розподілу є:

- а) 2;
- б) 3;
- в) 1;
- г) без застосування формули визначити неможливо.

6.18. Якщо у дискретному ряді розподілу варіанти та їх частоти збільшити у два рази, то медіана при цьому:

- а) не зміниться;
- б) передбачити неможливо;
- в) збільшиться на 2;
- г) збільшиться у 2 рази.

6.19. Розподіл робітників одного із цехів машинобудівного підприємства за рівнем кваліфікації характеризується даними:

Тарифний розряд	2	3	4	5	6	Всього
Кількість робітників, % до підсумку	15	36	38	6	5	100

Медіана дорівнює:

- а) 4;
- б) 3;
- в) 38;
- г) 3,5.

6.20. Розподіл фермерських господарств району за кількістю членів сім'ї характеризується даними:

Кількість членів сім'ї	3	4	5	6	7	Всього
Кількість господарств	6	13	12	10	5	46

Медіана у цьому ряді розподілу:

- а) 13;
- б) 5;
- в) 12,5;
- г) 7.

6.21. За результатами вибіркового обстеження отримано наступний розподіл чоловіків, що палять, за кількістю спалених протягом доби цигарок:

Кількість цигарок	3	5	10	15	20	більше 20	Всього
Кількість чоловіків	12	48	110	94	22	14	300

Медіана у даному ряді розподілу:

- а) 102
- б) 10;
- в) 110;
- г) 12,5.

6.22. Мода в ряду розподілу – це:

- а) найбільша частота;
- б) варіант, у якого найбільша частота;

Значення моди для інтервального ряду розраховується за формулою:

$$\text{в) } M_o = X_n + h \frac{(f_2 - f_1)}{(f_2 - f_1) \cdot (f_2 - f_3)};$$

$$\text{г) } M_o = X_n + h \frac{(f_2 - f_1)}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)}.$$

6.23. Результати іспиту зі статистики в одній із груп представлені у вигляді наступного ряду розподілу:

Оцінка	Кількість студентів, чол.
5	2
4	7
3	14
2	2
Всього:	25

Модою в даному ряду є:

- а) 5;
- б) 14;
- в) 3;
- г) без застосування формули визначити неможливо.

6.24. Розподіл абітурієнтів інженерного факультету за кількістю отриманих балів характеризується даними:

Сумарна кількість балів	15	16	18	20	21	22	23	Всього
Кількість абітурієнтів	34	66	80	120	132	48	20	500

Мода у даному ряді розподілу:

- а) 132;
- б) 20;
- в) 21;
- г) 19.

6.25. Розподіл робітників однієї із бригад цеху за кількістю виготовлених деталей характеризується даними:

Виготовлено деталей за зміну, шт.	9	10	12	15	17	17 і більше	Всього
Кількість робітників, чол.	1	3	5	6	3	2	20

Мода дорівнює:

- а) 6;
- б) 15;
- в) 13,5;
- г) 17.

6.26. В останньому турі першості регіону з футболу розподіл команд за кількістю забитих м'ячів має вигляд:

<i>Кількість забитих м'ячів</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>Всього</i>
<i>Кількість команд</i>	<i>2</i>	<i>5</i>	<i>7</i>	<i>3</i>	<i>1</i>	<i>18</i>

Визначити моду і медіану:

- а) 7 і 2;
- б) 2 і 7;
- в) 7 і 14;
- г) 2 і 2.

6.27. За результатами вибіркового обстеження студентів економічного факультету отримано наступні дані про кількість пропущених протягом тижня академічних годин:

<i>Пропущено академічних годин</i>	<i>0</i>	<i>2</i>	<i>4</i>	<i>6</i>	<i>8</i>	<i>10</i>	<i>Всього</i>
<i>Кількість студентів</i>	<i>20</i>	<i>31</i>	<i>33</i>	<i>9</i>	<i>5</i>	<i>2</i>	<i>100</i>

Визначити моду і медіану:

- а) 5 і 21;
- б) 33 і 51;
- в) 4 і 2;
- г) 2 і 4.

Тема 7 | Показники варіації та закономірність розподілу

7.1 Поняття варіації та її основні показники.

7.2 Дисперсія, її різновиди, властивості та взаємозв'язок дисперсій.

7.3 Закономірність розподілу та його форми.

7.4 Характеристика форм розподілу.

7.1 Поняття варіації та її основні показники

Для повноти аналізу і кращого обґрунтування його результатів використовують показники варіації.

Варіація (від лат. *variatio*) – зміна значень ознаки у одиниць сукупності в один і той же момент або період часу.

У статистико-економічному аналізі застосовуються такі показники варіації:

- 1) розмах варіації – (R) .
- 2) середнє лінійне відхилення – (\bar{d}) .
- 3) дисперсія (середній квадрат відхилень) – (σ^2) .
- 4) середнє квадратичне відхилення – (σ) .
- 5) коефіцієнт варіації – (\bar{v}) .

Варіаційний розмах (амплітуда коливань) є найпростішим показником варіації ознаки. Обчислюється як різниця між найбільшим і найменшим значеннями кількісної ознаки в деякій сукупності. Його сутність та методи обчислення розглянемо на простому прикладі:

Є дані про виробіток робітниками 2-х бригад, у складі п'яти чоловік:

Табл. 7.1. Виробіток робітників бригад

№ з/п	I бригада	II бригада
1	8	4
2	2	5
3	3	4
4	5	3
5	2	4
Всього:	20	20

Тоді середній виробіток по бригадах складе:

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \frac{20}{5} = 4$$

Яку із бригад доцільно найняти для виконання робіт? Адже середній виробіток у них однаковий. Для відповіді на це питання обчислимо розмах варіації виробітку для обох бригад:

$$R = x_{\max} - x_{\min}, \quad (7.1)$$

де R – розмах варіації;

x_{\max} – найбільше значення ознаки;

x_{\min} – найменше значення ознаки.

$$R_1 = 8 - 2 = 6; \quad R_2 = 5 - 3 = 2.$$

Отримані дані свідчать, що II бригада більш однорідна за виробітком і класифікацією.

Простота підрахунку розмаху варіації сприяє його широкому застосуванню в теоретичних дослідженнях і практичних розрахунках. Разом з тим цей показник має істотний недолік: він не дає уявлення про ступінь коливання ознаки всередині сукупності, оскільки обчислюється на основі тільки двох крайніх значень ознаки. Ці ознаки можуть мати випадкові характеристики, не типові для даної сукупності. Тому цей показник використовується для попередньої, орієнтовної оцінки варіації.

Більш досконалим показником, який враховує відхилення значення кожної ознаки від середньої є **середнє лінійне відхилення (СЛВ)**. Воно є середньою арифметичною з відхилень окремих абсолютних значень ознаки від їх середнього значення. Може бути простим і зваженим.

Просте середнє лінійне відхилення обчислюється за формулою:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (7.2)$$

де \bar{d} – середнє лінійне відхилення;

x_i – конкретне значення варіанта ознаки;

\bar{x} – середнє значення ознаки;

n – число варіантів.

Для варіаційного ряду обчислюють *зважене середнє лінійне відхилення*:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}. \quad (7.3)$$

Обчислимо середнє лінійне відхилення виробітку робітників для бригад, що аналізуються у попередньому прикладі (табл. 7.2).

Табл. 7.2. Обчислення середнього лінійного відхилення виробітку у бригадах

Табельний номер робітника	I бригада			II бригада		
	x_i	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$	x_i	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$
1	8	4	16	4	0	0
2	2	2	4	5	1	1
3	3	1	1	4	0	0
4	5	1	1	3	1	1
5	2	2	4	4	0	0
Всього:	20	10	26	20	2	2

$$\bar{d}_1 = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{10}{5} = 2 \text{ шт.} \quad \bar{d}_2 = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ шт.}$$

Отже, в середньому виробіток робітників I бригади відхиляється від середньої на 2 шт. Тобто, II бригада більш однорідна.

Варіаційний розмах і середнє лінійне відхилення були єдиними вимірниками варіації на початку розвитку теорії статистики.

7.2 Дисперсія, її різновиди, властивості та взаємозв'язок дисперсій

На цей час, в міру розвитку математичної статистики, замість середнього лінійного відхилення частіше використовують середній квадрат відхилень, так звану дисперсію (σ^2) і середнє квадратичне відхилення (σ).

Дисперсія є середньою величиною з квадратів відхилень окремих значень ознаки від їх середньої арифметичної. Дисперсія визначається за такими формулами:

- проста:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}; \quad (7.4)$$

- зважена:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (7.5)$$

Таким чином, дисперсія виражає міру ступеня коливання ознаки, що вивчається. Вона враховує знак відхилення і на відміну від СЛВ не має розмірності.

Визначимо дисперсії для прикладу з бригадами:

$$\sigma_1^2 = \frac{26}{5} = 5,2; \quad \sigma_2^2 = \frac{2}{5} = 0,4;$$

Середнє квадратичне відхилення (СКВ) є коренем квадратним з дисперсії. Необхідність його розрахунку пов'язана з тим, що розмірність дисперсії дорівнює квадрату розмірності ознаки, що не завжди зручно. Це робить її не завжди придатною і зручною при визначенні міри ступеня коливання ознаки, для чого і використовується СКВ.

Просте СКВ визначається за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (7.6)$$

Зважене:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}. \quad (7.7)$$

Отже для прикладу з бригадами:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2} = \sqrt{5,2} = 2,3; \quad \sigma = \sqrt{\sigma_2^2} = \sqrt{0,4} = 0,6;$$

Смисловий зміст СКВ такий самий, як і СЛВ: чим менше σ , тим сукупність однорідніша, тим типовіша середня і стабільніше явище чи процес.

СКВ завжди більше СЛВ, а в симетричних або помірно асиметричних розподілах:

$$\sigma \approx 1,25\bar{d}; \quad (7.8)$$

$$\sigma \approx \frac{1}{3}\bar{x}. \quad (7.9)$$

Зрозуміло, що стосовно інтервального ряду підрахунок СКВ пов'язаний з необхідністю визначення центру інтервалу.

При розв'язанні практичних задач слід мати на увазі, що СЛВ вимірює і узагальнює відхилення від середньої, не вносячи нічого такого, що не пов'язане з абсолютними розмірами відхилень. СКВ і дисперсія, тим часом, підносячи відхилення в квадрат, зменшують питому вагу малих відхилень і збільшують питому вагу великих відхилень в загальній сумі відхилень. Тобто *структура лінійного відхилення краще відображає реальні відхилення, ніж структура квадратичного відхилення.*

Варіаційний розмах, середнє лінійне відхилення і середнє квадратичне відхилення, завжди виражаються в іменованих одиницях, тобто в тих самих, що і ознака, яка вивчається (гривнях, тонах, літрах і т.д.). Ці показники показують, на скільки в середньому відхиляються конкретні варіанти ознаки від середнього її значення.

При розрахунку дисперсії і СКВ зручно користуватися **властивостями дисперсії:**

1. Якщо всі значення варіюючої ознаки зменшити на будь-яку сталу величину k , то дисперсія при цьому не зміниться:

$$\sigma_{x_i - k}^2 = \sigma_x^2. \quad (7.10)$$

2. Якщо всі значення варіант поділити на будь-яку сталу величину k , то дисперсія зменшиться в k^2 разів.

$$\sigma_{\frac{x_i}{k}}^2 = \frac{\sigma^2}{k^2}. \quad (7.11)$$

3. Дисперсія дорівнює різниці середньої з квадратів варіант і квадрату їх середньої:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \left[\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n} \right)^2 \right]. \quad (7.12)$$

4. Сума квадратів відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої менша суми квадратів їх відхилень від будь-якого значення числа k :

$$\sigma^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 < \sum (x_i - k)^2. \quad (7.13)$$

На варіацію ознаки впливають різні причини і фактори. Одні з них можуть бути випадкові, інші – систематичні. Тому і варіація може бути випадковою і систематичною. Визначити роль кожної з них можна шляхом розрахунку і аналізу різних видів дисперсії: загальної; міжгрупової; середньої із групових (залишкової).

Загальна дисперсія (σ^2) характеризує загальну варіацію ознаки під впливом усіх факторів (7.6), (7.7).

Міжгрупова дисперсія (δ^2) характеризує систематичну варіацію результатної ознаки під впливом факторної (групувальної) ознаки:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2 f_i}{\sum f_i}, \quad (7.14)$$

де \bar{y}_i – середня кожної окремої групи;

\bar{y} – загальна середня всієї сукупності;

f_i – частоти.

тобто вона характеризує коливання групових середніх навколо загальної середньої.

Середня із групових ($\overline{\sigma^2}$) розраховується як середня арифметична зважена із внутрішньогрупових дисперсій, тобто із дисперсій всередині кожної групи.

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i}, \quad (7.15)$$

де σ_i^2 – групова дисперсія i -ї групи;

f_i – загальна кількість варіантів ознак у i -й групі.

Групова дисперсія кожної групи σ_i^2 характеризує відхилення окремих значень ознаки в групі від середньої арифметичної даної групи. Обчислюють групові дисперсії за принципом загальної дисперсії:

- *проста*:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2}{n}, \quad (7.16)$$

де x – конкретне значення варіанта ознаки всередині i -ї групи;

\bar{x}_i – середнє значення ознаки i -ї групи;

n – число варіантів у i -й групі.

- *зважена*:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x - \bar{x}_i)^2 f}{\sum f}, \quad (7.17)$$

де f – частота, яка показує як часто зустрічається в i -й групі кожний із варіантів ознаки.

- *або спрощеним способом*:

$$\sigma_i^2 = \overline{x_i^2} - (\bar{x}_i)^2. \quad (7.18)$$

Внутрішньогрупова дисперсія σ_i^2 характеризує випадкову варіацію ознаки лише за рахунок умов і причин, що діють всередині групи. При цьому варіація ознаки не залежить від факторної (групувальної) ознаки.

Між дисперсіями існує співвідношення:

$$\sigma^2 = \delta^2 + \overline{\sigma^2}, \quad (7.19)$$

яке називається **правилом додавання дисперсій**. Знаючи дві, можна визначити третю.

У статистико-економічному аналізі часто застосовуються показник, який характеризує частку міжгрупової дисперсії у загальній. Він називається **емпіричним коефіцієнтом детермінації**.

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}. \quad (7.20)$$

Цей показник, а також корінь із нього – **емпіричне кореляційне відношення**

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} \quad (7.21)$$

використовують для оцінки щільності зв'язку між групувальною ознакою (фактором) та результатною ознакою.

Серед варіаційних ознак є ознаки, які мають одні із одиниць сукупності, але не мають інших. Такі ознаки називають **альтернативними** (науковий ступінь у викладача, наявність дітей чи авто в сім'ї і т. ін.).

Альтернативні ознаки можуть приймати всього два значення: 0 або 1. При цьому, якщо частку одиниць, які володіють даною ознакою (мають дану ознаку) позначити p , а тих, що не мають – q , то $p+q = 1$, тоді дисперсія альтернативної ознаки дорівнює добутку частки одиниць, що мають дану ознаку на частку одиниць, які не мають даної ознаки:

$$\sigma^2 = p \cdot q; \quad \sigma = \sqrt{p \cdot q}. \quad (7.22)$$

Граничне значення дисперсії альтернативної ознаки дорівнює 0,25 ($p \cdot q = 0,5 \cdot 0,5$).

Дисперсію альтернативної ознаки позначають ще так:

$$\sigma^2 = \omega(1 - \omega) \quad (7.23)$$

Слід відмітити, що для характеристики варіації ознаки розглянутих показників не завжди достатньо. Особливо, якщо ознаки виражені в різних одиницях виміру і порівняти варіацію неможливо. Тому для вимірювання варіації часто розраховують *відносні показники*, виражені у %:

1) **Коефіцієнт осциляції** характеризує коливання крайніх значень ознаки навколо середньої:

$$v_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (7.24)$$

2) **Лінійний коефіцієнт варіації**, характеризує відсоток середнього відхилення ознак від середньої:

$$v_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (7.25)$$

3) **Квадратичний коефіцієнт варіації**:

$$v_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (7.26)$$

У практичних розрахунках квадратичний коефіцієнт варіації застосовується найчастіше і є універсальним мірилом однорідності сукупності. Сукупність вважається однорідною, якщо $v_{\sigma} \leq 33\%$.

Для нашого прикладу з бригадами:

$$v_1 = \frac{2,3}{4} \cdot 100\% = 57,5\%; \quad v_2 = \frac{0,6}{4} \cdot 100\% = 15\%,$$

Тобто, 1-ша бригада за складом неоднорідна, а 2-га – однорідна.

7.3 Закономірність розподілу та його форми

Розглядаючи ряди розподілу неважко помітити певні залежності між змінами значень ознаки (варіантами) та частотами: частоти зі збільшенням значень ознаки спочатку збільшуються до певної максимальної величини, а потім приблизно з середини ряду – зменшуються.

Закономірності зміни частот у варіаційних рядах у зв'язку зі зміною варіаційної ознаки називається **закономірністю розподілу**.

Законом розподілу виражаються властивості явищ, загальні умови і основні фактори, що впливають на формування варіації ознаки. Тому однією із найважливіших задач аналізу рядів розподілу є виявлення закономірності розподілу, визначення її форми, типу та кількісного виразу.

Формою розподілу називається крива, що виражає закономірність розподілу одиниць сукупності за величиною варіюючої ознаки.

Розрізняють емпіричні та *теоретичні криві розподілу*.

Емпірична – це фактична крива розподілу (полігон або гістограма), що побудована за даними статистичного спостереження, в якій відображаються як загальні, так і випадкові фактори.

Теоретична – це крива, яка виражає функціональний зв'язок між змінами варіаційної ознаки і частотами, та характеризує певний тип розподілу.

Криві розподілу за формою бувають *одно-, дво- та багатoverшинними*.

Для однорідних сукупностей характерні, як правило, одновершинні розподіли. Наявність двох і більше вершин свідчить про неоднорідність сукупності.

7.4 Характеристика форм розподілу

Одновершинні криві розподілу бувають симетричними та асиметричними. В залежності від того, яка гілка кривої розподілу витягнута – права чи ліва, розрізняють правосторонню чи лівосторонню асиметрію. Найпростішою мірою асиметрії є відхилення між \bar{x} , Me , Mo .

У симетричному (нормальному) ряді розподілі рівновіддалені від центру значення ознаки мають однакові частоти (рис. 7.1). При цьому:

$$\bar{x} = Me = Mo, \quad \text{а} \quad R = 6\sigma; \sigma = 1,25\bar{d}.$$

При правосторонній асиметрії $\bar{x} > Me > Mo$ (рис. 7.2).

При лівосторонній $\bar{x} < Me < Mo$ (рис. 7.3).

Для характеристики 2-х або декількох рядів використовується коефіцієнт асиметрії (A):

$$A_{Me} = \frac{\bar{x} - Me}{\sigma}, \quad (7.27)$$

або

$$A_{Mo} = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}. \quad (7.28)$$

Якщо $A=0$ – симетричний розподіл (рис. 7.1);

$A>0$ – правостороння асиметрія (рис. 7.2);

$A<0$ – лівостороння асиметрія (рис. 7.3).

Чим ближчий чисельник коефіцієнта A до нуля, тим менша асиметрія.

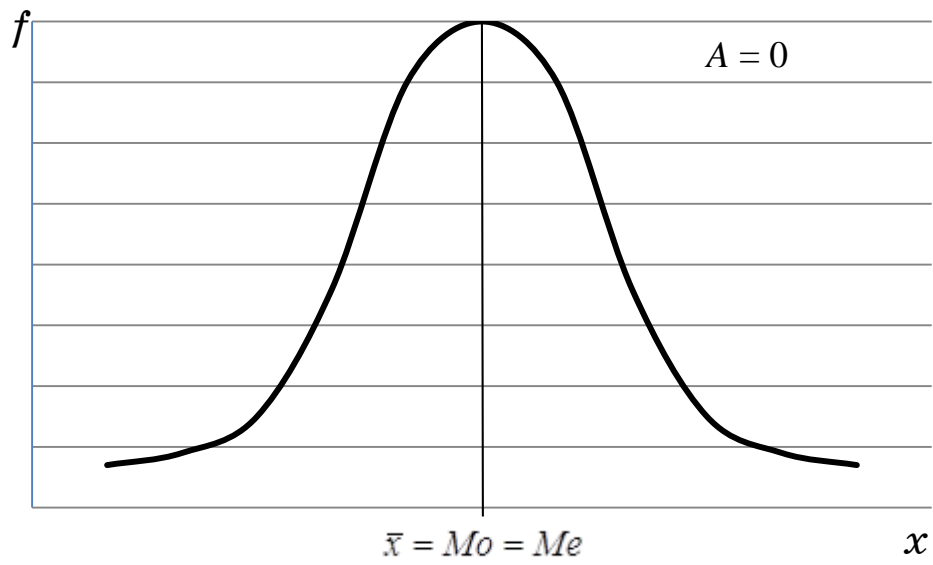


Рис. 7.1. Симетричний розподіл

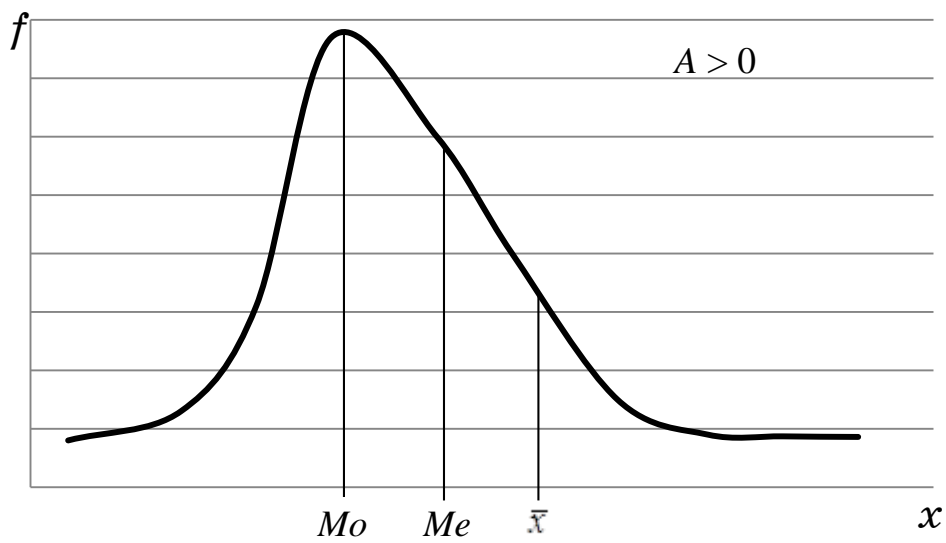


Рис. 7.2. Правостороння асиметрія

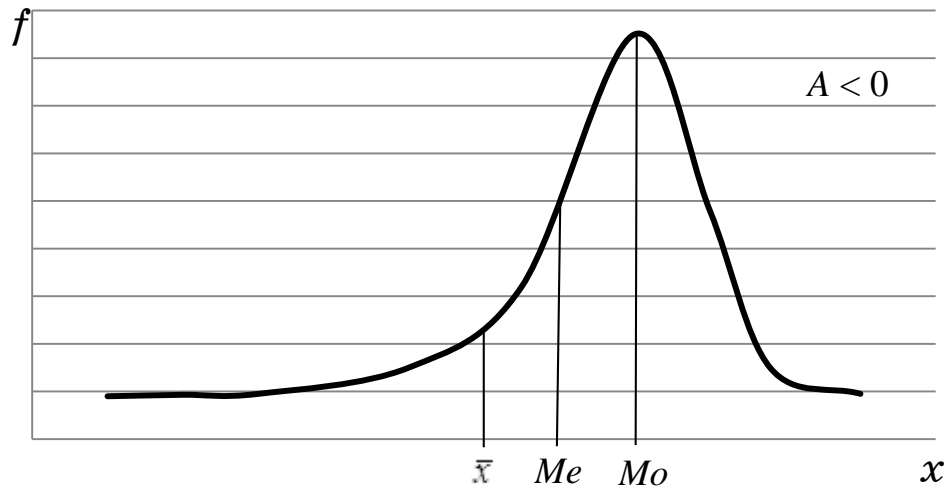


Рис. 7.3. Лівостороння асиметрія

Криві розподілу мають різну гостровершинність. Крутизна, гостровершинність або пологовершинність кривої розподілу називають **ексцесом**.

Розрізняють ексцеси: нормальний, вище нормального, нижче нормального (рис. 7.4).

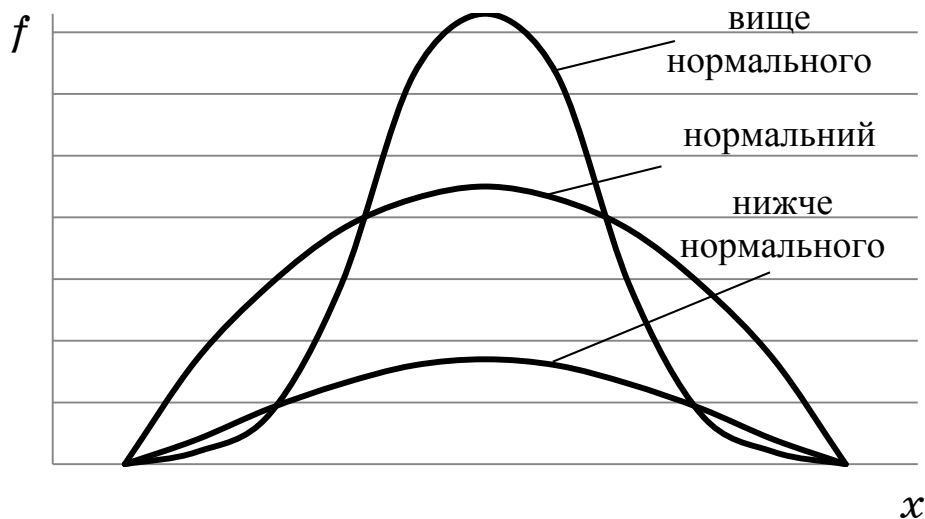


Рис. 7.4. Види розподілів, залежно від ексцесу

Для характеристики ексцесу застосовується коефіцієнт ексцесу, який розраховується на базі центральних моментів розподілу (ЦМР).

ЦМР – це середнє арифметичне k -го ступеня відхилення варіантів ознаки від їх середньої величини.

$$\mu_k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k f_i}{\sum f_i} \quad (7.29)$$

Тоді при $k=0$ отримаємо ЦМР нульового порядку.

$$\mu_0 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^0 f_i}{\sum f_i} = 0$$

При $k=1$ отримаємо ЦМР I-го порядку дорівнює 0.

При $k=2$ ЦМР II-го порядку дорівнює дисперсії.

При $k=3$ ЦМР характеризує асиметрію і використовується при розрахунку стандартизованого коефіцієнту асиметрії (відношення ЦМР III-го порядку до СКВ у кубі).

$$A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (7.30)$$

При правосторонній асиметрії $A_s > 0$,

При лівосторонній асиметрії $A_s < 0$,

В симетричному розподілі $A_s = 0$.

Цей показник асиметрії більш точний, ніж попередні і застосовується більш широко.

Вважається, що при:

$A_s < 0,25$ – асиметрія незначна.

$0,25 < A_s < 0,5$ – асиметрія середня.

$A_s > 0,5$ – асиметрія значна.

ЦМР IV-го порядку використовується для характеристики ексцеса (при розрахунку коефіцієнта ексцеса):

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (7.31)$$

Якщо розподіл нормальний (симетричний), то ексцес – нормальний $E=3$.

При $E > 3$ – вище нормального (гостровершинний);

При $E < 3$ – нижче нормального (плосковершинний).

Розглянуті характеристики варіаційних рядів допомагають більш детально вивчити особливості статистичних сукупностей та їх закономірності.

Питання для самоконтролю

1. Що розуміють під варіацією ознаки?
2. Які показники використовують для вимірювання варіації?
3. Як визначити амплітуду коливання ознаки?
4. Як розраховується середнє лінійне відхилення?
5. Що таке дисперсія і яке місце вона посідає у системі показників варіації?
6. Які математичні властивості притаманні дисперсії?
7. Які розрізняють види дисперсій?
8. Чим відрізняється внутрішньогрупова та міжгрупова дисперсії від загальної?
9. Як і в якій послідовності визначаються різні види дисперсій?
10. У чому полягає суть правила додавання дисперсій?
11. У чому полягає сутність дисперсії альтернативної ознаки?
12. Які показники варіації називають відносними і як вони оцінюються?
13. Які розподіли називають симетричними та асиметричними?
14. Якими показниками характеризують форми розподілу?
15. Що таке ексцес?

Тестові завдання для самоперевірки*

7.1. Під варіацією в статистиці розуміють:

- а) множину різноманітних ознак у одиниць статистичної сукупності;
- б) коливання (зміну) значень ознаки у одиниць статистичної сукупності;
- в) підсумкове значення певної ознаки у одиниць статистичної сукупності;
- г) вплив певної ознаки на зміну соціально-економічного явища у часі та просторі.

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

7.2. Середньодобовий виробіток 2-х токарів за 5 робочих днів однаковий і становить 12 деталей. Виробіток за кожний робочий день наведено нижче:

Токарі	Виробіток за кожний день, шт.				
	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт
I	8	12	13	16	11
II	9	15	12	11	13

Розмах варіації свідчить, що ритмічніше працював:

- а) I токар;
- б) II токар;
- в) ритмічність роботи однакова;
- г) порівняти ритмічність роботи токарів неможливо.

7.3. Розмах варіації – це показник, що характеризує:

- а) співвідношення між максимальним та мінімальним значенням ознаки одиниць сукупності;
 - б) різницю між максимальним та мінімальним значенням ознаки одиниць сукупності;
- і розраховується наступним чином:

в) $R = \frac{x_{\max}}{x_{\min}};$

г) $R = x_{\max} - x_{\min}.$

7.4. Середнє лінійне відхилення розраховується для незгрупованих даних за формулою:

а) $\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n};$

б) $\bar{d} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n};$

для згрупованих даних за формулою:

в) $\bar{d} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot f_i}{\sum f_i};$

г) $\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}.$

7.5. *Погодинна заробітна плата робітників двох бригад характеризується даними:*

№ бригади	Число робітників	Погодинна зарплата, грош. од.
1	6	7,5; 9,0; 7,8; 8,2; 9,3; 8,6
2	6	6,5; 12,2; 8,4; 7,0; 10,5; 5,8

Середня заробітна плата більша:

- а) у першій бригаді;
- б) у другій бригаді;
- в) однакова.

Розмах варіації більший:

- г) у першій бригаді;
- д) у другій бригаді;
- е) однаковий.

7.6. *Дисперсія – це:*

- а) середній розмір відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої величини;
- б) квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної;
- в) середній квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної;
- г) сума відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої квадратичної величини.

7.7. *В статистико-економічному аналізі використовуються такі різновиди дисперсії:*

- а) загальна, міжгрупова, внутрішньогрупова (залишкова);
- б) проста, групова, зовнішньогрупова;
- в) проста, зважена, комбінаційна (складна);
- г) загальна, індивідуальна, групова.

7.8. *Коефіцієнт варіації (квадратичний) обчислюється за формулою:*

а)
$$v_{\sigma} = \frac{\bar{x}}{\sigma} \cdot 100\% ;$$

$$\text{б) } v_{\sigma} = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\% ;$$

Сукупність вважається однорідною за складом, якщо:

$$\text{в) } v_{\sigma} \leq 33\% ;$$

$$\text{г) } v_{\sigma} \leq 50\% .$$

7.9. Середнє квадратичне відхилення для незгрупованих даних обчислюється за формулою:

$$\text{а) } \sigma = \frac{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}{n} ;$$

$$\text{б) } \sigma = \sqrt{\frac{n}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} ;$$

для згрупованих даних за формулою:

$$\text{в) } \sigma = \sqrt{\frac{n}{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}} ;$$

$$\text{г) } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}} .$$

7.10. Спрощений розрахунок дисперсії можна виконати таким чином:

$$\text{а) } \sigma^2 = (\bar{x})^2 - \bar{x}^2 ;$$

$$\text{б) } \sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 ;$$

$$\text{в) } \sigma^2 = \sum (x_i - \bar{x}) ;$$

$$\text{г) } \sigma^2 = \overline{x^2} + (\bar{x})^2 .$$

7.11. Виробіток кожного із п'яти робітників 2-х бригад характеризується даними:

№ з/п	Виробіток, шт.	
	I бригада	II бригада
1	2	2
2	5	4
3	9	8
4	12	14
Всього:	28	28

За допомогою середнього лінійного відхилення визначте, яка з 2-х бригад однорідніша за показником виробітку:

- а) перша;
- б) друга;
- в) однакові.

7.12. Під закономірністю розподілу розуміють:

- а) закономірність зміни частот в залежності від зміни значень варіюючої ознаки в ряді розподілу;
- б) періодичність зміни варіантів в ряді розподілу.

Формулою розподілу називається:

- в) крива, яка відображає закономірність розподілу за величиною варіюючої ознаки;
- г) різниця між найбільшим і найменшим значенням ознаки в ряді розподілу.

7.13. Для однорідної сукупності характерні, як правило:

- а) одновершинні розподіли;
- б) 2-х і більше вершинні.

Серед одновершинних розподілів можуть бути:

- в) симетричні і асиметричні;
- г) лише симетричні.

7.14. Найпростішою мірою асиметрії є:

- а) відхилення між середньою арифметичною і значенням максимального значення варіюючої ознаки;
- б) відхилення між середньою арифметичною, модою і медіаною.

В симетричному розподілі:

- в) $\bar{x} = M_o = M_e$;
- г) $\bar{x} > M_o > M_e$.

7.15. Якщо розподіл асиметричний, то при правосторонній асиметрії:

а) $\bar{x} < M_e < M_o$;

б) $\bar{x} > M_e > M_o$;

при лівосторонній:

в) $\bar{x} < M_e < M_o$;

г) $\bar{x} > M_e > M_o$.

7.16. Ексцес, як характеристика форми розподілу, може бути:

а) нормальним, правостороннім, лівостороннім;

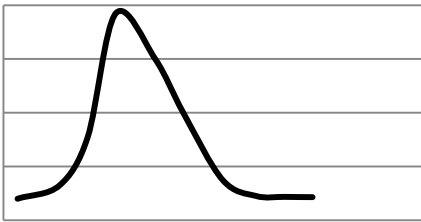
б) нормальним, вище нормального (гостровершинний), нижче нормального (плосковершинний).

Для характеристики ексцесу використовується:

в) коефіцієнт ексцесу;

г) коефіцієнт асиметрії.

7.17. Зображений графічно розподіл є:



а) лівостороннім;

б) правостороннім;

в) симетричним;

г) асиметричним.

7.18. Зображений нижче розподіл є:



а) асиметричним;

б) симетричним;

в) лівостороннім;

г) правостороннім.

Тема 8 | Вибірковий метод

- 8.1 Суть вибіркового методу та його переваги у вивченні масових явищ.
- 8.2 Методи і способи формування вибіркової сукупності.
- 8.3 Помилки вибірки та методи обчислення середньої та граничної помилки для різних видів вибірки.
- 8.4 Визначення необхідного обсягу вибірки та поширення результатів вибірки на генеральну сукупність.

8.1 Суть вибіркового методу та його переваги у вивченні масових явищ

Першим і дуже важливим етапом статистичного дослідження масових соціально-економічних явищ і процесів є статистичне спостереження. Від його успішного проведення залежить успіх всієї подальшої роботи щодо зведення, групування і аналізу одержаних даних.

Статистичне спостереження залежно від охопту одиниць сукупності може бути *суцільним* і *несуцільним*.

У зв'язку з тим, що статистика має справу з масовими явищами (сукупностями), статистичні дослідження дуже трудомісткі, а суцільне статистичне спостереження у ряді випадків здійснити дуже важко, а іноді і практично неможливо. Наприклад, важко та і недоцільно здійснювати суцільне статистичне спостереження при контролі якості харчових продуктів або при вивченні громадської думки з того або іншого питання і т.д. Тому, ще в 17-му столітті, виникла ідея вивчати не всі одиниці сукупності, а лише якусь частину їх, за якою можна б було судити про всю сукуп-

ність в цілому. Тобто виникла думка про заміну суцільного спостереження несучільним. Для реалізації цієї ідеї було потрібно більше двох сторічч, поки теорія і практика статистики не винайшла достатньо надійний і науково-обґрунтований метод, який успішно замінює суцільне спостереження. Цей метод, названий **вибірковим**, або просто **вибіркою**, дає, як висловився відомий англійський статистик Ф. Йейтс: «певну і цілком визначену точність».

У даний час вибіркоче спостереження займає провідне місце серед інших видів несучільного спостереження. Воно широко застосовується при вивченні і встановленні закономірностей різних масових соціально-економічних явищ.

Вибірковим називається спостереження, яке дає характеристику всій сукупності на основі дослідження деякої її частини.

Суть його в тому, що обстеженню піддаються не всі елементи сукупності, що вивчаються, а лише деяка їх частина, відібрана за певними правилами вибірки, яка забезпечує отримання даних, що характеризують всю сукупність в цілому. Тобто при вибіркочому спостереженні обстеженню підлягає певна, наперед обумовлена частина сукупності. Наприклад, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{50}$ і т.д., а результати його поширюються на всю сукупність.

Широке розповсюдження вибіркового спостереження пояснюється тим, що в порівнянні з іншими способами несучільного спостереження цей спосіб науково найбільш обґрунтований і найбільш відпрацьований. Крім того, в порівнянні з суцільним вибіркоче спостереження має ряд переваг:

1. Дає значну економію засобів і часу. Наприклад, при обстеженні 10% загального числа одиниць сукупності обсяг роботи скорочується приблизно в 10 разів, 5% – в 20 разів і т.д.

2. Дає можливість більш детально і всебічно охарактеризувати сукупність, що вивчається, і добитися більшої точності при реєстрації фактів (оскільки обстежується менше одиниць сукупності). Тому воно іноді використовується для контролю результатів суцільного спостереження.

3. Вибіркове спостереження може бути проведене тоді, коли суцільне неможливо здійснити фізично або недоцільно економічно. Наприклад, при перевірці якості деталей, що випускаються десятками і сотнями мільйонів одиниць. Або коли це пов'язано зі знищенням і приведенням в непридатність обстежуваних одиниць сукупності: випробуванні електричних ламп на тривалість горіння, деталей на міцність, продуктів на смакові якості і т.д.

Особливу актуальність вибіркоче спостереження набуває в умовах переходу до ринкової економіки, коли звітність скорочується і спрощується, а потреба у достовірній і своєчасній інформації збільшується. Це обумовлює все більш широке використання вибіркового спостереження в економічних дослідженнях, пов'язаних зі збором і обробкою великої кількості різноманітної інформації.

Відзначаючи переваги вибіркового спостереження, слід мати на увазі одну його важливу особливість, що впливає з самої сутності цього методу. Вона полягає в тому, що при проведенні вибіркового спостереження не можна одержати такі ж точні дані, як при суцільному статистичному спостереженні. Це пояснюється тим, що обстеженню піддається не вся сукупність, а тільки деяка її частина. Тому при проведенні вибіркового спостереження неминуча певна помилка (похибка). Вона може бути більше або менше, але вона завжди існує.

Помилки, властиві вибіркового спостереженню називаються **помилками репрезентативності**, тобто показовості (відповідності, відображення). Вони характеризують розмір розбіжності між даними вибіркового спостереження і суцільного по всій сукупності.

Помилки репрезентативності можуть бути також *випадковими* і *систематичними*.

Випадкові виникають через те, що вибіркова сукупність недостатньо точно (не повністю) відтворює (представляє) всю досліджувану сукупність унаслідок несучільного характеру спостереження. Випадкові помилки можуть бути доведені до незначних розмірів, а головне – їх розміри і межі можна визначити з достатньою точністю на підставі закону великих чисел і теорії ймовірностей.

Систематичні помилки виникають у результаті порушення принципу випадковості відбору одиниць сукупності для спостереження. Наприклад, відбір із сукупності найуспішніших студентів при обстеженні успішності у вузі і т.д. Тому найважливішими умовами проведення вибіркового спостереження є правильний відбір одиниць сукупності, тобто:

- строго об'єктивний відбір одиниць сукупності, при якому кожна з них набувала б рівну можливість потрапити у вибірку;
- достатня кількість відібраних одиниць сукупності.

При дотриманні цих вимог вибірка буде репрезентативною (представницькою), а помилка вибіркового спостереження може бути навіть менше, ніж помилка суцільного статистичного спостереження. Крім того, межі помилки вибіркового статистичного спостереження завжди можна визначити, що свідчить про ще одну важливу перевагу вибіркового методу.

Існує ряд загальних понять і термінів, прийнятих в теорії вибіркового методу.

Досліджувана сукупність одиниць називається **генеральною сукупністю** і позначається через N . Відповідно і всі характеристики генеральної сукупності теж називаються **генеральними** і позначаються:

\bar{X} – генеральна середня (середня величина якої-небудь ознаки в генеральній сукупності);

p – генеральна частка (частка одиниць, що мають певну ознаку), Наприклад, частка відмінників в зага-

льній сукупності студентів вузу і т.д. Може бути виражена в частках одиниці або у відсотках (відносна величина):

$$p = \frac{M}{N}, \quad (8.1)$$

де M – число одиниць, що мають дану ознаку;

σ_r^2 – генеральна дисперсія;

σ_r – генеральне середнє квадратичне відхилення.

Аналогічні показники вибіркової сукупності називаються **вибірковими** і позначаються:

n – вибірка сукупність (частина одиниць генеральної сукупності, що потрапила у вибірку);

f – частка відбору, частина одиниць генеральної сукупності, що потрапила у вибірку:

$$f = \frac{n}{N}; \quad (8.2)$$

\bar{x} – вибіркове середнє (середня величина якої-небудь ознаки у вибірковій сукупності);

w – вибіркова частка:

$$w = \frac{m}{n}, \quad (8.3)$$

де m – частка одиниць вибірки, що мають дану ознаку;

σ^2 – вибіркова дисперсія;

σ – вибіркове середнє квадратичне відхилення.

Всім переліченим узагальнювальним показникам вибіркової сукупності – середньому, частці, дисперсії, середньому квадратичному відхиленню властиві **помилки репрезентативності**. Ці помилки, як вже наголо-

шувалося, з'являються перш за все унаслідок відмінності структури вибіркової сукупності від генеральної.

Теорія вибіркового методу дає можливість визначати випадкові помилки узагальнювальних показників вибіркової сукупності. Вона базується на працях видатних математиків Я. Бернуллі, С.Д. Пуассона, Л.П. Чебишева, А.А. Маркова, А.М. Ляпунова та ін.

8.2 Методи і способи формування вибіркової сукупності

Для того щоб вибірка була репрезентативною і давала правильне уявлення про генеральну сукупність, відбір одиниць з генеральної сукупності повинен бути відповідним чином організований.

Формування вибіркової сукупності з генеральної може здійснюватися по-різному: залежно від виду і схеми відбору; зміни одиниці відбору і т.д. Від цих особливостей залежить розмір помилки вибірки і методи її визначення. Залежно від того, який організований відбір одиниць з генеральної сукупності (загальної їх маси), розрізняють такі **види відбору**:

- власне-випадковий (простий випадковий);
- механічний (систематичний);
- типовий (районуючий, розшарований, стратифікований, страт-район);
- серійний (гніздовий);
- комбінований.

За схемою відбору одиниць з генеральної сукупності вибірка може бути *повторною* і *безповторною*.

Власне-випадковий відбір – являє таку організацію вибіркового спостереження, при якій відбір одиниць з генеральної сукупності проводиться абсолютно випадково – навмання, за жеребом, або, частіше за все, за допомогою таблиці випадкових чисел. Він ще називається схемою «урн» або «куль». При цьому за-

безпечується рівна ймовірність кожній одиниці генеральної сукупності потрапити у вибірку.

Наприклад, у відділі кадрів якогось підприємства є деяка кількість (сукупність) анкет всіх працівників. Наша задача встановити вибіркоvim методом відсоток працівників, що мають повну середню освіту.

Із загальної кількості анкет беремо навмання одну, відзначаємо у себе на листі факт наявності або відсутності середньої освіти у даного працівника і кладемо анкету назад. Потім беремо навмання іншу анкету, третю і т.д. У результаті такого відбору ми зберемо дані, що цікавлять нас, про середню повну освіту щодо деякої вибіркової сукупності працюючих. Організоване у такий спосіб вибіркoве спостереження називається **випадковою повторною вибіркою**.

Випадковою вона називається тому, що при витяганні анкети (або кулі з урни) ми не керувалися ніякими міркуваннями, а вибирали навмання, абияк.

Повторною тому, що відібрану анкету (кулю) ми кожного разу кладемо назад в загальну купу і, отже, існує ймовірність того, що в одному з подальших витягань вона може трапитися ще раз, повторно.

Таким чином, **повторна вибірка** – це вибірка, при якій існує ймовірність повторного включення у вибіркoву сукупність вже відібраної одиниці генеральної сукупності.

Повторна вибірка в практичній діяльності застосовується рідко, частіше застосовується безповторна, яка дає більш точні результати.

При безповторній вибірці кожна відібрана одиниця не повертається в генеральну сукупність і в подальшому відборі вже не може брати участі (схема кулі, що не повертається).

Слід мати на увазі, що для того, щоб вибірка при власно-випадковому відборі була репрезентативною, необхідно все ж таки дотримуватися певного порядку відбору одиниць. Тобто його краще за все здійснювати за допомогою таблиці випадкових чисел або таблиці логарифмів. Безладний же відбір може привести до си-

стематичних помилок, що спричиняють зміщення вибіркового середнього.

Власне-випадковий відбір є одним з перших, вироблених статистикою. Він дає добрі результати у тому випадку, коли між одиницями досліджуваної сукупності немає різких відмінностей. Частіше за все застосовується тоді, коли відомий перелік одиниць генеральної сукупності. Типовий приклад – «лототрон» або відбір лотерейних квитків.

Механічний відбір – широко застосовується у практиці вибіркового спостереження, його ще називають **систематичний**. Є послідовним відбором одиниць через рівні проміжки (інтервали) в порядку їх розташування в генеральній сукупності.

Тобто відбирається, наприклад, з купи анкет кожна п'ята, десята і т.д. залежно від того, яку частку (відсоток) одиниць необхідно відібрати. Так, при 25% вибірці з генеральної сукупності відбирається кожна четверта одиниця. Тобто крок інтервалу визначається як частка від ділення $N/n = 100/25 = 4$.

Початкову одиницю відбору визначають як випадкове число, частіше за все в середині 1-го інтервалу.

Механічний відбір завжди неповторний і більш ефективний, ніж простий випадковий. Особливо зручний у випадках, коли чисельність генеральної сукупності не відома або відома приблизно.

Типовий відбір, його ще називають районуючим, розшарованим або стратифікованим. Суть його в тому, що генеральна сукупність розбивається на якісно однорідні, однотипні групи (райони) за типовою ознакою. Потім з кожної групи випадковим чином відбирається певне число одиниць пропорційно питомій вазі групи в генеральній сукупності.

Так, наприклад, при відборі анкет працівників підприємства всю купу анкет спочатку розбивають на 3 групи: робітників, фахівців і керівників. Потім в межах кожної такої однорідної групи проводять відбір власно-випадковий або механічний.

Типовий відбір може бути як повторним, так і безповторним залежно від способу відбору в групах. Він найбільш прийнятний у випадках, коли між одиницями генеральної сукупності є різкі відмінності. Цей вид відбору дає більш точні результати, ніж два попередніх, тому що у вибірку в тій же пропорції, що і в генеральній сукупності, потрапляють представники всіх типових груп. Вибірка у результаті стає більш репрезентативною і, отже, більш точною.

Серійний (гніздовий) відбір – при такому відборі відбираються не окремі одиниці сукупності, а групи одиниць, їх серії, гнізда власно-випадковим або механічним способом. Потім в кожній з груп (серій) здійснюється суцільне спостереження.

Наприклад, в університеті навчаються 5000 студентів групами по 25 чоловік. Для проведення 10% вибіркового спостереження серійним способом необхідно відібрати 500 чоловік або $500:25 = 20$ груп, тобто треба відібрати з 200 груп $[(5000 : 25) = 200]$ 10%, що і складе 20 груп. Далі в кожній з 20 груп проводиться суцільне спостереження.

Комбінований відбір – вид відбору, при якому поєднуються два або декілька видів відбору одиниць з генеральної сукупності. Такий відбір ще називають східчастим, оскільки він проходить декілька стадій, рівнів – дві, три і більше. Кожний рівень має свою одиницю відбору, свою основу вибірки і свою частку відібраних одиниць.

Наприклад, при обстеженні успішності студентів можна на першому рівні відібрати необхідну кількість груп, а потім, на 2-му рівні, число студентів з кожної групи. На 1-му рівні одиницею відбору буде група, на 2-му – студент. Вибірка на 1-му рівні може бути 15%, а на другому – 5%.

Багатофазна вибірка – характеризується тим, що на всіх її рівнях одиниця відбору залишається незмінною, але проводиться декілька стадій (фаз) вибіркового обстеження.

Обсяг вибірки на кожній фазі, як правило, різний. Особливістю багатозазної вибірки є те, що дані спостереження 1-ї фази можна використовувати для додаткової характеристики 2-ї фази і т.д. Тобто дані кожної фази використовують як додаткову інформацію на подальшій фазі, що дає більш точні результати. Багатозазна вибірка може поєднуватися також з суцільним статистичним спостереженням. При східчастому відборі загальна помилка вибірки дорівнює сумі помилок кожного рівня.

Аналізуючи різні види вибірки, необхідно згадати про особливий спосіб – **моментного спостереження**, який почав застосовуватися у статистиці порівняно недавно. При моментному спостереженні дослідженню піддаються всі елементи сукупності (як при суцільному спостереженні), але на певні моменти часу (вибіркове спостереження). Тобто об'єктом вибірки при моментному спостереженні є моменти або відрізки часу. Тому поняття генеральної сукупності і вибіркової сукупності належать не до сукупності, яка вивчається, а до часу спостереження.

Наприклад, контрольні перевірки деканатом відвідувань студентами занять охоплюють всіх студентів факультету, тому спостереження є суцільним. Але проводяться ці перевірки у певні моменти часу, тому за часом є вибірковими. Моментне спостереження дає можливість одержувати дані значно швидше і з меншими витратами, але з достатнім ступенем точності.

Використання моментного спостереження дає добрий результат при вивченні частки окремих елементів якого-небудь процесу або їх тривалості в якомусь процесі. Наприклад, ставиться задача визначити частку окремих витрат часу в загальній кількості часу студентів. Для цього наперед складається перелік можливих станів студента (відпочинок, обід, читання газет, проглядання телепередач, підготовка до занять, заняття і т.п.). Потім у певні, наперед вибрані моменти часу наголошується, в якому з перелічених станів (з переліку) знаходиться студент в даний момент. Після декі-

лькох таких моментних спостережень на підставі зафіксованих відміток визначається частка відміток якогонебудь стану в загальному числі відміток.

Припустимо, протягом 8 годин було зареєстровано 20 різних моментів. Серед них 10 – з елемента «заняття», 2 – з елемента «відпочинок» і т.д. Тоді час занять складе $(10/20) \cdot 100\% = 50\%$, а час відпочинку $(2/20) \cdot 100\% = 10\%$.

Вибір моментів спостереження може бути визначений або випадково, або через певні інтервали часу (періодично).

Спосіб моментних спостережень набув поширення при вивченні структури витрат робочого часу, використання устаткування і т.п. Він менш трудомісткий, ніж хронометраж або фотографія робочого дня, а результати при належній його організації досить точні.

8.3 Помилки вибірки та методи обчислення середньої та граничної помилки для різних видів вибірки

Для того щоб мати підстави розповсюдити результати вибіркового спостереження на генеральну сукупність, необхідно знати, наскільки добре вибіркова сукупність представляє генеральну. Тобто, чи репрезентативна вибірка.

Вибірка, як вже наголошувалося, вважається репрезентативною, якщо узагальнювальні показники вибіркової і генеральної сукупності достатньо близькі. Звичайно порівнюють такі показники вибіркової і генеральної сукупності:

- середню величину тієї або іншої ознаки у одиниць сукупності (середня зарплата, середній дохід, середня врожайність);

- частку одиниць, що мають ту чи іншу ознаку, тобто питома вага певних одиниць в сукупності (частка осіб з вищою освітою, частка жінок в загальній чисельності працівників і т.д.).

Різниця між цими показниками вибіркової і генеральної сукупності і називається **помилкою репрезентативності**, тобто:

- помилка репрезентативності середньої:

$$\Delta x = \bar{x} - \bar{X}; \quad (8.4)$$

- помилка репрезентативності для частки:

$$\Delta w = w - p. \quad (8.5)$$

Вибіркове середнє і частка є змінними величинами, оскільки вони можуть набувати різні значення залежно від того, які одиниці генеральної сукупності потрапили у вибірку. Тобто з однієї і тієї ж генеральної сукупності можна зробити ряд вибірок рівного обсягу. При цьому кожна вибірка матиме свою помилку репрезентативності для середньої і для частки.

Тому із всіх можливих помилок репрезентативності визначається **середня помилка вибірки**, яка позначається буквою μ . Її ще називають **стандартна помилка**.

Перш ніж записати формули, за допомогою яких визначаються середні помилки вибірки, розглянемо, від чого залежить величина цих помилок. Очевидно, що чим більше одиниць відбирається з генеральної сукупності, тим ближче вибіркові показники (середня і частка) наближаються до генеральних. А якщо чисельність вибірки (n) досягне чисельності генеральної сукупності (N), тобто коли вибіркове спостереження перетвориться на суцільне, то взагалі ніяких розбіжностей між вибірковими і генеральними показниками не буде, а помилка вибірки буде дорівнювати нулю. Отже величини помилок вибірки (репрезентативності) в основному залежать:

1) від обсягу (чисельності) вибірки – обернено пропорційна чисельності вибірки;

2) від рівня коливань (варіювання) значень ознаки в генеральній сукупності – прямо пропорційна коливанню значень ознаки в генеральній сукупності;

3) від способу відбору одиниць з генеральної сукупності.

Рівень коливань значень ознаки в сукупності визначається, як відомо, показниками варіації. Основними з них є дисперсія (σ^2) і СКВ (σ).

З групи теорем закону великих чисел випливає, що **при власно-випадковому відборі, організованому за схемою повторної вибірки**, між помилкою вибірки (μ), дисперсією (σ^2) і чисельністю вибірки (n) існує така залежність:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (8.6)$$

Тобто середня помилка вибірки є СКВ вибіркової середньої від генеральної. Вона дорівнює кореню квадратному з відношення дисперсії ознаки в генеральній сукупності до числа одиниць вибіркової сукупності.

Але оскільки практично дисперсія ознаки в генеральній сукупності невідома, то в приведеній формулі використовують дисперсію або СКВ вибіркової сукупності. Це обґрунтовано тим, що при дотриманні принципу випадковості відбору одиниць з генеральної сукупності дисперсія достатньої за обсягом вибірки відображає дисперсію в генеральній сукупності. При цьому вона менше генеральної на величину $n/(n-1)$ ($\sigma^2 = \sigma_r^2 \cdot n/(n-1)$) (якщо n достатньо велике, то це відношення близьке до одиниці).

У разі малої вибірки, тобто коли чисельність її менше 30 одиниць, в знаменнику формули замість (n) береться ($n-1$), тобто:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}. \quad (8.7)$$

Якщо вибіркоче спостереження застосовується *для визначення частки* якої-небудь ознаки в сукупності, то середня помилка вибіркової частки обчислюється за формулою:

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \quad (8.8)$$

де w – частка одиниць, що мають дану ознаку у вибірці;
 $(1-w)$ – частка одиниць, які не володіють даною ознакою;
 $w(1-w)$ – дисперсія частки ознаки у вибірковій сукупності;
 n – кількість одиниць вибірки.

При власне-випадковому відборі, організованому за схемою безповторної вибірки, чисельність одиниць генеральної сукупності в процесі відбору скорочується. Тому при безповторному відборі в наведеній формулі вводиться додатковий множник $1 - n/N$ – частка невідібраних (що залишилися після відбору) одиниць генеральної сукупності. Тоді середня помилка вибіркового середнього при безповторному відборі дорівнює:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (8.9)$$

а середня помилка частки при безповторному відборі:

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (8.10)$$

Оскільки n завжди менше N , то множник $(1 - n/N)$ завжди менше одиниці. Тому величина середньої помилки вибірки при неповторному відборі менше, ніж при повторному, оскільки підкореневе значення формули множитися на число, менше одиниці. При порівняно невеликій частці відібраних одиниць даний множник буде близький до одиниці і ним можна нехтувати. На практиці часто при визначенні середньої помилки вибірки використовують формули без цього множника, хоча вибірка і організована як неповторна. Величина помилки вибірки при цьому дещо збільшується.

Наведені формули дають можливість визначити величину середнього відхилення вибіркового середнього від генерального, або вибіркової частки ознаки від генеральної частки. Разом з тим при вирішенні практичних задач однієї тільки середньої помилки вибірки недостатньо. Це пов'язано з тим, що при визначенні помилки конкретної вибірки фактична помилка може бути більше або менше середньої (μ). Тому на практиці користуються звичайно не середньою, а **граничною помилкою вибірки**, тобто межами, за які не вийде фактична помилка вибірки. Вона дозволяє встановити, в яких межах знаходиться величина генеральної середньої.

Гранична помилка вибірки (Δ), крім усього іншого, залежить ще і від того, з якою ймовірністю вона гарантується.

На величину ймовірностей указує коефіцієнт довіри (t), який визначається на основі теорем П.Л. Чебишева і А.М. Ляпунова та інтеграла Лапласа:

$$P\left\{|\bar{x} - \bar{X}| \leq \Delta_x\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = F(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{t}{2}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (8.11)$$

Ці теореми визначають ймовірність того, що гранична помилка вибірки (Δ) не перевищить t -кратну

(узятую t разів) середню помилку вибірки (μ). Таким чином, t свідчить про ймовірність розбіжності $|\bar{x} - \bar{X}|$, тобто про ймовірність того, на яку величину генеральна середня відрізнятиметься від вибіркової середньої.

Так, з ймовірністю $p=0,683$ можна гарантувати, що різниця між вибірковою і генеральною середньою не перевищить величини однократної середньої помилки вибірки. З ймовірністю $p=0,954$ можна гарантувати, що розмір граничної помилки не перевищить двократної середньої помилки (при $t=2$). З ймовірністю $p=0,997$ – не перевищить 3-кратної середньої помилки (при $t=3$).

Таким чином, величину граничної помилки вибірки обчислюють з деякою ймовірністю (p), якій відповідає t -кратне значення (μ).

Величина ймовірностей для різних значень коефіцієнта (t) приводиться в спеціально розрахованих таблицях, які наводяться в курсі математичної статистики. Рекомендується запам'ятати такі значення відповідних один одному t і p .

Табл. 8.1. Табличні значення коефіцієнта довіри (t) та ймовірності (p)

t	p
1,00	0,683
1,30	0,806
1,50	0,866
1,80	0,928
2,00	0,954
2,30	0,978
2,50	0,987
2,80	0,995
3,00	0,997
3,30	0,999

Гранична помилка вибірки залежить від трьох чинників:

- обсягу вибірки n ;
- рівня коливання значень ознаки σ^2 ;
- необхідної гарантованої ймовірностей коефіцієнта довіри t .

Із введенням коефіцієнта кратності помилки формула граничної помилки має вигляд:

$$\Delta = t\mu. \quad (8.12)$$

Підставивши в цю формулу замість (μ) її аналітичний вираз, одержимо загальні формули граничної помилки.

1. При повторному власне-випадковому відборі:
 - для середньої величини ознаки:

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}; \quad (8.13)$$

- для частки:

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}. \quad (8.14)$$

2. При безповторному власне-випадковому і механічному:

- для середньої:

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}; \quad (8.15)$$

- для частки:

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (8.16)$$

3. При типовому відборі дисперсією ознаки є середня з внутрішньогрупових дисперсій:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i}, \quad (8.17)$$

де σ_i^2 – вибіркова дисперсія в i -й типовій групі, вона визначається за формулою:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}{n_i}; \quad (8.18)$$

де n_i – число одиниць в i -й типовій групі.

Для частки середня з внутрішньогрупових дисперсій визначається:

$$\overline{\omega(1-\omega)} = \frac{\sum \omega_i(1-\omega_i)n_i}{\sum n_i}. \quad (8.19)$$

Тоді гранична помилка вибіркової середньої при типовому повторному відборі буде дорівнювати:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n}}, \quad (8.20)$$

частки:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\overline{\omega(1-\omega)}}{n}}. \quad (8.21)$$

4. При типовому безповторному відборі:

- для середньої:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}; \quad (8.22)$$

- для частки:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\overline{\omega(1-\omega)}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (8.23)$$

Гранична помилка вибірки при типовому відборі завжди менше помилки при власно-випадковому відборі, оскільки групова дисперсія менше загальної дисперсії.

5. При серійному (гніздовому) відборі кожна з відібраних серій розглядається як одиниця сукупності. Мірою коливання є міжсерійна вибіркова дисперсія (δ^2), тобто середній квадрат відхилень серійних вибірових середніх від загальної вибіркової середньої

$$\delta^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \tilde{x})^2}{s}, \quad (8.24)$$

де \tilde{x}_i – середня з кожної серії;

\tilde{x} – загальна вибіркова середня;

s – число відібраних серій.

Гранична помилка середньої:

- при серійному повторному відборі:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\delta^2}{s}}; \quad (8.25)$$

- помилка частки:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{s}}. \quad (8.26)$$

6 При серійному безповторному відборі:

- для середньої:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}; \quad (8.27)$$

- для частки:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}, \quad (8.28)$$

де δ^2 – міжсерійна дисперсія;

s – число відібраних серій (у вибірковій сукупності);

S – число серій в генеральній сукупності.

8.4 Визначення необхідного обсягу вибірки та поширення результатів вибірки на генеральну сукупність

Перш ніж розпочати проведення вибіркового спостереження, необхідно встановити потрібну чисельність вибірки. Від цього залежать результати і точність вибіркового спостереження. Крім того, зайва вибірка призводить до зайвих витрат праці і засобів, а недостатня дає результати з великою помилкою репрезентативності.

Чисельність вибірки залежить від таких чинників:

1) від показників варіації досліджуваної ознаки – чим більше показник варіації, тим більшу кількість одиниць необхідно відібрати з генеральної сукупності;

2) від розміру граничної помилки вибірки;

Існує правило, згідно з яким, для того, щоб *зменшити* помилку вибірки в 3 рази, чисельність вибірки треба збільшити в 9 разів;

3) від розміру ймовірності, з якою необхідно гарантувати результати вибірки, що, у свою чергу, пов'язане з показником кратності помилки (t). Тобто чим більший показник кратності помилки, тим більшою повинна бути чисельність вибірки;

4) від способу відбору одиниць сукупності.

Для того щоб визначити необхідну чисельність вибірки, треба знати вибіркочну дисперсію. Вона звичайно не відома перед початком дослідження. Тому, знаючи приблизну величину середньої, дисперсію знаходять із співвідношення $\sigma \approx \frac{1}{3} \bar{x}$.

Якщо відомі X_{\max} і X_{\min} , то можна визначити СКВ за формулою $\sigma = \frac{1}{6}(X_{\max} - X_{\min})$ – якщо розподіл нормальний, симетричний. Якщо ж розподіл асиметричний, то $\sigma \approx \frac{1}{5}(X_{\max} - X_{\min})$.

Для відносної величини (частки) беруть $\sigma^2 = 0,25$, тобто виходять з того, що $\omega = 0,5$. Тоді $\omega(1 - \omega) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$.

Необхідна чисельність вибірки (n) визначається на основі формул граничної помилки. Так, при власно-випадковому і механічному повторному відборі необхідна чисельність вибірки визначається з формули (8.13), піднісши обидві частини рівняння до квадрата, одержимо:

$$\Delta^2 = \frac{t^2 \sigma^2}{n},$$

звідки $\Delta^2 n = t^2 \sigma^2$, тобто

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}. \quad (8.29)$$

Необхідна чисельність вибірки при обчисленні частки визначається аналогічно:

$$n = \frac{t^2 \omega(1 - \omega)}{\Delta^2}. \quad (8.30)$$

При безповторному відборі чисельність вибірки дорівнює:

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

$$\Delta^2 = \frac{t^2 \sigma^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N},$$

звідки

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}; \quad (8.31)$$

При обчисленні частки:

$$n = \frac{t^2 N \omega \omega(1 - \omega)}{\Delta^2 N + t^2 \omega(1 - \omega)}. \quad (8.32)$$

Табл. 8.2. Граничні помилки вибірки

Види вибірок	Спосіб Відбору	Повторний		Безповторний	
		для середньої	для частки	для середньої	для частки

Власне випадковий і механічний	$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$
Типовий	$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$
Серійний	$\Delta = t\sqrt{\frac{\delta^2}{s}}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{s}}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\delta^2}{s}\left(1-\frac{s}{S}\right)}$	$\Delta = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{s}\left(1-\frac{s}{S}\right)}$

Метою вибіркового спостереження є, як наголошувалося раніше, характеристика генеральної сукупності на основі результатів вибіркового спостереження.

Існує два способи розповсюдження даних вибіркового спостереження на генеральну сукупність:

- спосіб прямого перерахунку (прямий перерахунок);
- спосіб поправкових коефіцієнтів.

Спосіб прямого перерахунку полягає в тому, що вибірка середня або частка множиться на число одиниць генеральної сукупності. При цьому:

$$\text{генеральна середня} - \bar{X} = \tilde{X} \pm \Delta_x;$$

$$\text{генеральна частка} - P = \omega \pm \Delta_\omega.$$

Наприклад, у результаті вибіркового спостереження 100 студентів економічного факультету з 1 000 встановлено, що середня кількість пропущених студентом за тиждень занять знаходиться в межах 3,95 – 4,87 години.

За допомогою способу прямого перерахунку можна визначити, що загальна кількість пропущених всіма студентами факультету занять знаходитиметься в межах 3 950 – 4 870 годин.

Спосіб поправкових коефіцієнтів застосовується рідко, в основному для уточнення даних суцільного спостереження. При цьому дані вибіркового спостереження зіставляються з даними суцільного спостереження, і встановлюється відсоток розбіжностей між ними (поправочний коефіцієнт). Наприклад, за даними суцільного обліку на 1.01.2014 р. в 20 населених пунктах району є 2 200 корів. В результаті контрольних

обходів серійною вибіркою в 4 населених пунктах виявилось 804 корови замість 800, зареєстровані за даними суцільного обліку.

Отже, відсоток розбіжностей склав

$$K = \frac{804}{800} = 1,005.$$

Тоді $2\ 200\ 1,005 = 2\ 211$ (корів).

Тобто в цілому по району кількість корів з урахуванням поправкового коефіцієнта склала 2 211 голів.

Питання для самоконтролю

1. Що розуміють під варіацією ознаки?
2. Які показники використовують для вимірювання варіації?
3. Як визначити амплітуду коливання ознаки?
4. Як розраховується середнє лінійне відхилення?
5. Що таке дисперсія і яке місце вона посідає у системі показників варіації?
6. Які математичні властивості притаманні дисперсії?
7. Які розрізняють види дисперсій?
8. Чим відрізняється внутрішньогрупова та міжгрупова дисперсії від загальної?
9. Як і в якій послідовності визначаються різні види дисперсій?
10. У чому полягає суть правила додавання дисперсій?
11. У чому полягає сутність дисперсії альтернативної ознаки?
12. Які показники варіації називають відносними і як вони оцінюються?
13. Які розподіли називають симетричними та асиметричними?
14. Якими показниками характеризують форми розподілу?
15. Що таке ексцес?

Тестові завдання для самоперевірки*

8.1. Мета вибіркового методу полягає у визначенні:

- а) середньої помилки вибірки;
- б) узагальнюючих показників всієї генеральної сукупності;
- в) узагальнюючих показників тієї частини генеральної сукупності, яка відібрана для дослідження.

При формуванні вибіркової сукупності дотримання принципу випадковості відбору є:

- г) не обов'язковим;
- д) обов'язковим;
- е) обов'язковим для великого обсягу генеральної сукупності.

8.2. Помилка вибірки – це:

- а) різниця між крайніми значеннями елементів вибіркової сукупності;
- б) різниця між відповідними характеристиками вибіркової і генеральної сукупності;
- в) помилка, що виникає в результаті заокруглень у вибірковій сукупності;
- г) різниця між крайніми значеннями елементів генеральної сукупності.

8.3. Систематична похибка репрезентативності виникає в результаті:

- а) порушення принципу випадковості відбору;
- б) несучільного характеру спостереження.

Систематичну похибку репрезентативності можна усунути:

- в) так;
- г) ні.

8.4. Завдання вибіркового спостереження полягає у тому, що обстежують вибіркoву частину сукупності для отримання узагальнюючих показників для:

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

- а) тієї частини сукупності, яку обстежували;
- б) генеральної сукупності.

Дотримання принципу випадковості відбору при формуванні вибіркової сукупності дозволяє усунути помилку репрезентативності:

- в) систематичну;
- г) випадкову.

8.5. Найважливішими умовами проведення вибіркового спостереження є:

- а) виділення максимального можливого часу на проведення вибіркового спостереження;
- б) дотримання об'єктивності відбору одиниць сукупності;
- в) достатня кількість відібраних одиниць сукупності;
- г) неперервність вибіркового спостереження.

8.6. Суть випадкового відбору полягає в тому, що одиниці із генеральної сукупності вибирають:

- а) абсолютно випадково;
- б) відповідно до обсягу сукупності;
- в) пропорційно до кількості типових груп;
- г) в залежності від показника варіації.

8.7. Відбір, за якого із генеральної сукупності вибирають кожну соту одиницю, називається:

- а) випадковий;
- б) механічний;
- в) серійний;
- г) комбінований.

8.8. При типовому відборі в однотипних групах проводиться:

- а) власне випадковий або механічний відбір;
- б) суцільне спостереження.

При серійному відборі у відібраних групах проводиться:

- а) власне випадковий або механічний відбір;
- б) суцільне спостереження.

8.9. Гранична помилка вибірки для частки при власне-випадковому неповторному і механічному відборі визначається за формулою:

$$\text{а) } \Delta_{\omega} = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{N}};$$

$$\text{б) } \Delta_{\omega} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} + \left(\frac{1-\omega}{N}\right)};$$

$$\text{в) } \Delta_{\omega} = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

$$\text{г) } \Delta_{\omega} = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{N}{n}\right)};$$

8.10. Вибіркова середня може відрізнятися від генеральної середньої на величину:

$$\text{а) } \Delta = t(\mu + 1);$$

$$\text{б) } \Delta = t \frac{\mu}{\sigma};$$

$$\text{в) } \Delta = \sqrt{\frac{\sigma}{n}};$$

$$\text{г) } \Delta = t\mu;$$

8.11. У вузі проводять вибірконе спостереження для визначення рівня відвідування занять студентами. У кожній п'ятій групі проводять суцільне спостереження. Спосіб відбору при цьому є:

а) простий;

б) механічний;

в) типовий;

г) серійний.

8.12. Щоб зменшити похибку механічної вибірки, можна:

- а) збільшити обсяг вибіркової сукупності;
- б) зменшити обсяг вибіркової сукупності;
- в) збільшити кількість серій;
- г) змінити крок відбору.

8.13. Середня помилка вибірки залежить від:

- а) дисперсії, кількості відібраних одиниць та способу їх відбору;
- б) показника ймовірності, кількості відібраних одиниць та обсягу генеральної сукупності;
- в) мети дослідження, дисперсії та коефіцієнта довіри;
- г) кількості відібраних одиниць, середньої арифметичної та способу відбору.

8.14. У результаті вибіркового дослідження встановлено, що середня помилка вибірки $\mu = 1,5$. Якщо коефіцієнт довіри $t = 2$, то гранична помилка становить:

- а) 3,5;
- б) 3,0;
- в) 0,5;
- г) -0,5.

8.15. При вибіркового обстеженні рівня освіти робітників підприємства виявлено, що 60% з них мають середню та середню спеціальну освіту. Гранична помилка вибірки при цьому дорівнює 4%. На основі цього можна стверджувати, що частка робітників із середньою та середньою спеціальною освітою з ймовірністю 0,954:

- а) рівна 64%;
- б) більше 64%;
- в) менше 56%;
- г) не менше 56% і не більше 64%.

Тема 9 | **Статистичне вивчення зв'язку між явищами**

- 9.1. Види зв'язків соціально-економічних явищ та завдання їх статистичного вивчення.
- 9.2. Основні методи виявлення наявності зв'язку.
- 9.3. Кореляційно-регресійний аналіз зв'язку, його суть, завдання та основні етапи.
- 9.4. Оцінка щільності та істотності кореляційного зв'язку.

9.1 Види зв'язків соціально-економічних явищ та завдання їх статистичного вивчення

Відомо, що всі явища і процеси, що відбуваються в природі і суспільстві, так чи інакше пов'язані між собою, залежать один від одного. Так, результати діяльності промисловості залежать від роботи інших галузей народного господарства: енергетики, сільського господарства, транспорту та ін. У свою чергу результати діяльності того самого сільського господарства значною мірою залежать від промисловості, що забезпечує його машинами, добривами, засобами захисту рослин і т.д.

Взаємозв'язок і взаємозалежність виявляються і в роботі будь-якого підприємства, організації або установи.

Без вивчення взаємозв'язків, їх характеру, сили і інших особливостей, неможливо управляти явищами і прогнозувати їх розвиток.

Тому однією з найважливіших задач аналізу статистичних даних є задача встановлення і пояснення взаємозв'язків, їх виміру і кількісного вираження.

Економісту в процесі своєї діяльності практично постійно доводиться мати справу з взаємозв'язаними

показниками. Так, наприклад, він повинен вивчати динаміку зарплати у зв'язку з динамікою продуктивності праці. Динаміку продуктивності праці у зв'язку з динамікою собівартості продукції, а динаміку собівартості залежно від обсягу продукції і т.д. Причому, основна задача економіста не в тому, щоб просто проілюструвати різні сфери діяльності підприємства (організації) за допомогою цифр. Він повинен за допомогою аналізу цифрових показників виявити «вузькі місця» в роботі підприємства, розкрити причини і умови, що роблять вплив на результати роботи.

Економічний аналіз залежності процесів і явищ дозволить намітити необхідні заходи для поліпшення тих або інших сторін діяльності підприємства. Лише в цьому випадку робота економіста не виглядатиме простою констатацією наявних фактів.

Вивчення явищ в їх взаємозв'язку означає, перш за все, вивчення причинно-наслідкової залежності між ними. Тому, що одне явище завжди є *причиною*, а інше – *наслідок*, тобто результат дії цієї причини.

Відповідно і ознаки, що характеризують явище причини, називаються **факторними ознаками** (незалежними), а ознаки, що характеризують явище наслідку – **результатними** (залежними).

Між причиною і наслідком часто існує взаємодія. Тобто наслідок може, у свою чергу, чинити вплив на причину. Наприклад, виробництво – необхідна передумова для споживання, а споживання – наслідок виробництва. Споживання ж, у свою чергу, чинить певний вплив на виробництво визначаючи його обсяг, асортимент і якість продукції.

За характером залежності між факторними і результатними ознаками зв'язки поділяються на:

– *функціональні* або суворо детерміновані (від латинського *determinatio* – обмеження, визначення), тобто строгі, повні;

– *стохастичні*, тобто вірогідні, нестрогі.

Функціональні – це зв'язки, при яких кожному значенню факторної ознаки (аргументу) відповідає одне або декілька певних значень результатної ознаки (функції).

Тобто, при функціональному зв'язку зміна значення результатної ознаки повністю залежить від зміни значення факторної ознаки.

Такі зв'язки спостерігаються переважно в точних науках: математиці, фізиці, хімії, астрономії, тобто вони властиві, в основному, фізичним і хімічним явищам. Наприклад, площа кола і довжина кола повністю залежать від зміни радіусу, швидкість падіння від висоти і т.д. Або, якщо $y = \sqrt{x}$, то значенню $x = 9$, відповідають два суворо визначених значення: $y_1 = 3$; $y_2 = -3$.

Стохастичні – це зв'язки, при яких кожному значенню факторної ознаки відповідає множина значень результатної ознаки, які варіюють і не мають строгої залежності від зміни величини факторної ознаки.

Інакше кажучи, зміна факторної ознаки призводить не до строго певної зміни результатної ознаки, а до зміни лише розподілу її значень.

Окремим випадком стохастичних зв'язків є **кореляційні** (статистичні). Це зв'язки, при яких кожному значенню факторної ознаки ^(x) відповідає середнє значення результатної ознаки.

Тобто кореляційний зв'язок виявляється у вигляді тенденції (загального напрямку) змін середніх значень результатної ознаки залежно від змін факторної ознаки.

Саме такого роду зв'язки переважають в соціально-економічних явищах і процесах. В них, як правило, немає строгої залежності між причиною і результатом. Це зв'язано з тим, що соціально-економічні явища є результатом одночасної дії множини причин і умов.

Тому при вивченні цих явищ необхідно виявляти основні з цих причин і абстрагуватись від малозначимих, другорядних. Наприклад, кількість деталей, ви-

роблених робітником на верстаті залежить від багатьох причин: кваліфікації робітника, наладки верстата і ступеню його зносу, дисциплінованості і самопочуття робочого, організації праці і т.д.

Кореляційні зв'язки є нестрогими, неповними, ймовірними і виявляються лише в середніх величинах за наявності наступних умов:

1. Якщо є дані по достатньо великій сукупності явищ. Вважається, що число спостережень повинне не менше ніж в 5 разів перевищувати число факторів, що вивчаються.

2. Якщо закономірність, що виявляється в даному явищі, надійно виражена в середній величині.

Саме слово «кореляція» ввів в статистику англійський біолог і статистик Френсіс Гальтон в кінці ХІХ століття. В перекладі з англійської воно означає «відповідність, співвідношення». Причому під цим розумілося не просто зв'язок – relation, а як би зв'язок – correlation, тобто зв'язок не в звичній функціональній формі. Ф.Гальтон і К.Пірсон вважаються основоположниками теорії кореляції.

У зв'язку з тим, що функціональні зв'язки в соціально-економічних явищах зустрічаються рідко, а переважають, як підкреслювалося вище, кореляційні, то саме їх вивченням і займається статистика.

Кореляційні зв'язки за напрямком бувають *прямими* і *зворотними*.

Прямим називається зв'язок, при якому зі збільшенням факторної ознаки збільшується і результатна.

Зворотним називається зв'язок, при якому зі збільшенням факторної ознаки – результатна зменшується.

За аналітичним вираженням кореляційні зв'язки поділяються на прямолінійні (*лінійні*) і *нелінійні* (криволінійні).

Лінійним називається зв'язок, який можна приблизно виразити рівнянням прямої лінії.

Нелінійним є зв'язок, який може бути виражений рівнянням якої-небудь кривої лінії (параболи, гіперболи, показникової, степеневі функції тощо.).

Кореляційні зв'язки можуть бути також різного ступеню тісноти. Якщо значенню факторної ознаки (x) відповідають близькі один одному (щільно розташовані біля свого середнього) значення результатної ознаки (y) – зв'язок є щільним. Якщо ж значення результатної ознаки при одному і тому ж значенні чинника варіюють (змінюються) значно – зв'язок менш щільний.

9.2. Основні методи виявлення наявності зв'язку

Для виявлення наявності зв'язку, його форми і напрямку в статистиці використовуються різні методи:

- метод зіставлення паралельних рядів;
- графічний;
- аналітичних угруповань;
- кореляційно-регресійного аналізу (КРА).

Розглянемо суть кожного з них.

Метод зіставлення паралельних рядів – заснований на зіставленні одержаних в результаті зведення статистичних показників у вигляді двох і більш паралельних рядів.

Таке зіставлення дозволяє встановити наявність зв'язку і його напрямок.

Наприклад:

X	1	2	3	4	5	6
Y_1	3	6	4	10	17	20
Y_2	20	17	10	4	6	3

де X – розряд робітника;

Y_1 – виробіток;

Y_2 – кількість часу, що витрачається на виробництво 1-ї деталі.

Зіставляючи показники, бачимо, що зі збільшенням факторної ознаки (X), значення результатної ознаки (Y_1) також зростають. Отже, має місце прямий зв'язок між двома цими показниками.

Графічний метод – дозволяє виявити наявність зв'язку двох ознак за допомогою побудови і аналізу *поля кореляції*.

Для цього в системі координат на осі абсцис відкладаються значення факторної ознаки, а на осі ординат – результатної. Одержимо деяке розсіювання множини точок – так зване кореляційне поле.

За тим, як розміщені точки в кореляційному полі, можна зробити висновок про наявність зв'язку, його напрямку і щільність.

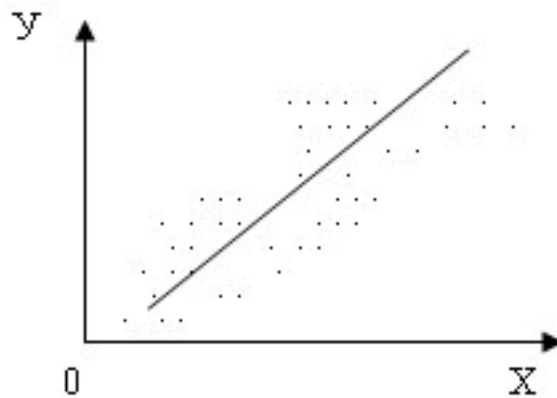


Рис. 9.1. Приклад прямого зв'язку

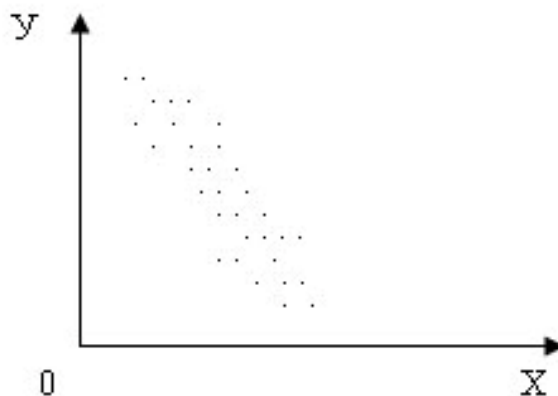


Рис. 9.2. Приклад зворотного зв'язку

Якщо точки розташовані знизу, направо вгору – *зв'язок прямий* (рис. 1). Якщо ж зверху від осі орди-

нат, направо вниз – **зв'язок зворотний** (рис. 2). Чим сильніше зв'язок між ознаками, тим щільніше розміщуються точки кореляційного поля навколо певної лінії, що виражає форму зв'язку (рис. 1).

Метод аналітичних групувань схематично можна подати таким чином:

1. Спочатку всі одиниці сукупності розбивають на певні групи за збільшенням факторної ознаки, тобто ознаки, покладеної в основу групування.

2. Потім в кожній групі розраховується середня величина результатної ознаки.

3. Якщо зі зростанням факторної ознаки, при переході від групи до групи, відбувається зростання або убутання результатної ознаки, можна зробити висновок про наявність зв'язку і його напрямом.

Пояснити висловлене можна на прикладі вивчення зв'язку між стажем роботи і погодинною зарплатою в колективі робітників однієї професії з 10 чоловік. (див. тему 3, табл. 3.7–3.8). Згрупувавши робітників за стажем роботи і розрахувавши середню годинну зарплату за кожною з груп, можна зробити висновок про наявність зв'язку між стажем і годинною зарплатою. Ми бачимо, що зі збільшенням стажу відповідно збільшується і середня годинна зарплата від групи до групи.

Указані методи виявлення зв'язків дають змогу встановити наявність зв'язку, його форму та напрям. Далі закономірно виникає питання, наскільки істотний цей зв'язок, наскільки він щільний? Виміряти щільність зв'язку, тобто встановити наскільки він сильний, дає змогу лише метод кореляційного аналізу. Саме цей метод і займає провідне місце у практиці аналітичної роботи.

9.3. Кореляційно-регресійний аналіз зв'язку, його суть, завдання та основні етапи

Кореляційний аналіз – метод математичної статистики, що вивчає кореляційні (статистичні) зв'язки. **Кореляція** – це співвідношення або відповідність.

Абстрактно-математичну його сторону більш глибоко і детально розглядають в курсі математичної статистики. Ми ж розглянемо вживання методів кореляційного аналізу у вивченні зв'язків соціально-економічних явищ.

В статистиці розрізняють такі **варіанти кореляційних зв'язків**.

1. *Парна кореляція*, тобто залежність між двома ознаками – результатною і факторною (або двома факторними).

2. *Множинна кореляція* – залежність між результатною та двома і більше факторними ознаками.

В теорії статистики найбільш розробленою є методологія парної кореляції, оволодіння якою дозволяє пізнати методіку вивчення інших варіантів кореляційних зв'язків.

Тому ми і зупинимось перш за все на розгляді **парної кореляційної залежності**.

Необхідно відзначити, що при вивченні кореляційних зв'язків статистика, разом з кореляційним, використовує і регресійний аналіз. Тому коректно було б сказати про вживання методів КРА у вивченні кореляційних зв'язків, але скорочено говорять просто – кореляційний аналіз. Ці два методи вирішують різні задачі, але в цілому слугують єдиній меті: вивченню взаємозв'язків соціально-економічних явищ, їх вимірюванню і кількісному вираженню.

Отже, за допомогою методів КРА вирішуються два **основних завдання**:

1) Виявлення форми зв'язку і параметрів рівняння зв'язку (це задача регресійного аналізу).

2) Визначення щільності зв'язку (задача кореляційного аналізу).

Перше завдання розв'язується за допомогою вказаних вище методів виявлення зв'язку і полягає у підборі математичної формули (рівняння зв'язку), яка виражає залежність між результатною і факторною ознаками.

Друга задача розв'язується методами кореляційного аналізу шляхом розрахунку показників, що характеризують щільність зв'язку між ознаками:

- лінійного коефіцієнта кореляції;
- кореляційного відношення;
- коефіцієнта детермінації;
- індекса кореляції.

Схематично КРА можна подати у вигляді таких основних етапів:

- 1) відбір найбільш суттєвих факторів для аналізу;
- 2) встановлення наявності зв'язку між ознаками, що вивчаються, за допомогою вказаних вище методів;
- 3) визначення характеру зв'язку, його напрямку і форми, тобто підбір математичного рівняння, що виражає залежність між x і y ;
- 4) визначення параметрів рівняння і показників щільності зв'язку;
- 5) статистична оцінка показників щільності зв'язку.

Найскладнішим і відповідальним етапом КРА є підбір рівняння, що характеризує сутність зв'язку. При парній кореляції рівняння зв'язку може бути встановлене за допомогою побудови кореляційного поля, складання кореляційних таблиць, перегляду різних функцій. Якщо обсяг досліджуваної сукупності не дуже великий, то доцільно побудувати кореляційне поле, загальний вид якого вкаже характер зв'язку, його напрям і форму. Тобто, по загальному розташуванню точок кореляційного поля можна установити форму залежності і виразити її відповідним рівнянням:

- **лінійна форма** рівнянням прямої лінії:

$$\bar{y}_x = a + bx;$$

– **нелінійна форма** рівняння різного роду кривих ліній:

- параболы 2-го порядку, або вищих порядків
 $\bar{y}_x = a + bx + cx^2$

- гіперболи $\bar{y}_x = a + \frac{b}{x}$

- показникової функції $\bar{y}_x = ab^x$ та ін.

В економічних явищах і процесах найбільш часто зустрічається лінійна форма зв'язку. Якщо ж використовуються рівняння нелінійного виду, то застосовують прийом «лінеаризації» функцій, тобто приведення їх до лінійного вигляду. Це пояснюється тим, що параметри лінійного рівняння легше економічно інтерпретувати.

Якщо аналіз розміщення точок кореляційного поля показав лінійну форму зв'язку, то шукане рівняння матиме вигляд

$$\bar{y}_x = a + bx,$$

де \bar{y}_x – залежна змінна (результат) (y вирівняний по x);

x – незалежна змінна (фактор);

a, b – параметри прямої лінії:

a – початок відліку або значення при $x = 0$ (не має економічного сенсу);

b – коефіцієнт регресії, який показує середню зміну y при кожній зміні x на одну одиницю.

Коефіцієнт регресії (b) завжди число іменоване.

Якщо: $b > 0$, то зв'язок прямий;

$b < 0$, зв'язок обернений;

$b = 0$, зв'язок відсутній.

Підібране рівняння називається рівнянням регресії або **кореляційним рівнянням**. Його основне завдання – встановлення кількісного взаємозв'язку між ознаками. Невідомі параметри рівняння a і b визначають **методом найменших квадратів** з системи нормальних рівнянь. Суть його в тому, що на полі кореляції визначається така теоретична лінія регресії, яка у порівнянні з іншими гіпотетичними лініями, найбільш близько розташована до усіх точок поля (що зображає фактичні дані). Тобто ця лінія дає найменшу суму квадратів відхилень фактичних значень результатної ознаки від вирівняних (теоретичних) значень

$$\sum (y_i - \bar{y}_{x_i})^2 = \min.$$

Якщо аналіз поля кореляції чи аналітичного групування свідчить про те, що між ознаками, які вивчаються існує лінійний зв'язок, який можна виразити рівнянням прямої лінії, то нам потрібно визначити параметри цього рівняння і вирівняні (теоретичні) значення результатної ознаки y шляхом підстановки в дане рівняння фактичних значень ознаки x (із умови задачі). При цьому сума значень результатної ознаки фактичної та вирівняної повинна бути онаковою.

Параметри a і b визначаються шляхом розв'язання системи нормальних рівнянь, яка для парного лінійного зв'язку має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} na + b\sum x = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum xy \end{array} \right\},$$

де n – кількість елементів факторної ознаки x .

Також параметри a і b шуканої прямої можна визначити і за такими формулами:

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

9.4. Оцінка щільності та істотності кореляційного зв'язку

Наступним етапом є визначення щільності зв'язку за допомогою відповідних показників щільності зв'язку.

Оцінка щільності зв'язку між ознаками передбачає визначення міри відповідності варіації результатної ознаки і факторної (або декількох факторних при множинній кореляції).

У разі лінійної залежності щільність зв'язку можна виміряти за допомогою **лінійного коефіцієнта кореляції**, або його ще називають коефіцієнт Пірсона

$$r = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y},$$

де b – коефіцієнт регресії;

σ_x – середнє квадратичне відхилення факторної ознаки ;

σ_y – середнє квадратичне відхилення результатної ознаки;

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}; \quad \sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}.$$

Лінійний коефіцієнт кореляції можна визначити і за іншою формулою

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad \text{або} \quad r = \frac{\sum (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Лінійний коефіцієнт кореляції може приймати значення від 0 до ± 1 (знак (+) при прямій залежності, (-) при зворотній).

На практиці керуються такими критеріями оцінки щільності зв'язку:

при $r < 0,3$ – зв'язок слабкий;

$r = 0,3 \div 0,7$ – середній;

$r > 0,7$ – сильний;

$r = 0$ – зв'язок відсутній;

$r = 1$ – зв'язок функціональний.

Наприклад, якщо $r = 0,75$, то можна сказати, що на 75% варіація y пов'язана з варіацією x і на 25% з іншими факторами, тому зв'язок сильний.

Для всіх інших форм зв'язку, в тому числі і лінійної, щільність може бути визначена за допомогою універсального показника зв'язку – **кореляційного відношення**:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}},$$

де $\delta^2 = \frac{\sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2 f_i}{\sum f_i}$ – міжгрупова дисперсія (характеризує варіацію результативної ознаки за рахунок факторної або групувальної ознаки);

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2 f_i}{\sum f_i} = \bar{y}^2 - (\bar{y})^2 - \text{загальна дисперсія}$$

(характеризує варіацію результатної ознаки під впливом усіх факторів і причин у тому числі і випадкових).

При $\delta^2 = \sigma^2$ $\eta = 1$ і варіація y повністю залежить від варіації x .

Якщо $\delta^2 = 0$, значить варіація x ніяк не впливає на варіацію y і в цьому випадку $\eta = 0$. Тобто, чим ближче

η до 1, тим щільніший зв'язок, а чим ближче до нуля, тим слабший.

Відношення міжгрупової дисперсії до загальної розглядається як міра щільності кореляційного зв'язку і називається *коефіцієнтом детермінації*.

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$$

Індекс кореляції визначають зіставленням внутрішньогрупової і загальної дисперсії, і обчислюють за формулою:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma^2}}$$

Величина R збігається з показником η . Чим ближче R до 1, тим щільніший зв'язок між ознаками.

Для оцінки надійності зв'язку використовують різні критерії, найбільш поширеним з яких є F -критерій Фішера:

$$F = \frac{\delta^2 k_2}{\bar{\sigma}^2 k_1}$$

де δ^2 – міжгрупова дисперсія;

$\bar{\sigma}^2$ – залишкова дисперсія;

k_1, k_2 – ступені вільності для великої і малої дисперсій;

$$k_1 = m - 1$$

$$k_2 = n - m,$$

де m – кількість груп, на які розбита сукупність;

n – число одиниць сукупності.

Фішер знайшов розподіл відношень дисперсій і зробив відповідні математичні таблиці, в яких наводиться F -критерій теоретичний F_m при двох ймовірностях 0,95 і 0,99. Якщо $F_\phi > F_m$, то з прийнятим ступенем ймовірності можна стверджувати про наявність впливу фактора, який вивчається. Коли ж $F_\phi < F_m$, то різниця між дисперсіями зумовлена впливом випадкових факторів.

Для встановлення достовірності зв'язку розраховують t -критерій, або критерій Стьюдента. Вважається, що кореляційний зв'язок є достовірним лише при достатньому числі спостережень (не менше 20–30). Перевірка надійності здійснюється за формулою:

$$t = \frac{\eta}{\mu},$$

де η – кореляційне відношення;

μ – середня похибка кореляційного відношення:

$$\mu = \frac{1 - \eta^2}{\sqrt{n}}$$

де n – число спостережень.

Зв'язок вважається істотним та надійним, якщо коефіцієнт Стьюдента $t \geq 3$. Якщо $t < 3$, зв'язок не можна вважати достовірним і висновки про вірогідність зв'язку між досліджуваними явищами сумнівні.

З формули середньої квадратичної помилки бачимо, що ця помилка знаходиться в зворотній залежності від числа спостережень.

Питання для самоконтролю

1. Які види зв'язків між явищами ви знаєте? Дайте визначення і коротку характеристику.
2. В чому сутність кореляційного зв'язку?
3. Які бувають зв'язку за напрямком? Як вони виражаються?
4. Які методи застосовуються в статистики для встановлення зв'язку між явищами, у чому їх суть? Навести приклад.
5. Назвіть основні задачі кореляційного аналізу і варіанти кореляційного зв'язку.
6. Що розуміють під рівнянням зв'язку і як визначаються його параметри?
7. Що таке щільність зв'язку і як вона визначається для різних форм зв'язку?

Тестові завдання для самоперевірки*

9.1. Кореляція – це

- а) зміна значень ознаки у одиниць сукупності в один і той же момент або період часу;
- б) залежність факторної ознаки від множини значень результатної;
- в) основна тенденція зміни явища;
- г) співвідношення або відповідність між явищами.

9.2. Якщо при зростанні факторної ознаки результатна зменшується, то такий зв'язок називається

- а) криволінійним;
- б) оберненим;
- в) прямим;
- г) прямолінійним.

9.3. Який можна зробити висновок про характер кореляційного зв'язку, якщо величина коефіцієнта кореляції становить $-0,816$?

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

- а) зв'язок прямий;
- б) зв'язок обернений;
- в) зв'язок криволінійний;
- г) зв'язок прямолінійний.

9.4. Кореляційне відношення використовується для визначення:

- а) щільності зв'язку;
- б) напрямку зв'язку.

Кореляційне відношення змінюється в межах:

- а) $0 \leq \eta \leq 1$;
- б) $-1 \leq \eta \leq +1$.

9.5. За статистичною природою зв'язки поділяють на:

- а) функціональні і кореляційні;
- б) прямі та обернені;
- в) прямолінійні та криволінійні;
- г) однофакторні та багатфакторні.

9.6. За напрямком дії (спрямованістю) розрізняють зв'язки:

- а) функціональні і кореляційні;
- б) прямі та обернені;
- в) прямолінійні та криволінійні;
- г) однофакторні та багатфакторні.

9.7. За формою аналітичного вираження виділяють зв'язки:

- а) функціональні і кореляційні;
- б) прямі та обернені;
- в) прямолінійні та криволінійні;
- г) однофакторні та багатфакторні.

9.8. За кількістю ознак-факторів розрізняють зв'язки:

- а) функціональні і кореляційні;
- б) прямі та обернені;
- в) прямолінійні та криволінійні;
- г) однофакторні та багатфакторні.

9.9. Який можна зробити висновок про характер кореляційного зв'язку, якщо величина одержаного лінійного коефіцієнта кореляції становить $+0,735$?

- а) зв'язок прямий;
- б) зв'язок обернений.

За критерієм сили (щільності) зв'язку вказане значення свідчить про наявність:

- в) функціонального зв'язку;
- г) сильного зв'язку;

9.10. Якщо кореляційне відношення дорівнює 1, то:

- а) міжгрупова дисперсія дорівнює загальній;
- б) міжгрупова дисперсія дорівнює 0;
- в) зв'язок функціональний;
- г) зв'язок відсутній.

9.11. Для вивчення залежності між рівнем освіти і продуктивністю праці робітники були згруповані за рівнем освіти у чотири групи. При кореляційному відношенні $0,12$ зв'язок між рівнем освіти і продуктивністю праці:

- а) сильний;
- б) слабкий;
- в) середній;
- г) функціональний;

9.12. Лінійний коефіцієнт кореляції характеризує:

- а) форму зв'язку;
- б) істотність зв'язку;
- в) напрям та щільність зв'язку;
- г) вірогідність зв'язку між ознаками.

9.13. До задач регресійного аналізу відноситься:

- а) визначення форми зв'язку;
- в) вимір щільності зв'язку.

До задач кореляційного аналізу відноситься:

- б) визначення параметрів рівняння зв'язку;
- в) вимір щільності зв'язку.

Розділ 3

РЯДИ ДИНАМІКИ ТА ІНДЕКСНИЙ МЕТОД У СТАТИСТИКО-ЕКОНОМІЧНОМУ АНАЛІЗІ

Тема 10 | **Статистичне вивчення динаміки соціально-економічних явищ**

- 10.1. Ряди динаміки як інформаційна база аналізу змін соціально-економічних явищ у часі.
- 10.2. Складові елементи динамічного ряду, їх види, особливості та основні завдання.
- 10.3. Показники інтенсивності динаміки соціально-економічних явищ.
- 10.4. Середні абсолютні та відносні показники динаміки.

10.1. Ряди динаміки як інформаційна база аналізу змін соціально-економічних явищ у часі

Всі явища в суспільстві і природі безперервно змінюються в часі і в просторі. Змінюється чисельність населення і національний дохід, рівень оплати праці і температура повітря, врожайність зернових і стан навколишнього середовища і т.д. Тому однією з важливих задач статистики є вивчення соціально-економічних явищ в часі, тобто в розвитку, в динаміці. Вирішується ця задача за допомогою складання і аналізу рядів динаміки. Їх називають ще динамічними, тимчасовими або хронологічними рядами.

Рядами динаміки (РД) називаються – статистичні дані, що характеризують зміну явищ в часі. Інакше кажучи, *РД* – це перелік числових значень якого-

небудь статистичного показника в послідовні моменти або періоди часу.

10.2. Складові елементи динамічного ряду, їх види, особливості та основні завдання

РД складається з 2 елементів, поданих у вигляді 2 стовпчиків або рядків:

- 1) показників часу;
- 2) статистичних показників (рівнів ряду), відповідних показникам часу.

При графічному зображенні РД на осі абсцис – час, на осі ординат – рівні. Обидва елементи – час і рівень ряду називаються членами РД.

Залежно від специфіки явища, що вивчається, показники часу можуть бути виражені або у вигляді конкретних дат (моментів часу), або у вигляді періодів часу (інтервалів).

Відповідно до цього ряди динаміки підрозділяються на *моментні* та *інтервальні*.

Моментним називається ряд, що характеризує стан (розмір) явища на певні моменти часу (дати). Тобто, якщо показники часу в динамічному ряді виражені конкретними датами, він є моментним.

Наприклад, динаміка чисельності населення міста станом на 1 січня кожного року характеризується наступним моментним РД.

Табл. 10.1. Чисельність населення міста станом на 1 січня

Дата	Чисельність населення тис. чол.
1.01.05	270
1.01.06	275
...	..
1.01.2013	302

Моментний ряд має одну особливість, яка полягає в тому, що в кожний з його наступних рівнів можуть входити попередні рівні. Це виключає можливість під-

сумовування рівнів моментного ряду, щоб уникнути повторного рахунку.

Насправді: в чисельність населення на 1.01.05 року, як видно з наведеного вище прикладу, входить чисельність населення 2004 р. і т.д. Виходячи з цієї особливості моментних рядів, їх використовують при вивченні стану явища (чисельності населення, стану кадрів на підприємствах і в установах, товарних запасів, устаткування і т.п.) на певні моменти часу.

Інтервальним (періодичним) називається ряд, що характеризує стан (розмір) явища за певні інтервали часу (періоди) – доба, місяці, роки. Наприклад, випуск продукції підприємства протягом року по кожному місяцю, відображає наступний інтервальний РД (див. табл. 10.2).

Табл. 10.2. Випуск продукції підприємством за місяцями

Місяць	Випуск продукції, млн грн	За весь час з початку року
Січень	3	3
Лютий	4	7
Березень	3	10
.....
Грудень	4	37
Разом	37	

Відмінною особливістю інтервального ряду є те, що його рівні можна підсумовувати і дробити. Так, знаючи обсяг продукції, що випускається, за місяцями, можна шляхом підсумовування рівнів одержати її випуск по кварталах і за рік. Або, розділивши місячний обсяг продукції на число робочих днів в місяці, одержати середньодобовий.

Можна також шляхом послідовного підсумовування рівнів одержати РД з наростаючими підсумками (аналог накопичених частот), що мають реальний економічний сенс. Це дасть уявлення про результати (підсумки) розвитку явища або процесу, що вивчається, з початку періоду (місяця, кварталу, року).

Використовуючи властивість підсумовування рівнів, можна в процесі аналізу перетворити даний інтервальний ряд в ряд більш укрупнених періодів часу, що має важливе значення в аналізі. Таким чином, можна сказати, що кожен рівень інтервального РД складається з рівнів за більш короткі інтервали часу, будучи свого роду підсумком.

За формою представлення (тобто залежно від того, в яких величинах представлені рівні) РД може бути: *рядом абсолютних, відносних і середніх величин.*

За повнотою часу, відображеного в РД, вони можуть бути: *повними і неповними.*

Повним вважається ряд, в якому показники часу слідуєть один за іншим в календарному порядку безперервно. Тобто це ряд, в якому відстані між показниками часу однакові (рівні). Такі ряди називають ще рядами з рівновіддаленими рівнями. Так, наведені вище як приклад РД є повними.

Неповним називається РД, в якому показники часу слідуєть один за одним не в строго календарному порядку, тобто відстані між показниками часу неоднакові. Такі ряди називають також рядами з нерівновіддаленими рівнями. Наприклад, роздрібний товарообіг державної і кооперативної торгівлі в місті, в порівняльних цінах, характеризується наступним РД:

Табл. 10.3. Обсяг роздрібного товарообігу

Рік	Обсяг товарообігу, тис. грн
1990	1943,9
1995	2060,7
2005	2121,3
2010	2232,5

Ряди динаміки можуть бути також *одновимірними і багатовимірними.*

Одновимірний – це ряд, рівні якого складаються з одновимірних величин, тобто характеризують зміну тільки одного показника. Наприклад, виробництво цукру, чисельність населення, обсяг товарообігу.

Багатовимірний – це ряд, рівні якого складаються з багатовимірних величин, тобто характеризують зміну двох і більше показників.

Багатовимірні ряди поділяються на:

- ряди паралельних показників (паралельні ряди);
- ряди взаємопов'язаних показників.

Ряди паралельних показників характеризують динаміку:

- або одного і того ж показника щодо різних об'єктів (продуктивність праці на різних підприємствах);
- або різних показників щодо одного і того ж об'єкту (виробництво цукру, зерна, молока, нафти в регіоні).

Ряди взаємопов'язаних показників – як правило, складаються з показників, пов'язаних між собою якою-небудь залежністю, частіше всього кореляційною. Наприклад, РД, що характеризує врожайність, посівну площу і валовий збір зернових.

У практиці аналізу динаміки соціально-економічних явищ багатовимірні ряди використовуються частіше одновимірних. Це пояснюється тим, що багатовимірні ряди дозволяють:

- зробити порівняльний аналіз зміни в часі 2 і більш явищ;
- виявити і проаналізувати причини змін, що відбуваються;
- оцінити взаємозв'язок і вплив показників, що вивчаються.

Правила побудови РД.

Однією з необхідних умов наукового аналізу РД є виконання розроблених теорією статистики правил їх побудови.

1. Рівні ряду повинні бути зіставними, тобто:

- виражені в однакових одиницях вимірювання;
- підраховані за єдиною методологією;
- включати однакове коло об'єктів;
- відноситися до однієї території і т.д.

2. Рівні ряду повинні бути безперервні і послідовні в часі, тобто:

– мати дані за всі дані моменти або періоди часу;

3. Рівні ряду повинні мати єдиний економічний сенс.

Найважливішим з цих правил є зіставність всіх включених в ряд рівнів. Це пояснюється тим, що РД часто охоплюють великі періоди часу, внаслідок чого може виникнути незіставність окремих рівнів.

Незіставність рівнів виникає з різних причин:

– в результаті зміни з часом одиниць вимірювання і розрахунку окремих показників або методики їх розрахунку й обліку. Наприклад, труби за один період могли бути порашовані в тоннах, а за іншою – в погонних метрах. Так само може бути і зі зміною грошової одиниці та масштабу цін, що спостерігається останнім часом – карбованці, купоно-карбованці (обчислювані мільйонами), гривні.

– в результаті зміни територіальних меж міст, районів, областей тощо.

Однією з умов зіставності рівнів РД є періодизація динаміки, тобто виділення однорідних періодів розвитку сукупності. Наприклад, в розвитку країни в післяреволюційний період можна виділити такі однорідні в певному відношенні періоди: громадянської війни, довоєнний, воєнний, післявоєнний, перебудова, післяперебудовний.

Умовою зіставності рівнів є також наявність однакових інтервалів часу, оскільки безглуздо порівнювати, наприклад, випуск продукції за місяць і за квартал або рік.

Щоб привести рівні РД в зіставний вигляд, на практиці використовують прийом, названий «змикання рядів динаміки». Суть його в тому, що два або декілька РД, рівні яких розраховані за різною методологією або різними територіальними межами, об'єднують в один ряд. Наприклад, є показники обсягу продукції підприємства за ряд років. При цьому методика розрахунку показників дещо змінилася в 1999 році (див. табл. 10.4).

Табл. 10.4. Змикання рядів динаміки

Рік	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Обсяг продукції: За старою методикою	19,1	19,7	20,0	21,2	–	–	–
За новою методикою	–	–	–	22,8	23,6	24,5	26,2
Зімкнутий ряд абсолютних величин	21,0	21,7	22,0	22,8	23,6	24,5	26,2
Зімкнутий ряд відносних величин	90,1	92,9	94,3	100,0	103,5	107,5	114,9

Аналіз динаміки обсягу продукції за 1996–2002 рр. неможливий, оскільки показники, розраховані за різними методиками, неспівставні. Застосований прийом «зімкнення рядів». Для цього показники 1996–1998 рр. перерахуємо за новою методикою. З цією метою зіставимо показники 1999 р. за новою і старою методикою, тобто $\frac{22,8}{21,2} = 1,1$. Помноживши одержаний

коефіцієнт на показники 1996–1998 рр., приведемо їх в зіставний вигляд з наступними рівнями ряду. В результаті одержимо «зімкнутий» (зіставний) РД.

Можна провести зімкнення РД й іншим способом. Він полягає в тому, що рівні року, в якому відбулися зміни (у нас це рівні 1999 р.) як до змін, так і після них приймаються за 100 %. Тоді решта рівнів перераховується у відсотках по відношенню до цих рівнів. Тобто в старих цінах – по відношенню до 21,2, а в нових – до 22,8. В результаті теж одержимо зімкнутий РД у відносних величинах, які співставні.

Якщо проблема зіставності рівнів виникає при аналізі динаміки економічних показників окремих адміністративних районів або країн, то в цих випадках ряди динаміки приводяться «до однієї основи». Тобто до одного і того ж періоду або моменту часу, рівень якого приймається за базу порівняння. Тоді вся решта рівнів виражається у вигляді відсотків або коефіцієнтів по відношенню до базового. Наприклад, є дані про виробництво цукру в 2 країнах: табл. 10.5.

Табл. 10.5. Дані про виробництво цукру

Рік	2008	2009	2010	2011	2012
Україна, млн.т	45,5	72,4	95,2	122,0	128,0
Росія, млн. т	56,1	65,1	66,5	65,0	67,0

Різні значення рівнів двох рядів динаміки утрудняють порівняльний аналіз темпів зростання виробництва цукру в 2 країнах. Тому приведемо абсолютні рівні рядів до загальної основи, прийнявши за базу порівняння рівні 1998 р., тоді (табл. 10.6):

Табл. 10.6. Приведені дані про виробництво цукру

Рік	1998	1999	2000	2001	2002
Україна	100,0	159,1	209,2	268,1	281,3
Росія	100,0	116,0	118,5	115,9	119,4

У відносних величинах нівелюється незіставність рівнів і характер розвитку явища виявляється більш виразно.

Приведені до однієї основи рівні показують, що виробництво цукру в Україні зростає безперервно і більш швидкими темпами ніж в Росії.

При побудові РД важливого значення набуває питання: за які періоди або на які моменти часу формувати рівні? Тут звичайно виходять зі специфіки та змісту явища або процесу, що вивчається:

- чим більш мінливе явище, тим меншу величину інтервалу або відстань між моментами треба брати;
- і навпаки, чим повільніше змінюється явище, тим ширше треба брати інтервал або відстань між моментами.

Тобто, якщо явище більш–менш стійке і розвивається стабільно, то немає необхідності часто фіксувати його зміни. Якщо ж воно змінюється інтенсивно, то, природно, треба частіше фіксувати його стан, щоб не упустити особливості його розвитку.

Основні завдання, вирішувані за допомогою аналізу РД:

1. Характеристика середнього рівня і середньої інтенсивності зміни явищ в часі.

2. Характеристика інтенсивності зміни окремих рівнів явищ, що вивчаються, в часі.

3. Характеристика основної тенденції розвитку явищ.

4. Характеристика сезонних коливань в явищах, пов'язаних зі зміною сезонів.

5. Інтерполяція, екстраполяція та прогнозування розвитку явищ.

Кожна з цих задач націлена на отримання різного роду узагальнюючих показників, які всесторонньо характеризують динаміку явищ.

Одним з таких показників, що часто використовуються в аналізі, є *середній рівень ряду*, який розраховується зі всіх рівнів РД і називається **хронологічною середньою** (динамічної). Від звичайної середньої вона відрізняється тим, що характеризує явища, що відносяться до різних періодів часу.

Звичайна середня, як відомо, характеризує явища, що відносяться до одного періоду часу. Так, середня зарплата працівників за місяць – *звичайна середня*, а середньомісячна зарплата одного працівника за даними про його місячні зарплати за рік – *хронологічна*. Способи розрахунку хронологічної середньої залежать від виду РД.

Для інтервальних рядів з однаковими інтервалами часу середній рівень ряду розраховується за формулою середньої арифметичною простою:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n},$$

де $\sum y_i$ – сума рівнів ряду;

n – число рівнів.

Якщо інтервали часу нерівні – застосовується середня арифметична зважена:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

де t – тривалість окремих проміжків часу (тобто число днів, місяців, років) в кожному з інтервалів.

Наприклад, чисельність працівників за січень була наступною:

З 1.01 по 06.01 – 100 чол.

7.01 по 20.01 – 110 чол.

21.01 по 30.01 – 120 чол.

Визначимо середньоспискову чисельність працівників за січень:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} = \frac{100 \cdot 6 + 110 \cdot 14 + 120 \cdot 10}{6 + 14 + 10} = \frac{3340}{30} \approx 111,3 \text{ чол.}$$

Для моментних рядів з рівновіддаленими рівнями середній рівень розраховується за формулою середньої хронологічної

$$\bar{y}_{xp} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n - 1},$$

де y_1 – початковий рівень ряду;

y_n – кінцевий рівень ряду;

n – число рівнів.

Такий розрахунок середньої пояснюється тією особливістю моментних рядів, про яку згадувалося вище. Наприклад, визначити середню місячну чисельність працівників за IV квартал за наступними даними:

Табл. 10.7. Чисельність працівників за IV квартал

Дата	Число працівників, чол.
1.10	20
1.11	30
1.12	40
1.01	20

Простим підсумовуванням рівнів за формулою середньої арифметичної визначити середній рівень не можна, тому що сума рівнів позбавлена реального економічного значення – (в кожний подальший рівень враховується попередній). Тому визначимо середню чисельність працівників за кожний місяць окремо як напівсуму чисельності на початок і кінець місяця:

$$\text{Жовтень } \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{20 + 30}{2} = 25 \text{ чол.}$$

$$\text{Листопад } \frac{y_2 + y_3}{2} = \frac{30 + 40}{2} = 35 \text{ чол.}$$

$$\text{Грудень } \frac{y_3 + y_4}{2} = \frac{40 + 20}{2} = 30 \text{ чол.}$$

Маючи середню чисельність на кожен місяць, можна визначити середньомісячну чисельність за квартал за формулою середньої арифметичної простої:

$$\bar{y} = \frac{25 + 35 + 30}{3} = 30 \text{ чол.}$$

Тобто,

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \frac{y_3 + y_4}{2}}{3} = \frac{\frac{y_1}{2} + \frac{2y_2}{2} + \frac{2y_3}{2} + \frac{y_4}{2}}{3} =$$

$$= \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \frac{y_4}{2}}{3} = \frac{\frac{20}{2} + 30 + 40 + \frac{20}{2}}{3} = 30 \text{ чол.}$$

Для моментних рядів з нерівновіддаленими рівнями, (в яких відстані між датами неоднакові) середній рівень визначається за формулою середньою арифметичною зваженою. При цьому:

– спочатку розраховуються прості середні для кожних двох суміжних рівнів ряду;

– потім з простих середніх розраховується зважена, причому як ваги беруться відрізки часу між 2-ма суміжними датами.

Наприклад, визначити середньорічну чисельність працівників за такими даними:

Табл. 10.8. Чисельність працівників за IV квартал

Дата	1.01	1.03	1.09	1.01
Число працівників	20	30	40	20

Визначимо середні для суміжних рівнів:

$$\bar{y}_1 = \frac{20 + 30}{2} = 25 \text{ чол.}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{30 + 40}{2} = 35 \text{ чол.}$$

$$\bar{y}_3 = \frac{40 + 20}{2} = 30 \text{ чол.}$$

Розрахуємо середню зважену, зваживши одержані суміжні середні на відрізки часу між датами (2; 6 і 4 місяця).

$$\bar{y} = \frac{25 \cdot 2 + 35 \cdot 6 + 30 \cdot 4}{2 + 6 + 4} = \frac{380}{12} = 31,7 \text{ чол.}$$

Таким чином, середньорічна (середньомісячна за рік) чисельність працівників становила 31,7 чол.

Якщо для ряду динаміки розрахована середня хронологічна, тобто середній рівень, то, природно, окремі рівні ряду відрізнятимуться від нього (варіювати). Тому, як і для будь-якої сукупності взагалі, в рядах динаміки можна визначити коливається рівнів за допомогою:

- дисперсії:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n};$$

- середнього квадратичного відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}};$$

- коефіцієнта варіації:

$$g = \frac{\sigma}{\bar{y}} \cdot 100\%;$$

- та ін.

Це все, як нам вже відомо, узагальнювальні показники.

10.3. Показники інтенсивності динаміки соціально-економічних явищ

Ряди динаміки характеризуються ще і специфічними показниками, що показують характер динаміки і зміну рівнів в часі. Такими показниками є:

- 1) абсолютний приріст;
- 2) коефіцієнт (темп) зростання;
- 3) темп приросту;
- 4) абсолютне значення 1% приросту.

Абсолютний приріст – розраховується як різниця між двома рівнями ряду:

$$\Delta y = y_i - y_{i-1} \text{ – ланцюговий};$$

$$\Delta y = y_i - y_0 \text{ – базисний.}$$

Він показує, на скільки одиниць в абсолютному вираженні рівень одного періоду більше або менше попереднього рівня. Отже, може бути як із знаком (+), так і (-). (Зі знаком (-) – абсолютне зниження).

Треба сказати, що абсолютний приріст може бути і відносною величиною, якщо ряд складається з відносних величин.

Коефіцієнт росту – відносний показник, що характеризує відношення даного рівня до рівня, прийнятого за базу порівняння.

$$K = \frac{y_i}{y_0} \text{ – базисний} \qquad K = \frac{y_i}{y_{i-1}} \text{ – ланцюговий.}$$

Він показує, у скільки разів рівень даного періоду більше або менше базисного рівня.

За базисний (тобто тим, з яким порівнюють) залежно від мети дослідження може прийматися або якийсь постійний для всіх рівень (часто початковий рівень ряду) – постійна база, або для кожного рівня – передуючий йому – змінна база.

Коефіцієнт росту, виражений в відсотках, називається **темпом росту**.

$$K = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\% \text{ – базисний; } K = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% \text{ – ланцюговий.}$$

Темп приросту характеризує абсолютний приріст у відносних величинах – відносний показник, що показує, на скільки відсотків один рівень більше (або менше) базисного рівня. Розраховується як відсоткове відношення абсолютного приросту до того базисного рівня, в порівнянні з яким абсолютний приріст розрахований. Частіше його розраховують шляхом віднімання 100 % з темпу росту:

$$T = K - 100\%, \quad T = \frac{\Delta_i}{y_{i-1}} .$$

Абсолютне значення 1 % приросту дорівнює со-
тій частині попереднього рівня:

$$A = \frac{\Delta_i}{T_i}, \quad A = \frac{y_{i-1}}{100} .$$

Як приклад розрахуємо всі ці показники на прик-
ладі даних про виробництво сталі за період 2008–
2013 рр.

Табл. 10.9. Дані про виробництво сталі
за період 2008– 2013 рр.

Показники	Рік					
	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Виробництво сталі (млн. т) y_i	91,0	96,9	102,2	106,5	110,3	115,9
Щорічний абсолют- ний приріст (млн. т) $\Delta y = y_i - y_{i-1}$	–	5,9	5,3	4,3	3,8	5,6

Коефіцієнт росту в порівнянні з попере- днім роком $K = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	–	1,065	1,055	1,042	1,036	1,05
Темп зростання $K = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%$	–	106,5	105,5	104,2	103,6	105,0
Темп приросту $T_{np} = K_p - 100\%$	–	6,5	5,5	4,2	3,6	5,0

Наведені показники є одними з основних показни-
ків, що використовуються при аналізі рядів динаміки.

Вони дозволяють судити про зміну рівнів (статис-
тичних показників) в абсолютному і відносному вира-
женні.

10.4. Середні абсолютні та відносні показники динаміки

Для всіх перелічених вище показників можуть бути розраховані їх узагальнюючі показники у вигляді середніх величин:

- середньорічний абсолютний приріст;
- середньорічний коефіцієнт росту;
- середньорічний темп росту;
- середньорічний темп приросту.

Середньорічний абсолютний приріст розраховується як середня арифметична з абсолютних приростів за (n) років, тобто:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_i}{n},$$

або на основі даних про абсолютний приріст за весь даний період:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}.$$

У нашому прикладі (табл. 10.9) середньорічний абсолютний приріст, як неважко перекоонатися склав:

$$\bar{\Delta} = \frac{5,9 + 5,3 + 4,3 + 3,8 + 5,6}{5} = 5 \text{ (млн т)},$$

або

$$\bar{\Delta} = \frac{115,9 - 91}{5} = 5 \text{ (млн т)}.$$

Середньорічний коефіцієнт (або темп) росту розраховується як середня геометрична з річних коефіцієнтів росту, розрахованих відносно попереднього періоду:

$$\bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdots K_n} = \sqrt[n]{\prod K_i},$$

або:

$$\bar{K} = \frac{\lg k_1 + \lg k_2 + \dots + \lg k_n}{n}$$

Для прикладу (табл. 10.9):

$$\bar{K} = \sqrt[5]{1,065 \cdot 1,055 \cdot 1,042 \cdot 1,036 \cdot 1,05} = 1,05,$$

а темп зростання: $\bar{K} = 1,05 \cdot 100\% = 105\%$.

Якщо дані про коефіцієнти росту за окремими роками відсутні, то середній річний темп зростання можна розрахувати за формулою:

$$\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

або

$$\bar{K} = \frac{\lg y_n - \lg y_1}{n - 1}$$

де y_n – кінцевий рівень ряду;

y_1 – початковий рівень ряду;

n – число рівнів.

Тоді для вище приведенного прикладу (табл. 10.9):

$$\bar{K} = \sqrt[5]{\frac{115,9}{91,0}} = 1,05 \cdot 100\% = 105\%.$$

Середні темпи приросту розраховуються на основі середніх темпів росту, шляхом віднімання з них 100%:

$$\bar{T} = \bar{K} - 100\%.$$

Слід пам'ятати, що для практичного обчислення середній темп росту, розрахований за даними про кінцевий і початковий рівні ряду динаміки, можна використовувати тільки у разі рівномірної зміни рівнів. У випадку сильного коливання рівнів ряду використання даного способу може привести до серйозних помилок.

Питання для самоконтролю

1. Що називають рядом динаміки?
2. З яких елементів складаються ряди динаміки і для чого вони призначені?
3. Які існують види рядів динаміки, в чому їх особливість?
4. Які ряди динаміки називаються момент ними і чому їх рівні не можна підсумовувати?
5. Які основні умови правильної побудови динамічних рядів?
6. Як обчислюється середній рівень ряду для різних видів динамічних рядів?
7. Які основні показники використовуються для аналізу динаміки соціально-економічних явищ і як вони обчислюються?
8. У чому полягає різниця базисного і ланцюгового способів обчислення показників динаміки?

Тестові завдання для самоперевірки*

10.1. Ряди динаміки – це статистичні показники, що характеризують:

- а) зміну явищ у просторі;
- б) зміну явищ у часі;
- в) структуру явища;
- г) ступінь поширення явища у певному середовищі.

10.2. Обов'язковим елементом ряду динаміки є показник:

- а) часу;
- б) варіації;
- в) масштабу;
- г) загального підсумку рівнів ряду.

10.3. Ряд динаміки, що характеризує зміну явищ за певні проміжки часу називається:

- а) дискретним;
- б) моментним;
- в) інтервальним;
- г) ранжированим.

10.4. Ряд динаміки, що характеризує стан явища на конкретну дату називається:

- а) інтервальним;
- б) повним;
- в) одновимірним;
- г) моментним.

10.5. Статистичні дані, що характеризують поголів'я худоби в регіоні на початок кожного місяця поточного року, є рядом:

- а) моментним;
- б) інтервальним;
- в) повним;
- г) неперервним.

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

10.6. Ряди, які характеризують зміну у часі одного показника називаються:

- а) монографічними;
- б) одномірними;
- в) неповними;
- г) моментними.

10.7. Випуск продукції МП «Мрія» характеризується даними:

Рік	2009	2010	2011
Випуск продукції, млн грн	2,1	3,2	2,5

Представлений ряд є:

- а) моментним з рівновіддаленими рівнями;
- б) моментним з нерівновіддаленими рівнями;
- в) інтервальним з рівновіддаленими рівнями;
- г) інтервальним з нерівновіддаленими рівнями.

10.8. Залишки продукції на складах підприємства характеризуються даними:

Дата	01.02.10	01.03.10	01.04.10
Залишки продукції на складах, тис грн	242,1	350,2	292,5

Даний ряд є:

- а) моментним з рівновіддаленими рівнями;
- б) інтервальним з нерівновіддаленими рівнями;
- в) інтервальним з рівновіддаленими рівнями;
- г) моментним з нерівновіддаленими рівнями.

10.9. Особливістю інтервального ряду є те, що:

- а) його рівні не можна підсумовувати в єдиний підсумок;
- б) його попередні рівні можуть входити у наступний;
- в) його рівні можна підсумовувати в єдиний підсумок;
- г) його рівні характеризують стан явища на конкретну дату.

10.10. Особливістю моментного ряду є те, що:

- а) його рівні виражені лише цілими числами;
- б) його попередні рівні можуть входити у наступний;
- в) його рівні можна підсумовувати в єдиний підсумок;
- г) його рівні характеризують зміну явища за певний проміжок часу.

10.11. До моментного ряду динаміки слід віднести:

- а) прибуток підприємства за кожний місяць року;
- б) надходження грошей у касу магазину за добу;
- в) кількість приватних автомобілів на кінець кожного кварталу поточного року;
- г) середню врожайність пшениці у фермерських господарствах регіону.

10.12. Є ряд динаміки:

<i>Дата</i>	<i>2009</i>	<i>2010</i>	<i>2011</i>
<i>Виконання плану з виробництва продукції, %</i>	<i>80</i>	<i>120</i>	<i>92</i>

За формою представлення даних цей ряд є рядом:

- а) абсолютних величин;
- б) відносних;
- в) середніх;
- г) відносних і середніх.

10.13. Є ряд динаміки:

<i>Дата</i>	<i>01.02.10</i>	<i>01.03.10</i>	<i>01.04.10</i>
<i>Залишки продукції на складах, тис грн</i>	<i>242,1</i>	<i>350,2</i>	<i>292,5</i>

За формою представлення даних цей ряд є рядом:

- а) абсолютних величин;
- б) відносних;
- в) середніх;
- г) абсолютних і відносних.

10.14. Моментним рядом динаміки є:

- а) виробництво продукції підприємством за кожний день місяця;
- б) дані про кількість безробітних на початок кожного кварталу;
- в) дані про випуск фахівців вищих навчальних закладів;
- г) дані про чисельність персоналу підприємства станом на перше число кожного місяця.

10.15. Інтервальним рядом динаміки є:

- а) дані про обсяг споживання природного газу підприємством за кожний місяць;
- б) питома вага міського населення регіону на початок кожного із останніх п'яти років;
- в) виробництво електроенергії за 2005-2010 роки;
- г) середня ціна 1 кг свинини на міському ринку у вересні поточного року.

10.16. Показники динаміки, що обчислюються із змінною базою порівняння, називаються:

- а) ланцюговими;
- б) базисними;

Показники динаміки, що обчислюються з постійною базою порівняння, називаються:

- в) ланцюговими;
- г) базисними;

10.17. Вкажіть, за якою із вказаних формул визначається середній рівень інтервального ряду з однаковими інтервалами часу:

а) $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$;

б) $\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$;

в) $\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n - 1}$;

$$\text{г) } \bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i t_i}{\sum t_i}.$$

10.18. Вкажіть, за якою із вказаних формул визначається середній рівень інтервального ряду з різними інтервалами часу:

$$\text{а) } \bar{y} = \frac{\sum (y_i - \bar{y})}{n};$$

$$\text{б) } \bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i};$$

$$\text{в) } \bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n - 1};$$

$$\text{г) } \bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i t_i}{\sum t_i}.$$

10.19. Вкажіть, за якою із вказаних формул визначається середній рівень моментного ряду з рівновіддаленими рівнями:

$$\text{а) } \bar{y} = \frac{\sum (y_n - y_0)}{2};$$

$$\text{б) } \bar{y} = \frac{\sum y_i f_i}{\sum f_i};$$

$$\text{в) } \bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n - 1};$$

$$\text{г) } \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}.$$

10.20. Визначити середньоспискову кількість працівників фірми за такими даними:

Дата	01.10.2010	01.11.2010	01.12.2010	01.01.2011
Кількість працівників, чол.	20	30	40	20

- а) 20 чол;
- б) 45 чол;
- в) 50 чол;
- г) 30 чол.

10.21. Залишки міді на складі електротехнічного обладнання становили, кг: на 1 квітня — 64, на 1 травня — 66, на 1 червня — 60, на 1 липня — 62. Визначіть середньомісячний залишок міді за другий квартал.

- а) 63 кг;
- б) 70 кг;
- в) 65 кг;
- г) 40 кг.

10.22. Базисний темп приросту визначають за формулою:

а) $T_n = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}} \cdot 100\%$;

б) $T_n = y_i - y_{i-1}$;

в) $T_n = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100\%$;

г) $T_n = K_\sigma - 100\%$.

10.23. Щорічний абсолютний приріст визначають за формулою:

а) $\Delta y_i = y_i + y_{i+1}$;

б) $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$;

$$\text{в) } \Delta y_i = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100\% ;$$

$$\text{г) } \Delta y_i = K - 100\% .$$

10.24. Базисний темп зростання визначають за формулою:

$$\text{а) } K_\sigma = \frac{y_n - y_0}{2} ;$$

$$\text{б) } K_\sigma = y_i - y_{i-1} ;$$

$$\text{в) } K_\sigma = \frac{y_i}{y_0} 100\% ;$$

$$\text{г) } K_\sigma = K_i - 100\% .$$

10.25. Експорт соняшнику в регіоні характеризується даними:

Рік	2006	2007	2008	2009	2010
Експорт, тис. т	7,5	8,8	10,4	9,6	11,2

Середній обсяг експорту дорівнює:

а) 9,5;

б) 9,3;

в) 10,4.

Середній абсолютний приріст експорту дорівнює:

г) 0,9;

д) 1,3;

е) 1,6.

10.26. Середній темп зростання визначають за формулою:

$$\text{а) } \bar{K} = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100\% = y_i - y_{i-1};$$

$$\text{б) } \bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}};$$

$$\text{в) } \bar{K} = K_{\sigma} - 100\% = \frac{y_n - y_0}{n - 1};$$

$$\text{г) } \bar{K} = \frac{y_{i-1}}{100} = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}}.$$

10.27. Абсолютне значення 1% приросту можна визначити за формулою:

$$\text{а) } A_i = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100\% = y_i - y_{i-1};$$

$$\text{б) } A_i = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n} = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}};$$

$$\text{в) } A_i = K_{\sigma} - 100\% = \frac{y_n - y_0}{n - 1};$$

$$\text{г) } A_i = \frac{y_{i-1}}{100} = \frac{\Delta y_i}{T_{\Pi i}}.$$

10.28. Середній темп приросту визначають за формулою:

$$\text{а) } \bar{T}_{\Pi} = \bar{K} - 100\%;$$

$$\text{б) } \bar{T}_{\Pi} = \sqrt[n]{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n};$$

$$\text{в) } \bar{T}_{\Pi} = \frac{y_n - y_0}{n - 1};$$

$$\text{г) } \bar{T}_{\Pi} = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}}.$$

10.29. Який аналітичний показник динаміки характеризує абсолютну величину зміни явища у кожному наступному періоді у порівнянні з попереднім?

- а) коефіцієнт зростання;
- б) темпи приросту;
- в) абсолютне значення 1% приросту;
- г) абсолютний приріст.

10.30. За яким видом середньої визначають середньорічний рівень виробництва продукції, якщо відомі річні обсяги її виробництва за 6 років?

- а) арифметична проста;
- б) хронологічна;
- в) арифметична зважена;
- г) геометрична проста.

10.31. ВВП країни за 2000-2010 рр. зріс в 1,97 рази, а індивідуальні витрати – на 78,6%. Темп зростання індивідуальних витрат дорівнює:

- а) 78,6%;
- б) 178,6%;
- в) 21,4%;

Темп приросту ВВП дорівнює:

- г) 197%;
- д) 97%;
- е) 3%

10.32. За 2000-2008 рр. в одній із галузей промисловості продуктивність праці зросла в 1,12 рази, а собівартість продукції зменшилась на 3%.

Темп приросту продуктивності праці дорівнює:

- а) 12%;

б) 112%;

в) 11,2%

Темп зростання собівартості продукції дорівнює:

г) 97%;

д) 103%;

е) 1,03%.

10.33. Обсяг побутових послуг у місті за 2006-2010 рр. зріс в 1,2 рази і склав у 2010 році 1200 тис. грн. Абсолютний приріст обсягу послуг дорівнює:

а) 200;

б) 220.

Абсолютне значення 1% приросту дорівнює:

в) 20;

г) 10.

10.34. Із наведених рядів динаміки моментним рядом є:

а) товарообіг торговельних підприємств міста за 2005-2009 роки;

б) видобуток вугілля на шахтах області по роках минулого десятиліття;

в) товарні запаси підприємства станом на початок кожного місяця минулого року;

г) середньомісячна заробітна плата працівників підприємства за 2005-2009 роки.

10.35. Із наведених рядів динаміки інтервальним рядом є:

а) вклади населення у міських відділеннях ощадного банку на початок кожного місяця поточного року;

б) вартість основних фондів на кінець року за 2005-2009 роки;

в) чисельність працюючих на підприємстві на початок кожного кварталу поточного року;

г) випуск продукції підприємства протягом року за кожний місяць.

10.36. Середній рівень ряду динаміки з рівними інтервалами часу обчислюється за формулою:

а) середньої арифметичної зваженої;

- б) середньої арифметичної простої;
- в) середньої хронологічної;
- г) середньої геометричної.

10.37. Середній рівень моментного ряду динаміки з рівними проміжками часу між датами обчислюється за формулою:

- а) середньої арифметичної зваженої;
- б) середньої арифметичної простої;
- в) середньої хронологічної;
- г) середньої геометричної.

10.38. Абсолютний приріст характеризує:

- а) відношення одного рівня ряду до іншого;
- б) величину явища на певну дату чи за певний період часу;
- в) на скільки одиниць даний рівень ряду відрізняється від іншого;
- г) співвідношення кінцевого і першого рівня.

10.39. Темп зростання характеризує:

- а) відношення одного рівня ряду до іншого;
- б) величину явища на певну дату чи за певний період часу;
- в) на скільки одиниць даний рівень ряду відрізняється від іншого;
- г) різницю між останнім і першим рівнями ряду.

10.40. Абсолютний приріст вимірюється в:

- а) коефіцієнтах;
- б) процентах;
- в) одиницях виміру статистичних показників ряду;
- г) грошових одиницях.

10.41. Темп зростання виражається в:

- а) одиницях виміру статистичних показників ряду;
- б) натуральних одиницях;
- в) коефіцієнтах і процентах;
- г) грошових одиницях.

10.42. Абсолютне значення 1% приросту визначається:

- а) діленням абсолютного приросту на темп зростання;
- б) діленням темпу приросту на абсолютний приріст;
- в) діленням абсолютного приросту на темп приросту;
- г) діленням темпу зростання на темп приросту.

10.43. Якщо випуск продукції у 2009 році склав 200 тис грн, а у 2010 р. – 250 тис грн, то відбулося збільшення на

- а) 150%; б) 25%;
- відбулося збільшення в
- в) 0,5 рази; г) 1,25 рази.

10.44. Обсяг зовнішньої торгівлі за два останні роки збільшився в шість разів, а доходи державного бюджету – на 82%.

Темп приросту обсягу зовнішньої торгівлі дорівнює:

- а) 500%; б) 600%.

Темп зростання доходів державного бюджету дорівнює:

- в) 182%; б) 82%

10.45. Залишки депозитних вкладів у регіональних відділеннях Ощадного банку у Сумській області протягом першого півріччя у 2009 році становили на початок місяця (млн грн):

Місяць	01	02	03	04	05	06
Сума	320	303	324	315	328	332

Визначити середній залишок депозитних вкладів за перше півріччя (млн грн).

- а) 320,3;
- б) 384,4;
- в) 274,5;
- г) 205.

10.46. Інвестиції в економіку регіону склали: 2009 р. – 200 млн грн, в 2010 р. – 238 млн грн. Визначить абсолютний приріст інвестицій.

- а) 19%;
- б) 28 млн грн;

- в) 200 млн грн;
- г) 38 млн грн.

10.47. Інвестиції в економіку регіону становили: 2009 р. – 200 млн грн., в 2010 р. – 240 млн грн. Визначіть темп приросту інвестицій.

- а) 15%;
- б) 120%;
- в) 20%;
- г) 40 млн грн.

10.48. Протягом трьох останніх років капітал фірми зростає щорічно на 5 млн грн. Чи змінювалися темпи приросту капіталу, якщо його величина у 1-му році дорівнює 10 млн грн?

- а) так;
- б) ні;
- в) темпи зростання були стабільними;
- г) темпи зростання спадали.

10.49. Відомо, що на підприємстві чисельність працівників станом на 01.01 була 840 чол., на 01.03 – 860 чол., на 01.05 – 800 чол. На основі цих даних середньомісячна спискова чисельність працівників підприємства буде становити:

- а) 833,3 чол.;
- б) 840,0 чол.;
- в) 860,0 чол.;
- г) 841,5 чол.

10.50. За 2009–2010 рр. грошова маса зросла в 1,21 рази. Визначіть середньорічний темп приросту грошової маси.

- а) 150%;
- б) 10%;
- в) 21%;
- г) 40 млн грн.

Тема 11 | **Аналіз основної тенденції розвитку суспільних явищ**

- 11.1. Суть основної тенденції розвитку, умови та фактори її формування.
- 11.2. Способи визначення основної тенденції розвитку явищ.
- 11.3. Аналітичне вирівнювання динамічних рядів, екстраполяція та інтерполяція.
- 11.4. Дослідження та вимірювання сезонних коливань.

11.1. Суть основної тенденції розвитку, умови та фактори її формування

Складання і аналіз РД здійснюється, як ми вже відзначали, з метою вивчення зміни явищ в часі. Однією з основних задач, що виникають в процесі аналізу, є встановлення закономірності зміни рівнів (показників) явища, що вивчається. В деяких випадках закономірність зміни явища, загальна тенденція його розвитку (тренд), цілком чітко видима при наочному аналізі рівнів ряду. (Поняття «тренд» введене англійським вченим Гукером у 1902 році). Проте на практиці часто доводиться мати справу з рядами, в яких рівні то зростають, то убувають. В подібних випадках тренд явища простим розглядом ряду не завжди виявляється. Тому для його виявлення використовуються особливі прийоми обробки РД. Ці прийоми засновані:

- або на перетворенні інтервалів часу і обчисленні середніх рівнів для знов утворених інтервалів;
- або на аналітичному вирівнюванні рівнів РД.

Визначення тренду явища називається **вирівнюванням РД**, а методи визначення тренда називаються **методами вирівнювання**.

Вирівнювання дає можливість охарактеризувати особливість зміни в часі даного ДР як функцію часу. Тобто, воно дозволяє за допомогою часу виразити вплив на явище всіх основних факторів.

11.2. Способи визначення основної тенденції розвитку явищ

Найпростішим прийомом виявлення тренда явища є укрупнення інтервалу (періоду) часу динамічних рядів. Суть його в тому, що первинний РД перетвориться в інший ряд, показники якого відносяться до більш крупних інтервалів часу. Наприклад, ряд, що містить дані про місячний випуск продукції перетвориться в ряд квартальних даних і т.д. При цьому, перетворений ряд може містити як сумарні показники абсолютних величин рівнів первинного ряду, так і середні величини.

Нехай є дані про випуск продукції машинобудівного підприємства по місяцях:

Табл. 11.1. Випуск продукції машинобудівного підприємства по місяцях

Місяць	Випуск продукції, млн грн	Місяць	Випуск продукції, млн грн
Січень	5,1	Липень	5,6
Лютий	5,4	Серпень	5,9
Березень	5,2	Вересень	6,1
Квітень	5,3	Жовтень	6,0
Травень	5,6	Листопад	5,9
Червень	5,8	Грудень	6,2

Укрупнимо інтервали до 3 місяців і розрахуємо загальний і середньомісячний випуски продукції за кварталами.

Табл. 11.2. Результати 3-х місячного укрупнення випуску продукції машинобудівного підприємства

Квартал	Випуск продукції, млн грн	Середньомісячний випуск продукції по кварталах, млн грн
I	15,7	5,23
II	16,7	5,57
III	17,6	5,87
IV	18,1	6,03

Одержаний в результаті укрупнення періодів часу ряд більш чітко і наочно відображає загальну закономірність (тенденцію) збільшення випуску продукції. Тобто, при підсумовуванні рівнів і розрахунку середніх за укрупненими інтервалами, відхилення в рівнях, обумовлені випадковими причинами, згладжуються. В результаті більш чітка і ясно виявляється дія основних чинників зміни рівнів (загальна тенденція).

Важливим способом виявлення загальної закономірності динамічного ряду є згладжування коливається за допомогою **ковзної середньої**. Суть його в тому, що фактичні рівні ряду замінюються ковзними середніми рівнями, розрахованими для певних укрупнених інтервалів.

Розрахунок ковзної середньої проводиться таким чином:

1. РД розбивають на певну кількість укрупнених інтервалів, що складаються з однакового числа рівнів. При цьому кожний наступний після першого інтервал формують поступово зсовуючись (ковзаючи) на один рівень від початкового. Тобто кожний верхній рівень не включається у знову сформований інтервал. Таким чином, перший інтервал враховуватиме рівні: y_1, y_2, \dots, y_m ; другий y_2, y_3, \dots, y_{m+1} ; третій y_3, y_4, \dots, y_{m+2} і т.д. В результаті інтервал згладжування ніби ковзає по ряду зверху вниз з кроком, що дорівнює 1.

2. По кожному з сформованих інтервалів визначається сума значень рівнів і потім розраховуються ковзні середні як проста середня арифметична.

Розрахована по кожному з інтервалів середня записується напроти центрального рівня даного інтервалу, тобто напроти його серединного рівня.

Обчислення ковзної середньої технічно більш зручне, якщо укрупнені інтервали формувати з непарного числа рівнів (3, 5 наприклад). Тоді в середині кожного інтервалу виходить один серединний рівень (показник), до якого відноситься розрахована середня.

Знаходження ж ковзної середньої по парному числу рівнів створює незручності, оскільки в цьому випадку в середині інтервалу виходить 2 серединні рівні і треба знаходити середину між ними. Тому на практиці, як правило, завжди прагнуть формувати укрупнені інтервали динамічних рядів з непарного числа рівнів.

Порядок розрахунку ковзних середніх розглянемо на прикладі динаміки валового випуску продукції підприємства за 1980-1989 роки. Як укрупнений інтервал візьмемо 5-річний період часу (табл. 11.3).

Табл. 11.3. Згладжування даних за допомогою ковзної середньої

Рік	Випуск продукції (млн.грн.)	Ковзна сума 5 рівнів	Ковзна середня 5 рівнів
1980	4,3	—	—
1981	4,6	—	—
1982	4,3	22,0	4,4
1983	4,5	22,9	4,6
1984	4,3	23,6	4,7
1985	5,2	25,0	5,0
1986	5,3	26,5	5,3
1987	5,7	28,2	5,6
1988	6,0	—	—
1989	6,0	—	—

Таблиця 11.3 показує, що в результаті згладжування коливань рівнів ряду, викликаних різними причинами, в ковзних середніх спостерігається загальна тенденція збільшення випуску продукції. Тобто тренд даного динамічного ряду має тенденцію зростання. Ефект згладжування, що знімає коливання рівнів і

виявляє загальну закономірність розвитку особливо чітко видний на графіку, що зображає первинний і вирівняний (згладжений) за допомогою ковзних середніх ряди (рис. 11.1).

Необхідно відзначити, що метод укрупнення інтервалів і ковзної середньої, будучи найпростішими способами обробки РД, не позбавлені недоліків.

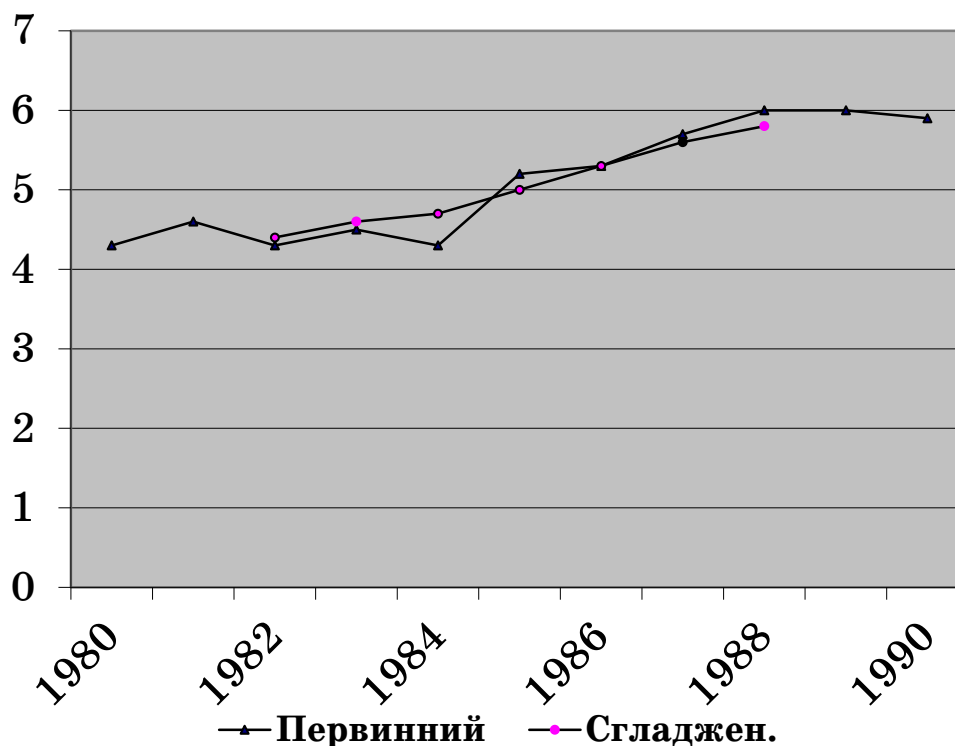


Рис. 11.1. Графік первинного і вирівняного рядів

Так, вживання ковзної середньої «скорочує» згладжений ряд, в порівнянні з первинним (фактичним), на число рівнів, рівне $(m-1)$. Де (m) – число рівнів, включених в інтервал. В нашому випадку: $5-1=4$, тобто на 2 рівні з кожного кінця згладженого ряду. Тому ці прийоми згладжування ДР можна розглядати як важливі допоміжні методи, що полегшують вживання інших, більш вчинених і строгих методів.

11.3. Аналітичне вирівнювання динамічних рядів, екстраполяція та інтерполяція

Більш досконалим способом обробки рядів динаміки з метою встановлення тенденції розвитку (тренда), є вирівнювання ряду за аналітичними формулами, або аналітичне вирівнювання. Суть його полягає в такому: фактичні рівні (значення) ряду, що зображаються на графіку ламаною лінією, вирівнюються (замінюються) розрахунковими значеннями, одержаними на основі спеціально підібраної математичної формули, що відображає (загальну тенденцію розвитку) тренд даного явища і плавною лінією, що характеризується будь-якою: прямою, параболою другого або іншого порядку, гіперболою, і т.п. Тобто, розраховані рівні розглядаються як функція часу $\bar{y}_t = f(t)$ і задача полягає в тому, щоб підібрати вид (форму) цієї функції.

Вирівнювання починається з теоретичного аналізу динамічного ряду, в результаті якого встановлюється характер динаміки і тип необхідної лінії.

Частіше за все на практиці доводиться мати справу з вирівнюванням по прямій. Стосовно динамічних даних рівняння прямої можна записати у вигляді:

$$\bar{y}_t = a + bt,$$

де \bar{y}_t – значення рівня ряду, що вирівнюються;

t – порядковий номер моменту або періоду часу, до якого відносяться дані;

a, b – параметри, тобто постійні величини для даної прямої.

Оскільки значення t завжди відомі, то необхідно знайти параметри (a, b) , які і визначають шукану пряму. Для знаходження параметрів (a, b) , а отже, і для визначення рівняння вирівняних значень ряду використовується спосіб «найменших квадратів». Суть

його в тому, що шукане рівняння прямої повинне бути таким, щоб сума відхилень фактичних рівнів ряду від вирівняних дорівнювало нулю, тобто

$$\sum (y_i - \bar{y}_t) = 0,$$

а сума квадратів цих відхилень була мінімальною, тобто щоб дотримувалася вимога:

$$\sum (y_i - \bar{y}_t)^2 = \min.$$

Останнє рівняння і відоме під назвою вимоги «способу найменших квадратів».

Підставляючи в дане рівняння замість \bar{y}_t конкретний аналітичний вираз вибраної нами для вирівнювання функції, розв'язуємо задачу на мінімізацію функції. В нашому випадку при вирівнюванні по прямій $\bar{y}_t = a + bt$ запишемо

$$\sum (y_i - a - bt)^2 = \min.$$

Щоб визначити, при яких значеннях параметрів (a, b) ця сума квадратів буде мінімальною, знаходять часткові похідні даної функції по (a, b) і прирівнюють їх до нуля. Після нескладних алгебраїчних спрощень одержимо систему нормальних рівнянь, що відповідають вимозі «способу найменших квадратів»:

$$\left\{ \begin{array}{l} na + b\sum t = \sum y \\ a\sum t + b\sum t^2 = \sum yt \end{array} \right\},$$

де y – рівні фактичних значень ряду;

n – кількість рівнів ряду;

t – порядковий номер моменту або періоду часу.

Розв'язавши цю систему, одержимо параметри (a, b) тієї прямої, яка ближче за все знаходиться до ламаної лінії фактичних значень ряду.

В практичних розрахунках систему нормальних рівнянь спрощуємо. Для цього відлік часу починаємо з середини ряду, щоб $\sum t = 0$. Тоді при непарному числі рівнів t приймає значення: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 (якщо ряд складається з 7 рівнів). При парному, наприклад, 6-ти рівневому ряді: -5, -3, -1, 1, 3, 5. Тоді система прийме виглядає:

$$\begin{cases} na = \sum y \\ b\sum t^2 = \sum yt \end{cases}.$$

Параметри a і b шуканій прямій будуть дорівнювати

$$a = \frac{\sum y}{n}; \quad b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

Тобто, в результаті ми одержимо рівняння шуканої прямої, що характеризує тренд даного явища. Підставивши в це рівняння порядковий номер моменту або періоду часу, до якого належить кожен рівень ряду, отримаємо значення рівнів, які відповідають тренду, що вирівнюються.

Для наочності розглянемо приклад, що характеризує динаміку споживання газу населенням міста.

Табл. 11.4. Споживання газу населенням міста за роками

Рік	2010	2011	2012	2013	2014
Споживання газу, тис. м ³	72	70	73	76	74

Пронумеруємо рівні так, щоб сума показників часу була такою, що дорівнює нулю. Тоді:

Табл. 11.5. Лінеаризація функції

Рік	Споживання, тис. м ³	Позначення часу (t)	T ²	Yt	\bar{y}_t
2010	72	-2	4	-144	71
2011	70	-1	1	-70	72
2012	73	0	0	0	73
2013	76	1	1	76	74
2014	74	2	4	148	75
Итого:	365	0	10	10	365

Тоді:

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{365}{5} = 73; \quad b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{10}{10} = 1.$$

Отже рівняння деякої прямої: $\bar{y}_t = 73 + 1t$. Значить, середнє споживання газу дорівнює 73 тис.м³, а середньорічна межа споживання – 1 тис.м³. Підставляючи в рівняння умовні позначення часу отримаємо вирівняні значення ряду (\bar{y}_i), що характеризують лінію тренда. Вона свідчить, що споживання газу має тенденцію до зростання.

При дослідженні і аналізі рядів динаміки у ряді випадків вдаються до використання методів екстраполяції і інтерполяції.

Екстраполяція (від латинського extra – понад, зовні, додатково і rolіo – змінюю, згладжую) – поширення встановлених тенденцій на майбутній період. У статистиці екстраполяція – визначення рівнів ряду динаміки за його межами.

Метод екстраполяції використовують у випадках, коли виникає необхідність спрогнозувати розвиток явища на перспективу, тобто передбачати майбутній рівень ряду, якого ще нема. Наприклад, є ряд даних, що характеризують виробництво продукції за ряд років (табл. 11.6).

Табл. 11.6. Виробництво продукції за роками

Рік	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Продукція, млн грн	48	53 ?	59	64 ?	72	80

Припустимо, що в 1997 р. нам треба визначити обсяг виробництва продукції на майбутній 1998 р. Тобто нам необхідно спрогнозувати майбутній рівень. Для цього визначимо суміжний коефіцієнт зростання 1997 р. до 1996 р. і за ним розрахуємо можливе виробництво продукції в 1998 р., тоді:

$$K = \frac{59}{53} = 1,1.$$

Отже, виробництво продукції в 1998 р. дорівнює $59 \cdot 1,1 = 65$ млн грн.

Як бачимо, помилка порівняно з фактичним обсягом продукції склала всього 1,5%. Таким чином, за допомогою методу екстраполяції ми з достатньою достовірністю спрогнозували очікуваний випуск продукції.

Треба сказати, що разом з використанням коефіцієнтів (темтів) росту можна використовувати і абсолютний приріст для визначення майбутнього рівня ряду.

Очевидно, що за допомогою методу екстраполяції можна розрахувати значення рівнів ряду динаміки як на перспективу (перспективна екстраполяція), так і в минулому (ретроспективна екстраполяція).

Інтерполяція (від латинського *interpolatio* – зміна, переробка). У статистиці інтерполяція – визначення відсутніх рівнів динамічного ряду всередині нього.

За допомогою інтерполяції невідомі значення ряду визначаються різними способами залежно від характеру зміни явищ. Вони можуть бути простими, що вимагають лише нескладних арифметичних розрахунків, і складними, пов'язаними з проведенням складних математичних розрахунків. З наукової точки зору інтерполяція більш обґрунтована, ніж екстраполяція.

Одним з простих прийомів інтерполяції є визначення невідомих рівнів ряду за допомогою середньої арифметичної. Так, у наведеному вище прикладі нехай, відсутні дані про випуск продукції в 1996 році. Відсутній рівень визначимо як середню арифметичну з рівнів 1995 р. і 2007 р., тобто як середньорічний абсолютний приріст, тоді:

$$\bar{y} = \frac{48 + 59}{2} = 53,5 \text{ млн грн}$$

Відхилення від фактичного рівня складає, як бачимо, всього 0,9%, тобто менше 1%.

Можна використовувати також середньорічний коефіцієнт (темп) зростання і теж одержати необхідний рівень ряду.

11.4. Дослідження та вимірювання сезонних коливань

Для багатьох явищ і процесів суспільного життя характерні внутрішньорічні повторювані коливання названі сезонними. Такі коливання спостерігаються і в різних галузях народного господарства: при виробництві більшості сільгосппродуктів та їх переробці, в будівництві, транспорті, торгівлі і т.д.

Сезонні коливання звичайно негативно позначаються на роботі багатьох галузей, що спричиняє за собою підвищення витрат виробництва. Тому вивчення закономірностей, що складаються під впливом сезонних коливань, має велике значення в роботі економіста. На основі аналізу сезонних коливань можна визначити типову сезонну зміну, своєрідний сезонний ритм, названий «сезонною хвилею». Сезонні особливості слід використовувати або для виключення сезонних чинників, або для уточнення планування шляхом включення в план сезонних коливань. Показник сезонності може

бути одержаний різними методами. Розглянемо найпростіші.

Для виявлення і вимірювання інтенсивності сезонних коливань, тобто сезонної хвилі, в статистиці користуються так званими індексами сезонності. Ці індекси можуть бути розраховані різними методами. Найпростіший метод полягає в такому:

– для даного ряду розраховується середній рівень за рік (як проста середня арифметична з щомісячних даних);

– потім з ним зіставляється рівень кожного місяця і результат множиться на 100% :

$$I_{\text{сезон}} = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100 \%.$$

Наприклад, в овочевих магазинах міста реалізовано свіжих овочів:

Табл. 11.7. Реалізація свіжих овочів у магазинах

Місяць	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Сер. рівень
Кількість, т	4,4	4,3	4,6	6,2	7,1	5,8	6,3	7,7	7,6	6	4,4	4,3	5,7

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{68,7}{12} = 5,7$$

$$I_{\text{сезон. I}} = \frac{4,4}{5,7} \cdot 100 \% = 77 \%.$$

$$I_{\text{сезон. II}} = \frac{4,3}{5,7} \cdot 100 \% = 75 \%.$$

$$I_{\text{сезон III}} = \frac{4,6}{5,7} \cdot 100 \% = 80,7 \% \text{ і т.д.}$$

Але оскільки місячні дані одного року через фактор випадковості не дуже надійні для виявлення закономірності сезонних коливань, то частіше користуються даними за декілька років (не менше 3). В цьому випадку визначається середній рівень за весь період (за 3 роки, наприклад) з кожного місяця. Потім з одержаних середньомісячних рівнів розраховується середня для всього ряду. І визначається процентне відношення середнього рівня кожного місяця до загального середнього рівня ряду, тобто

$$I_{\text{сезон}} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%,$$

де \bar{y}_i – середній рівень для кожного місяця за 3 роки;
 \bar{y} – загальний середній рівень ряду за 3 роки.

Середньомісячний рівень (середній) за 3 роки береться таким, що дорівнює 100%.

Місяць	Кількість, тонн				$I_{\text{сезон}} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$
	2012 р.	2013 р.	2014 р.	У середньому за 3 роки \bar{y}_i	
I	4,4	4,2	4,3	4,3	76
II	4,3	4,1	4,5	4,3	76
III	4,6	4,2	5,1	4,6	82
...
XII	4,3	4,1	4,2	4,2	75
Середній рівень ряду	5,7	5,4	5,8	$\bar{y} = 5,6$	100

$$I_c = \frac{4,3}{5,6} \cdot 100\% = 76\%$$

За наявності даних за 3 роки, наприклад, або більше число років, застосовується і такий метод:

– послідовно розраховуються індекси сезонності за кожний місяць всього періоду, тобто за січня 1-го, 2-го і 3-го року, як в першому випадку;

– потім з одержаних індексів сезонності кожного місяця за ряд років розраховується середня арифметична.

Так, в нашому прикладі індекс сезонності для січня буде:

$$\text{січень 2012 р.} \quad I_{\text{сезон}} = \frac{4,4}{5,7} \cdot 100 \% = 77 \% ;$$

$$\text{січень 2013 р.} \quad I_{\text{сезон}} = \frac{4,2}{5,4} \cdot 100 \% = 77 \% ;$$

$$\text{січень 2014 р.} \quad I_{\text{сезон}} = \frac{4,3}{5,8} \cdot 100 \% = 74 \% .$$

Тоді середній індекс сезонності для січня буде:

$$\bar{I}_{\text{сезон}} = \frac{77 + 77 + 74}{3} = 76 \% .$$

Для наочності сезонні коливання (сезонні хвилі) зображаються графічно (рис. 11.2).

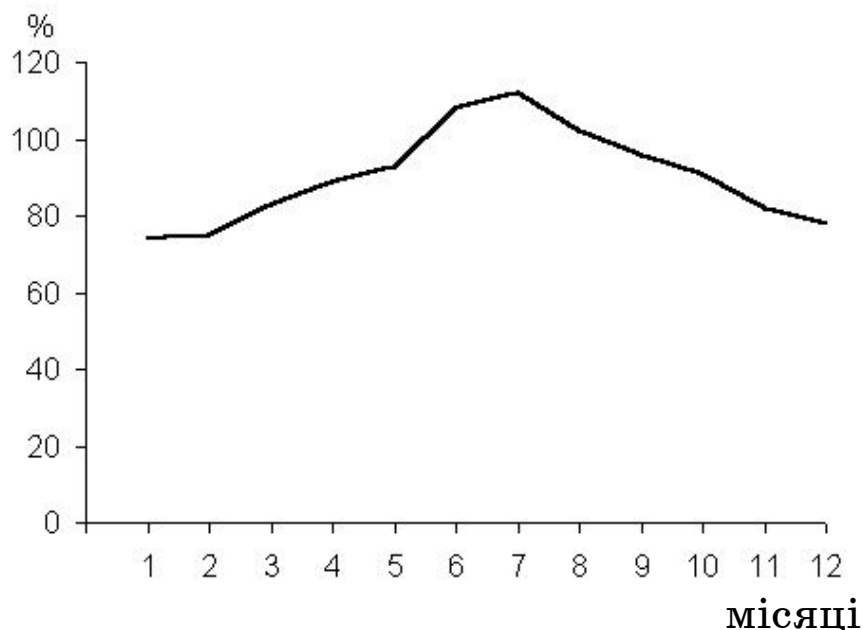


Рис. 11.2. Сезонні хвилі реалізації овочів

Існують й інші складніші за розрахунками способи визначення сезонних коливань, з якими, при бажанні, можна ознайомитися самотійно, використовуючи рекомендовані літературні джерела.

Питання для самоконтролю

1. Які найважливіші способи обробки рядів динаміки існує і яка їх суть?
2. У чому полягає суть методу укрупнення періодів ряду динаміки?
3. Як здійснюють згладжування рядів динаміки способом плинної (ковзної) середньої?
4. У чому полягає суть методу аналітичного згладжування рядів динаміки?
5. Що таке екстраполяція і інтерполяція рядів динаміки, їх значення і застосування.
6. Якими методами досліджуються сезонні коливання?

Тестові завдання для самоперевірки*

11.1 Тренд – це:

- а) коливання рівнів ряду під впливом зовнішніх факторів;
- б) загальна тенденція розвитку явищ;
- в) метод вирівнювання рядів динаміки;
- г) співвідношення двох рівнів ряду динаміки.

11.2 Які з прийомів виявлення загальної тенденції зміни явищ у часі слід використовувати, коли рівні ряду значно варіюють:

- а) укрупнення інтервалів або ковзну середню;
- б) визначення темпів зростання рівнів ряду;
- в) змикання рядів динаміки;
- г) визначення автокореляції у рядах динаміки.

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

11.3 Інтерполяцією називається визначення невідомих рівнів:

- а) всередині заданого ряду динаміки;
- б) за межами заданого ряду динаміки;

Екстраполяцією називається визначення невідомих рівнів:

- в) всередині заданого ряду динаміки;
- б) за межами заданого ряду динаміки.

11.4 Середньорічна кількість зайнятого населення у будівництві у 2008 р. склала 9 тис. чол., а у 2010 р. – 15 тис. чол. Визначити кількість зайнятого населення у будівництві в 2009 р.:

- а) 6 тис. чол.;
- б) 3 тис. чол.;
- в) 12 тис. чол.;
- г) 10,0 тис. чол.

11.5 Середньорічна кількість зайнятого населення у регіоні збільшилась з 43 тис. чол. у 2005 р. до 55 тис. чол. у 2009 р. Середній абсолютний приріст при цьому склав 3 тис. чол. Визначити кількість зайнятого населення у 2010 р.

- а) 52,7 тис. чол.;
- б) 58,0 тис. чол.;
- в) 56,0 тис. чол.;
- г) 60,0 тис. чол.

11.6 Випуск продукції у 2010 році становив 41,0 млн. грн., середньорічний абсолютний приріст – 0,95 млн. грн. Визначити прогноз на 2013 рік:

- а) 43,85 тис. грн.;
- б) 53,4 тис. грн.;
- в) 41,95 тис. грн.;
- г) 42,9 тис. грн.

11.7 У лінійному рівнянні тренду $Y = a + bt$ параметр b характеризує:

- а) середній абсолютний приріст;

- б) середній темп зростання;
параметр a характеризує:
- в) середній рівень ряду динаміки;
- г) рівень ряду динаміки при $t=0$.

11.8 Прибуток туристичної фірми зріс з 7,0 тис грн. у січні до 9,0 тис. грн. у травні. Середній абсолютний приріст прибутку склав 0,5 тис грн. Визначте прибуток фірми у червні.

- а) 9,4 тис. грн.;
- б) 9,5 тис. грн.;
- в) 9,2 тис. грн.;
- г) 9,6 тис. грн.

Тема 12 | **Індексний метод**

- 12.1. Суть індексів, їх особливості як узагальнювальних показників у статистико-економічному аналізі.
- 12.2. Класифікація індексів та їх функції.
- 12.3. Методологічні принципи побудови індексів.
- 12.4. Агрегатна форма зведених індексів.
- 12.5. Середньозважені індекси.
- 12.6. Взаємозв'язки індексів та індексні системи.
- 12.7. Територіальні індекси.
- 12.8. Індеси середніх величин.

12.1. Суть індексів, їх особливості як узагальнювальних показників у статистико-економічному аналізі

Для характеристики і аналізу явищ і процесів в економіці статистика широко використовує різні узагальнюючі показники:

- середні і відносні величини;
- показники варіації;
- середньорічний темп росту та ін.

До числа найпоширеніших і важливих узагальнювальних показників відносять також і індекси. Їх роль і значення в економічному аналізі обумовлена тим, що за допомогою індексів можна зіставляти безпосередньо несумірні (незіставні) явища. Наприклад, при аналізі діяльності промисловості в цілому необхідно знати динаміку загального обсягу виробленої нею продукції.

Промисловість же, як відомо, виробляє найрізноманітнішу продукцію і вимірюється вона в різних одиницях: тканини – в метрах, автомобілі – в штуках, взуття – в парах, пиво – в декалітрах і т.д. Тому при визначенні загального обсягу продукції промисловості підсумовувати ці різнорідні товари не можна.

В подібних випадках, для характеристики зміни таких складних явищ (складних сукупностей), і використовуються спеціально побудовані узагальнювальні показники – **індекси**.

Індекси дозволяють вивчати і аналізувати кількісні зміни і зіставлення складних сукупностей, що складаються з різнорідних, непіддатливих підсумовуванню елементів.

Слово *індекс* походить від латинського *index* – узагальнювальний показник. В статистиці **індексами** називають: відносні величини, що характеризують зміну (співвідношення) явищ у часі, просторі а також у порівнянні з планом нормою чи стандартом. Інакше кажучи, індекс, в широкому значенні можна визначити як відносний узагальнювальний показник, що характеризує зміну складних явищ в часі і в просторі.

Роль і значення індексів в аналізі та їх особливість обумовлено тим, що з їх допомогою можна порівнювати безпосередньо несумірні явища.

За допомогою індексів розв'язуються наступні основні **завдання**:

1. Визначаються середні зміни складних, безпосередньо несумірних сукупностей в часі.

2. Встановлюються середні співвідношення складних явищ в просторі.

3. Визначається роль окремих факторів в загальній зміні складних явищ в часі і в просторі.

4. Оцінюється середній ступінь виконання плану (норми) по сукупності в цілому або її частині.

12.2. Класифікація індексів та їх функції

У статистиці має місце багато різновидів індексів, тому доцільно зробити їх загальну класифікацію.

1. **За ступенем охопту елементів сукупності** розрізняють *індивідуальні* та *загальні* (зведені) *індекси*.

Індивідуальними називаються індекси, які характеризують зміну (співвідношення) одного елемента сукупності, або всієї однорідної сукупності. Тобто, це результат порівняння двох показників, що належать до однорідної сукупності, або двох однорідних сукупностей.

Індивідуальні індекси, можна сказати, нічим не відрізняються від вже відомих нам коефіцієнтів (темнів) зростання.

Загальними (зведеними) називаються індекси, що характеризують зміну складного явища в цілому, тобто це співвідношення складних сукупностей, окремі елементи яких несумірні. Загальні індекси і є тими індексами, за допомогою яких частіше всього і характеризується зміна економічних явищ, як явищ складних і не завжди сумірних.

Різновидом загальних індексів є групові індекси, або як їх ще називають – **субіндекси**. Це індекси, що охоплюють не всі елементи сукупності, а лише якусь частину її, групу елементів сукупності. Наприклад, разом із загальним індексом, що характеризує зміну обсягу продукції всієї промисловості, можуть обчислюватися індекси обсягу продукції за окремими галузями. Можна розрахувати індекс загального товарообігу, або індекси обсягів продовольчих і непродовольчих товарів і т.д.

2. За методом побудови розрізняють *агрегатні індекси і середні з індивідуальних*.

Вибір методу побудови загальних індексів залежить від характеру початкових даних. Основним методом побудови індексів є агрегатний. За допомогою цього методу розраховуються агрегатні індекси, що характеризують динаміку складного економічного явища і які дозволяють агрегувати (підсумовувати) і порівнювати елементи сукупності, що мають різні одиниці вимірювання. Приведення різнорідних елементів здійснюється за допомогою певних співвимірників (ваг). В якості співвимірників (єдиної міри вимірювання) ви-

користовують ціну, собівартість або трудомісткість одиниці продукції.

Для побудови індексу необхідно мати абсолютні показники щонайменше за два періоди. Один з них називається базисним – на ньому ґрунтується побудова індексу, тобто він є базою для порівняння. Інший – поточним або звітним періодом, його рівень порівнюється з базисним.

Якщо є дані за декілька періодів, то в цьому випадку один з них вибирається в якості базисного, а інші – поточних.

3. За характером явищ (змістом величин, що індексуються), **що вивчаються**, розрізняють:

- **індекси об'ємних (екстенсивних) показників;**
- **індекси якісних (інтенсивних) показників.**

До перших з них належать: індекси фізичного обсягу промислової продукції, сільгосппродукції, обсягу споживання і обсягу роздрібного товарообігу, національного доходу і т.д.

До других належать: індекси цін (роздрібних, оптових, відпускних, закупівельних); індекси собівартості продукції; індекси врожайності, трудомісткості, продуктивності праці та ін. Методи побудови того або іншого індексу виражаються у вигляді формул, що відповідають певному економічному змісту.

Мета окремого дослідження визначає функцію, яку виконує індекс у конкретному аналізі. Розрізняють дві функції індексів:

-*синтетичну* за допомогою якої здійснюється об'єднання (агрегування) в єдине ціле різнорідних одиниць сукупності;

-*аналітичну*, спрямовану на вивчення закономірностей динаміки, функціональних взаємозв'язків, впливу окремих факторів на зміну складних явищ.

12.3. Методологічні принципи побудови індексів

Основними об'єктами для побудови економічного індексу є ціни одиниць продукції і кількості (обсяги) цієї продукції. Це пов'язано з тим, що розрахунок узагальнювальних показників для якої-небудь складної сукупності, з метою їх зіставлення, не завжди можливий (приклад з продукцією промисловості). Зіставні показники в таких сукупностях єдині в економічному значенні, але різні за видами і споживчою вартістю і, отже, несумірні і неспівставні. Тому необхідний певний сумірник, єдина міра їх зіставлення. Такою мірою частіше за все і виступає ціна, як грошовий вираз споживчої вартості, а також собівартість або трудомісткість одиниці продукції.

При розрахунку індексів використовуються такі спеціально прийняті символічні позначення:

- індивідуальні індекси позначаються « i » з підрядковим знаком показника, що індексується, наприклад індекс цін позначається i_p , індекс фізичного обсягу (кількості) товару – i_q , індекс товарообігу – i_{pq} ;
- загальні індекси позначаються « I » з індексованою величиною у вигляді підрядкового знаку;
- ціна « p » – від латинського *pretium* (ціна);
- кількість (обсяг) товару (продукції) позначається « q » – від латинського *quantitas* (кількість);
- собівартість – « z »;
- трудомісткість « t » і т.д.

Щоб розрізнити, до якого періоду – базисного або поточного відносяться ті або інші показники, біля кожного символу ставиться відповідна нумерація. Так, якщо йдеться про ціни за базисний період, то ставлять позначення p_0 , за перший поточний період – p_1 і т.д. за будь-який поточний період – p_i . Наприклад, якщо порівнюється обсяг продукції, випущеної в 2014 р. з обсягом продукції 2013 р., то продукція 2014 р. позначатиметься як q_1 , а продукція 2013 р. – q_0 .

В статистико-економічному аналізі часто доводиться мати справу з показниками, які пов'язані між собою як співмножники з добутком. Наприклад:

- вартість продукції дорівнює добутку ціни одиниці продукції на кількість виробленої продукції або споживання цієї продукції;

- товарообіг – добутку ціни на фізичний обсяг товарообігу;

- валовий збір – добутку врожайності на площу і т.д.

В аналогічному порядку знаходяться й індекси цих показників. Так,

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q, \quad (12.1)$$

де i_{pq} – індекс вартості товарообігу;

$$i_{sy} = i_s \cdot i_y, \quad (12.2)$$

де i_{sy} – індекс валового збору.

Такі індекси називаються **спряженими**.

Виходячи з прийнятих позначень індивідуальні індекси виражаються таким чином:

- фізичного обсягу продукції:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad (12.3)$$

де q_1 і q_0 – кількість продукції відповідно в поточному і базисному періоді;

- індекс цін:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \quad (12.4)$$

де p_1 і p_0 – ціна одиниці продукції в поточному і базисному періоді;

– індекс собівартості:

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}, \quad (12.5)$$

де z_1 і z_0 – собівартість одиниці продукції в поточному і базисному періоді;

– індекс трудомісткості:

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}, \quad (12.5)$$

де t_1 і t_0 – витрати часу на виробництво одиниці продукції в звітному і базисному періоді.

Індекс як відносний показник може бути виражений або у вигляді коефіцієнтів – коли базисний рівень прийнятий за 1, або у вигляді відсотків – коли він прийнятий за 100%.

Побудова і обчислення індивідуальних індексів, як видно з представлених вище формул, не складає труднощів ні в методологічному, ні в технічному відношенні. Наприклад, ціна 1 кг м'яса на ринку в серпні складала 10 грн, а в жовтні – 12 грн. Тоді індивідуальний індекс ціни на м'ясо дорівнює:

$$i_p = \frac{12}{10} = 1,2 = 120\%.$$

Це значить, що ціна за 1 кг м'яса в жовтні, порівняно з серпнем, зросла на 20%.

При обчисленні індексів, як ми вже встановили, необхідно мати дані за два періоди, або два порівнюва-

ні рівні. Якщо ж є дані за декілька періодів або рівнів, то як база для порівняння може бути прийнятий або один і той самий початковий рівень (для всіх інших), або для кожного наступного рівня – передуючий йому. В першому випадку ми одержимо індекси з постійною базою – **базисні**, в другому – індекси із змінною базою – **ланцюгові**.

І базисні, і ланцюгові індекси мають певне значення в економічному аналізі. Базисні характеризують зміни явищ за тривалий період часу відносно до якої-небудь однієї відправної точки (періоду або моменту часу). Ланцюгові дозволяють стежити за поточними змінами явищ. Тому питання про те, яким індексом скористатися у кожному конкретному випадку, вирішують виходячи із задач дослідження.

Якщо базисні і ланцюгові індекси охоплюють один і той самий період часу, між ними існує взаємозв'язок:

1) добуток ланцюгових індексів що дорівнює кінцевому базисному;

2) відношення наступного базисного індексу до попереднього, дорівнює відповідному ланцюговому індексу.

Існуючі взаємозв'язки дають можливість обчислювати базисні індекси за даними про ланцюгові і навпаки. Наприклад: виробництво продукції шоколадної фабрики характеризується такими даними:

Табл. 12.1. Динаміка виробництва продукції шоколадною фабрикою

Рік	2010	2011	2012	2013	2014
Продукція, млн. грн.	5 (q_0)	7 (q_1)	12 (q_2)	22 (q_3)	30 (q_4)
Базисні індекси	1,00	1,4	2,4	4,4	6,0
Ланцюгові індекси	1,00	1,4	1,7	1,8	1,4

Перевіримо перший взаємозв'язок:

$$i_{94}^{\frac{94}{90}} = \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdot \frac{q_4}{q_3} = \frac{q_4}{q_0} = 1,4 \cdot 1,7 \cdot 1,8 \cdot 1,4 = 6,0.$$

Перевіримо другий взаємозв'язок:

$$\frac{q_4}{q_0} : \frac{q_3}{q_0} = \frac{q_4}{q_3},$$

тобто

$$\frac{6,0}{4,4} = 1,4, \quad \text{або} \quad \frac{4,4}{2,4} = 1,8.$$

12.4. Агрегатна форма зведених індексів

За допомогою загальних індексів, як наголошувалося вище, частіше всього і характеризується зміна складних економічних явищ і процесів. На відміну від індивідуальних індексів їх побудова і обчислення є складнішою справою, цим займається теорія індексів.

За методологією розрахунку загальні індекси поділяються на:

- *агрегатні*, від латинського *aggrego* – приєдную;
- *середні з індивідуальних*.

Основною формою економічних індексів у вітчизняній практиці є агрегатні. Вони складаються з 2 частин:

- величини, що індексується (характер зміни якої визначається).
- співвимірника (ваги), з яким величина, що індексується, включається в загальний підсумок.

Співвимірник (вага) вводиться в індекс для того, щоб подолати несумарність окремих елементів явища, що вивчається. Тобто за допомогою терезів підсумовуються набори (агрегати) показників, що індексуються. Співвимірник (вага) економічно тісно пов'язаний з величиною, що індексується, і приводить елементи складного явища до зіставного вигляду. Для цього ваги беруться однаковими в чисельнику і знаменнику індексу.

Розглянемо основні принципи і методи розрахунку агрегатних індексів на прикладі індексу цін та індексу фізичного обсягу товарообігу. Якщо в якості величини, що індексується, виступає ціна, тобто нам необхідно визначити загальну зміну цін на різні товари. Тоді, щоб подолати несумірність цін, потрібно ввести в індекс співвимірник (вагу) у вигляді кількості проданих (або вироблених) товарів. Добуток цін на кількість відповідних товарів дасть вартість цих товарів. А вартості різних товарів вже можна підсумовувати.

Отже, в індексах цін як співвимірник (вага) індексу виступає кількість товарів. Причому кількості товарів повинні бути одні й ті самі для поточного і для базисного періодів, щоб індекс відобразив лише зміну рівня цін.

Таким чином, загальну зміну цін на різні товари можна визначити шляхом розрахунку агрегатного індексу цін, ввівши в нього за ваги однаковою величину: кількість проданих товарів за поточний або базисний період.

Дотримуючись прийнятих вище позначень і прийнявши за ваги кількість проданих товарів за поточний період, формулу агрегатного індексу цін можна подати у вигляді:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, \quad (12.6)$$

де p_1 і p_0 – ціна одиниці проданих товарів в поточному і базисному періоді відповідно;

q_1 – кількість проданих товарів в поточному періоді.

Даний індекс (12.6) запропонований німецьким економістом і статистиком Германом Пааше у 1874 р.

Якщо ж взяти за ваги дані про кількість проданих товарів в базисному періоді, то формула агрегатного індексу цін матиме такий вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad (12.7)$$

Цей індекс (12.7) запропонував інший німецький вчений і статистик Е. Ласпейрес, у 1864 р.

Агрегатні індекси цін, одержані за цими 2-ма формулами – з поточними і базисними вагами, не ідентичні. Вони мають різний економічний зміст. Перший індекс характеризує зміну цін поточного періоду, в порівнянні з базисним на товари, реалізовані в поточному періоді. Тобто він дозволяє розрахувати економічний ефект, який мав місце при зміні цін. Зміна цін, як відомо, приводить до певного перерозподілу коштів у народному господарстві:

- від зростання цін виграють продавці і програють покупці;

- від їх зниження – навпаки, виграють покупці і програють продавці.

Другий індекс показує, наскільки змінилися ціни в поточному періоді в порівнянні з базисним на товари, які були реалізовані в базисному періоді. Тобто він дозволяє розрахувати якийсь умовний економічний ефект, умовну економію або перевитрату засобів. Тому при розрахунку індексу цін використовується, як правило, перша формула індексу з вагами поточного періоду, тому що економіста цікавить не умовна економія або перевитрата, а фактичний економічний ефект від зміни цін. Так, щоб розрахувати індекс цін, необхідно зіставити вартість товарів, проданих в поточному періоді за цінами поточного періоду з вартістю цих же товарів, але за цінами базисного періоду.

Розрахунок агрегатного індексу цін розглянемо на прикладі. Обсяги і ціни проданих продуктів на ринку представлені у табл. 12.2.

Табл. 12.2. Дані про реалізацію продуктів на ринку

Продукти	Продано		Ціна за одиницю, грн.	
	базисний період (q_0)	поточний період (q_1)	базисний період (p_0)	поточний період (p_1)
Картопля, т	20	25	200	400
Молоко, тис. л	10	7	400	600
М'ясо, тис. кг	15	12	3000	5000

Визначимо індекс цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{400 \cdot 25 + 600 \cdot 7 + 5000 \cdot 12}{200 \cdot 25 + 400 \cdot 7 + 3000 \cdot 12} = \frac{74200}{53000} = 1,4 = 140\%.$$

Індекс показує, що ціни на зазначені продукти збільшилися на 40% (базисний період завжди береться за 100%).

Різниця між чисельником і знаменником характеризує абсолютну суму програшу (виграшу) населення від зміни цін. У чисельнику індексу – фактична сума грошей, яку населення заплатило в поточному періоді за вказану кількість продуктів за цінами поточного періоду. У знаменнику – сума, яку населення заплатило б за таку саму кількість продуктів, ніби ціни були на рівні базисного періоду. Отже, в поточному періоді в результаті зростання цін населення витратило додатково (перевитратило):

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 74200 - 53000 = 21200 \text{ грн.}$$

Тепер розрахуємо агрегатний індекс цін з базисними вагами (за формулою Ласпейреса):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{89000}{53000} = 1,679 = 167,9 \%$$

Значення індексів, як бачимо, вийшли різні.

Агрегатний індекс з базисними вагами означає, що ціни в базисному періоді збільшилися б на 167,9% за умови, якби в базисному періоді діяли ціни поточного періоду. Перевитрата коштів (умовна) склала б:

$$\sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0 = 36000 \text{ грн.}$$

Нас же цікавить фактичне зростання цін в поточному періоді в порівнянні з базисним і фактична перевитрата коштів населення від підвищення цін. Тому і вибирають агрегатний індекс цін з поточними вагами, що правильно відображає динаміку зміни цін.

Якщо величиною, що індексується, є кількості (обсяги) проданих або вироблених товарів, то для того, щоб можна було підсумовувати їх за різними товарами необхідно ввести в індекс обсягів співвимірник у вигляді цін на продукти, тобто співвимірник кількості за цінами. Добуток обсягів на ціни дасть вартість (або оборот з продажу), тобто величини, які можна підсумовувати. Отже, в індексах фізичного обсягу продукції, ціни є вагами. Ця вага повинна бути взята однаковою (незмінною) для поточного і базисного періодів. В цьому випадку індекси покажуть лише зміну обсягів, вироблених або проданих товарів.

Таким чином, і в індексі цін, і в індексі фізичного обсягу товарообігу за допомогою співвимірників ми переходимо до вартості проданих (вироблених) товарів.

При побудові і обчисленні індексу фізичного обсягу товарообігу виникає питання: які ціни взяти як співвимірники (ваги)? Ціни базисного або ціни поточного періоду?

Щоб агрегатний індекс характеризував лише зміну фізичного обсягу товарообігу і не відбивав зміни цін, за ваги треба узяти незмінні ціни як для базисного, так і для поточного періодів. А незмінними цінами завжди є ціни базисного періоду. Таким чином, в індексі фізичного обсягу співмножник показника, що індексується, береться на рівні базисного періоду.

Тоді формулу агрегатного індексу фізичного обсягу продукції можна представити таким чином:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (12.8)$$

Вибір періоду зважування індексів пояснюється тим, що якісні показники, що індексуються, не потребують співвимірника і їх співмножники є лише вагами, а кількісні – потребують співвимірника і їх співмножники є співвимірниками.

Чисельник індексу є вартістю продукції поточного періоду в базисних цінах, знаменник – вартість продукції базисного періоду в цінах базисного періоду. Різниця між чисельником і знаменником ($\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$) характеризує абсолютну зміну фізичного обсягу продукції в поточному періоді.

Якщо повернутися до наведеного вище прикладу з продуктами на ринку, то підставивши у формулу індексу фізичного обсягу необхідні дані, одержимо

$$I_q = \frac{50 \cdot 15 + 40 \cdot 10 + 15 \cdot 45}{40 \cdot 15 + 50 \cdot 10 + 20 \cdot 45} = \frac{1825}{2000} = 0,913 = 91,3 \%.$$

Це значить, що в поточному періоді, в порівнянні з базисним, загальний фізичний обсяг продажу (виробництва) зазначених продуктів знизився на 8,7%.

Різниця між чисельником і знаменником показує, що в поточному періоді, в порівнянні з базисним обсяг проданих (вироблених) продуктів зменшився в абсолютному вираженні на

$$\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 1825 - 2000 = -175 \text{ грн.}$$

Крім індексів цін і фізичного обсягу в статистико-економічному аналізі застосовуються й інші агрегатні індекси. Розглянемо основні з них.

Індекс собівартості продукції будується аналогічно до індексу цін. Він показує середню зміну собівартості продукції в поточному періоді порівняно з базисною або плановою собівартістю.

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}, \quad (12.9)$$

де z_1, z_0 – собівартість одиниці продукції в поточному і базисному періоді;
 q_1 – кількість продукції в поточному періоді.

Чисельник індексу характеризує виробничі витрати на продукцію, яка порівнюється. Знаменник – виробничі витрати, які були б, якби собівартість залишилася на рівні базисного періоду.

Різниця між чисельником і знаменником ($\sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$) показує абсолютний розмір економії або перевитрати в результаті зміни собівартості.

Розрахуємо загальний індекс собівартості за наступними даними (табл. 12.3).

Табл. 12.3. Кількість і собівартість виробленої продукції

Вид продукції	Вироблено		Собівартість одиниці продукції, грн	
	базисний період (q_0)	звітний період (q_1)	базисний період (z_0)	звітний період (z_1)
А, шт.	1 000	1 200	20,0	19,2
Б, т	3 000	3 100	70,0	68,0
В, пар	15 600	16 000	5,0	4,8

$$I_z = \frac{19,2 \cdot 1200 + 68 \cdot 3100 + 4,8 \cdot 16000}{20 \cdot 1200 + 70 \cdot 3100 + 5 \cdot 16000} = \frac{310640}{321000} = 0,968 = 96,8 \%$$

Це значить, що собівартість виробленої продукції в поточному періоді знизилася в порівнянні з базисним періодом на $100\% - 96,8\% = 3,2\%$.

Абсолютна економія від зниження собівартості склала:

$$\sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 310640 - 321000 = -10360 \text{ грн.}$$

Індекс трудомісткості характеризує зміну трудомісткості одиниці продукції в поточному періоді порівняно з базисним.

Агрегатний індекс трудомісткості визначається за формулою:

$$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1}, \quad (12.10)$$

де $t_1 q_1$ – фактичні витрати часу на виробництво всієї продукції в поточному періоді (фактична трудомісткість);

$t_0 q_1$ – показує, скільки часу довелося б затрачувати на виробництво всієї продукції поточного періоду в базисному періоді.

Різниця між чисельником і знаменником ($\sum t_1 q_1 - t_0 q_1$) характеризує зниження (зростання) трудомісткості в поточному періоді в абсолютному вираженні (людино-годин).

Індекс продуктивності праці. Величина індексу продуктивності праці обернено пропорційна величині індексу трудомісткості. Тобто: чим вища трудомісткість одиниці продукції, тим нижча продуктивність праці і навпаки. Тому формула індивідуального індексу продуктивності праці:

$$i_1 = \frac{t_0}{t_1}, \quad (12.11)$$

агрегатного:

$$I_{\frac{1}{t}} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}, \quad (12.12)$$

Різниця між чисельником і знаменником показує загальну абсолютну економію витрат часу на виробництво продукції (людино-годин).

Індекс вартості товарообігу характеризує загальну зміну вартості товарообігу (виручку). Для побудови індексу необхідно зіставити загальну вартість проданих (реалізованих) товарів (виручку) в поточному періоді, за цінами поточного періоду, із загальною вартістю реалізованих товарів в базисному періоді, за цінами базисного періоду:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}, \quad (12.13)$$

Різниця між чисельником і знаменником показує зростання або зниження вартості товарообігу (загальної виручки) в поточному періоді порівняно з базисним в абсолютному вираженні ($\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$) грн.

Індекси виконання плану. Особливість таких індексів полягає в тому, що при їх обчисленні фактичні дані зіставляються не з базисними, а з плановими. Причому, вагами індексу можуть бути як планові показники, так і фактичні. Обчислимо індекси виконання плану на основі даних, приведених у табл. 12.4.

Табл. 12.4. Кількість і собівартість продукції, випущеної заводом

Виріб	Випущено продукції, одиниць		Собівартість одиниці продукції, грн	
	за планом (q _{пл})	фактично (q ₁)	планова (z _{пл})	фактична (z ₁)
А	1 500	800	10,0	14,0
Б	900	2 000	50,0	40,0

За даними таблиці можна розрахувати індекси з плановими і фактичними вагами:

$$I_{z_{пл}} = \frac{\sum z_1 q_{пл}}{\sum z_{пл} q_{пл}} = \frac{14 \cdot 1500 + 40 \cdot 900}{10 \cdot 1500 + 50 \cdot 900} = \frac{57000}{60000} = 0,95 = 95\%.$$

Таким чином, собівартість запланованої до випуску продукції нижче планової собівартості на 5%.

Якщо ж за ваги взяти фактичний випуск продукції, то одержимо:

$$I_{z_{ф}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_{пл} q_1} = \frac{14 \cdot 800 + 40 \cdot 2000}{10 \cdot 800 + 50 \cdot 2000} = \frac{91200}{108000} = 0,844 = 84,4\%.$$

Цей індекс показує, що собівартість фактично випущеної продукції нижче планової на 15,6%.

Перший індекс з плановими вагами характеризує виконання плану за собівартістю запланованої до випуску продукції (випуск якої був передбачений планом). Тут за ваги взято планове завдання. Проте підприємства іноді порушують асортимент продукції, передбаченої планом, що випускається, з різних причин. Тому для визначення собівартості фактично виробленої продукції, порівняно з плановою собівартістю, за ваги може бути прийнятий не плановий, а фактичний випуск продукції.

Другий індекс характеризує собівартість фактично реалізованої продукції у порівнянні з плановою. Цей індекс розраховується як відношення фактичних витрат на фактично вироблену продукцію до планових витрат на цю ж продукцію.

12.5. Середньозважені індекси

Агрегатні індекси, як нам вже відомо, можуть бути обчислені за умови, якщо відомі величини і вага (співвимірники), що індексуються, тобто p і q . Проте в практичній діяльності бувають випадки, коли ці показники відсутні, а є, наприклад, добуток (pq) – вартість та індивідуальні індекси $i_p = \frac{p_1}{p_0}$, $i_q = \frac{q_1}{q_0}$. У подібних

випадках будуються середні індекси, ідентичні агрегатним, шляхом усереднювання індивідуальних. Здійснюється це перетворенням формули агрегатного індексу в середньоарифметичний і середньогармонійний індекси.

Як правило, середній арифметичний індекс застосовується при індексації об'ємних показників (кількостей), а середньогармонійний – при індексації якісних показників (цін). Розглянемо перетворення агрегатного індексу в середньоарифметичний на прикладі агрегатного індексу фізичного обсягу товарообігу.

Формула індексу фізичного обсягу, як нам вже відомо, має вигляд (12.8). Для її перетворення використовуємо індивідуальний індекс фізичного обсягу

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \text{ звідки випливає, що } q_1 = i_q \cdot q_0.$$

Замінивши у формулі агрегатного індексу q_1 на ($i_q \cdot q_0$), одержимо формулу середньоарифметичного індексу фізичного об'єму:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad (12.14)$$

де i_q – індивідуальний індекс фізичного об'єму виробництва (реалізації) продукції;

$q_0 p_0$ – вартість продукції базисного періоду в цінах базисного періоду (реалізованої в базисному періоді).

Отже, даний індекс є середнім арифметичним з індивідуальних індексів, зважених за вартістю продукції базисного періоду ($q_0 p_0$).

У випадках, коли немає даних про кількість виробленої (реалізованої) продукції, обчислити агрегатний індекс цін не є можливим. Але якщо є індивідуальні індекси цін і дані про вартість продукції у звітному періоді (товарообігу), то можна розрахувати середній гармонійний індекс цін.

Формула індексу цін має вигляд (12.6). Для перетворення агрегатного індексу цін в середньогармонійний використовуємо індивідуальний індекс цін $i_p = \frac{p_1}{p_0}$,

звідки $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$. Замінивши у формулі агрегатного ін-

дексу p_0 на $\frac{p_1}{i_p}$, одержимо формулу середньогармоній-

ного індексу цін:

$$I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}, \quad (12.15)$$

Даний індекс є середнім гармонійним з величин, зворотних індивідуальним індексам цін, зважених за вартістю продукції поточного періоду ($p_1 q_1$).

12.6. Взаємозв'язки індексів та індексні системи

Взаємозв'язки індексів. Розглядаючи індивідуальні індекси, ми відзначили, що багато статистичних показників взаємозв'язані. Так, ряд економічних показників можна подати як добуток кількох інших. Це мультиплікативна форма зв'язку. Наприклад:

- вартість товарообігу є добутком ціни на вартість проданих товарів;
- обсяг виробленої продукції – добутком кількості працюючих на їх продуктивність праці;
- валовий збір с/г культур – добутком врожайності на посівну площу;
- загальні витрати часу на виробництво продукції – добутком трудомісткості і кількості виготовленої продукції і т.д.

Співмножники в таких випадках виступають як факторні показники, від величини яких залежить результат. На практиці часто виникає потреба визначити рівень впливу окремих факторів на зміну результативного показника (спряженого індексу). Так, з економічної точки зору, не байдуже, за рахунок чого збільшились загальні витрати на виробництво: зростання собівартості, тобто інтенсивного фактора, чи збільшення кількості виробленої продукції, тобто екстенсивного.

Отже виявлення і кількісна оцінка впливу окремих факторів на зміну складного явища – одне із важливих завдань, які вирішують індексним методом. Оцінити вплив кожного з факторів означає обчислити індекси факторних показників відповідної системи співзалежних індексів.

Індекс цін пов'язаний з індексом фізичного обсягу продукції (при виробництві продукції), або з індексом фізичного обсягу товарообігу (при реалізації товарів), утворюючи таку індексну систему:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = I_p \cdot I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (12.16)$$

Абсолютні прирости за рахунок окремих факторів обчислюють як різницю між чисельником і знаменником відповідних факторних індексів. Так, загальний абсолютний приріст товарообігу дорівнює:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 \quad (12.17)$$

Його можна розкласти за факторами

$$\Delta_{pq} = (\sum p_1q_1 - \sum p_0q_1) + (\sum q_1p_0 - \sum p_0q_0) \quad (12.18)$$

Наприклад, якщо перша складова дорівнює 200 тис. грн, а друга – 195 тис. грн. Тобто за рахунок збільшення ціни товарообіг збільшився на 200 тис. грн, а за рахунок збільшення кількості проданих товарів – на 195 тис. грн. Отже більший вплив на вартість товарообігу здійснило зростання цін. У сумі обидва фактори дорівнюють загальній зміні товарообігу у фактичних цінах: 200+195=395 тис. грн.

Індексні системи. У процесі економічного аналізу складних явищ часто доводиться мати справу з явищами, що змінюються не лише за два періоди (поточний і базисний), а за ряд періодів. У подібних випадках застосовуються *індексні ряди*, або їх ще називають *індексними системами*. Такі ряди можуть бути побудовані як за базисним, так і за ланцюговим принципом залежно від мети дослідження.

Якщо характеризують зміну явища у всіх наступних періодах порівняно з першим, то обчислені індекси є *базисними індексами*.

Коли ж характеризують послідовну зміну досліджуваного явища період за періодом, тобто кожний наступний період порівнюють з кожним попереднім, то такі індекси називають *ланцюговими*.

Разом з тим потрібно мати на увазі, що індекси якісних показників формуються зі змінними вагами, а індекси кількісних показників з постійними вагами. Розглянемо обчислення індексних рядів на основі даних, приведених у табл. 12.5.

Табл. 12.5. Ціна та обсяг проданих товарів

Товар	Продано товарів					Ціна за одиницю, грн				
	січень	лютий	березень	...	N	січень	лютий	березень	...	N
	q_0	q_1	q_2	...	q_n	p_0	p_1	p_2	...	p_n
А, кг	200	210	240	...	250	4,0	3,8	3,7	...	3,5
Б, шт.	60	75	90	...	100	20,0	19,0	18,5	...	18,0

Потрібно розрахувати щомісячні індекси цін. Їх можна розрахувати по-різному, залежно від розв'язуваної задачі і представити у вигляді таких індексних рядів:

1) Як ряд базисних агрегатних індексів цін:

$$I_{\frac{1}{0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{3,8 \cdot 210 + 19 \cdot 75}{4 \cdot 210 + 20 \cdot 75} = \frac{2233}{2340} = 95\%;$$

$$I_{\frac{2}{0}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2} = \frac{3,7 \cdot 240 + 18,5 \cdot 90}{4 \cdot 240 + 20 \cdot 90} = \frac{2553}{2760} = 92\%;$$

$$I_{\frac{n}{0}} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} = \frac{3,5 \cdot 250 + 18 \cdot 100}{4 \cdot 250 + 20 \cdot 100} = \frac{2675}{3000} = 89\%.$$

В цих індексах, як видно, ціни кожного наступного періоду (лютого – p_1 , березня – p_2 і т.д.) порівнюються з цінами січня (p_0) (базою). Але як ваги кожного разу береться кількість товарів поточного періоду (q_1 , q_2 і т.д.). У розрахованих таким чином індексах знаходять відображення зміни цін в порівнянні з початковим (базисним) періодом, так і зміни структури проданих товарів.

В загальному вигляді базисні індекси цін за декілька періодів можна представити таким чином у вигляді ряду (ланцюга) з окремих елементів (ланок).

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}; \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3}; \text{ і т.д.} \quad \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n}. \quad (12.19)$$

Такого роду індекси називають **рядом (системою) агрегатних базисних індексів цін зі змінними вагами**.

2) Як ряд агрегатних ланцюгових індексів цін (зі змінними вагами):

$$I_{\frac{1}{0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = 95\%;$$

$$I_{\frac{2}{1}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} = \frac{3,7 \cdot 240 + 18,5 \cdot 90}{3,8 \cdot 240 + 19 \cdot 90} = \frac{2553}{2622} = 97\%;$$

і т.д.

$$I_{\frac{n}{n-1}} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_{n-1} q_n} = \frac{3,5 \cdot 250 + 18 \cdot 100}{3,7 \cdot 250 + 18,5 \cdot 100} = \frac{2675}{2775} = 96\%.$$

Ці індекси одержані шляхом зіставлення цін кожного наступного періоду з попереднім. Як вага кожного разу береться кількість товарів поточного періоду.

У розрахованих цим методом індексах знаходить відображення як зміна цін за ряд послідовних періодів, так і зміна структури проданих товарів.

У загальному вигляді ланцюгові агрегатні індекси цін можна представити таким чином (у вигляді ряду):

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}; \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}; \dots \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_{n-1} q_n}. \quad (12.20)$$

Ряди агрегатних індексів показників обсягів (кількостей) будуються аналогічно. Тільки за ваги в них треба взяти ціни базисного періоду. В загальному вигляді базисні агрегатні індекси показників обсягів (кількостей) за декілька періодів можна представити у вигляді ряду:

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}; \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0}; \dots \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_{n-1} p_0}. \quad (12.21)$$

Необхідно мати на увазі, що агрегатні індекси зі змінними вагами не дозволяють перейти від ланцюго-

вих індексів до базисних, і, навпаки, оскільки вага їх різна.

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} \neq \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad (12.22)$$

$$\frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \neq \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}. \quad (12.23)$$

Індекси з постійними вагами (обсягів) дають можливість переходу від ланцюгових до базисних індексів і навпаки. Перемноживши два (або більш) ланцюгових індексів показників обсягів, одержимо базисний індекс:

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad (12.24)$$

а поділивши два базисні індекси показників обсягів (наступний на попередній) (з постійними вагами) одержимо ланцюговий:

$$\frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}. \quad (12.25)$$

Слід відмітити, що в окремих випадках виникає необхідність одержати базисний індекс якісних показників (цін, наприклад) на основі добутку ланцюгових. Це припустимо, хоча при цьому і виникає незначна похибка, якою можна знехтувати.

12.7. Територіальні індекси

Індекси, що виражають співвідношення складних економічних явищ в просторі – за містами, районами, областями, країнами, окремими підприємствами, називаються **територіальними**.

Індивідуальні територіальні індекси є відносними величинами порівняння, і їх підрахунок не становить жодних труднощів.

Побудова ж загальних територіальних індексів пов'язана з певними труднощами. Особливе значення мають питання вибору бази порівняння і ваги. Вирішуються ці питання у кожному конкретному випадку залежно від поставленої мети і задачі дослідження.

Наприклад, при порівнянні цін на ринках двох міст A і B виникає питання: дані якого міста треба узяти за базу для порівняння і за вагу?

Якщо як базу для порівняння взяти дані другого міста – B , а за вагу – кількість проданих товарів в першому місті – A , то територіальний індекс цін можна визначити за формулою:

$$I_p = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A}, \quad (12.26)$$

де p_A і p_B – ціни на одні і ті ж товари в містах A і B ;
 q_A – кількість проданих товарів в місті A .

У ряді випадків при визначенні територіальних індексів цін як вагу беруть загальну суму продаж в порівнюваних об'єктах (загальна кількість товарів, проданих в порівнюваних об'єктах). Тоді:

$$I_p = \frac{\sum p_A q}{\sum p_B q}, \quad (12.27)$$

де p_A і p_B – ціни на одні й ті ж товари в містах A і B ;
 q – кількість проданих товарів в місті A і B .

При обчисленні територіальних індексів фізичного об'єму товарообігу або виробленої продукції кількість продукції «зважують» на середні ціни за всіма об'єктами за формулою:

$$I_q = \frac{\sum q_A \bar{p}_i}{\sum q_B \bar{p}_i}, \quad (12.28)$$

де q_A і q_B – кількість вироблених (проданих) товарів по об'єктах;

\bar{p}_i – середньозважена ціна кожного товару по об'єктах.

Крім розглянутих індексів, у практиці вітчизняної статистики застосовується цілий ряд інших агрегатних індексів, які розглядаються в галузевих статистиках.

12.8. Індеси середніх величин

При вивченні динаміки якісних показників (цін, собівартості, продуктивності праці), виражених середніми величинами – середньою собівартістю, середньою продуктивністю – застосовуються індекси змінного складу.

Індекс змінного складу – відносна величина, що характеризує динаміку двох середніх показників для однорідної сукупності. Вони названі так тому, що середні величини, динаміку яких вони відображають, можуть змінюватися залежно від двох факторів: зміни як самого осередненого показника, так і співвідношення частот, тобто структурних зрушень. Так, середня продуктивність праці на підприємстві може зрости як за рахунок її підвищення у робочих окремих спеціальностей, так і за рахунок підвищення питомої ваги робітників з більш високою продуктивністю праці в загальній чисельності робітників.

У загальному вигляді динаміку середніх показників можна виразити у вигляді відношення $\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0}$. Тоді

для різних якісних показників (однорідної сукупності) індекси змінного складу можна записати таким чином:

$$I_p = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}; \quad (12.29)$$

$$I_z = \bar{z}_1 : \bar{z}_0 = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}; \quad (12.30)$$

$$I_{\text{впрож}} = \bar{y}_1 : \bar{y}_0 = \frac{\sum y_1 s_1}{\sum s_1} : \frac{\sum y_0 s_0}{\sum s_0}; \quad (12.31)$$

і т.д.

У випадках, коли необхідно встановити, як змінилося явище за рахунок зміни величин, що лише індексуються, застосовуються **індекси фіксованого (постійного) складу**. Тобто, це індекси, що відображають зміну середніх величин за рахунок впливу величин, що лише індексуються, при постійних вагах, тобто при постійній структурі сукупності. Вони розраховуються як звичайні агрегатні індекси якісних показників (12.6), або

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}. \quad (12.32)$$

Ступінь впливу структурних зрушень на зміну середніх показників визначається за допомогою **індексу структурних зрушень**. Він розраховується шляхом ділення індексу змінного складу на індекс фіксованого складу.

$$I_{стр. зр} = \frac{I_{зс}}{I_{фс}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}. \quad (12.33)$$

У цьому індексі структура сукупності фіксується на рівні звітнього періоду, що і дає змогу проаналізувати зміну середньої за рахунок зміни інтенсивного показника.

Необхідно відзначити, що індекси як узагальнюючі показники широко використовуються і в практиці соціально-економічного аналізу зарубіжних країн.

У даний час теорія індексів зайнята вирішенням проблеми вибору ваги при побудові взаємозв'язаних індексів. Це пов'язано з тим, що одні й ті ж індекси, але взяті з різними вагами (базисного або поточного періоду), дають дещо відмінну середню оцінку зміни явища. Подолати ці відмінності можна двома способами.

1. Отриманням індексів, побудованих на середніх вагах (індекс Лоу):

$$I_p = \frac{\sum p_1 \frac{q_1 + q_0}{2}}{\sum p_0 \frac{q_1 + q_0}{2}}. \quad (12.34)$$

2. Усреднюванням різнозважених індексів за допомогою середнього геометричного, тобто шляхом розрахунку середнього геометричного з добутку 2 агрегатних індексів з різними вагами:

$$I_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_1 q_0}{p_0 q_0}}. \quad (12.35)$$

Дану формулу запропонував відомий американський індексолог Фішер. Він назвав її «ідеальним індексом», придатним для дослідження будь-якого явища, незалежно від його змісту.

Питання для самоконтролю

1. Що таке індекси, для чого вони застосовуються і які задачі розв'язуються за допомогою індексів?
2. За якими ознаками класифікують індекси? Назвіть види індексів.
3. Що характеризують індивідуальні індекси і як обчислюються базисні та ланцюгові індекси?
4. В чому сутність загальних індексів і які існують способи їх побудови?
5. Чим загальний індекс відрізняється від індивідуального?
6. Як будуються агрегатні індекси фізичного об'єму товарообігу?
7. Чому в індексі агрегатної форми ваги та співвимірники фіксуються на постійному рівні?
8. Як будуються середні індекси з індивідуальних?
9. Яку аналітичну функцію в статистичному аналізі виконують індексні ряди? У чому полягає спосіб базисного і ланцюгового розрахунку індексів?
10. Поясніть умови використання та особливості побудови територіальних індексів.
11. В чому суть індексів змінного і фіксованого складу і як вони обчислюються?
12. З якою метою обчислюється індекс структурних зрушень?

Тестові завдання для самоперевірки*

- 12.1. Індекси використовують в статистиці для:*
- а) визначення кількісних змін складних, безпосередньо несумірних явищ у часі;
 - б) виявлення взаємозв'язку між явищами;
 - в) вивчення закономірностей розподілу явища
 - г) визначення рівня варіації значень ознаки у одиниць сукупності.

* Ключі-відповіді наведено у додатках.

12.2. Індекс – це:

- а) відносна величина;
- б) абсолютна величина;
- в) показник щільності зв'язку;
- г) показник варіації.

12.3. За методом побудови розрізняють:

- а) агрегатні індекси;
- б) територіальні індекси;
- в) субіндекси;
- г) середні індекси із індивідуальних.

12.4. За ступенем охоплення одиниць сукупності розрізняють:

- а) індивідуальні індекси;
- б) територіальні індекси;
- в) загальні індекси;
- г) середні із індивідуальних.

12.5. Індекс, що характеризує зміну одного елемента сукупності або всієї однорідної сукупності є:

- а) варіаційним;
- б) моментним;
- в) індивідуальним;
- г) агрегатним.

12.6. Індекс, що характеризує зміну складного економічного явища, яке складається із несумірних величин є:

- а) варіаційним;
- б) моментним;
- в) індивідуальним;
- г) агрегатним.

12.7. В індексі фізичного обсягу індексованою величиною є:

- а) кількість реалізованої продукції;
- б) ціна одиниці продукції.

В індексі трудомісткості величиною, що індексується є:

- в) витрати часу на виробництво одиниці продукції;
- г) обсяг виробленої продукції.

12.8. Індекси цін, собівартості, врожайності, трудомісткості, продуктивності праці – це індекси:

- а) моментні;
- б) періодичні;
- в) індекси об'ємних (екстенсивних) показників;
- г) індекси якісних (інтенсивних) показників.

12.9. Агрегатні індекси складаються з таких складових:

- а) варіантів і частот;
- б) індексованої величини і ваги.

Агрегатні індекси за змістом величин, що індексуються, можуть бути індексами:

- в) якісних і кількісних показників;
- г) атрибутивних і дискретних величин;

12.10. Вкажіть, який із індексів є загальним індексом цін:

а)
$$I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0};$$

б)
$$I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0};$$

в)
$$I = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_1 q_1};$$

г)
$$I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

12.11. Вкажіть, який із індексів є загальним індексом вартості товарообігу:

а)
$$I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0};$$

$$\text{б) } I = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_1 q_1};$$

$$\text{в) } I = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0};$$

$$\text{г) } I = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

12.12. Вкажіть, який із приведених нижче індексів є середньогармонічним індексом цін:

$$\text{а) } I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}};$$

$$\text{б) } I = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum \frac{p_0 q_0}{i_p}};$$

$$\text{в) } I = \frac{\sum i_p p_0 q_0}{\sum p_0 q_0};$$

$$\text{г) } I = \frac{\sum i_p p_1 q_1}{\sum p_1 q_1}.$$

12.13. Вкажіть, який із приведених нижче індексів є середньоарифметичним індексом фізичного обсягу:

$$\text{а) } I = \frac{\sum q_0 p_0}{\sum \frac{q_0 p_0}{i_q}};$$

$$\text{б) } I = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0};$$

$$\text{в) } I = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_q}};$$

$$\text{г) } I = \frac{\sum i_q p_1 q_1}{\sum p_1 q_1}.$$

12.14. Абсолютне збільшення (зменшення) товарообігу в результаті зміни цін визначається таким чином:

$$\text{а) } \sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0;$$

$$\text{б) } \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1;$$

в результаті зміни фізичного обсягу реалізованої продукції:

$$\text{в) } \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0;$$

$$\text{г) } \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_1.$$

12.15. Індекс змінного складу застосовується при вивченні:

а) динаміки кількісних показників, виражених середніми величинами;

б) динаміки якісних показників, виражених середніми величинами;

в) динаміки кількісних і якісних показників, виражених середніми величинами;

г) показників, що характеризують зміну явищ за декілька часових періодів.

12.16. Ціни на платні послуги у поточному періоді порівняно з базовим зросли у 2,1 рази, а кількість наданих послуг скоротилася на 30%. Індекс вартості наданих послуг становить:

$$\text{а) } 3,0;$$

$$\text{б) } 1,47;$$

$$\text{в) } 1,64;$$

$$\text{г) } 0,70.$$

12.17. Ціни на пальне у поточному періоді порівняно з базовим зменшилися на 40%, а об'єм продажу збільшився у 1,5 рази. Індекс вартості реалізованого пального становить:

- а) 0,90;
- б) 1,47;
- в) 1,64;
- г) 0,70.

12.18. Ціни на смартфони у поточному періоді порівняно з базовим зменшилися на 30%, а об'єм продажу збільшився у 2 рази. Індекс вартості смартфонів становить:

- а) 0,90;
- б) 1,40;
- в) 1,64;
- г) 0,70.

12.19. Вартість біржового продажу акцій у поточному періоді збільшилась на 12%, а їх кількість зросла на 2%. Індекс цін на акції становить (%):

- а) 114;
- б) 110;
- в) 109,8;
- г) 124.

12.20. Сумарна вартість продажу автомобілів у поточному періоді збільшилась на 12%, а їх кількість реалізації зросла на 6%. Індекс цін на акції становить (%):

- а) 200;
- б) 118;
- в) 105,7;
- г) 124.

12.21. Вартість біржового продажу акцій у поточному періоді збільшилась на 25%, а їх кількість зменшилась на 5%. Індекс цін на акції становить (%):

- а) 114;
- б) 132;

- в) 109,8;
- г) 130.

12.22. Кількість проданих у магазині товарів у поточному місяці в порівнянні з минулим місяцем збільшилась на 15%, а ціни при цьому знизилися на 6%. Визначити індекс вартості товарообігу магазину:

- а) 108,1%;
- б) 115%;
- в) 10,5%;
- г) 104,5%.

12.23. Витрати населення регіону на навчання зменшились у поточному періоді на 20%, а ціна навчання – на 5,5%. Індекс фізичного обсягу надання навчальних послуг становить:

- а) 2,05;
- б) 0,94;
- в) 0,85;
- г) 1,06.

12.24. Трудомісткість технічного обслуговування верстатів у поточному періоді скоротилась на 20%. Продуктивність праці при цьому:

- а) збільшилась;
- б) зменшилась.

Продуктивність праці змінилась на:

- в) 1,25;
- г) 25%.

12.25. Трудомісткість технічного обслуговування верстатів у поточному періоді зросла на 25%. Продуктивність праці при цьому:

- а) збільшилась;
- б) зменшилась.

Продуктивність праці змінилась на:

- в) 1,25;
- г) 20%.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Закон України «Про державну статистику» від 17.09.1992 р., №2614-ХІІ // Відомості Верховної Ради України, № 43. – 1992.
2. Програма реформування державної статистики на період до 2002 р. / Інформаційний бюлетень Держкомстату України, № 5-6. – 1998.
3. Статистика : підручник / А. В. Головач, А. М. Єріна, О. В. Козирев та ін. – К. : Вища школа, 1993.
4. Статистика підприємництва : підручник / П. Г. Вашків, П. І. Пастер, В. П. Сторожук, Є. І. Ткач. – К. : Слобожанщина, 1999.
5. Статистика : підручник / С. С. Герасименко, А. В. Головач, А. М. Єріна та ін. ; за наук. ред. д-ра екон. наук С. С. Герасименка. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : КНЕУ, 2000.
6. Кулинич О. І. Теорія статистики : підручник / О. І. Кулинич, Р. О. Кулинич. – 4-те вид., перероб. і доп. – К. : Знання, 2009.
7. Теорія статистики : навч. посіб. / П. Г. Вашків, П. І. Пастер, В. П. Сторожук, Є. І. Ткач – К. : Либідь, 2001.
8. Бек В. Л. Теорія статистики : навч. посіб. / В. Л. Бек. – К. : ЦУЛ, 2002.
9. Уманець Т. В. Статистика : навч. посіб. / Т. В. Уманець, Ю. Б. Пігарев. – К. : Вікар, 2003.
10. Єріна А. М. Теорія статистики : практикум / А. М. Єріна, З. О. Пальян. – К. : Товариство «Знання», КОО, 1997.
11. Мармоза А. Т. Практикум з теорії статистики / А. Т. Мармоза. – К. : Ельга, Ніка-Центр, 2003.

12. Бек В. Л. Практикум з теорії статистики / В. Л. Бек, Г. В. Капленко. – Львів : Новий Світ – 2000, 2006.
13. Кулинич Р. О. Статистичні методи аналізу взаємозв'язку показників соціально-економічного розвитку : монографія / Р. О. Кулинич. – К. : ВПД «Формат», 2008.
14. Чала Т. Г. Соціально-економічна статистика / Т. Г. Чала, О. А. Чупріна, І. А. Косата. – Харків : Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна, 2001.
15. Єріна А. М. Економічна статистика : практикум / А. М. Єріна, О. К. Мазуренко, З. О. Пальян – К. : ТОВ «УВПК «ЕксОб», 2002.
16. Єріна А. М., Статистичне моделювання та прогнозування / А. М. Єріна. – К. : КНЕУ, 2001.
17. Нариси з історії статистики України. – 2-ге вид. випр. та доп. – К. : Держкомстат України; НДІ статистики Держкомстату України, 1999.
18. Стеценко С. Г. Статистика населення / С. Г. Стеценко, В. Г. Швець – К. : Вища школа, 1993.
19. Социально-экономическая статистика / А. В. Головач, В. Н. Товкун, Г. Г. Ткаченко и др. – К. : Вища школа, 1991.
20. Економічна статистика : навч. посіб. ; за заг. ред. Р. М. Моторіна. – К. : КНЕУ, 2005.
21. Птуха М. В. Очерки по истории статистики XVII–XVIII веков. – М. : АН СССР, 1945.
22. Плошко Б. Г. История статистики : учеб. пособие / Б. Г. Плошко, И. И. Елесева – М. : Финансы и статистика, 1990.
23. Теория статистики : учебник ; под ред. проф. Р. А. Шмойловой. – 3-е изд., перераб. – М. : Финансы и статистика, 2002.
24. Ефимова М. Р. Общая теория статистики : учебник / М. Р. Ефимова, Е. В. Петрова, В. Н. Румянцев – Изд. 2-е, испр. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2000.

25. Сиськов В. И. Корреляционный анализ в экономических исследованиях / В. И. Сиськов – М. : Статистика, 1975.
26. Шварц Г. Выборочный метод / Г. Шварц. – М. : Статистика, 1978.
27. Кевеш П. Теория индексов и практика экономического анализа / П. Кевеш. – М. : Финансы и статистика, 1990.
28. Кендел М. Временные ряды / М. Кендел ; пер. с англ. Ю. П. Лукашина. – М. : Финансы и статистика, 1981.
29. Ферстер Э. Методы корреляционного и регрессионного анализа / Э. Ферстер, Б. Ренц ; пер. с нем. – М. : Финансы и статистика, 1983.

ДОДАТОК

Ключі-відповіді

Тема 1

1.1. б;	1.5. б, г;	1.9. б, г;	1.13. б.
1.2. а, г;	1.6. б;	1.10. а;	
1.3. в;	1.7. б;	1.11. в;	
1.4. б;	1.8. г;	1.12. а;	

Тема 2

2.1. г;	2.11. а, г;	2.21. а;	2.31. а;
2.2. б;	2.12. а, в;	2.22. г;	2.32. в;
2.3. в, г;	2.13. а, г;	2.23. б;	2.33. а;
2.4. а;	2.14. а, г;	2.24. а;	2.34. г;
2.5. а;	2.15. а, б;	2.25. б;	2.35. а;
2.6. б;	2.16. б;	2.26. г;	2.36. б;
2.7. г;	2.17. г;	2.27. в;	2.37. в;
2.8. а;	2.18. а;	2.28. г;	2.38. б, в, г;
2.9. б, г;	2.19. г;	2.29. г;	2.39. г;
2.10. в	2.20. а, в;	2.30. в;	2.40. а, в;
			2.41. а, в.

Тема 3

3.1. б;	3.11. а;	3.21. а;	3.31. а, г;
3.2. в;	3.12. б;	3.22. г;	3.32. а;
3.3. в;	3.13. в;	3.23. в;	3.33. в;
3.4. г;	3.14. а;	3.24. б, г;	3.34. б;
3.5. б, в;	3.15. б;	3.25. а, г;	3.35. б;
3.6. б, в;	3.16. в;	3.26. а, в;	3.36. в;
3.7. б, г;	3.17. а;	3.27. б;	3.37. в.
3.8. а, в;	3.18. в;	3.28. а;	
3.9. б, в;	3.19. б;	3.29. б, в;	
3.10. в	3.20. г;	3.30. а, г;	

Тема 4

4.1. в;	4.6. г;	4.11. в;	4.16. а, в;
4.2. б;	4.7. в;	4.12. б;	4.17. г;
4.3. а;	4.8. б;	4.13. а;	4.18. г;
4.4. в;	4.9. а;	4.14. а, г;	4.19. в, г;
4.5. а;	4.10. а;	4.15. а, в;	4.20. а.

Тема 5

5.1. а, в;	5.6. б;	5.11. в;	5.16. б;
5.2. г;	5.7. б, г;	5.12. а;	5.17. а;
5.3. б;	5.8. а, г;	5.13. б;	5.18. г;
5.4. б, в;	5.9. а;	5.14. в;	5.19. б;
5.5. б, в;	5.10. б, в;	5.15. б;	5.20. а;
			5.21. а.

Тема 6

6.1. б, д;	6.8. а;	6.15. а;	6.22. б, г;
6.2. б;	6.9. в;	6.16. в, е;	6.23. в;
6.3. в;	6.10. г;	6.17. в;	6.24. в;
6.4. б;	6.11. б;	6.18. г;	6.25. б;
6.5. г;	6.12. г;	6.19. б;	6.26. г;
6.6. а;	6.13. а;	6.20. б;	6.27. в.
6.7. в, г;	6.14. а;	6.21. б;	

Тема 7

7.1. б;	7.6. в;	7.11. а;	7.16. б, в;
7.2. б;	7.7. а;	7.12. а, в;	7.17. б, г;
7.3. б, г;	7.8. б, в;	7.13. а, в;	7.18. а, в.
7.4. а, г;	7.9. а, г;	7.14. б, в;	
7.5. в, д;	7.10. б;	7.15. б, в;	

Тема 8

8.1. б, д;	8.5. б, в;	8.9. в;	8.13. а;
8.2. в;	8.6. а;	8.10. г;	8.14. б;
8.3. а, в;	8.7. б;	8.11. г;	8.15. г.
8.4. б, в;	8.8. а, б;	8.12. а;	

Тема 9

9.1. г;	9.4. а, а;	9.7. в;	9.10. а, в;
9.2. б;	9.5. а;	9.8. г;	9.11. б;
9.3. б;	9.6. б;	9.9. а, г;	9.12. в;
			9.13. а, в.

Тема 10

10.1. б;	10.14. б, г;	10.27. г;	10.40. в;
10.2. а;	10.15. а, в;	10.28. а;	10.41. в;
10.3. в;	10.16. а, г;	10.29. г;	10.42. в;
10.4. г;	10.17. а;	10.30. а;	10.43. б, г;
10.5. а;	10.18. б;	10.31. б, д;	10.44. а, в;
10.6. б;	10.19. в;	10.32. а, г;	10.45. а;
10.7. в;	10.20. г;	10.33. а, г;	10.46. г;
10.8. а;	10.21. а;	10.34. в;	10.47. в;
10.9. в;	10.22. г;	10.35. г;	10.48. а, г;
10.10. б;	10.23. б;	10.36. б;	10.49. б;
10.11. в;	10.24. в;	10.37. в;	10.50. б.
10.12. б;	10.25. а, г;	10.38. в;	
10.13. а;	10.26. б;	10.39. а	

Тема 11

11.1. б;	11.3. а, б;	11.5. б;	11.7. а;
11.2. а;	11.4. в;	11.6. а;	11.8. б.

Тема 12

12.1. а;	12.7. а, в;	12.13. б;	12.19. в;
12.2. а;	12.8. г;	12.14. б, в;	12.20. в;
12.3. а, г;	12.9. б, в;	12.15. б;	12.21. б;
12.4. а, в;	12.10. г;	12.16. б;	12.22. а;
12.5. в;	12.11. а;	12.17. а;	12.23. в;
12.6. г;	12.12. а;	12.18. б;	12.24. а, г;
			12.25. б, г.

Навчальне видання

Шапочка Микола Костянтинович
Маценко Олександр Михайлович

Теорія статистики

Навчальний посібник

Головний редактор В.І. Кочубей
Технічний редактор І.Ф. Артюшенко
Дизайн обкладинки і макет В.Б. Гайдабрус
Комп'ютерна верстка: О. М. Маценко
Комп'ютерний набір О.М. Маценко, Т.В. Горобченко

Підписано до друку 10.03.14, поз.
Формат 60x84/16. Папір офсетний. Гарнітура Скулбук.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 10,2. Обл.-вид. арк. 9,11.
Тираж 100 пр. Зам. № 28

Відділ реалізації
Тел./факс: (0542)78-83-57
E-mail: info@book.sumy.ua

ТОВ «ВТД» «Університетська книга»
40009, м. Суми, вул. Комсомольська, 27
E-mail: publish@book.sumy.ua
info@book.sumy.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 489 від 18.06.2001.

Віддруковано на обладнанні ВТД «Університетська книга»
вул. Комсомольська, 27, м. Суми, 40009, Україна