

Міністерство освіти і науки України  
Запорізький національний університет

М.І. Клименко

МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЕКОНОМІЧНОГО РИЗИКУ  
КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

Для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр»  
спеціальності «Математика»

Запоріжжя  
2021

УДК 511.2 + 512.62  
ББК 22.132я73.

Клименко М.І. Методи аналізу економічного ризику: конспект лекцій для освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки «Середня освіта. Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2020. 86с.

Викладено основні поняття та методи, пов'язані з математичними методами дослідження ризику у економічній діяльності. Наведені варіанти завдань для самостійної роботи студентів.

Навчально-методичне видання призначене для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки «Математика».

Рецензент: д. т. н., професор *С.М. Гребенюк*  
Відповідальний за випуск *М.І. Клименко*

## Зміст

Вступ

Тема 1. Ризик у економічній діяльності. Класифікація ризиків

- 1.1 Поняття економічного ризику
- 1.2 Загальні принципи аналізу ризику
- 1.3 Види можливих збитків
- 1.4 Ризики у інвестиційній діяльності

Запитання для самоперевірки

Тема 2. Загальні підходи до кількісної оцінки економічного ризику

- 2.1 Основні принципи кількісної оцінки економічного ризику
- 2.2 Платіжна матриця та критерії прийняття рішень в умовах ризику
- 2.3 Застосування леми Маркова та нерівності Чебишева для кількісної оцінки ризику
- 2.4 Використання моделі рівномірного розподілу для оцінки ризику
- 2.5 Вибірковий метод оцінки ризику
- 2.6 Суб'єктивна оцінка рівня ризику та байєсівський підхід до її уточнення
- 2.7 Гранична ціна інформації про ризик

Запитання для самоперевірки

Тема 3. Поведінка суб'єктів ризику. Теорія корисності

- 3.1 Поведінка суб'єктів ризику
- 3.2 Теорія корисності Неймана – Моргенштерна. Функція корисності.
- 3.3 Корисність та детермінований еквівалент лотереї
- 3.4 Криві байдужості. Функція корисності з інтервальною нейтральністю

Запитання для самоперевірки

Тема 4. Ризик та фактор часу

- 4.1 Вартість та час
- 4.2 Норма прибутку та ризик цінних паперів
- 4.3 Кореляція цінних паперів
- 4.4 Коефіцієнт систематичного ризику
- 4.5 Модель рівноваги ринку капіталів
- 4.6 Вплив ризику та інфляції на процентну ставку
- 4.7 Майбутня та нинішня вартість

## 4.8 Ризик та оцінка ринкової вартості підприємства

Запитання для самоперевірки

### Тема 5. Ризик у інвестиційній діяльності

5.1 Основні принципи розробки інвестиційної стратегії з врахуванням ризику

5.2 Загальний підхід до оцінки ризиків інвестиційних проектів

5.3 Система кількісних показників оцінки ефективності інвестиційних проектів з врахуванням ризику

5.4 Власний ризик інвестиційного проекту та методи його оцінки

5.5 Метод коригування норми дисконту

5.6 Метод достовірних еквівалентів

5.7 Аналіз стійкості критеріїв ефективності проекту

5.8 Метод сценаріїв

5.9 Аналіз ймовірнісних розподілів грошових потоків проекту

5.10 Вплив інвестиційних проектів на ризик фірми

5.11 Принципи формування інвестиційного портфеля з врахуванням ризику

Запитання для самоперевірки

### Тема 6. Управління ризиками та основні методи їх оптимізації

6.1 Основні підходи до управління ризиками

6.2 Застосування диверсифікації для зменшення ризику

6.3 Загальні принципи оптимізації портфеля цінних паперів

6.4 Засоби захисту від комерційного ризику

6.5 Страхування та оцінка доцільності його застосування

6.6 Створення резервів для зниження ризику непередбачених витрат ресурсів

Запитання для самоперевірки

Завдання для самостійної роботи

Рекомендована література

## ВСТУП

Планування ринкової діяльності будь-якого підприємства здійснюється в умовах невизначеності, породженої мінливістю його зовнішнього середовища. Тут відсутня впевненість у тому, що розроблений план діяльності підприємства забезпечить отримання очікуваного результату, завжди існує ймовірність втрат, отримання гіршого результату, ніж планувалося, тобто існує ризик у економічній діяльності підприємства. Його основним джерелом є невизначеність, обумовлена відсутністю повної та достовірної інформації щодо умов майбутньої діяльності підприємства. Ця невизначеність породжує ризик, тобто можливість отримання результатів економічної діяльності, відмінних від бажаних.

Ризик виникає у випадках, коли доводиться вибирати один варіант рішення з кількох можливих, наслідки яких неможливо точно передбачити. Вибір оптимального варіанту пов'язаний з необхідністю здійснення аналізу економічного ризику. Такий аналіз є початковим етапом процесу управління ризиком на підприємстві. Він надає можливість розробки ефективної ринкової стратегії підприємства, а також заходів, спрямованих на запобігання та зменшення ризику.

Метою викладання навчальної дисципліни «Методи аналізу економічного ризику» є оволодіння студентами сучасними математичними методами аналізу, оцінювання та моделювання економічного ризику.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Методи аналізу економічного ризику» є: підвищення рівня наукових знань та вдосконалення дослідницьких навичок в галузі математичних методів дослідження проблем сучасної економіки, пов'язаних з факторами ризику, оволодіння основними знаннями та навичками застосування математичних методів для розв'язання прикладних задач, пов'язаних з моделюванням економічного ризику.

У результаті вивчення навчальної дисципліни «Методи аналізу економічного ризику» студент повинен знати: теоретичні основи дослідження економічного ризику, основні принципи математичного моделювання економічних проблем, пов'язаних з ризиком, методiku прийняття рішень у

ситуації ризику, обґрунтування ризикованих інвестиційних рішень, сучасний апарат застосування стохастичних методів для оцінки економічного ризику, концепцію корисності та її застосування для оцінки ризику, загальні підходи до кількісного та якісного аналізу економічного ризику; вміти: використовувати статистичні методи для кількісної оцінки економічного ризику, застосовувати математичні моделі вибору альтернативи в умовах ризику, використовувати сучасні математичні методи аналізу та оцінки економічного ризику для обґрунтування інвестиційних та фінансових рішень, застосовувати математичний апарат для управління економічними ризиками.

Вивчення навчальної дисципліни «Методи аналізу економічного ризику» ґрунтується на знаннях, набутих студентами при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Математична економіка».

## Тема 1. Ризик у економічній діяльності. Класифікація ризиків.

### 1.1 Поняття економічного ризику

Під *економічним ризиком* розуміють рівень невизначеності, пов'язаний з майбутніми результатами господарської діяльності. Метою аналізу економічного ризику є отримання даних, необхідних для прийняття рішень про доцільність участі у певній економічній діяльності та розробки заходів по захисту від можливих збитків. Ризик виникає тоді, коли приймається одне рішення з кількох можливих і відсутня впевненість у тому, що воно дійсно є оптимальним.

Рівень ризику залежить від співвідношення величини можливих збитків та загальної вартості активів підприємства, а також ймовірності збитків.

*Об'єктом ризику* називають економічну систему, умови діяльності або ефективність якої наперед невідомі. *Суб'єкт ризику* – це особа, зацікавлена у результатах управління об'єктом ризику, що може приймати відносно нього рішення. *Джерело ризику* – це фактори та процеси, що породжують невизначеність у економічних результатах.

Одним з основних напрямів врахування ризику при плануванні економічної діяльності є концепція адаптивності плану. Теорії планування, що ґрунтуються на детерміністських уявленнях про повноту інформації про майбутні умови здійснення економічної діяльності, не можна використати в умовах невизначеності та ризику. Сучасні методи планування повинні враховувати наявність ризику, а самі плани повинні бути адаптивними, еластичними та надійними.

*Адаптивність* плану визначається його здатністю реагувати на зміни в умовах його реалізації. *Еластичність* плану характеризує чутливість окремих планових показників до змін інших показників. *Надійність* плану визначається ймовірністю його реалізації.

### 1.2 Загальні принципи аналізу ризику

Для аналізу економічного ризику використовують загальні принципи, запропоновані американським економістом Б. Берлімером:

1. Збитки від різних видів економічного ризику вважаються незалежними між собою.

2. Наявність збитків, пов'язаних з одним видом економічного ризику, не обов'язково збільшує ймовірність збитків, пов'язаних з іншими видами ризику.

3. Максимально можливі збитки не повинні перевищувати фінансові можливості суб'єкта ризику.

Аналіз економічного ризику складається з наступних етапів:

1. Визначення внутрішніх та зовнішніх факторів, що впливають на рівень ризику.

2. Дослідження цих факторів.

3. Оцінка кожного виду ризику з точки зору визначення економічної доцільності (ефективності інвестованих коштів) та визначення фінансової доцільності (ліквідності).

4. Визначення допустимого рівня ризику.

5. Аналіз окремих операцій відносно вибраного рівня ризику.

Розрізняють кількісний та якісний аналіз економічного ризику. Метою *кількісного аналізу економічного ризику* є вимірювання його рівня. Для цього використовують статистичні методи, метод аналогій, експертні методи, аналіз можливих витрат. При *якісному аналізі економічного ризику* розрізняють два аспекти. Перший пов'язаний з необхідністю порівняння очікуваних позитивних результатів з можливими негативними наслідками. Другий аспект пов'язаний з оцінкою впливу рішень, що приймаються в умовах ризику, на інтереси суб'єктів економічної діяльності.

Результати аналізу ризику дозволяють оцінити його рівень. Розрізняють нульовий, допустимий, критичний та катастрофічний ризику. При *нульовому ризику* можливі втрати відсутні, *допустимий ризик* означає можливість втрати прибутку, при *критичному ризику* існує можливість втрати доходу, *катастрофічному* – всього майна підприємства.



При кількісному аналізі ризику необхідно оцінювати ймовірність можливих збитків. Розрізняють об'єктивну та суб'єктивну ймовірність. *Об'єктивна ймовірність* – це кількісна міра можливості появи події, яку визначають на основі застосування статистичних методів. *Суб'єктивна ймовірність* – це міра впевненості у істинності деякого висловлювання. Вона визначається експертами. При кількісному аналізі ризику оцінюється премія за ризик, тобто додатковий прибуток понад рівня прибутку від інвестицій з нульовим ризиком, на який розраховує інвестор

### **1.3 Види можливих збитків**

У економічній діяльності розрізняють матеріальні, фінансові втрати, втрати часу, спеціальні види втрат. *Матеріальні втрати* проявляються у додаткових витратах матеріальних ресурсів або шкоді, нанесеній матеріальним об'єктам. *Фінансові втрати* – це прямі грошові втрати, пов'язані з не прогнозованими грошовими виплатами. *Втрати часу* мають місце, коли процес підприємницької діяльності йде з запізненням. *Спеціальні види втрат* пов'язані з нанесенням шкоди життю та здоров'ю людей, навколишньому середовищу, репутації підприємства.

Існує класифікація збитків за видами економічної діяльності. Тут розрізняють *виробничі, комерційні, фінансові збитки*.

До основних причин *збитків при реалізації інвестиційних проектів* відносять:

- збільшення часу будівництва об'єкта;
- зростання вартості сировини та матеріалів;
- зростання витрат на оплату праці;
- збільшення обсягів залучених кредитів;
- зниження попиту на продукцію галузі, де реалізується проект;
- невдалий вибір партнерів для реалізації проекту;
- несприятливі зміни у оподаткуванні;
- зміна вимог до якості продукції.

Основними причинами *збитків при інвестуванні у акції* є наступні:

- зменшення розміру дивідендів;
- завищення ринкової ціни акції у порівнянні з її реальною вартістю;
- зменшення розміру власного капіталу підприємства на одну акцію;
- зниження ліквідності акцій;
- очікуваний спад у галузі;
- несприятливі зміни у оподаткуванні доходів від дивідендів;
- можливі зміни стану фінансового ринку.

#### **1.4 Ризики у інвестиційній діяльності**

Існують класифікації інвестиційних ризиків за сферами прояву, за формами інвестування, за джерелами виникнення.

За сферами прояву розрізняють наступні види інвестиційних ризиків:

- економічний ризик, пов'язаний з можливою зміною ситуації на ринку;
- політичний ризик, пов'язаний зі зміною політичної ситуації у країні;
- соціальний ризик, пов'язаний з можливістю страйків, необхідністю реалізації незапланованих соціальних програм;
- екологічний ризик, пов'язаний з можливістю стихійного лиха;
- інші види ризиків – крадіжки, помилки у управлінні інвестиціями тощо.

У залежності від форми інвестування розрізняють ризик реального інвестування та ризик фінансового інвестування.

У залежності від джерел появи розрізняють систематичний та несистематичний ризики. Систематичний ризик визначається змінами у економіці країни, стані галузевого ринку, змінами у законодавстві та іншими факторами, на які інвестор вплинути не в змозі. Несистематичний ризик є характерним для конкретного об'єкта інвестування. Його причинами можуть бути помилки у управлінні, посилення конкуренції та інші фактори, які можна усунути при ефективному керівництві інвестиційним процесом.

## **Тема 2. Загальні підходи до кількісної оцінки економічного ризику**

## 2.1 Основні принципи кількісної оцінки економічного ризику

Рівень економічного ризику є прямо пропорційним величині можливих втрат та їх ймовірності, тому найпростіша кількісна оцінка економічного ризику надається формулою:

$$W = x \cdot p, \quad (2.1)$$

де  $W$  – величина економічного ризику,  $x$  – максимальна величина можливих збитків,  $p$  – їх ймовірність.

Кращою у порівнянні з (2.1) кількісною оцінкою економічного ризику є його визначення як математичного сподівання можливих збитків:

$$W = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad (2.2)$$

де  $x_i$  – величини можливих збитків,  $p_i$  – їх ймовірності. При цьому прибуток розглядається як від'ємний збиток.

**Приклад 2.1.** Підприємство починає виробництво нового товару. Можливі три варіанти попиту на нього, ймовірності яких відповідно дорівнюють  $p_1 = 0,4$ ;  $p_2 = 0,5$ ;  $p_3 = 0,1$ . Можливі збитки при цьому складають 700 у.г.о. для першого варіанту попиту, 500 у.г.о. для другого варіанту попиту, прибуток складає 1000 у.г.о. для третього варіанту попиту. Оцінити рівень економічного ризику для цього проекту.

**Розв'язання.** Обчислимо математичне сподівання можливих збитків.

$$W = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 = 700 \cdot 0,4 + 500 \cdot 0,5 - 1000 \cdot 0,1 = 450 \text{ (у.г.о.)}$$

Отже, величина ризику  $W = 450$  у.г.о.

**Приклад 2.2.** Два підприємці зайнялися грою на фондовій біржі. Перший, маючи власні кошти 10 у.г.о., взяв у борг ще 40 у.г.о. під 10% річних і вклав ці кошти у акції однієї з компаній. Інший підприємець вклав у ці акції власні 50 у.г.о. Ймовірність 20%-го зростання ринкової вартості цих акцій становить 0,4, ймовірність того, що вона залишиться незмінною, дорівнює 0,2, з ймовірністю 0,4

можливе 40%-не зниження їх вартості. Оцінити ризик кожного з підприємців у відносному виразі, прийнявши за базу оцінки інвестовані власні кошти.

**Розв'язання.** Знайдемо математичне сподівання збитків для кожного з підприємців.

$$W_1 = -50 \cdot 1,2 \cdot 0,4 - 50 \cdot 1,0 \cdot 0,2 - 50 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 10 + 40 + 4 = 8 \text{ (у.г.о.)}$$

$$W_2 = -50 \cdot 1,2 \cdot 0,4 - 50 \cdot 1,0 \cdot 0,2 - 50 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 50 = 4$$

Оцінка ризику підприємців у відносному виразі відповідно дорівнює:

$w_1 = \frac{8}{10} = 0,8$ ,  $w_2 = \frac{4}{50} = 0,08$ . Отже, відносний ризик першого підприємця у 10 разів перевищує ризик другого.

Якщо за базу для порівняння взяти вартість всіх активів підприємства, то максимальну величину збитків, віднесена до цієї бази називають *коефіцієнтом ризику банкрутства*. Так, якщо у попередньому прикладі 10 у.г.о. – це вартість всього майна першого підприємця, а 50 у.г.о. – другого, то для першого підприємця коефіцієнт ризику банкрутства становить  $\frac{10 + 40 + 4}{10} = 5,4$ , для

другого –  $\frac{50}{50} = 1$ .

## 2.2 Платіжна матриця та критерії прийняття рішень в умовах ризику

Розрізняють три основних типи інформаційних умов, у яких можуть прийматися економічні рішення:

1. *Детерміновані умови*, коли для кожної можливої альтернативи рішення можна вказати її наслідки.

2. *Умови ризику (стохастичні умови)*, коли для кожної альтернативи можна вказати всі можливі наслідки її реалізації та оцінити ймовірності їх появи.

3. *Умови невизначеності*, коли неможливо оцінити наслідки реалізації альтернативи або їх ймовірності.

Інформацію, необхідну для прийняття рішення в умовах ризику, можна подати у вигляді платіжної матриці. *Платіжною матрицею* називають таблицю, у якій для кожної альтернативи та кожного можливого стану зовнішнього

середовища вказуються виграші суб'єкта прийняття рішення. Вона має наступний вигляд (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 Загальний вигляд платіжної матриці

Стан зовнішнього середовища	$S_1(p_1)$	$S_2(p_2)$	...	$S_m(p_m)$
Альтернатива				
$A_1$	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1m}$
$A_2$	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2m}$
...	...	...	...	...
$A_n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	...	$x_{nm}$

Тут  $A_i, i=1, \dots, n$ , – можливі альтернативи рішення,  $S_j, j=1, 2, \dots, m$ , – можливі стани зовнішнього середовища,  $p_j$  – їх ймовірності,  $x_{ij}$  – виграші суб'єкта прийняття рішення при виборі альтернативи  $A_i$  та настанні стану  $S_j$ .

Для кожної альтернативи  $A_i$  визначається математичне сподівання виграшу

$$M_i = \sum_{j=1}^m x_{ij} p_j. \quad (2.3)$$

Оптимальною вважається альтернатива, для якої ця величина є максимальною. Такий критерій вибору оптимальної альтернативи називають *критерієм Байєса*.

**Приклад 2.3.** Керівництво підприємства приймає рішення про терміни переходу до масового виробництва нового товару. Можливі альтернативи та прогнозовані терміни настання масового попиту на новий товар, а також відповідні величини прибутку в умовних грошових одиницях наведені у таблиці 2.2 (платіжній матриці). Вибрати оптимальний термін переходу до масового виробництва нового товару.

Таблиця 2.2. Платіжна матриця до прикладу 2.3

Альтернативи переходу до	Терміни настання масового попиту та їх ймовірності
--------------------------	--

масового виробництва, $x_i$	Протягом найближчого року (0,2)	Через 1 рік (0,5)	Через 2 роки (0,3)
$x_1$ , перейти негайно	16	6	-6
$x_2$ , перейти через 1 рік	5	12	2
$x_3$ , перейти через 2 роки	0	2	6

**Розв'язання.** Для кожної альтернативи знаходимо значення математичного сподівання прибутку:

$$M(x_1) = 16 \cdot 0,2 + 6 \cdot 0,5 - 6 \cdot 0,3 = 4,4 \text{ (у.г.о.)}$$

$$M(x_2) = 5 \cdot 0,2 + 12 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,3 = 7,6 \text{ (у.г.о.)}$$

$$M(x_3) = 0 + 2 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,3 = 2,8 \text{ (у.г.о.)}$$

Найбільше математичне сподівання прибутку відповідає альтернативі  $x_2$ . Отже, оптимальним є рішення про перехід до масового виробництва нового товару через 1 рік.

Ризик окремої альтернативи часто оцінюють можливими коливаннями її результатів відносно прогнозованого (середнього) результату її реалізації. Для оцінки таких коливань використовують дисперсію виграшу для відповідної альтернативи. Чим менша дисперсія виграшу, тим меншим є ризик даної альтернативи.

**Приклад 2.4.** Приймається рішення про вибір одного з двох інвестиційних проектів,  $A_1$  чи  $A_2$ . Кожний з них передбачає перехід до виробництва відповідного нового товару. Інформація для аналізу наведена у платіжній матриці (таблиця 2.3), де наведені прогнозовані прибутки від виробництва та реалізації нових товарів при різних станах попиту. Вибрати менш ризикований інвестиційний проект.

Таблиця 2.3. Платіжна матриця до прикладу 2.4

Проект	Стан попиту на новий товар
--------	----------------------------

	Високий (0,8)	Низький (0,2)
$A_1$	300	-500
$A_2$	425	-1000

**Розв’язання.** Обчислимо математичне сподівання випадкової величини – прибутку для кожного з проектів.

$$M_1 = 300 \cdot 0,8 - 500 \cdot 0,2 = 140.$$

$$M_2 = 425 \cdot 0,8 - 1000 \cdot 0,2 = 140, \quad M_1 = M_2.$$

Знайдемо дисперсію прибутку для кожної з альтернатив:  $\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^m x_{ij}^2 p_j - M_i^2$ .

$$\sigma_1^2 = 300^2 \cdot 0,8 + (-500)^2 \cdot 0,2 - 140^2 = 102400,$$

$$\sigma_2^2 = 425^2 \cdot 0,8 + (-1000)^2 \cdot 0,2 - 140^2 = 324900.$$

Оскільки  $\sigma_{min}^2 = \sigma_1^2$ , то проект  $A_1$  є менш ризикованим.

Для кожної можливої альтернативи можна визначити її ризик відносно математичного сподівання прибутку. Мірою цього ризику є *коефіцієнт варіації прибутку*, який обчислюється за формулою:

$$CV = \frac{\sigma}{M}, \quad (2.4)$$

де  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  – середнє квадратичне відхилення прибутку,  $M$  – його математичне сподівання. Чим меншим є коефіцієнт варіації прибутку, тим ближчою є альтернатива до оптимальної з точки зору співвідношення ризику та очікуваного прибутку.

**Приклад 2.5.** Існує можливість виробництва та реалізації двох товарів. Інформація для прийняття рішення наведена у платіжній матриці (таблиця 2.4). Вибрати альтернативу, оптимальну за критерієм співвідношення ризику та очікуваного прибутку.

Таблиця 2.4. Платіжна матриця до прикладу 2.5

Товар	Результат 1		Результат 2	
	Ймовірність	Прибуток	Ймовірність	Прибуток

$A_1$	0,5	210	0,5	110
$A_2$	0,99	151	0,01	51

**Розв'язання.** Знайдемо коефіцієнти варіації прибутків для кожної з альтернатив виробництва та реалізації товарів. Спочатку обчислимо відповідні математичні сподівання прибутку:

$$M_1 = 210 \cdot 0,5 + 110 \cdot 0,5 = 160; M_2 = 151 \cdot 0,99 + 51 \cdot 0,01 = 150.$$

Знаходимо дисперсії прибутку:

$$\sigma_1^2 = 210^2 \cdot 0,5 + 110^2 \cdot 0,5 - 160^2 = 2500; \sigma_2^2 = 151^2 \cdot 0,99 + 51^2 \cdot 0,01 - 150^2 = 99.$$

Коефіцієнти варіації прибутків для кожної з альтернатив відповідно дорівнюють:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{M_1} = \frac{50}{160} \approx 0,31; CV_2 = \frac{\sigma_2}{M_2} = \frac{9,9}{150} \approx 0,07.$$

Оскільки меншим є коефіцієнт варіації прибутку для альтернативи  $A_2$ , то вона є кращою з точки зору співвідношення ризику та очікуваного середнього значення (математичного сподівання) прибутку.

### 2.3 Застосування леми Маркова та нерівності Чебишева для кількісної оцінки ризику

Необхідним складовим елементом вимірювання економічного ризику є оцінка ймовірності можливих прибутків чи збитків. Для цього можна використати лему Маркова або нерівність Чебишева.

*Лема Маркова.* Якщо випадкова величина  $X$  не набуває від'ємних значень, а її математичне сподівання дорівнює  $M(X)$ , то для довільного  $\alpha > 0$  ймовірність того, що ця випадкова величина буде більшою, ніж  $\alpha$ :

$$P(X > \alpha) \leq \frac{M(X)}{\alpha}. \quad (2.5)$$

Для оцінки фінансового стану об'єкта ризику можна використати його коефіцієнт поточної ліквідності (КПЛ). Цей коефіцієнт дорівнює відношенню вартості ліквідних активів підприємства до його боргів. Фінансовий стан



підприємства є стійким, якщо його коефіцієнт КПЛ  $\geq 2$ . При  $\text{КПЛ} < 1$  маємо ризик банкрутства.

**Приклад 2.6.** Підприємство просить постачальника відпустити йому товар без передплати. Оцінити ймовірність своєчасної оплати товару, якщо відомо, що тривалий час КПЛ покупця дорівнював 1,8.

**Розв'язання.** Випадковою величиною  $X$  є КПЛ покупця. Тоді  $M(X) = 1,8$ .  $\alpha = 2$  – значення КПЛ, що відокремлює гарантовано платоспроможні підприємства від інших. За лемою Маркова, ймовірність того, що у найближчому майбутньому значення КПЛ перевищить 2  $P(X > 2) \leq \frac{1,8}{2} = 0,9$ , тобто ця ймовірність не перевищить 90%. Отримали досить грубу оцінку ймовірності, для її використання на практиці потрібне подальше уточнення цієї оцінки.

Більш точну оцінку ймовірності потрапляння значення випадкової величини у певний інтервал отримують на основі нерівності Чебишева.

*Нерівність Чебишева* дозволяє визначити верхню межу ймовірності того, що абсолютна величина відхилення випадкової величини  $X$  від її математичного сподівання перевищить задане число  $\varepsilon > 0$ :

$$P(|X - M(X)| > \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}. \quad (2.6)$$

Тут  $\sigma^2$  – дисперсія випадкової величини  $X$ .

Якщо потрібно оцінити ймовірність відхилення лише у одну сторону, наприклад, у більшу сторону, то нерівність Чебишева використовують у наступній формі:

$$P(X - M(X) > \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{2\varepsilon^2}. \quad (2.7)$$

**Приклад 2.7.** Банк має двох позичальників, значення КПЛ яких за минулі три квартали склали для першого позичальника 1,5; 1,3; 1,7, для другого позичальника ці показники відповідно дорівнюють 1,6; 1,4; 1,5. Оцінити ймовірність того, що у найближчому кварталі вони ліквідують заборгованість.

**Розв'язання.** Знайдемо математичне сподівання та дисперсію випадкової величини – значення показника КПЛ для кожного з підприємств-позичальників. Для першого позичальника:

$$M(X_1) = \frac{1,5 + 1,3 + 1,7}{3} = 1,5,$$
$$\sigma_1^2 = \frac{(1,6 - 1,5)^2 + (1,3 - 1,5)^2 + (1,7 - 1,5)^2}{3} = 0,027.$$

Для другого позичальника:

$$M(X_2) = \frac{1,6 + 1,4 + 1,5}{3} = 1,5,$$
$$\sigma_2^2 = \frac{(1,6 - 1,5)^2 + (1,4 - 1,5)^2 + (1,5 - 1,5)^2}{3} \approx 0,007.$$

Застосування леми Маркова надає однакову оцінку ймовірності повернення кредиту для обох позичальників:  $P(X_1 > 2) \leq \frac{1,5}{2} = 0,75$ ,  $P(X_2 > 2) \leq \frac{1,5}{2} = 0,75$ .

Застосування нерівності Чебишева у формі (2.7) дозволяє отримати уточнену оцінку. Щоб значення КПЛ перевищувало 2, потрібно, щоб  $X_i - 1,5 > 0,5$  для  $i = 1, 2$ . Отже,  $P(X_i - 1,5 > 0,5) \leq \frac{\sigma_i^2}{2 \cdot (0,5)^2}$ . Для першого позичальника отримуємо

оцінку

$$P(X_1 - 1,5 > 0,5) \leq \frac{0,027}{2 \cdot (0,5)^2} \approx 0,05.$$

Для другого позичальника маємо:

$$P(X_2 - 1,5 > 0,5) \leq \frac{0,007}{2 \cdot (0,5)^2} \approx 0,01.$$

Отже, використання нерівності Чебишева дозволило суттєво уточнити ймовірність ліквідації заборгованості.

Лему Маркова та нерівність Чебишева можна застосовувати при будь-якій кількості спостережень та для довільного закону розподілу ймовірностей випадкової величини.

Невизначеність оцінок ймовірностей зменшується, якщо можна допустити, що випадкова величина розподілена за нормальним законом. Це виконується, коли вона набуває значення внаслідок дії великої кількості факторів, вплив кожного з яких не перевищує впливу інших факторів. Коли кількість спостережень не менша 30, то для оцінки ймовірності того, що випадкова величина не перевищує заданої верхньої межі, можна використати нерівність:

$$P(X - M(X) > \varepsilon) = 1 - F(t), \quad (2.8)$$

де  $F(t)$  – нормована функція нормального розподілу (функція Лапласа),

$$t = \frac{\varepsilon}{\mu}, \quad \mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2, \quad M(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}.$$

Тут  $n$  – кількість спостережень.

Якщо кількість спостережень  $n < 30$ , то оцінка ймовірності здійснюється за формулою:

$$P(X - M(X) > \varepsilon) = 1 - S(t), \quad (2.9)$$

де  $S(t)$  – функція розподілу Стьюдента,  $t = \frac{\varepsilon}{\mu_1}, \quad \mu_1 = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}.$

## 2.4 Використання моделі рівномірного розподілу для оцінки ризику

Якщо допустити, що ризик неповернення кредиту рівномірно зменшується зі збільшенням КПЛ позичальника, то для розрахунку ймовірності неповернення ним боргу можна використати формулу:

$$P = \frac{b - x}{b - a}. \quad (2.10)$$

Тут  $a$  та  $b$  – відповідно нижня та верхня межа зони ризику,  $x$  – фактичне значення КПЛ.

**Приклад 2.8.** Підприємство  $A$  збирається укласти угоду з підприємством  $B$  пр. постачання йому своєї продукції. Фактичне значення КПЛ у підприємства  $B$  дорівнює 1,6. Підприємство  $A$  веде статистику несвоєчасної оплати постачань, згідно з якою КПЛ сумнівних партнерів складає від 0,9 до 1,8. У підприємств, що

розраховуються своєчасно, цей показник складає від 1,2 до 2,7. Оцінити ймовірність того, що підприємство  $B$  несвоєчасно розрахується за продукцію.

**Розв'язання.** Зона ризику – це інтервал значень КПЛ (1,2; 1,8). Підприємства, у яких значення КПЛ знаходиться у цьому інтервалі, можуть несвоєчасно розрахуватися за поставлену продукцію. Отже, для формули (2.10) у даному прикладі  $a = 1,2; b = 1,8; x = 1,6$ . Тоді ймовірність несвоєчасного розрахунку становить:

$$P = \frac{1,8 - 1,6}{1,8 - 1,2} \approx 0,33.$$

Показник надійності партнера дорівнює ймовірності своєчасного розрахунку:  $Q = 1 - P = 1 - \frac{b - x}{b - a} = \frac{x - a}{b - a}$ .

## 2.5 Вибірковий метод оцінки ризику

Оцінювати рівень ризику можна є допомогою вибіркового спостереження за частотою появи подій, що можуть бути причиною збитків. При цьому виникає необхідність оцінки похибки вибірки.

При оцінці ймовірності події за її відносною частотою похибка вибірки визначається за формулою [17]:

$$\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \quad (2.11)$$

де  $\Delta$  – гранична похибка вибірки,  $t$  – кратність похибки, що пов'язує величину похибки з заданою довірчою ймовірністю  $p$ ,  $w$  – відносна частота появи події у вибірці,  $w = \frac{m}{n}$ ,  $m$  – кількість появ події у вибірці,  $n$  – об'єм вибірки.

З формули (2.11) отримуємо, що з деякою наперед заданою довірчою ймовірністю  $p$  ймовірність появи події знаходиться у проміжку  $(w - \Delta; w + \Delta)$ . Ця формула дає вірні результати при достатньо великих значеннях  $w$  ( $w > 0,01$ ) та при достатньо великій кількості спостережень  $n$ .

Достатньо точні результати отримаємо, застосувавши формулу, згідно з якою нижня та верхня межі  $a$  та  $b$  інтервалу, у якому знаходиться ймовірність події, визначається за формулами:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{n+t^2} \left( m + \frac{t^2}{2} - t \sqrt{\frac{m(n-m)}{n} + \frac{t^2}{4}} \right), \\ b &= \frac{1}{n+t^2} \left( m + \frac{t^2}{2} + t \sqrt{\frac{m(n-m)}{n} + \frac{t^2}{4}} \right). \end{aligned} \quad (2.12)$$

**Приклад 2.9.** За статистикою комерційного банку зі 100 кредитів, виданих позичальникам групи А, де для розрахунку резервів на покриття втрат від неповернення кредитів встановлено коефіцієнт ризику (ймовірність неповернення кредиту) 2%, лише 1 кредит виявився неповерненим. З 200 кредитів, виданих позичальникам, що затримували виплати за кредитами до 30 днів (група Б), для якої коефіцієнт ризику установлений на рівні 5%, таких кредитів виявилось 10. З довірчою ймовірністю  $p = 0,9$  визначити верхні межі для коефіцієнтів ризику груп А та Б.

**Розв'язання.** Для групи А  $w = \frac{1}{100} = 0,01$ . Для довірчої ймовірності  $p = 0,9$  з таблиці, наведеної у підручниках з теорії ймовірностей [17], знаходимо квантиль нормального розподілу  $t = 1,65$ . Оскільки  $w \leq 0,01$ , то для оцінки верхньої межі коефіцієнта ризику групи А використаємо другу з формул (2.12). Маємо:

$$b = \frac{1}{100 + (1,65)^2} \left( 1 + \frac{(1,65)^2}{2} + 1,65 \sqrt{\frac{1 \cdot 99}{100} + \frac{(1,65)^2}{4}} \right) \approx 0,044.$$

Для групи Б  $w = 0,05 > 0,01$ , тому для оцінки верхньої межі коефіцієнта ризику можна використати формулу (2.11), тобто  $b = w + \Delta$ , де гранична похибка вибірки  $\Delta = 1,65 \cdot \sqrt{\frac{0,05 \cdot 0,95}{200}} \approx 0,025$ . Тоді  $b = w + \Delta = 0,05 + 0,025 = 0,075$ .

У обох випадках верхня межа коефіцієнта ризику значно перевищує його установлені нормативні значення.

## 2.6 Суб'єктивна оцінка рівня ризику та байєсівський підхід до її уточнення

Об'єктивна ймовірність збитків, що використовується при обчисленні рівня ризику, визначається на основі класичного або статистичного означення ймовірності [17]. Коли дані для використання цих означень відсутні, то застосовують експертні оцінки ймовірності події, тобто суб'єктивну ймовірність. *Суб'єктивна ймовірність* – це міра впевненості експерта у тому, що подія відбудеться. Поняття суб'єктивної ймовірності введене у практику наукових досліджень видатним британським економістом Д. Кейнсом. Для суб'єктивної ймовірності виконуються всі аксіоми та теореми класичної теорії ймовірностей.

**Приклад 2.10.** Експерти визначили надійність банку А на рівні 90%, банку Б – 80%. Знайти ймовірності того, що: 1) обидва банки не стануть банкрутами; 2) обидва банки збанкрутують; 3) банкрутом стане лише банк А, а банк Б продовжить свою діяльність.

**Розв'язання.** Нехай подія  $A_1$  – банк А продовжить свою діяльність, подія  $A_2$  – банк Б продовжить свою діяльність. Далі застосуємо теорему множення ймовірностей незалежних подій та формулу ймовірності протилежної події [17]. 1) ймовірність того, що обидва банки не стануть банкрутами  $P(A_1A_2) = P(A_1)P(A_2) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$ ; 2) ймовірність того, що обидва банки збанкрутують  $P(\bar{A}_1\bar{A}_2) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) = (1 - 0,9)(1 - 0,8) = 0,02$ ; 3) ймовірність того, що банкрутом стане лише банк А, а банк Б продовжить свою діяльність,  $P(\bar{A}_1A_2) = P(\bar{A}_1)P(A_2) = 0,1 \cdot 0,8 = 0,08$ .

**Приклад 2.11.** Експерти визначили, що ймовірність банкрутства підприємства на протязі майбутнього року складає 10%. Знайти ймовірність того, що його банкрутство відбудеться протягом найближчих двох років, якщо через рік ймовірність банкрутства банку не зміниться.

**Розв’язання.** Нехай подія  $A_1$  – банк збанкрутує на протязі першого року,  $A_2$  – другого року,  $A$  – банкрутство відбудеться протягом найближчих двох років. Тоді  $A = A_1 + \bar{A}_1 A_2$ , ймовірність події  $A$  знаходимо з допомогою теорем додавання та множення ймовірностей:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1 + \bar{A}_1 A_2) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) = P(A_1) + P(\bar{A}_1)P(A_2) = \\ &= 0,1 + 0,9 \cdot 0,1 = 0,19. \end{aligned}$$

Уточнення у експертну оцінку суб’єктивної ймовірності можна внести з допомогою формули Байєса [17]. Вона дозволяє коректувати ймовірності подій, що є факторами ризику, на основі отримання додаткової інформації. Ця формула має вигляд [17]:

$$P\left(\frac{H_i}{A}\right) = \frac{P\left(\frac{A}{H_i}\right) \cdot P(H_i)}{P(A)}. \quad (2.13)$$

У формулі Байєса (2.13)  $A$  – це подія, що може відбутися лише з однією з подій  $H_1, H_2, \dots, H_n$ , що утворюють повну групу подій,  $P(H_i)$  – ймовірність події  $H_i$ ,  $P\left(\frac{H_i}{A}\right)$  – уточнена ймовірність події  $H_i$ , якщо відомо, що подія  $A$  уже відбулася,  $P\left(\frac{A}{H_i}\right)$  – ймовірність події  $A$  за умови настання події  $H_i$ ,  $P(A)$  – ймовірність події  $A$ , що обчислюється за формулою повної ймовірності [17]:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P\left(\frac{A}{H_i}\right). \quad (2.14)$$

**Приклад 2.12.** На думку експертів підприємства, конкурент може почати випуск нового товару з вищим рівнем якості з ймовірністю 70%. Перед тим, як у відповідь почати розробку нового товару, керівництво підприємства вирішило зібрати додаткову інформацію про наміри конкурентів. Експерти вважають, що для виробництва нового товару конкурент з ймовірністю 90% почне збільшувати виробничі потужності. Він може збільшувати їх і з інших причин, ймовірність цього експерти оцінили у 20%. Керівництву підприємства стало відомо про

початок будівництва у конкурента. Як ця інформація змінить ймовірність виробництва конкурентом нового товару?

**Розв'язання.** Нехай подія  $H_1$  – конкурент виробляє новий товар,  $H_2 = \bar{H}_1$ ,  $A$  – початок нового будівництва.  $P(H_1) = 0,7$ ,  $P(H_2) = 1 - P(H_1) = 1 - 0,7 = 0,3$ ,  $P(A/H_1) = 0,9$ ,  $P(A/H_2) = 0,2$ . За формулою Байєса знаходимо:

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A/H_1)}{P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2)} = \frac{0,7 \cdot 0,9}{0,7 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,2} \approx 0,913.$$

## 2.7. Гранична ціна інформації про ризик

Розглянемо питання визначення максимальної ціни, яку можна сплатити за додаткову інформацію про ризик. Для її розв'язання потрібно знайти математичне сподівання прибутку, що відповідає повній інформації, та порівняти його з математичним сподіванням прибутку, отриманим при наявній інформації. Різниця між цими величинами дорівнює максимальній ціні інформації про ризик. У якості прикладу розглянемо визначення цієї ціни у прикладі 2.3. За наявної інформації оптимальною є альтернатива про перехід до масового виробництва нового товару через 1 рік. Цьому рішення відповідає математичне сподівання прибутку 7,6 у.г.о.

Якби підприємство мало повну інформацію про реакцію ринку на нову продукцію і при цьому регулярно виводило б новий товар на ринок, то математичне сподівання прибутку склало б  $16 \cdot 0,2 + 12 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,3 = 11$  (у.г.о.). Максимальна ціна інформації про ризик у цьому випадку складе  $11 - 7,6 = 3,4$  (у.г.о.).

## Тема 3. Поведінка суб'єктів ризику. Теорія корисності

### 3.1 Поведінка суб'єктів ризику



Дії суб'єкта ризику при прийнятті рішення у ситуації, пов'язаній з ризиком, можна подати у вигляді наступного алгоритму:

- 1) аналіз та діагностика ризикованих ситуацій;
- 2) визначення цілей керування суб'єктом ризику;
- 3) визначення факторів, що впливають на ситуацію;
- 4) розробка альтернативних варіантів дій;
- 5) оцінка кожної альтернативи;
- 6) вибір оптимальної альтернативи;
- 7) реалізація альтернативи.

Для суб'єктів ризику притаманне зовнішнє або внутрішнє пристосування до ризику. *Зовнішнє пристосування до ризику (екстравертність)* полягає у намаганні суб'єкта ризику вплинути на зовнішнє середовище, щоб мінімізувати ризик. *Внутрішнє пристосування до ризику (інтравертність)* полягає у зменшенні ризику шляхом збору додаткової інформації, залученні керівників до прийняття рішення тощо.

### **3.2 Теорія корисності Неймана – Моргенштерна. Функція корисності**

При виборі альтернативи в умовах ризику істотним є відношення до ризику його суб'єкта.

Нехай пропонується лотерея. За вартість лотерейного квитка 10 у.г.о. суб'єкт ризику з рівною ймовірністю  $p = 0,5$  може нічого не виграти або виграти 100 г.о.. Одна людина за таких умов не купить квиток, інша ладна сплатити за нього навіть 50 у.г.о.

*Безумовним грошовим еквівалентом лотереї* називають максимальну суму, яку суб'єкт ризику готовий віддати за участь у лотереї. У подальшому під лотереєю  $L(x_1, p, x_2)$  будемо розуміти ситуацію, у якій можна отримати виграш  $x_1$  з ймовірністю  $p$  або  $x_2$  з ймовірністю  $1 - p$ . Якщо існує ймовірність

отримання виграшів  $x_1, x_2, \dots, x_n$  з відповідними ймовірностями  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , то лотерею будемо позначати  $L(x_1, p_1, x_2, p_2, \dots, x_n, p_n)$ . При цьому  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

*Корисністю виграшу  $x$*  називають ймовірність  $p$ , при якій суб'єкту ризику байдуже, що вибрати: виграш  $x$  гарантовано, чи участь у лотереї  $L(x_1, p, x_2)$ . Наприклад, суб'єкту ризику пропонують альтернативу гарантованого отримання суми 1000 у.г.о. або участі у лотереї  $L(-50; 0,5; 2100)$ . Математичне сподівання виграшу у цій лотереї  $M = -50 \cdot 0,5 + 2100 \cdot 0,5 = 1025$  у.г.о. Виходячи з математичного сподівання виграшу, обидві альтернативи є практично еквівалентними, хоча гравець, схильний до ризику, вибере участь у лотереї, інакше вибір залежатиме від фінансового стану суб'єкта ризику.

Методика прийняття рішення в умовах ризику, що ґрунтується на концепції корисності, містить у своїй основі наступну систему аксіом.

*Аксіома 1 (порівнянності).* Для будь-якої пари  $x$  та  $y$  можливих результатів для суб'єкта ризику результат  $x$  є більш пріоритетним, ніж  $y$  ( $x \succ y$ ), або  $y$  є більш пріоритетним, ніж  $x$  ( $y \succ x$ ), або вони є еквівалентними ( $x \sim y$ ).

*Аксіома 2 (транзитивності).* Якщо  $x \succ y$ ,  $y \succ z$ , то  $x \succ z$ . Якщо  $x \sim y$ ,  $y \sim z$ , то  $x \sim z$ .

*Аксіома 3 (незалежності).* Якщо для суб'єкта ризику  $x \sim y$ , то він є байдужим у відношенні до вибору між лотереєю  $L(x, p, z)$  та лотереєю  $L(y, p, z)$ , тобто  $L(x, p, z) \sim L(y, p, z)$ .

*Аксіома 4 (вимірності).* Якщо  $x \succ y \sim z$  або  $x \sim y \succ z$ , то існує єдина ймовірність  $p$ , така, що  $y \sim L(x, p, z)$ .

*Аксіома 5 (ранжування).* Якщо результати  $y$  та  $u$  по пріоритетності знаходяться між альтернативами  $x$  та  $z$  і можна визначити лотереї  $L(x, p_1, z)$  та  $L(x, p_2, z)$  такі, що суб'єкт ризику байдужий до вибору між  $y$  та  $L(x, p_1, z)$ , а також до вибору між  $u$  та  $L(x, p_2, z)$ , то при  $p_1 > p_2$   $y \succ u$ .

Якщо виконуються ці аксіоми, то суб'єкт ризику при виборі альтернативи намагатиметься максимізувати корисність. Тут під *корисністю результату  $x$*  розуміють рівень задоволення суб'єкта ризику від отримання цього результату. Корисність вимірюється у балах або процентах.

*Функцією корисності* називають функцію  $u(x)$ , визначену на множині  $X$  деяких результатів  $x$  з введеними на цій множині відношеннями пріоритету, для якої  $u(x) > u(y)$ , якщо  $x \succ y$  і  $u(x) = u(y)$  при  $x \sim y$ .

Ця функція характеризує залежність оцінки корисності виграшу  $x$  від його величини. Функцію корисності можна будувати також для показників, що характеризують економічні та виробничі процеси.

У якості прикладу розглянемо побудову функції корисності для показника «експлуатаційна готовність обладнання», яку виконує група експертів. Вона здійснюється за наступною схемою.

1. Визначають у процентах найкраще та найгірше з усіх можливих значень показника і надають їм значення корисності. Наприклад, найгіршим значенням показника є 80% готовності, найкращим – 100%. Їм ставлять у відповідність значення функції корисності  $u(80) = 0$ ,  $u(100) = 1$ .

2. Розглядають ще декілька проміжних значень, наприклад, значень показника 85%, 90%, 95%, 98% і визначають для них значення функції корисності.

3. Після того, як кожний експерт виконав самостійну оцінку корисності проміжних значень, знаходять середні значення цих оцінок.

4. При великих відхиленнях оцінок у різних експертів повертаються до етапу 2 і узгоджують експертні оцінки.

5. По відомим значенням функції корисності  $u(x)$ ,  $x \in [80;100]$  з допомогою статистичних методів визначають її аналітичний вигляд.

Функція корисності є лінійною, коли оцінка корисності прямо пропорційна величині виграшу.

Концепцію корисності для оцінки альтернатив при прийнятті рішень в умовах ризику запропонували американські вчені Д. Нейман та О. Моргенштерн.

### 3.3 Корисність та детермінований еквівалент лотереї

Концепція корисності Неймана – Моргенштерна ґрунтується на виборі в умовах ризику, що формалізується з допомогою лотереї.

З множини різних можливих значень виграшу (або значень деякого показника) виділяються найгірше та найкраще значення  $x_1$  та  $x_2$ , такі, що для довільного значення  $x$   $x \succ x_1$  та  $x_2 \succ x$ . Суб'єкту ризику пропонують порівняти альтернативи: 1) отримати гарантоване значення виграшу  $x$ ; 2) прийняти участь у лотереї  $L(x_1, p, x_2)$ . *Детермінованим еквівалентом лотереї* називають гарантовану суму  $\tilde{x}$ , отримання якої для суб'єкта ризику еквівалентне участі у цій лотереї:  $\tilde{x} \sim L(x_1, p, x_2)$ .

Для значень  $x_1$  та  $x_2$   $u(x_1) = 0$ ,  $u(x_2) = 1$ .

Для лотереї  $L(x_1, p_1, x_2, p_2, \dots, x_n, p_n)$  детермінований еквівалент лотереї визначається з рівняння:

$$u(\tilde{x}) = \bar{u}, \quad (3.1)$$

де  $\bar{u} = \sum_{i=1}^n u(x_i) p_i$ .

**Приклад 3.1.** У підприємця є можливість інвестувати кошти у проект, у результаті якого можна отримувати прибуток 20 у.г.о. з ймовірністю 0,4, 10 у.г.о. з ймовірністю 0,2, 0 з ймовірністю 0,1 або збиток 10 у.г.о. з ймовірністю 0,3. Для цього підприємця має місце нейтральна стратегія поведінки, що моделюється лінійною функцією корисності  $u(x) = 0,05x$ . Знайти математичне сподівання виграшу та детермінований еквівалент лотереї  $L(20; 0,4; 10; 0,2; 0; 0,1; -10; 0,3)$ .

**Розв'язання.** Математичне сподівання виграшу:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i = 20 \cdot 0,4 + 10 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 - 10 \cdot 0,3 = 7 \text{ (у.г.о.)}$$

Детермінований еквівалент лотереї  $L$  знаходимо з рівняння  $u(\tilde{x}) = \bar{u}$ .

Маємо:

$$\bar{u} = 0,05 \cdot (20 \cdot 0,4 + 10 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 - 10 \cdot 0,3) = 0,05 \cdot 7 = 0,35.$$

$$0,05 \cdot \tilde{x} = 0,35 \Rightarrow \tilde{x} = 7 \text{ (у.г.о.)}.$$

Для лінійної функції корисності  $u = kx$  математичне сподівання виграшу завжди співпадає з детермінованим еквівалентом лотереї.

Суб'єкт ризику вважається *несхильним до ризику*, якщо для нього більш пріоритетною є можливість гарантовано отримати сподіваний виграш у лотереї (математичне сподівання виграшу), ніж прийняти у ній участь. Умова несхильності до ризику має вигляд:  $u(\bar{x}) > \bar{u}$ . При  $u(\bar{x}) < \bar{u}$  маємо схильність до ризику,  $u(\bar{x}) = \bar{u}$  – умова байдужості.

Наведемо типові функції корисності для суб'єктів з різним відношенням до ризику:

1) зростаюча функція корисності для суб'єкта ризику, байдужого до ризику:

$$u = a + bx, b > 0;$$

2) зростаюча функція корисності для суб'єкта ризику, несхильного до ризику:  $u = \lg(x + b)$ ;

3) зростаюча функція корисності для суб'єкта ризику, схильного до ризику:

$$u = x^2.$$

*Премія за ризик* – це сума з математичного сподівання виграшу, якою суб'єкт ризику згоден знехтувати, щоб уникнути ризику, пов'язаного з лотереєю. Ця сума менша, ніж математичне сподівання виграшу.

**Приклад 3.2.** Суб'єкт ризику має функцію корисності  $u = 0,2x^2$ . Знайти математичне сподівання виграшу, детермінований еквівалент та премію за ризик для лотереї  $L(4;0,5;12)$ .

**Розв'язання.** Математичне сподівання виграшу  $\bar{x} = 4 \cdot 0,5 + 12 \cdot 0,5 = 8$ . Знайдемо математичне сподівання корисності лотереї:  
 $\bar{u} = u(4) \cdot 0,5 + u(12) \cdot 0,5 = 0,2 \cdot 0,5 \cdot (4^2 + 12^2) = 16$ . Детермінований еквівалент лотереї визначаємо з рівняння  $u(\tilde{x}) = \bar{u}$ , звідси  $0,2 \cdot \tilde{x}^2 = 16 \Rightarrow \tilde{x} \approx 8,94$ . Премія за



Функція корисності з інтервальною нейтральністю є неперервною у своїй області визначення, у тому числі і у кінцях  $x_i, i = 0, 1, \dots, n$  інтервалів нейтральності.

Використовуючи функції корисності з інтервальною нейтральністю, можна апроксимувати з будь-якою точністю нелінійні функції корисності.

## Тема 4. Ризик та фактор часу

### 4.1 Вартість та час

Прийняття рішень, пов'язаних з інвестиціями, ґрунтується на обчисленнях, у яких ураховується фактор часу. При цьому виконується аналіз зв'язку між 4 величинами: нинішньою вартістю інвестицій  $PV$ , їх майбутньою вартістю  $FV$ , процентною ставкою  $r$ , що нараховується на вкладений капітал за одиницю часу, та часом  $t$ . Зв'язок між цими величинами визначається рівністю:

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^t}. \quad (4.1)$$

Коефіцієнт  $C = \frac{1}{(1+r)^t}$  називають *коефіцієнтом дисконтування*. Процентну

ставку  $r$  називають *нормою дисконту*. При інвестуванні норму дисконту визначають як норму прибутку для альтернативних доступних інвестиційних можливостей з таким же рівнем ризику. Для оцінки норми дисконту використовують наступні загальні правила:

- 1) з двох майбутніх надходжень пізніше надходження повинне мати вищу норму дисконту;
- 2) чим вищий ризик інвестиції, тим більшою повинна бути норма дисконту;
- 3) зі зростанням середньо ринкових процентних ставок на ринку цінних паперів повинна зростати норма дисконту.

### 4.2 Норма прибутку та ризик цінних паперів

Головною характеристикою цінного паперу є його норма прибутку. Вона дорівнює відношенню прибутку по даному цінному паперу до витрат на його придбання. Норму прибутку цінного паперу розглядають як випадкову величину. Тому для неї можна визначити математичне сподівання або сподівану норму прибутку:

$$m = \sum_{i=1}^n r_i \cdot p_i, \quad (4.1)$$

де  $r_i, i = 1, 2, \dots, n$  – можливі значення норми прибутку,  $p_i$  – їх ймовірності.

Якщо визначити ймовірності отримання певних величин норми прибутку немає можливості, тоді сподівану норму прибутку визначають наближено як середнє арифметичне норм прибутку по даному цінному паперу, що мали місце у минулому.

Норма прибутку звичайної акції у  $i$ -му періоді часу визначається за формулою:

$$r_i = \frac{P_i - P_{i-1} + D_i}{P_{i-1}} \cdot 100\%, \quad (4.2)$$

де  $P_i$  – ціна акції у  $i$ -му періоді часу,  $D_i$  – дивіденди у  $i$ -му періоді.

Нехай  $T$  – кількість минулих періодів часу, для яких відомі значення норми прибутку цінного паперу. Тоді сподівана норма прибутку наближено обчислюється за формулою:

$$m = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T r_i. \quad (4.3)$$

**Приклад 4.1.** Для звичайної акції відома статистична інформація за останні 10 кварталів, наведена у таблиці. Визначити її сподівану норму прибутку, якщо початкова ринкова вартість складала 145 у.г.о.

Таблиця 4.1. Дані для обчислення сподіваної норми прибутку звичайної акції у прикладі 4.1

Період, $i$	Ціна акції, $P_i$	Дивіденди, $D_i$	Прибуток, $P_i - P_{i-1} + D_i$	Норма прибутку,
-------------	----------------------	---------------------	------------------------------------	--------------------



				$r_i, \%$
1	150	5	10	6,90
2	165	4	19	12,67
3	155	4,5	-5,5	-3,33
4	162	3	10	6,45
5	154	4,5	-3,5	-2,16
6	160	5	11	7,14
7	160	4,5	4,5	2,81
8	175	3	18	11,25
9	168	4	-3	-1,71
10	170	3,5	5,5	3,27

**Розв'язання.** За формулою (4.3) маємо:

$$\sum_{i=1}^{10} r_i = 43,29; \quad m = \frac{43,29}{10} \approx 4,3\%.$$

Крім сподіваної норми прибутку, іншою важливою характеристикою цінного паперу є його ризик. Він визначається як середнє квадратичне відхилення норми прибутку:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_i - m)^2 p_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^n r_i^2 p_i - m^2}. \quad (4.4)$$

Зі зростанням середнього квадратичного відхилення  $\sigma$  норми прибутку зростає і ризик цінного паперу, тому  $\sigma$  використовують як міру ризику.

При наявності статистичних даних про норми прибутку цінного паперу у минулому за останні  $T$  періодів часу середнє квадратичне відхилення  $\sigma$  наближено обчислюють за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T (r_i - m)^2}{T - 1}}. \quad (4.5)$$

Показником, який дозволяє оцінити співвідношення сподіваної норми прибутку та ризик цінного паперу, є коефіцієнт варіації норми прибутку

$$CV = \frac{\sigma}{m}. \quad (4.6)$$

Цей показник зростає зі збільшенням ризику цінного паперу та зменшується зі зростанням сподіваної норми прибутку.

### 4.3 Кореляція цінних паперів

Зв'язок між зміною норм прибутку двох цінних паперів вимірюється показником, який називають *кореляцією* норм прибутку. Щільність зв'язку між нормами прибутку двох цінних паперів вимірюють з допомогою їх коефіцієнта кореляції:

$$\rho_{12} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i (r_{1i} - m_1)(r_{2i} - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2}. \quad (4.7)$$

У цій формулі  $\rho_{12}$  – коефіцієнт кореляції норм прибутку двох акцій,  $m_1$  – сподівана норма прибутку першої акції,  $m_2$  – значення цього показника для другої акції,  $p_i$  – ймовірності отримання відповідних норм прибутку  $r_{1i}$  для першої акції та  $r_{2i}$  – для другої акції,  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$  – середні квадратичні відхилення норм прибутку першої та другої акцій. Вираз у чисельнику правої частини (4.7) називають *коваріацією* норм прибутку двох акцій. Вона обчислюється за формулою:

$$\text{cov}(r_1, r_2) = \sum_{i=1}^n p_i (r_{1i} - m_1)(r_{2i} - m_2). \quad (4.8)$$

Розглянемо основні властивості коефіцієнта кореляції:

1. Коефіцієнт кореляції набуває значень з відрізка  $[-1; 1]$ .
2. Чим більшою є абсолютна величина коефіцієнта кореляції норм прибутку двох цінних паперів, тим тісніше вони пов'язані між собою лінійною формою зв'язку. При  $\rho_{12} = 0$  такий взаємозв'язок відсутній.
3. При  $\rho_{12} > 0$  норми прибутку обох цінних паперів одночасно зростають або спадають, при  $\rho_{12} < 0$  зростання норми прибутку одного з цінних паперів супроводжується зменшенням цього показника для іншого цінного паперу.

**Приклад 4.2.** У таблиці 4.2 наведені дані про можливі значення норм прибутку акцій компаній *A* та *B*, а також ймовірностей їх отримання. Визначити коефіцієнт кореляції між цими показниками.

Таблиця 4.2 Дані про можливі норми прибутку акцій компаній *A* та *B* і ймовірності їх отримання

Стан економіки	Ймовірність	Норма прибутку акції, %	
		<i>A</i>	<i>B</i>
Значне зростання	0,1	20	30
Незначне зростання	0,3	10	20
Стагнація	0,3	5	10
Незначна рецесія	0,2	0	5
Значна рецесія	0,1	-10	0

**Розв’язання.** Знайдемо сподівані норми прибутку по акціям компаній *A* та *B*. Для акцій компанії *A* маємо:

$$m_1 = 20 \cdot 0,1 + 10 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,2 - 10 \cdot 0,1 = 5,5(\%).$$

Для акцій *B* отримуємо:

$$m_2 = 30 \cdot 0,1 + 20 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 = 13(\%).$$

Подальші обчислення представимо у вигляді таблиці 4.3.

Таблиця 4.3. Проміжні обчислення для знаходження коефіцієнта кореляції

$p_i$	$r_{1i} - m_1$	$(r_{1i} - m_1)^2 p_i$	$r_{2i} - m_2$	$(r_{2i} - m_2)^2 p_i$	$(r_{1i} - m_1)(r_{2i} - m_2) p_i$
0,1	14,5	21,025	17	28,9	24,65
0,3	4,5	6,075	7	14,7	9,45
0,3	-0,5	0,075	-3	2,7	0,45
0,2	-5,5	6,05	-8	12,8	8,8
0,1	-15,5	24,025	-13	16,9	20,15
$\Sigma =$	-	57,25	-	76,0	63,5

Коваріація норм прибутку акцій компаній  $A$  та  $B$  дорівнює 63,5. Їх дисперсії відповідно дорівнюють 57,25 та 76,0. Середні квадратичні відхилення знаходимо як квадратні корені з відповідних дисперсій:  $\sigma_1 = \sqrt{57,25} \approx 7,57$ ,  $\sigma_2 = \sqrt{76} \approx 8,72$ . За формулою (4.7) знаходимо:  $\rho_{12} = \frac{63,5}{7,57 \cdot 8,72} \approx 0,96$ .

На практиці при обчисленні коефіцієнта кореляції норм прибутку двох акцій здебільшого використовують статистичну інформацію про значення цих показників у минулому. У цьому випадку формула для обчислення коефіцієнта кореляції набуває вигляду:

$$\rho_{12} = \frac{\sum_{i=1}^T (r_{1i} - m_1)(r_{2i} - m_2)}{(T-1)\sigma_1\sigma_2}, \quad (4.9)$$

де  $T$  – кількість попередніх періодів, щодо яких є статистичні дані,  $r_{1i}$  – норма прибутку першої акції у  $i$ -му періоді,  $r_{2i}$  – норма прибутку другої акції у  $i$ -му періоді,  $m_1$  та  $m_2$  – сподівані норми прибутку,  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$  – їх середні квадратичні відхилення. Останні показники обчислюються за формулами (4.3) та (4.5).

#### 4.4 Коефіцієнт систематичного ризику

Одним з основних показників, що використовуються при аналізі фінансових ризиків, є *коефіцієнт  $\beta$  систематичного ризику*. Цей показник характеризує ступінь зміни доходів по певному цінному паперу відносно зміни середніх доходів по всьому ринку цінних паперів. Він показує, на скільки процентів збільшується норма прибутку даного цінного паперу, якщо норма прибутку у середньому по ринку збільшиться на 1%.

Для обчислення величини коефіцієнта  $\beta$  використовують формулу:

$$\beta = \frac{\text{cov}(r, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\rho(r, r_M) \cdot \sigma}{\sigma_M}, \quad (4.10)$$

де  $r$  – норма прибутку даного цінного паперу,  $r_M$  – середньоринкова норма прибутку,  $\sigma$  та  $\sigma_M$  – відповідні середні квадратичні відхилення цих норм прибутку,  $\rho(r, r_M)$  – коефіцієнт кореляції між ними.

На практиці, якщо відома інформація про норму прибутку деякого цінного паперу, наприклад, звичайної акції, та середню норму прибутку на ринку цінних паперів за останні  $T$  періодів часу, то використовують формулу:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^T (r_i - m)(r_{M,i} - m_M)}{\sum_{i=1}^T (r_{M,i} - m_M)^2}. \quad (4.11)$$

У формулі (4.11)  $r_i$  та  $r_{M,i}$  – це відповідно норма прибутку даної акції та середньоринкова норма прибутку у  $i$ -му періоді часу,  $m$  – сподівана норма прибутку акції,  $m_M$  – середньоринкова сподівана норма прибутку.

Якщо динаміка доходів по деякій акції співпадає з середньоринковою динамікою доходів на ринку цінних паперів (вони мають однакові темпи зростання), то коефіцієнт  $\beta$  для такої акції дорівнює 1. Коефіцієнт  $\beta$  є мірою систематичного ризику конкретної акції. Значення цього показника для великих міжнародних компаній публікується у світовій фінансовій пресі.

**Приклад 4.3.** За даними про норми прибутку акцій компанії  $A$  за минулі 10 кварталів та середньоринкові норми прибутки за цей же час, наведеними у таблиці 4.4, визначити коефіцієнт  $\beta$  систематичного ризику цих акцій.

Таблиця 4.4 Дані для розрахунку коефіцієнта  $\beta$  систематичного ризику акцій  $A$

Період	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Норма прибутку акції $A$ , %	6,9	12,67	– 3,33	6,45	– 2,16	7,14	2,81	11,25	– 1,71	3,27
Середньоринкова норма прибутку, %	3,21	4,11	1,23	2,17	3,38	4,56	5,42	7,17	4,44	2,31

**Розв'язання.** Знайдемо сподівану норму прибутку  $m$  акції  $A$  та середньоринкову норму прибутку  $m_M$ :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^T r_i}{T} = \frac{43,3}{10} = 4,33(\%),$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^T r_{M,i}}{T} = \frac{38}{10} = 3,8(\%).$$

Подальші обчислення наведені у таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 Розрахунок коефіцієнта  $\beta$  акції  $A$

$i$	$r_i - m$	$r_{M,i} - m_M$	$(r_{M,i} - m_M)^2$	$(r_{M,i} - m_M)(r_i - m)$
1	2,57	-0,59	0,3481	-1,5163
2	8,34	0,31	0,0961	2,5864
3	-7,66	-2,57	6,6049	19,6862
4	2,12	-1,63	2,6569	-3,4556
5	-6,49	-0,42	0,1764	2,7258
6	2,81	0,76	0,5776	2,1356
7	-1,52	1,62	2,6244	-2,4624
8	6,92	3,37	11,3569	23,3204
9	-6,04	-1,49	0,4036	-8,8656
10	-1,06	0,64	2,2201	1,5794
$\Sigma =$			27,0710	35,7339

Значення коефіцієнта  $\beta$  обчислюємо за формулою (4.11):

$$\beta = \frac{35,7339}{27,0710} \approx 1,28.$$

Таке значення коефіцієнта  $\beta$  свідчить про те, що ризик інвестицій у акції компанії  $A$  перевищує середній рівень ризику на ринку цінних паперів на 0,28 або

28%. Наприклад, якщо у середньому на ринку цінних паперів курс акцій зросте на 10%, то прогнозоване зростання вартості акцій  $A$  складе  $10 \cdot 1,28 = 12,8(\%)$ . Аналогічне зменшення вартості акцій спостерігатиметься при зниженні середньоринкового курсу.

#### 4.5 Модель рівноваги ринку капіталів

Відносно прості способи врахування ризику при визначенні норми дисконту можна отримати з допомогою моделі рівноваги ринку капіталів (CAPM, Capital Asset Pricing Model). У межах цієї моделі ринок цінних паперів розглядають з точки зору двох характеристик: сподіваної норми прибутку акції  $m$  та її ризику. Останній показник визначається коефіцієнтом  $\beta$  систематичного ризику. На координатній площині  $O\beta m$  кожна точка  $(\beta; m)$  відповідає цінному паперу з коефіцієнтом  $\beta$  систематичного ризику та сподіваною нормою прибутку  $m$ . Стан рівноваги на ринку цінних паперів подається у вигляді зростаючої лінійної функції (прямої), визначеної при значеннях  $\beta > 0$ . Зростання сподіваної норми прибутку цінного паперу тут супроводжується зростанням його ризику. Цю пряму називають *лінією ринку капіталів* або *лінією ринку цінних паперів*.

Нехай  $m_1$  – сподівана норма прибутку цінного паперу, для якого ризик відсутній (коефіцієнт  $\beta = 0$ ),  $m_2 = m_M$  – сподівана середньоринкова норма прибутку, якій відповідає коефіцієнт систематичного ризику  $\beta = 1$ . Тоді лінія ринку цінних паперів проходить через точки з координатами  $(0; m_1)$  та  $(1; m_2)$ . Її рівняння отримуємо як рівняння прямої, що проходить через дві задані точки:

$$m = m_1 + (m_2 - m_1)\beta. \quad (4.12)$$

Запишемо (4.12) у вигляді:

$$m - m_1 = \beta(m_2 - m_1). \quad (4.13)$$

Ліва частина рівняння (4.13) дорівнює перевищенню сподіваної норми прибутку акції над нормою прибутку по цінному паперу, для якого ризик відсутній (наприклад, облігації державної позики). Вираз у дужках у правій

частині (4.13) – це перевищення середньоринкової норми прибутку над нормою прибутку по безризиковому цінному паперу. Таким чином, лінія ринку цінних паперів відображає пряму пропорційну залежність між цими перевищеннями, де коефіцієнтом пропорційності є коефіцієнт  $\beta$  систематичного ризику. Рівняння (4.12) та (4.13) дозволяють визначити сподівану норму прибутку цінного паперу по його коефіцієнту  $\beta$  систематичного ризику та відомим характеристикам ринку цінних паперів.

**Приклад 4.4.** Лінія ринку цінних паперів задана рівнянням  $m = 6,2 + 5,8\beta$ . Визначити сподівану норму прибутку для цінного паперу з коефіцієнтом систематичного ризику  $\beta = 0,5$ .

**Розв’язання.** Підставивши у рівняння лінії ринку цінних паперів значення  $\beta = 0,5$ , отримуємо значення сподіваної норми прибутку для даної акції:

$$m = 6,2 + 5,8 \cdot 0,5 = 9,1 (\%).$$

#### 4.6 Вплив ризику та інфляції на процентну ставку

Умови, на яких підприємства можуть використовувати зовнішні джерела фінансування, залежать від ситуації на ринку капіталів. Найважливішою характеристикою цього ринку є процентна ставка за кредитом, тобто ціна, яку повинен платити позичальник кредиторі за використання його коштів. Основними факторами, що визначають величину процентної ставки, є фактори інфляції та ризику. Для дослідження впливу цих факторів розрізняють реальну та номінальну процентні ставки.

Згідно з класичною теорією процентної ставки І. Фішера, під *реальною процентною ставкою* розуміють процентну ставку, що врівноважує попит та пропозицію на ринку капіталів. *Номінальна процентна ставка* – це ставка, за якою кредитор отримує винагороду за надані ним кошти. Номінальна процентна ставка складається з двох частин: реальної процентної ставки та інфляційної складової, розмір якої залежить від інфляційних сподівань, а не реальних темпів інфляції.



Для обчислення номінальної процентної ставки використовують формулу Фішера. Її можна отримати з наступних міркувань. Якщо прийняти суму позики за одиницю, то через рік вона буде дорівнювати  $1+r_r$ , де  $r_r$  – реальна процентна ставка. Внаслідок інфляції, прогнозований річний темп приросту якої дорівнює  $i$ , потік доходів потрібно збільшити у  $1+i$  разів. Нехай  $r$  – номінальна процентна ставка. Тоді отримуємо:

$$1+r=(1+r_r)(1+i)=1+r_r+i\cdot r_r+i.$$

З цієї рівності отримуємо вираз для номінальної процентної ставки – формулу Фішера:

$$r=r_r+i+i\cdot r_r. \quad (4.14)$$

Рівень процентної ставки, яку задає інвестор при здійсненні вкладення капіталу у реальний інвестиційний проект, визначається рівністю

$$r=r_r+i+i\cdot r_r+r_p, \quad (4.15)$$

де  $r_p$  – премія за ризик інвестиційного проекту.

Визначимо величину номінальної процентної ставки, що враховує інфляційну складову та надбавку (премію) за ризик.

Згідно з формулою Фішера, номінальну середньоринкову процентну ставку  $r_2$  можна визначити рівністю:

$$r_2=r_{r_2}+i+i\cdot r_{r_2}, \quad (4.16)$$

де  $r_{r_2}$  – реальна середньоринкова процентна ставка. Для номінальної процентної ставки  $r_1$  для інвестицій з нульовим рівнем ризику ( $\beta=0$ ) отримаємо:

$$r_1=r_{r_1}+i+i\cdot r_{r_1} \quad (4.17)$$

У рівності (4.17)  $r_{r_1}$  – реальна процентна ставка для інвестицій з нульовим рівнем ризику.

Якщо відомі дані для оцінки коефіцієнта  $\beta$  інвестиційного проекту, то, використовуючи модель рівноваги ринку капіталів, можна записати формулу для знаходження номінальної процентної ставки для цього проекту:

$$r=r_1+\beta(r_2-r_1). \quad (4.18)$$

Підставимо (4.16) та (4.17) у (4.18). Отримаємо:

$$r = r_{r1} + i + i \cdot r_{r1} + \beta(r_{r2} - r_{r1}) + \beta \cdot i \cdot (r_{r2} - r_{r1}). \quad (4.19)$$

На практиці часто застосовують спрощені формули для обчислення номінальної процентної ставки проекту:

$$r = r_{r1} + i + \beta(r_{r2} - r_{r1}), \quad (4.20)$$

$$r = r_{r1} + i + i \cdot r_{r1} + \beta(r_{r2} - r_{r1}). \quad (4.21)$$

При високому рівні інфляції  $i$  наближені формули (4.20) та (4.21) надають занижені значення номінальної процентної ставки і у цьому випадку доцільно використовувати формулу (4.19).

**Приклад 4.5.** Реальна процентна ставка для інвестицій з нульовим ризиком складає 6%, прогнозовані темпи інфляції – 30% у рік, реальна середньоринкова процентна ставка 18%, коефіцієнт систематичного ризику для інвестиції, що досліджується,  $\beta = 1,2$ . Знайти номінальну процентну ставку, що враховує інфляцію та ризик.

**Розв’язання.** Маємо  $r_{r1} = 0,06; i = 0,3; r_{r2} = 0,18; \beta = 1,2$ . Підставимо ці значення у формулу (4.19). Отримуємо:

$$r = 0,06 + 0,3 + 0,06 \cdot 0,3 + 1,2 \cdot 0,12 + 0,3 \cdot 1,2 \cdot 0,12 = 0,5652.$$

Отже, за формулою (4.19) номінальна процентна ставка за інвестиціями, що враховує інфляцію та ризик, повинна становити 56,52%.

За спрощеною формулою (4.20) отримуємо:

$$r = 0,06 + 0,3 + 1,2 \cdot 0,12 = 0,504,$$

тобто номінальна процентна ставка тут занижена на 6,12%.

Отримаємо уточнену формулу Фішера, що враховує перевищення  $\Delta i$  реальних майбутніх темпів інфляції над прогнозованими. Виходячи з тих же міркувань, що й при отриманні формули Фішера, знаходимо:

$$1 + r = (1 + r_r)(1 + i + \Delta i) \Rightarrow r = r_r + i \cdot r_r + \Delta i \cdot r_r + i + \Delta i. \quad (4.22)$$

Аналогічно до (4.19) можна отримати модифіковану формулу розрахунку номінальної процентної ставки з врахуванням можливого перевищення темпів інфляції  $\Delta i$ . Маємо:

$$r_2 = r_{r2} + i \cdot r_{r2} + \Delta i \cdot r_{r2} + i + \Delta i, \quad (4.23)$$

$$r_1 = r_{r1} + i \cdot r_{r1} + \Delta i \cdot r_{r1} + i + \Delta i, \quad (4.24)$$

$$r = r_1 + \beta(r_2 - r_1). \quad (4.25)$$

Підставивши у (4.25) співвідношення (4.23) та (4.24), після перетворень отримаємо:

$$r = r_{r1} + (i + \Delta i)(1 + r_{r1}) + \beta(r_{r2} - r_{r1})(1 + i + \Delta i). \quad (4.26)$$

**Приклад 4.6.** В умовах прикладу 4.5 розрахувати номінальну процентну ставку з врахуванням можливого перевищення темпів інфляції над прогнозованими  $\Delta i = 10\%$ .

**Розв'язання.** Використовуючи формулу (4.26), отримуємо:

$$r = 0,06 + (0,3 + 0,1) \cdot (1 + 0,06) + 1,2 \cdot 0,12 \cdot (1 + 0,3 + 0,1) = 0,6856.$$

Для врахування ризику ліквідності, що притаманний багатьом об'єктам інвестування, у номінальну процентну ставку потрібно включати надбавку за ризик ліквідності  $r_l$ . У цьому випадку при розрахунку номінальної процентної ставки у правих частинах формул (4.21) та (4.26) додають  $r_l$ .

#### 4.7 Майбутня та нинішня вартість

Грошові кошти у нинішній момент часу мають більшу вартість, ніж та сама сума через певний період часу. Вартість грошей з часом зменшується навіть за відсутності інфляції. Основними причинами цього є: а) наявність ризику, що пояснюється можливістю недоотримання коштів у майбутньому; б) пріоритет поточного споживання.

Інвестування коштів приводить до необхідності оцінки майбутніх грошових надходжень та їх нинішньої вартості для інвестора, порівняння грошових коштів, що відносяться до різних періодів часу. Для розв'язання таких задач необхідно досліджувати зміну вартості грошей у часі. Для цього використовують *дисконтування* грошових коштів, тобто приведення їх до одного проміжку часу. Дисконтування ґрунтується на обчисленні складних процентів, коли проценти додаються до основного капіталу і при цьому змінюється база для обчислення

суми, що додається до капіталу. Механізм нарощування грошових коштів по складним процентам називають також *капіталізацією процента*.

Зв'язок між нинішньою вартістю  $PV$  та майбутньою вартістю  $FV$  цієї суми через  $t$  періодів часу визначається за формулою:

$$FV = PV(1+r)^t, \quad (4.27)$$

де  $r$  – величина процентної ставки, що нараховується на капітал за 1 період часу.

**Приклад 4.7.** Інвестор поклав на терміновий депозит у банк 2 тис. у.г.о. грошових одиниць на 5 років під 50% річних. Проценти складні. Визначити майбутню вартість депозиту по завершенні його терміну.

**Розв'язання.**  $PV = 2$ .  $FV = 2(1+0,5)^5 = 15,1875$  (тис. у.г.о.) – майбутня вартість депозиту по завершенні його терміну.

Темп приросту капіталу у часі дорівнює процентній ставці.

В умовах інфляції при наданні кредитів банки використовують процентні ставки, що змінюються у часі. У таких ситуаціях майбутня вартість коштів визначається за формулою:

$$FV = PV(1+r_1)^{T_1}(1+r_2)^{T_2} \dots (1+r_n)^{T_n}. \quad (4.28)$$

У формулі (4.28)  $r_1, r_2, \dots, r_n$  – процентні ставки, що діють на протязі відповідних періодів часу  $T_1, T_2, \dots, T_n$ .

**Приклад 4.8.** В умовах високої інфляції річна процентна ставка по кредиту, виданому банком, становила 40%, за другий рік користування кредитом процентна ставка зростає на 2%, за кожний наступний – на 3%. Термін користування кредитом – 5 років. Визначити майбутню вартість кредиту, якщо його початкова сума склала 5 тис. у.г.о.

**Розв'язання.** Майбутню вартість кредиту знайдемо за формулою (4.28):

$$FV = 5(1+0,4)(1+0,42)(1+0,45)(1+0,48)(1+0,52) \approx 29,067 \text{ (тис. у.г.о.)}$$

У деяких випадках, наприклад, для облігацій або термінових банківських депозитів, проценти додаються до капіталу частіше, ніж один раз на рік. Якщо проценти додаються до капіталу  $m$  разів на протязі року через рівні проміжки часу, то через  $T$  років отримаємо майбутню вартість:

$$FV = PV \left( 1 + \frac{r}{m} \right)^{mT}. \quad (4.29)$$

**Приклад 4.9.** Початковий капітал складає 2 тис. у.г.о., річна процентна ставка складає 5%, проценти додаються до капіталу кожні півроку. Знайти майбутню вартість капіталу через 1 рік та через 5 років.

**Розв'язання.** Через 1 рік отримуємо майбутню вартість

$$FV = 2 \left( 1 + \frac{0,05}{2} \right)^{2 \cdot 1} \approx 2,101 \text{ (тис. у.г.о.)}$$

Через 5 років маємо:

$$FV = 2 \left( 1 + \frac{0,05}{2} \right)^{2 \cdot 5} \approx 2,560 \text{ (тис. у.г.о.)}$$

Оцінка ефективності доступних можливостей для інвестування ґрунтується на порівнянні вартості майбутніх затрат з вартістю потоку прогнозованих доходів. Оскільки майбутні потоки доходів та витрат мають меншу вартість, ніж нинішні потоки. Цю різницю слід враховувати при прийнятті інвестиційних рішень. Дисконтування дозволяє привести доходи та витрати на різних етапах планового періоду часу до початку цього періоду.

*Метод дисконтування* полягає у множенні номінальної суми грошових потоків у різні періоди часу на відповідні коефіцієнти дисконтування. Нинішня вартість  $PV$  майбутнього доходу  $FV$ , який планується отримати через  $T$  років, визначається за формулою:

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^T}, \quad (4.30)$$

де  $r$  – річна ставка (норма) дисконту.

Нинішня вартість прогнозованого майбутнього потоку доходів залежить від розподілу цих доходів у часі та норми дисконту. Нехай  $FV_i$  – кошти, які інвестор сподівається отримати у  $i$ -му періоді часу у майбутньому,  $r$  – норма дисконту,  $T$  – плановий період часу. Нинішня вартість майбутнього потоку доходів на протязі  $T$  одиниць часу визначається за формулою:

$$PV = \sum_{i=1}^T \frac{FV_i}{(1+r)^i}. \quad (4.31)$$

**Приклад 4.10.** На протязі майбутніх 5 років фірма щорічно планує отримувати прибуток 1 млн. у.г.о. Визначити нинішню вартість прибутку на протязі планового періоду, якщо норма дисконту складає 10%.

**Розв'язання.** Застосувавши формулу (4.31), отримаємо:

$$PV = \frac{1}{1+0,1} + \frac{1}{(1+0,1)^2} + \frac{1}{(1+0,1)^3} + \frac{1}{(1+0,1)^4} + \frac{1}{(1+0,1)^5} \approx 3,791 \text{ (млн. у.г.о.)}$$

Послідовність рівних за величиною платежів, що здійснюється через певні, рівні проміжки часу, називають *ануїтетом*. Кожний окремий платіж, що входить до складу ануїтету, називають його *членом*. Нинішня вартість ануїтету визначається за формулою (4.31).

**Приклад 4.11.** Що вигідніше: одночасно отримати 50 у.г.о., чи отримувати щорічно по 12 у.г.о. за умови, що норма дисконту складає 10%?

**Розв'язання.** Визначимо нинішню вартість ануїтету за формулою (4.31).

$$PV = 12 \left( \frac{1}{1+0,1} + \frac{1}{(1+0,1)^2} + \frac{1}{(1+0,1)^3} + \frac{1}{(1+0,1)^4} + \frac{1}{(1+0,1)^5} \right) \approx 45,492 \text{ (у.г.о.)}$$

Оскільки отримане значення нинішньої вартості ануїтету менше 50 у.г.о., то одноразове негайне отримання 50 у.г.о. вигідніше.

Розглянемо випадок визначення нинішньої вартості пожиттєвої ренти при сталій величині щорічних виплат. Нинішня вартість виплат за  $T$  років складе:

$$PV = FV \cdot \sum_{i=1}^T \frac{1}{(1+r)^i}. \quad (4.32)$$

Помножимо обидві частини цієї рівності на  $(1+r)$ . Отримаємо:

$$PV(1+r) = FV \cdot \sum_{i=1}^T \frac{1}{(1+r)^{i-1}}.$$

Віднявши звідси почленно рівність (4.32), отримаємо:

$$PV \cdot r = FV \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right).$$

При  $T \rightarrow \infty \frac{1}{(1+r)^T} \rightarrow 0$ , тому  $PV \cdot r = FV$  або

$$PV = \frac{FV}{r}. \quad (4.33)$$

Формулу (4.33) застосовують до виплат, що не мають певного терміну дії, наприклад, постійних щорічних прибутків від привілейованих акцій.

**Приклад 4.12.** Дивіденди від привілейованої акції складають 1000 у.г.о. щорічно. Норма прибутку від інвестицій з таким рівнем ризику складає 10%. Визначити нинішню вартість потоку дивідендів.

**Розв'язання.** Маємо  $FV = 1000$  у.г.о.,  $r = 10\% = 0,1$ . Підставивши ці значення у формулу (4.33), знаходимо:

$$PV = \frac{1000}{0,1} = 10000 \text{ (у.г.о.)}.$$

#### 4.8 Ризик та оцінка ринкової вартості підприємства

При оцінці ринкової вартості підприємства важливим фактором є обсяг потоку доходів, який генерує це підприємство для своїх власників. Нинішня вартість потоку майбутніх доходів визначається за формулою

$$NPV = \sum_{i=1}^T \frac{B_i}{(1+r)^i}. \quad (4.34)$$

У формулі (4.34)  $NPV$  – нинішня вартість потоку майбутніх доходів,  $B_i$  – номінальний доход у  $i$ -му році,  $r$  – норма дисконту з врахуванням ризику та інфляції,  $T$  – кількість років.

При прийнятті рішення про придбання підприємства необхідно оцінювати майбутній загальний дисконтований доход від його діяльності, що вимірюється показником  $NPV$  та порівнювати його з витратами, необхідними для його придбання та забезпечення його функціонування.

Оцінити нинішню вартість майбутніх доходів можна також на основі підходу, що ґрунтується на застосуванні концепції інтенсивності потоку доходів

$a(t)$ . Оскільки доход  $C$  змінюється у часі, то його можна розглядати як функцію часу:  $C = C(t)$ . Тоді інтенсивність потоку доходів  $a(t) = C'(t)$ . На початку діяльності підприємства (при  $t=0$ )  $a(0) = A$ , де  $A$  – задана величина. На подальшу динаміку потоку доходів впливають дві групи факторів: фізичне зношення основних засобів виробництва та випадкові фактори, що є джерелами ризику для роботи підприємства. Нехай у залежності від зношення основних засобів інтенсивність потоку доходів лінійно спадає:

$$a(t) = A - bt.$$

У кінці терміну експлуатації (при  $t = T$ )  $a(T) = 0$ . Звідси отримуємо:

$$A - bT = 0 \Rightarrow b = \frac{A}{T}.$$

Отже, вираз для інтенсивності для інтенсивності потоку доходів має вигляд:

$$a(t) = A \left( 1 - \frac{t}{T} \right).$$

Якщо  $r$  – це норма дисконту з врахуванням ризику та інфляції, то загальний дисконтований доход від роботи підприємства за  $T$  років можна визначити за формулою:

$$NPV = \int_0^T a(t) e^{-rt} dt = \frac{A}{r} - \frac{A(1 - e^{-rT})}{T \cdot r^2}. \quad (4.35)$$

**Приклад 4.13.** У перший рік після придбання та модернізації об'єкта доход від його діяльності склав 100 у.г.о. Термін експлуатації об'єкта складає 10 років. Середня норма дисконту, обчислена для цього періоду часу з врахуванням інфляції і ризику, складає 50%. Визначити нинішню вартість даного об'єкта.

**Розв'язання.** Використаємо формулу (4.35), згідно з якою при  $A = 100$  у.г.о.,  $T = 10$  років,  $r = 0,5$ , отримуємо:

$$NPV = \frac{100}{0,5} - \frac{10(1 - e^{-5})}{0,25} \approx 160,027 \text{ (у.г.о.)}$$

## Тема 5. Ризик у інвестиційній діяльності



## 5.1 Основні принципи розробки інвестиційної стратегії з врахуванням ризику

Під *інвестиційною стратегією* підприємства розуміють систему довготермінових цілей його інвестиційної діяльності та методів їх досягнення. Процес формування інвестиційної стратегії підприємства складається з наступних етапів.

1. Визначення часу, на який розрахована інвестиційна стратегія.
2. Формування стратегічних цілей інвестиційної діяльності.
3. Визначення найбільш ефективних засобів їх реалізації.
4. Розробка основних напрямів інвестиційної діяльності.
5. Розробка стратегії формування інвестиційних ресурсів (визначення джерел фінансування інвестиційної діяльності).
6. Визначення термінів реалізації конкретних інвестицій.
7. Оцінка розробленої інвестиційної стратегії.

Аналіз, оцінку та прогнозування інвестиційної привабливості окремих галузей економіки виконують за показниками, які можна об'єднати у 3 групи. Це показники, що визначають рівень прибутковості галузі, рівень перспективності її розвитку, рівень інвестиційних ризиків, характерних для даної галузі.

При аналізі рівня галузевих ризиків розглядають наступні показники:

- а) рівень конкуренції у галузі (кількість фірм, що діють у галузі та розподіл їх часток ринку);
- б) рівень інфляційної стійкості продукції галузі;
- в) рівень соціального напруження у галузі.

У процесі аналізу, оцінки та прогнозування інвестиційної привабливості окремих регіонів досліджують наступні узагальнені показники:

- 1) рівень загального економічного розвитку регіону;
- 2) рівень розвитку інфраструктури регіону;
- 3) демографічні характеристики;
- 4) рівень криміногенних, екологічних та інших ризиків.

## 5.2 Загальний підхід до оцінки ризиків інвестиційних проектів

Процес оцінки інвестиційних проектів умовно можна поділити на 3 етапи:

- 1) оцінка обсягів необхідних інвестицій та обсягів майбутніх грошових надходжень;
- 2) оцінка рівня ризику недоотримання майбутніх грошових надходжень;
- 3) порівняння дисконтованих потоків доходів та витрат та оцінка реальної ефективності інвестицій.

Аналіз ризику інвестиційних проектів здійснюють з використанням 3 методичних підходів.

1. Аналіз власного ризику окремого проекту, без врахування його зв'язку з іншими видами діяльності підприємства.

2. Ризик проекту аналізують з точки зору його впливу на ризик підприємства у цілому.

3. Ризик проекту можна досліджувати з точки зору ризиків інвестиційного ринку, враховуючи можливість формування підприємством диверсифікованого портфеля інвестицій.

Деякі інвестиційні проекти можуть мати відносно високий рівень ризику, якщо його розглядати окремо, при цьому їх рівень ризику є допустимим з точки зору ризику підприємства у цілому.

Оцінка рівня ризику інвестиційного проекту є необхідною складовою частиною розрахунку майбутніх грошових потоків доходів та витрат і, відповідно, показників ефективності інвестиційного проекту. Визначення факторів ризику є необхідною умовою для достовірної оцінки майбутніх доходів та витрат. Дослідження цих факторів може вказати на необхідність здійснення додаткових заходів для усунення недоліків інвестиційного проекту (наприклад, підвищення якості товару, зміни його споживчих характеристик, зміни постачальників, підвищення вимог до персоналу).

Ризик інвестиційного проекту враховується при визначенні для нього норми дисконту: зі зростанням ризику проекту зростає норма дисконту, що

використовується при розрахунку нинішньої вартості майбутніх грошових потоків. Ризик враховують також при визначенні величини доходів у майбутні періоди часу. Ця величина розраховується як математичне сподівання доходу. Тут величина ризику впливає на ймовірності отримання його окремих значень.

На сьогодні широкого застосування набуло використання для оцінки ризику інвестиційних проектів імітаційного моделювання. Імітаційні моделі ринкової діяльності компанії (корпоративні імітаційні моделі) відображають реальну діяльність компанії з використанням засобів математичного моделювання. При цьому потоки грошових надходжень та витрат розглядаються як події, що відбуваються у різні моменти часу. Для моделювання діяльності компанії з врахуванням факторів, що важко прогнозуються ( майбутніх показників інфляції. Обсягів реалізації продукції тощо) використовують *сценарний підхід*. Він передбачає виконання альтернативних розрахунків за даними, що відповідають різним можливим варіантам розвитку інвестиційного проекту та зовнішнього середовища. Аналіз ефективності інвестиційного проекту на основі імітаційного моделювання складається з наступних трьох етапів.

1. Формування моделі інвестиційного проекту з визначенням прогнозованих величин майбутніх потоків доходів та витрат.

2. Визначення можливих інтервалів відхилень параметрів, що впливають на ефективність проекту: величини попиту, цін, постійних та змінних витрат, а також можливого інтервалу зміни цих показників, ймовірностей їх окремих значень. Тут визначають також показники кореляції між цими факторами. 3.

3. Для кожної можливої комбінації значень факторів ризику визначаються математичні сподівання показників ефективності інвестиційного проекту та їх середні квадратичні відхилення, що оцінюють рівень ризику проекту.

Отже, імітаційне моделювання дозволяє враховувати комплексний вплив всіх факторів ризику та наявність взаємозв'язку між ними.

### **5.3 Система кількісних показників оцінки ефективності інвестиційних проектів з врахуванням ризику**

На практиці найчастіше використовуються наступні показники ефективності інвестиційних проектів чиста теперішня (поточна) вартість проекту  $NPV$ , його внутрішня норма доходу  $IRR$ , а також термін окупності проекту.

Чиста теперішня вартість проекту обчислюється за формулою:

$$NPV = \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1+r)^i} - CF_0, \quad (5.1)$$

де  $CF_i$  – чистий потік доходів (різниця між очікуваними надходженнями та видатками) у  $i$ -му році, який складається з чистого прибутку від реалізації проекту та амортизаційних відрахувань,  $r$  – норма дисконту (процентна ставка), визначена з врахуванням прогнозованої інфляції та ризику проекту,  $CF_0$  – початкові інвестиції,  $n$  – кількість років у прогнозованому терміні реалізації проекту.

Проект доцільно прийняти до реалізації, якщо значення показника  $NPV$  є додатним. З кількох інвестиційних проектів кращим є той, для якого значення  $NPV$  більше.

**Приклад 5.1.** Фірма розглядає два проекти,  $A$  та  $B$ , параметри яких наведено у таблиці 5.1. Норма дисконту з врахуванням ризику та інфляції становить 10% ( $r = 0,1$ ) для обох проектів. Знайти чисту теперішню вартість проектів  $A$  та  $B$ .

Таблиця 5.1. Значення чистих потоків доходів та необхідних початкових інвестицій для проектів  $A$  та  $B$  (приклад 5.1).

Рік реалізації проекту, $i$	$CF_i$ для проекту $A$ (у.г.о.)	$CF_i$ для проекту $B$ (у.г.о.)
0	-2000	2000
1	1000	200
2	800	600

3	600	800
4	200	1200

**Розв'язання.** Застосуємо формулу (5.1). Для проекту  $A$  отримуємо:

$$NPV_A = \frac{1000}{1+0,1} + \frac{800}{(1+0,1)^2} + \frac{600}{(1+0,1)^3} + \frac{200}{(1+0,1)^4} - 2000 = 158 \text{ (у.г.о.)}$$

Аналогічний розрахунок виконуємо для проекту  $B$ :

$$NPV_B = \frac{200}{1+0,1} + \frac{600}{(1+0,1)^2} + \frac{800}{(1+0,1)^3} + \frac{1200}{(1+0,1)^4} - 2000 = 99 \text{ (у.г.о.)}$$

Розрахунок свідчить, що  $NPV_A > NPV_B$ . Якщо у фірми є можливість для реалізації одного проекту, то потрібно вибрати проект  $A$ . Відзначимо, що для обох проектів значення  $NPV$  є додатним. Отже, якщо є можливості для реалізації обох проектів, то вони повинні бути залучені до інвестиційної програми фірми.

*Внутрішня норма доходності IRR* – це значення процентної ставки, для якої  $NPV$  проекту дорівнює нулю. Отже, внутрішня норма доходності є норма дисконту  $r$ , що врівноважує дисконтований потік доходів з величиною початкових інвестиційних витрат. Величина  $r = IRR$  є коренем рівняння

$$NPV = \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1+r)^i} - CF_0 = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1+r)^i} = CF_0 . \quad (5.2)$$

Ввівши позначення  $x = 1+r$ , з рівняння (5.2) отримуємо алгебраїчне рівняння  $n$ -го степеня

$$CF_0 x^n - CF_1 x^{n-1} - \dots - CF_{n-1} x - CF_n = 0.$$

Це нелінійне рівняння розв'язують одним з чисельних методів (наприклад, методом поділу відрізка пополам, методом хорд або методом Ньютона). Знайшовши невідому  $x$ , визначають  $IRR = x - 1$ .

Після визначення  $IRR$  до реалізації допускають інвестиційні проекти, для яких величина  $IRR$  є більшою, ніж вартість капіталу, необхідного для початкового інвестування цих проектів.

**Приклад 5.2.** В умовах прикладу 5.1 визначити внутрішню норму доходності проектів  $A$  та  $B$ .

**Розв'язання.** Позначивши  $x = 1 + r$ , отримуємо рівняння

$$2000x^4 - 1000x^3 - 800x^2 - 600x - 200 = 0.$$

Використовуючи метод хорд з початковим наближенням  $x_0 = 1$ , знаходимо наближене значення кореня  $x \approx 1,145$ . Тоді  $IRR = x - 1 \approx 0,145 = 14,5\%$ .

Аналогічно для проекту  $B$  отримуємо рівняння

$$2000x^4 - 200x^3 - 600x^2 - 800x - 1200 = 0,$$

для якого наближене значення кореня  $x \approx 1,120$ . Отже, для проекту  $B$  маємо наближене значення  $IRR \approx 0,120 = 12\%$ .

Отримані оцінки внутрішньої норми доходності проектів свідчать про більшу ефективність за цим критерієм проекту  $A$ . У даному випадку результат, отриманий за критерієм внутрішньої норми доходності  $IRR$  співпав з результатом, отриманим з використанням показника  $NPV$  – чистої теперішньої вартості проекту.

У більшості випадків результати оцінювання проектів за цими показниками однакові.

Індекс прибутковості – це відношення теперішньої вартості майбутнього потоку доходів до теперішньої вартості майбутнього потоку витрат:

$$KP = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1+r)^i}}{\sum_{i=0}^n \frac{COF_i}{(1+r)^i}}, \quad (5.3)$$

У формулі (5.3)  $KP$  – індекс прибутковості,  $COF_i$  – витрати у  $i$ -му періоді часу, необхідні для реалізації інвестиційного проекту, інші змінні мають той же зміст, що й у формулі (5.1).

До реалізації допускаються проекти, для яких індекс прибутковості перевищує 1. Серед альтернативних проектів для реалізації слід вибрати той, що має більше значення цього показника.

**Приклад 5.3.** В умовах прикладу 5.1 знайти індекс прибутковості проектів  $A$  та  $B$ .

**Розв’язання.** Використавши формулу (5.3), обчислимо індекс прибутковості проектів  $A$  та  $B$ .

$$KP_A = \frac{\frac{1000}{1,1} + \frac{800}{(1,1)^2} + \frac{600}{(1,1)^3} + \frac{200}{(1,1)^4}}{2000} \approx 1,079,$$

$$KP_B = \frac{\frac{200}{1,1} + \frac{600}{(1,1)^2} + \frac{800}{(1,1)^3} + \frac{1200}{(1,1)^4}}{2000} \approx 1,049.$$

З точки зору величини індексу прибутковості обидва інвестиційні проекти є ефективними, оскільки значення цього показника перевищує одиницю. Якщо ж прийняття до реалізації одного проекту виключає прийняття іншого, то слід вибрати проект  $B$ , оскільки  $KP_A > KP_B$ .

*Період окупності інвестицій* – це кількість років, що необхідна для компенсації витрат на реалізацію проекту доходами від нього. Серед різних інвестиційних проектів кращим для багатьох інвесторів є варіант з найменшим періодом окупності інвестицій. Для розрахунку цього показника до кількості періодів до повної компенсації капіталовкладень додають відношення неповерненого залишку на початок наступного періоду до чистого потоку доходів протягом наступного періоду.

**Приклад 5.4.** Визначити період окупності інвестицій проекту, для якого необхідні початкові інвестиції складають 200 у.г.о., чистий потік доходів за перший рік складає 100 у.г.о., за другий рік – 80 у.г.о., за третій – 60 у.г.о., за четвертий рік – 20 у.г.о.

**Розв’язання.** Початкові інвестиції будуть повернуті на третьому році реалізації проекту:  $100+80 < 200$ ,  $100+80+60 > 200$ . Отже, кількість періодів до повного повернення інвестицій складає 2 роки, неповернений залишок на початок третього року складає 20 у.г.о., відношення неповерненого залишку на початок наступного періоду до чистого потоку доходів протягом наступного періоду складає  $20/60 \approx 0,33$  роки. Період окупності інвестицій проекту складає  $2+0,33=2,33$  роки.

При використанні розглянутих показників ефективності інвестиційних проектів слід враховувати, що майбутні потоки платежів оцінюються з певними ймовірностями, тобто їх потрібно розглядати як випадкові величини.

#### **5.4 Власний ризик інвестиційного проекту та методи його оцінки**

Під власним ризиком інвестиційного проекту розуміють ризик того, що реальні надходження грошових коштів у ході реалізації проекту будуть меншими, ніж заплановані. До найбільш розповсюджених методів аналізу власного ризику інвестиційного проекту відносять наступні: метод коригування норми дисконту, метод достовірних еквівалентів, аналіз можливих змін критерію ефективності, метод сценаріїв, аналіз ймовірнісних розподілів потоків надходжень.

Можна виділити дві складові власного ризику інвестиційного проекту: 1) чутливість показників чистої нинішньої вартості  $NPV$  та внутрішньої норми доходності  $IRR$  до змін значень основних параметрів проекту; 2) діапазон можливих змін основних параметрів проекту. Тому всі вказані методи кількісного аналізу власного ризику проекту ґрунтуються на концепції зміни вартості коштів у часі та ймовірнісних підходах.

#### **5.5 Метод коригування норми дисконту**

Основна ідея методу коригування норми дисконту полягає у коригуванні вибраного базового значення цього показника. У якості базового значення норми дисконту можна вибрати, наприклад, процентну ставку для інвестицій з відсутністю ризику або середню вартість капіталу даної фірми. Коригування здійснюється шляхом додавання до базової процентної ставки певної премії за ризик. Зі зростанням власного ризику проекту повинна зростати величина премії за ризик. Після цього здійснюється розрахунок критеріїв ефективності інвестиційного проекту при обраній нормі дисконту.

Основною перевагою даного підходу є простота розрахунків, проте він має і суттєві недоліки. Тут здійснюється дисконтування за завищеною процентною



ставкою, проте при цьому неможливо отримати інформацію про можливі відхилення реальних надходжень грошових коштів. Отримані результати суттєво залежать від вибраної величини премії за ризик.

Метод коригування норми дисконту передбачає збільшення ризику у часі зі сталим коефіцієнтом, проте для багатьох проектів маємо суттєвий ризик на початку їх реалізації, який потім з часом знижується. Крім того, тут вважається, що можливі зміни значень критеріїв ефективності проектів залежать лише від зміни однієї величини – норми дисконту.

## 5.6 Метод достовірних еквівалентів

При використанні методу достовірних еквівалентів коригується не значення норми дисконту, а сподівані значення чистих потоків платежів  $CF_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Для цього для кожного періоду часу  $i$  реалізації проекту вводяться знижувальні коефіцієнти  $a_i$ ,  $0 \leq a_i \leq 1$ . Їх називають також *коефіцієнтами визначеності*. На практиці для визначення цих коефіцієнтів звичайно використовують опитування експертів. Коефіцієнти визначають міру впевненості експерта у тому, що сподіване надходження дійсно відбудеться. Після визначення коефіцієнтів  $a_i$  визначають критерій ефективності проекту для скоригованого потоку платежів, наприклад,

$$NPV = \sum_{i=1}^n \frac{a_i \cdot CF_i}{(1+r)^i} - CF_0. \quad (5.4)$$

Перевага надається проекту, для якого скоригований потік платежів забезпечує більше значення показника ефективності.

На відміну від методу коригування норми дисконту цей метод не передбачає збільшення ризику у часі. Його основним недоліком є суб'єктивність оцінки коефіцієнтів визначеності.

## 5.7 Аналіз стійкості критеріїв ефективності проекту

Аналіз стійкості критеріїв ефективності інвестиційного проекту полягає у дослідженні залежності вибраного критерію ефективності від зміни величин, що використовуються при його розрахунку. Здійснення такого дослідження передбачає виконання наступних етапів.

1. Задають вигляд зв'язку між вихідними показниками та критерієм ефективності у вигляді рівняння.

2. Визначають найбільш ймовірні значення вихідних показників та можливі діапазони змін цих значень.

3. Змінюючи значення вихідних показників, оцінюють зміну значення критерію ефективності.

Стійкість показника ефективності проекту є високою, якщо невелика зміна вихідних показників проекту спричиняє невелику зміну його значення. Чим вищою є стійкість проекту, тим він є менш ризикованим.

Звичайна процедура аналізу стійкості передбачає зміну одного вибраного вихідного показника при незмінних інших показниках.

**Приклад 5.5.** Керівництво фірми розглядає інвестиційний проект, пов'язаний з початком виробництва нового товару. У таблиці 5.2 наведено прогнозні дані щодо цього проекту, отримані у результаті опитування експертів. Дослідити на стійкість даний проект у залежності від зміни його основних показників. Необхідні початкові інвестиції  $I_0$  складають 2000 у.г.о.

Таблиця 5.2. Вихідні дані інвестиційного проекту для прикладу 5.2.

Показники	Обсяг виробництва $Q$ , одиниць	Ціна за одиницю $P$ , у.г.о.	Змінні витрати $V$ , у.г.о.	Постійні витрати $F$ , у.г.о.	Амортизація $A$ , у.г.о.
Можливий діапазон змін	150 – 300	35 – 55	25 – 40	500	100
Найбільш ймовірне значення	200	50	30	500	100

Податок на прибуток $T$ , %	Норма дисконту $r$ , %	Термін реалізації проекту $n$ , років	Залишкова вартість $S_n$ , у.г.о.
-----------------------------	------------------------	---------------------------------------	-----------------------------------

50	8 – 15	5 – 7	200
50	10	5	200

**Розв’язання.** Виберемо за показник ефективності проекту його чисту теперішню вартість  $NPV$ . На основі наведених у таблиці вихідних даних проекту її можна розрахувати за формулою:

$$NPV = \sum_{i=1}^n \frac{(Q(P - V) - F - A) \times (1 - T) + A}{(1 + r)^i} + \frac{S_n}{(1 + r)^n} - I_0.$$

Виберемо параметр, вплив якого на стійкість чистої теперішньої вартості проекту будемо досліджувати, наприклад, ціну. Розрахуємо значення  $NPV$ , змінюючи значення ціни від 30 до 50 у.г.о. Решту параметрів вважаємо сталими, рівними своєму найбільш ймовірному значенню. Результати розрахунків наведено у таблиці 5.3.

Таблиця 5.3. Значення  $NPV$  при різних значеннях ціни товару  $P$

$P$	30	35	40	45	50
$NPV$	-2406,53	-890,21	626,10	2142,42	3658,73

Результати розрахунку свідчать, що при незмінних значеннях інших показників зменшення ціни менше, ніж на 30% приводить до від’ємного значення чистої нинішньої вартості проекту.

Якщо розрахунок свідчить про низьку стійкість проекту відносно зміни деякого показника, його прогнозуванню слід приділити особливу увагу.

З недоліків аналізу стійкості критеріїв ефективності проекту слід відзначити, що він не враховує ймовірності значень вихідних показників. Крім того, передбачається можливість зміни лише одного показника проекту за незмінності інших, на практиці показники звичайно взаємопов’язані.

## 5.8 Метод сценаріїв

Метод сценаріїв поєднує аналіз стійкості показника ефективності проекту з використанням ймовірнісних оцінок відхилень його вихідних показників. Застосування цього методу передбачає виконання наступних етапів.

1. Визначають кілька варіантів змін вихідних показників проекту (наприклад, песимістичний варіант, найбільш ймовірний, оптимістичний).
2. Для кожного такого варіанту визначають ймовірність здійснення.
3. Для кожного варіанту розраховують значення вибраного критерію ефективності, а також оцінку його відхилення від середнього значення.
4. Досліджується ймовірнісний розподіл отриманих результатів.

За інших рівних умов проект з найменшим середнім квадратичним відхиленням критерію ефективності вважають найменш ризикованим.

**Приклад 5.6.** Нехай за результатами аналізу проекту (приклад 5.5) складено сценарії його реалізації та оцінено їх ймовірності. Відповідні дані наведено у таблиці 5.4. Дослідити власний ризик проекту (параметри, не наведені у таблиці, вважаються сталими) для його показника ефективності  $NPV$ .

Таблиця 5.4. Значення показників проекту за різних сценаріїв його реалізації для прикладу 5.6

Сценарій	Песимістичний ( $p_1 = 0,25$ )	Оптимістичний ( $p_2 = 0,25$ )	Найбільш ймовірний ( $p_3 = 0,5$ )
Обсяг виробництва $Q$ , одиниць	150	300	200
Ціна $P$ за одиницю, у.г.о.	40	55	50
Змінні витрати $V$ , у.г.о.	35	25	30
Норма дисконту $r$ , %	15	8	10
Термін реалізації проекту $n$ , років	7	5	5
$NPV_i$	-1259,15	11950,89	3658,73

Для кожного сценарію розраховуються значення  $NPV$ , наведені у останньому рядку таблиці. Знайдемо математичне сподівання цього показника:

Знайдемо середнє квадратичне відхилення чистої теперішньої вартості проекту:

$$\begin{aligned}\sigma(NPV) &= \sqrt{\sum_{i=1}^3 (NPV_i - M(NPV))^2 p_i} = \\ &= \sqrt{(-1259,15 - 4502,3)^2 0,25 + (11950,89 - 4502,3)^2 0,25 + (3658,73 - 4502,3)^2 0,5} \approx \\ &\approx 4746,02(\text{у.г.о.}).\end{aligned}$$

Нехай величина  $NPV$  розподілена за нормальним законом, що найчастіше зустрічається на практиці. У цьому випадку для неї виконується правило «трьох сигм», згідно з яким ймовірність потрапляння нормально розподіленої випадкової величини  $NPV$  у інтервал  $(M(NPV) - \sigma; M(NPV) + \sigma)$  приблизно дорівнює 68%. Таким чином, з ймовірністю близько 68% можна стверджувати, що  $NPV$  проекту знаходиться у проміжку  $(-243,72; 9248,32)$ . Ймовірності відхилень від математичного сподівання  $NPV$  у більшу або меншу сторону дорівнюють приблизно 34%.

При нормальному законі розподілу  $NPV$  можна визначити ймовірність того, що ця випадкова величина буде більшою чи меншою заданої величини  $\alpha$ :

$$p(NPV \leq \alpha) = \Phi\left(\frac{\alpha - M(NPV)}{\sigma}\right), \quad (5.5)$$

$$p(NPV > \alpha) = 1 - \Phi\left(\frac{\alpha - M(NPV)}{\sigma}\right). \quad (5.6)$$

Тут  $\Phi(t)$  – функція Лапласа, таблиця значень якої наведена у [17].

Результати розрахунку за цими формулами для даного прикладу свідчать, що  $p(NPV \leq 0) = 0,17$ , тобто ймовірність збитків за результатами реалізації проекту дорівнює 17%.

Математичне сподівання  $NPV$  проекту є меншим його середнього квадратичного відхилення, що свідчить про наявність суттєвого власного ризику проекту.

## 5.9 Аналіз ймовірнісних розподілів грошових потоків проекту

Нехай  $CF_i$  – елемент грошового потоку (різниця між надходженнями та витратами грошових коштів) у  $i$ -й рік реалізації проекту. Знаючи розподіл ймовірностей для кожного такого елемента, можна визначити його математичне сподівання для  $i$ -го року, а потім розрахувати математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення чистої теперішньої вартості проекту. Основна проблема тут полягає у тому, що кількісна оцінка дисперсії та середнього квадратичного відхилення  $NPV$  залежить від величини кореляції між окремими елементами грошового потоку проекту.

Розглянемо два крайні випадки: 1) елементи грошового потоку є незалежними один від одного у часі, тобто кореляція між ними відсутня; 2) значення грошового потоку у  $i$ -му році суттєво залежить від його значень у попередньому році, тобто між елементами грошового потоку існує тісна кореляція.

За відсутності кореляції між елементами грошового потоку математичне сподівання  $NPV$  та його середнє квадратичне відхилення визначаються за формулами:

$$M(CF_i) = \sum_{j=1}^{k_i} CF_{ij} p_j, \quad (5.7)$$

$$M(NPV) = \sum_{i=1}^n \frac{M(CF_i)}{(1+r)^i} - I_0, \quad (5.8)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{k_i} (CF_{ij} - M(CF_i))^2 p_j}, \quad (5.9)$$

$$\sigma(NPV) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{(1+r)^{2i}}}. \quad (5.10)$$

У формулах (5.7) – (5.10)  $M(CF_i)$  – математичне сподівання елемента грошового потоку  $CF_i$  у  $i$ -му році,  $CF_{ij}$  –  $j$ -й можливий варіант значення  $CF_i$ ,  $k_i$  – кількість можливих значень  $CF_i$ ,  $p_j$  – ймовірність  $j$ -го значення величини  $CF_i$ .

Після визначення математичного сподівання та середнього квадратичного відхилення  $NPV$  аналіз ймовірнісного розподілу цього показника здійснюють, виходячи з гіпотези про його нормальний розподіл. За наявності щільної кореляції між елементами грошового потоку їх розподіли можна вважати однаковими. Тут залежність між потоками є близькою до лінійної. За наявності ідеальної кореляції (коефіцієнт кореляції за абсолютною величиною дорівнює одиниці, наявна лінійна залежність між елементами грошових потоків) формули для розрахунку спрощуються. Математичне сподівання  $NPV$  обчислюється за формулами (5.7) та (5.8), для обчислення середнього квадратичного відхилення використовуємо формулу:

$$\sigma(NPV) = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{(1+r)^i}. \quad (5.11)$$

На практиці найчастіше зустрічається помірна кореляція між елементами грошового потоку. У цьому випадку складність обчислень значно зростає. Для них доцільно використовувати електронні таблиці EXCEL.

Основним недоліком розглянутого підходу є допущення про можливість точного знаходження ймовірності для всіх варіантів елементів грошових потоків

### 5.10 Вплив інвестиційних проектів на ризик фірми

При виборі окремих інвестиційних проектів потрібно враховувати не лише їхній власний ризик, але й вплив цих проектів на ризик підприємства у цілому. Такий вплив можна дослідити, виходячи з методики, що ґрунтується на використанні класичної моделі рівноваги ринку капіталів. Якщо відомі середнє квадратичне відхилення  $\sigma_i$  норми прибутку для  $i$ -го інвестиційного проекту та аналогічний показник  $\sigma_k$  для інших проектів підприємства, а також коефіцієнт кореляції  $\rho_{k,i}$  між цими величинами, то коефіцієнт  $\beta_i$  систематичного ризику цього проекту по відношенню до інших проектів фірми визначається за формулою:

$$\beta_i = \rho_{k,i} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_k}. \quad (5.12)$$

Інвестиційні проекти, для яких цей показник перевищує 1, мають більший ризик, ніж інші проекти підприємства.

При аналізі ризику конкретного інвестиційного проекту необхідно враховувати також середньоринковий ризик ринку капіталів. Використовуючи модель рівноваги ринку капіталів, можна записати співвідношення між сподіваною нормою прибутку власного капіталу підприємства та середньоринковою нормою прибутку у вигляді:

$$m_E = m_1 + \beta_E (m_2 - m_1). \quad (5.13)$$

У рівності (5.2)  $m_E$  – сподівана норма прибутку власного капіталу підприємства,  $m_1$  – сподівана норма прибутку по цінним паперам з коефіцієнтом  $\beta = 0$ ,  $m_2$  – середньоринкова норма прибутку,  $\beta_E$  – коефіцієнт систематичного ризику для активів підприємства, що досліджується.

Підприємство вибере для реалізації інвестиційний проект у тому випадку, коли воно сподівається на норму прибутку, не меншу, ніж значення цього показника для інших проектів фірми, тобто вартість її капіталу. Середня вартість капіталу фірми визначають за формулою:

$$m_A = x_B r_B + x_E m_E. \quad (5.14)$$

У цій формулі  $x_B$  – частка запозичень у структурі капіталу фірми,  $r_B$  – процентна ставка по цим запозиченням,  $T$  – ставка податку на доходи фірми,  $x_E = 1 - x_B$ .

**Приклад 5.7.** Процентна ставка для цінних паперів з коефіцієнтом систематичного ризику  $\beta = 0$  дорівнює 8%, середньоринкова норма прибутку складає 15%, коефіцієнт  $\beta_E = 1,5$ . У структурі капіталу фірми 40% займає запозичений капітал, процентна ставка по ньому складає 16%. Ставка податку на прибуток складає 40%. Визначити сподівану норму прибутку по акціям цієї фірми та середньозважену вартість її капіталу.



**Розв'язання.** Сподівану норму прибутку  $m_E$  по акціям фірми знаходимо за формулою (5.13):

$$m_E = 0,08 + 1,5 \cdot (0,15 - 0,08) = 0,185 = 18,5\%.$$

Використовуючи формулу (5.14), знаходимо середньозважену вартість  $m_A$  її капіталу:

$$m_A = 0,4 \cdot 0,16 \cdot (1 - 0,4) + 0,6 \cdot 0,185 = 0,1494 = 14,94\%.$$

Капіталовкладення для даної фірми є доцільним, якщо норма прибутку для нього складатиме не менше 14,94%.

Якщо розглядати фірму як певну сукупність (портфель) активів, а коефіцієнт  $\beta$  систематичного ризику для неї як середнє зважене значення коефіцієнтів  $\beta_i$  її окремих активів, то прийняття до реалізації інвестиційного проекту з більшим значенням коефіцієнта  $\beta$  приводить до збільшення ризику фірми і збільшенню вартості її власного капіталу.

**Приклад 5.8.** В умовах прикладу 5.7 фірма починає здійснювати інвестиційний проект з коефіцієнтом  $\beta = 2$ , причому після реалізації проекту частка пов'язаного з ним капіталу фірми складатиме 40%. Визначити нове значення коефіцієнта систематичного ризику фірми, сподівану та середню зважену вартість її власного капіталу.

**Розв'язання.** При розрахунку коефіцієнта  $\beta_E$  для фірми у якості вагових коефіцієнтів виступають частки капіталів з відповідними значеннями систематичного ризику:  $\beta_E = 0,6 \cdot 1,5 + 0,4 \cdot 2,0 = 1,7$ . Далі за формулами (5.13) та (5.14) визначаємо значення  $m_E$  та  $m_A$ :

$$m_E = 0,08 + (0,15 - 0,08) \cdot 1,7 = 0,199 = 19,9\%,$$

$$m_A = 0,4 \cdot 0,16 \cdot (1 - 0,4) + 0,6 \cdot 0,199 = 0,1578 = 15,78\%.$$

При збільшенні систематичного ризику фірми середня норма прибутку для неї не повинна бути меншою, ніж 15,78%.

## 5.11 Принципи формування інвестиційного портфеля з врахуванням ризику

Більшість інвесторів вибирають деяку множину об'єктів інвестування, формують їх певну сукупність – інвестиційний портфель. *Інвестиційний портфель* – це цілеспрямовано сформована сукупність об'єктів інвестування. Головною метою формування інвестиційного портфеля фірми є забезпечення реалізації її інвестиційної стратегії шляхом відбору найбільш ефективних інвестиційних проектів та фінансових інструментів з допустимим рівнем ризику.

Окремі інвестиційні проекти, особливо ті, що забезпечують високі темпи зростання прибутку, можуть мати високий рівень ризику. Проте у межах інвестиційного портфеля його загальний рівень ризику можна оптимізувати за рахунок включення у нього проектів з мінімальним ризиком. При оптимізації інвестиційного портфеля основна увага повинна приділятися мінімізації ризику втрати капіталу, а вже потім – оптимізації ризику втрати прибутку. До системи цілей компанії при формуванні її інвестиційного портфеля відносять наступні: забезпечення високих темпів зростання капіталу, забезпечення високих темпів зростання прибутку, забезпечення раціонального рівня ризику, забезпечення достатнього рівня ліквідності портфеля. Така система цілей у значній мірі є суперечливою, оскільки намагання максимізувати прибутковість активів звичайно супроводжується зростанням рівня ризику, при високих темпах зростання капіталу фірми може спостерігатися зниження поточного рівня прибутковості.

Класифікація інвестиційних портфелів пов'язана з напрямом діяльності компанії та пріоритетними цілями її інвестиційної діяльності.

*Портфель реальних інвестиційних проектів* звичайно формують виробничі компанії для забезпечення свого розвитку. Сюди входять виробничі підприємства, що є об'єктами реального інвестування.

*Портфель цінних паперів* – це сукупність цінних паперів з різним рівнем прибутковості та ризику, що формується інвестиційними фондами та компаніями. Він може бути портфелем доходу або консервативним портфелем.

*Портфель доходу* формується з об'єктів інвестування, що забезпечують високий рівень зростання доходів та мають високий рівень ризику.

*Консервативний портфель* формують з об'єктів інвестування з середнім або незначним рівнем ризику.

Наведемо основні етапи формування інвестиційного портфеля.

1. Розробка інвестиційної стратегії компанії.
2. Визначення пріоритетних цілей інвестування та критеріїв прибутку, ризику, ліквідності
3. Визначення інвестиційних проектів або цінних паперів, що входять до складу портфеля з врахуванням визначених критеріїв.
4. Визначення оптимальної структури портфеля та оцінка його прибутковості, ризику та ліквідності

## **Тема 6. Управління ризиками та основні методи їх оптимізації**

### **6.1 Основні підходи до управління ризиками**

Управління ризиками передбачає

- 1) застосування всіх можливих, допустимих з моральної та правової точок зору, засобів для запобігання або зменшення рівня ризику, пов'язаного зі значними збитками;
- 2) максимально можливе зменшення обсягів та ймовірності можливих збитків;
- 3) свідоме прийняття рівня ризику, якщо це має сенс.

Вибираючи певний спосіб розв'язання проблем, пов'язаних з ризиком суб'єкт прийняття рішення повинен керуватися наступними принципами.

1. Недоцільно ризикувати більшим заради меншого.
2. Недоцільно ризикувати більше, ніж дозволяють власні кошти.
3. Необхідно заздалегідь потурбуватися про можливі наслідки ризику.

Ухилення від ризику не завжди є доцільним, оскільки воно здебільшого пов'язане з відмовою від можливості отримання додаткового прибутку, тобто виникає ризик невикористаних можливостей.

Розрізняють зовнішні та внутрішні методи зниження ризику. *Зовнішні методи зниження ризику* являють собою часткову або повну передачу відповідальності за ризик іншим особам. До таких методів відносять розподіл ризику та його зовнішнє страхування. *Розподіл ризику* полягає у тому, щоб залучити до інвестиційного проекту інших інвесторів та перекласти на них частину відповідальності за ризик. Сутність *зовнішнього страхування* полягає у тому, що інвестор готовий відмовитися від частини своїх доходів, щоб ухилитися від ризику, на користь страхової компанії. За рахунок виплат об'єктів страхування страхова компанія створює страховий фонд, ресурси якого використовує для покриття збитків у обумовлених страховим договором випадках.

*Основними внутрішніми методами зниження ризику* є диверсифікація, створення запасів, лімітування, отримання додаткової інформації. *Диверсифікація* – це процес розподілу інвестицій між різними об'єктами, безпосередньо не пов'язаними між собою. Вона дозволяє зменшити рівень ризику шляхом розподілу інвестованих коштів між різними видами діяльності. *Створення запасів* дозволяє запобігти втратам, пов'язаним з відсутністю необхідних сировини, матеріалів, комплектуючих виробів. При використанні цього методу зниження ризику необхідно досягти оптимального співвідношення між ефективністю запасів та витратами на їх зберігання. *Лімітування* – це встановлення верхньої межі коштів, для яких існує ризик їхньої втрати. Воно використовується при визначенні інвестором величини капіталовкладень, пов'язаних з ризиком, при реалізації товарів у кредит, при видачі банківських кредитів. Отримання додаткової інформації дозволяє уточнити дані, необхідні для прийняття рішення. При наявності додаткової інформації покращується процес прогнозування, що дозволяє зменшити рівень ризику.

На практиці звичайно застосовують комбінації вказаних зовнішніх та внутрішніх засобів управління ризиком.

## **6.2 Застосування диверсифікації для зменшення ризику**

Участь підприємства у багатьох видах економічної діяльності, його робота у різних галузях зменшує ризик його банкрутства з-за невдачі у якійсь певній галузі. Проте при цьому погіршується адаптивність компанії до змін у її зовнішньому середовищі.

Для інвестиційних компаній, що діють на ринку цінних паперів диверсифікація – це інвестування коштів у цінні папери різних видів. Такий розподіл інвестованих коштів утворює портфель цінних паперів. При цьому зменшується інвестиційний ризик та забезпечується більша стійкість доходів відносно коливань дивідендів та ринкових цін на цінні папери. Сукупність методів оптимального розподілу інвестицій називають теорію портфеля.

Загальне правило для інвестора, що використовує диверсифікацію можна сформулювати наступним чином: необхідно розподіляти інвестиції між різними видами активами, що мають різний рівень кореляції з середніми ринковими цінами та протилежні фази коливань норми прибутку. При такому виборі структури портфеля цінних паперів ризик можливих втрат буде мінімальним, проте не гарантована максимізація прибутку.

Управління портфелем цінних паперів – це планування, формування, аналіз та регулювання його структури для досягнення поставлених інвестиційних цілей.

Основними інвестиційними цілями є збереження та приріст капіталу (за рахунок зростання курсової вартості цінних паперів), отримання прибутку, отримання доступу через придбання цінних паперів до дефіцитної продукції або сировини, розширення впливу на певні підприємства.

Найпростішим портфелем цінних паперів є портфель, що складається з цінних паперів двох типів. Характеристиками будь-якого портфеля цінних паперів є норма прибутку та ризик.

Нехай портфель цінних паперів утворюють акції двох типів –  $A_1$  та  $A_2$ , що мають математичне сподівання норми прибутку відповідно  $m_1$  та  $m_2$ , дисперсії норми прибутку  $\sigma_1^2$  та  $\sigma_2^2$ , частки вартості цих акцій у портфелі відповідно дорівнюють  $x_1$  та  $x_2$ ,  $x_1 + x_2 = 1$ ,  $0 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2$ .

Математичне сподівання норми прибутку портфеля можна визначити за формулою:

$$m_p = x_1 m_1 + x_2 m_2. \quad (6.1)$$

**Приклад 6.1.** Інвестиційний портфель складається з акцій двох типів:  $A_1$  та  $A_2$ . Математичні сподівання їх норм прибутку відповідно дорівнюють 20% та 25%. Вартість акцій  $A_1$  складає 40% вартості портфеля. Визначити математичне сподівання норми прибутку портфеля.

**Розв'язання.**  $m_1 = 0,2$ ,  $m_2 = 0,25$ ,  $x_1 = 0,4$ ,  $x_2 = 1 - 0,4 = 0,6$ . За формулою (6.1) маємо:

$$m_p = 0,2 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 = 0,23 = 23\%.$$

Мірою ризику портфеля цінних паперів є дисперсія його норми прибутку. Для портфеля з двох акцій вона визначається за формулою:

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}. \quad (6.2)$$

Тут  $\sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2}$ ,  $\sigma_2 = \sqrt{\sigma_2^2}$  – середні квадратичні відхилення норм прибутку акцій  $A_1$  та  $A_2$ ,  $\rho_{12}$  коефіцієнт кореляції між їхніми нормами прибутку.

**Приклад 6.2.** Акції  $A_1$  та  $A_2$ , мають математичні сподівання норм прибутку, що відповідно дорівнюють  $m_1 = 10\%$  та  $m_2 = 12\%$ , їх середні квадратичні відхилення  $\sigma_1 = 2,3\%$ ,  $\sigma_2 = 2,8\%$ , коефіцієнт кореляції норм прибутку  $\rho_{12} = 0,3$ . Знайти математичне сподівання норми прибутку портфеля з цих акцій та її середнє квадратичне відхилення, якщо частка акцій  $A_1$  у портфелі становить 60%.

**Розв'язання.** Структура портфеля визначається рівностями  $x_1 = 0,6$ ,  $x_2 = 1 - 0,6 = 0,4$ . Математичне сподівання норми прибутку портфеля визначаємо за формулою (6.1):

$$m_p = 0,6 \cdot 0,1 + 0,4 \cdot 0,12 = 0,108 = 10,8\%.$$

Дисперсію норми прибутку визначаємо за формулою (6.2):

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= (0,6)^2 \cdot (0,023)^2 + (0,4)^2 \cdot (0,028)^2 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,023 \cdot 0,028 \cdot 0,3 = \\ &= 0,0004086. \end{aligned}$$

Середнє квадратичне відхилення норми прибутку портфеля, що визначає рівень його ризику, дорівнює:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{0,0004086} \approx 0,0202 = 2,02\%.$$

Ризик портфеля (його середнє квадратичне відхилення норми прибутку) у даному прикладі є меншим, ніж ризик кожної з акцій окремо, а норма прибутку є більшою, ніж норма прибутку акцій  $A_1$

Розглянемо задачу визначення структури портфеля, що забезпечує його мінімальний ризик

Враховуючи рівність  $x_2 = 1 - x_1$ , вираз (6.2) розглянемо як функцію однієї змінної  $\sigma_p^2 = \sigma_p^2(x_1)$ :

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + (1 - x_1)^2 \sigma_2^2 + 2x_1(1 - x_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}. \quad (6.3)$$

Значення змінної  $x_1$ , при якому функція  $\sigma_p^2(x_1)$  досягає мінімуму, знайдемо використавши необхідну умову екстремуму функції однієї змінної  $\frac{d\sigma_p^2}{dx_1} = 0$ :

$$2x_1\sigma_1^2 - 2(1 - x_1)\sigma_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2\rho_{12} - 4x_1\sigma_1\sigma_2\rho_{12} = 0. \quad (6.4)$$

Отримуємо:

$$x_1 = \frac{\sigma_2(\sigma_2 - \sigma_1\rho_{12})}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}}. \quad (6.5)$$

Рівність (6.5) визначає частку  $x_1$  акцій  $A_1$ , для якої функція (6.3) досягає мінімуму, для акцій  $A_2$  частка  $x_2 = 1 - x_1$ .

**Приклад 6.3.** Визначити оптимальну за критерієм мінімуму ризику структуру портфеля, який можна утворити з акцій  $A_1$  та  $A_2$ , описаних у прикладі 6.2.

**Розв'язання.** Застосуємо формулу (6.5). Тут  $m_1 = 0,1$ ,  $m_2 = 0,12$ ,  $\sigma_1 = 0,023$ ,  $\sigma_2 = 0,028$ ,  $\rho_{12} = 0,3$ . Отримуємо:

$$x_1 = \frac{0,028(0,028 - 0,023 \cdot 0,3)}{(0,023)^2 + (0,028)^2 - 2 \cdot 0,028 \cdot 0,023 \cdot 0,3} \approx 0,636 = 63,6\%.$$

Отже, у портфелі з мінімальним ризиком, утвореному з акцій  $A_1$  та  $A_2$ , частка акцій  $A_1$  складає 63,6%, акцій  $A_2$  –  $1 - 0,636 = 0,364 = 36,4\%$ .

Розглянемо вплив кореляції між нормами прибутку акцій на ризик портфеля, тобто на величину  $\sigma_p$  середнього квадратичного відхилення його норми прибутку. При значенні коефіцієнта кореляції  $\rho_{12} = 1$  маємо абсолютну додатну кореляцію між нормами прибутку акцій  $A_1$  та  $A_2$ . Між цими величинами існує пряма пропорційна залежність. При цьому

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 = (x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2)^2, \sigma_p = |x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2| = x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2,$$

оскільки вираз під знаком модуля завжди додатний для будь-яких значень величин, що входять до нього.

Враховуючи, що  $x_2 = 1 - x_1$ , отримуємо:

$$\sigma_p = x_1 (\sigma_1 - \sigma_2) + \sigma_2,$$

тобто величина ризику портфеля є лінійною функцією змінної  $x_1$ ,  $0 \leq x_1 \leq 1$ , при цьому  $\sigma_p$  лінійно змінюється від  $\sigma_2$  до  $\sigma_1$ .

При  $\rho_{12} = -1$  норми прибутку акцій мають абсолютну від'ємну кореляцію, тобто зростання однієї з норм прибутку супроводжується спаданням іншої. При цьому маємо:

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 - 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 = (x_1 \sigma_1 - x_2 \sigma_2)^2, \sigma_p = |x_1 \sigma_1 - x_2 \sigma_2|.$$

У цьому випадку ризик портфеля можна звести до нуля вибором  $x_1$ . Це досягається, якщо вибрати структуру портфеля таку, що  $x_1 \sigma_1 = x_2 \sigma_2$ . Ця рівність

виконується, якщо  $x_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2}$ ,  $x_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$ .

При  $\rho_{12} = 0$  лінійний зв'язок між нормами прибутку акцій відсутній. Ризик портфеля можна зменшити шляхом відповідного вибору  $x_1$ . Приймавши у формулі (6.5)  $\rho_{12} = 0$ , отримуємо:

$$x_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, x_2 = 1 - x_1 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}.$$



Формули, аналогічні до формул (6.1) та (6.2), отримані також для портфеля з цінних паперів багатьох видів. Для цінних паперів  $n$  видів вони мають вигляд:

$$m_p = \sum_{i=1}^n x_i m_i, \quad (6.6)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}. \quad (6.7)$$

У формулах (6.6) та (6.7)  $x_i$  – частка  $i$ -го виду цінних паперів у вартості портфеля,  $m_i$  та  $\sigma_i$  – відповідно математичне сподівання норми прибутку та її середнє квадратичне відхилення для  $i$ -го виду цінних паперів,  $\rho_{ij}$  – коефіцієнт кореляції між нормами прибутку  $i$ -го та  $j$ -го видів цінних паперів, при  $i = j$   $\rho_{ii} = 1$ .

### 6.3 Загальні принципи оптимізації портфеля цінних паперів

Нехай  $r_{it}$  – це норма прибутку для  $i$ -го цінного паперу у період часу  $t$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $n$  – кількість цінних паперів, що досліджуються,  $T$  – кількість періодів часу, для яких відомі величини  $r_{it}$ . Норма прибутку у періоді  $t$  дорівнює

$$m_{pt} = \sum_{i=1}^n x_i r_{it}, \quad (6.8)$$

де  $x_i$  – частка інвестицій у  $i$ -й цінний папір,  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ . Очікувана норма прибутку

(його середня норма) визначається за формулою (6.6), де  $m_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it}$ .

Рівень ризику портфеля цінних паперів оцінюється його середнім квадратичним відхиленням. Його визначають за формулою (6.7), яку можна записати у вигляді:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_i x_j \sigma_{ij}, \quad (6.9)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{it} - m_i)^2, \quad (6.10)$$

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{it} - m_i)(r_{jt} - m_j). \quad (6.11)$$

Тут  $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$  – коваріація між нормами прибутку  $i$ -го та  $j$ -го цінних паперів.

Нехай норма прибутку цінних паперів з фіксованою сталою процентною ставкою дорівнює  $r_F$ . Для них очікувана норма прибутку  $m_F = r_F$ , рівень ризику  $\sigma_F = 0$ . При інвестуванні у цінні папери за наявності ризику інвестор бажає отримати найкраще співвідношення між додатковим прибутком та зростаючим ризиком. Для цього потрібно вибрати оптимальну структуру портфеля цінних паперів з врахуванням кореляції їх норм прибутків. Доведено [2], що оптимальну структуру портфеля цінних паперів  $n$  видів можна знайти, використовуючи максимізацію функції

$$\varphi = \frac{m_p - r_F}{\sigma_p}. \quad (6.12)$$

Підставивши у цю функцію вирази для  $m_p$  та  $\sigma_p$  за формулами (6.8) та (6.9)

та враховуючи, що  $r_F = \sum_{i=1}^n x_i r_F$ , отримаємо допоміжну функцію (6.12) у вигляді:

$$\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (m_i - r_F)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n x_i x_j \sigma_{ij}}}. \quad (6.13)$$

Визначимо значення змінних  $x_i$ , при яких функція (6.13) досягає максимуму. Для цього використаємо необхідну умову екстремуму функції кількох змінних. Знайдемо частинні похідні  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, i = 1, 2, \dots, n$ , і прирівняємо їх до нуля.

Отримаємо систему з  $n$  нелінійних алгебраїчних рівнянь, яку на практиці звичайно розв'язують з допомогою чисельних методів.

Знайдені значення змінних  $x_i$  визначають оптимальну структуру портфеля цінних паперів.

Якщо отримуємо від'ємні розв'язки  $x_i$ , то для задачі оптимізації портфеля цінних паперів вводимо обмеження  $x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ . Задачу з такими обмеженнями розв'язують методами нелінійного програмування.

Оптимізація формування портфеля цінних паперів дозволяє знизити притаманний йому специфічний ризик, проте таким способом неможливо усунути систематичний ризик портфеля, що залежить від систематичного ризику цінних паперів, що входять до його складу. Для портфеля, що складається з  $n$  видів акцій, його коефіцієнт систематичного ризику визначається за формулою

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n x_i \beta_i, \quad (6.15)$$

де  $\beta_i$  – коефіцієнт систематичного ризику  $i$ -ої акції.

#### 6.4 Засоби захисту від комерційного ризику

Для багатьох сучасних ринків характерними є значні коливання цін, на ефективність комерційних операцій впливають також коливання курсів валют, процентних ставок за кредитами. Такі коливання є факторами ризику. Одним з заходів для захисту від дії цих факторів є *хеджування*, тобто укладання термінових комерційних угод. Це угоди, виконання яких згідно з укладеним договором, відкладається на певний термін. До термінових угод відносять форвардні контракти, ф'ючерси та опціони. Термінові угоди є альтернативою контрактам з негайним постачанням товару та розрахунком за нього.

*Форвардний контракт* – це взаємне зобов'язання двох сторін здійснити купівлю – продаж товару за наперед обумовленою (форвардною ціною) у наперед обумовлений термін. Такий контракт може укладатися також для придбання валюти або отримання у майбутньому кредиту під наперед обумовлений процент.

На відміну від форвардних угод, *ф'ючерсні контракти* можуть укладатися лише на біржі. Однією з сторін такого контракту завжди є Розрахункова палата

біржі. При укладанні ф'ючерної угоди у Розрахункову палату роблять гарантійний внесок – початкову маржу. Інший учасник угоди зобов'язується придбати у розрахункової палати або продати їй певну кількість товару або валюти у визначений термін за визначеною ціною.

*Опціони* відрізняються від форвардних або ф'ючерних контрактів тим, що вони є правом, а не обов'язком продати або придбати товар (валюту) у визначений термін за визначеною ціною. Вони можуть укладатися не лише на біржі, але й поза нею.

До методів захисту від ризику неплатежів за комерційними угодами відносяться також застава, гарантія, акредитив.

*Застава* використовується для зниження ризику при продажу продукції без передплати, а також при видачі кредиту. До моменту оплати постачання або погашення кредиту майно боржника знаходиться у заставі у кредитора. У випадку неповернення боргу воно реалізується з аукціону, частина отриманих коштів йде на повернення боргу. При використанні *гарантії* сума неповернутого боргу стягується з третьої особи – гаранта повернення боргу.

При використанні *акредитивної форми розрахунків* покупець перераховує у банк постачальника певні кошти в рахунок оплати за майбутні постачання. Її не можна повернути без згоди постачальника. Найчастіше для захисту від ризику неплатежів з боку покупця використовують передплату постачань.

## **6.5 Страхування та оцінка доцільності його застосування**

Сутність страхування полягає у тому, що *страхувальник* (фізична та юридична особа) передає *страховику* (страховій компанії) за певну плату (страхову виплату) свій ризик. Страхова виплата (страховий внесок) розраховується на основі *страхового тарифу (брutto-ставки)*, до складу якого входить *нетто-ставка* та навантаження. *Нетто-ставка* використовується для створення страхового фонду, з якого сплачується страхова компенсація збитків. *Навантаження* використовують для покриття організаційних витрат страховику та отримання ним прибутку.

При настанні страхового випадку, тобто події, що спричиняє втрати страхувальника, передбаченої страховим договором, страхівник виплачує страхувальнику страхову компенсацію. Згідно з умовами страхового договору, вона може дорівнювати повній вартості втраченого майна, її частині або наперед обумовленій сумі.

При укладанні страхового договору страхувальник вважає, що він отримає у вигляді страхових внесків суму, більшу, ніж кошти, витрачені на покриття страхових витрат, а страхувальник сподівається отримати у вигляді страхової компенсації більше, ніж виплатить страхових внесків. У практиці страховиків існує відбір ризиків, тобто страхові компанії намагаються ухилятися від великих ризиків, хоча їх страхування пов'язане зі значними страховими внесками від страхувальників.

Укладання страхових договорів є можливим тому, що при прийнятті рішення про страхування страхувальник та страхувальник користуються різними критеріями прийняття рішень. Страхувальник має можливість застосувати критерій Байєса, тобто рішення приймається, виходячи з максимуму математичного сподівання прибутку), оскільки він працює з багатьма клієнтами і має можливість використовувати статистику страхових випадків. Страхувальник вибирає альтернативу, для якої максимально можливі збитки будуть найменшими.

При прийнятті страховиком рішення про укладання страхового договору, він оцінює ймовірності страхових випадків. Для цього використовують статистичні дані щодо їх появи. Такі розрахунки ймовірностей страхових випадків називають *актуарними*.

**Приклад 6.4.** Підприємство збирається застрахувати придбаний об'єкт виробничого призначення, вартість якого складає 150 тис. у.г.о. Страхова компанія, клієнтом якої є це підприємство, має статистику страхових випадків для об'єктів такого типу. Згідно з нею, на протязі року гинуть 4% таких об'єктів. У зв'язку з цим встановлено страховий тариф для них на рівні 5% (4% – нетто-ставка, 1% – навантаження). Згідно зі страховим договором страхова компанія компенсує лише 80% вартості об'єкту страхування. Яким буде рішення про укладання страхового договору?

**Розв’язання.** У страховому випадку (загибель об’єкту) страхова компанія повинна виплатити підприємству  $150 \cdot 0,8 = 120$  (у.г.о.). Щорічний страховий внесок для даного об’єкту складає  $150 \cdot 0,05 = 7,5$  (тис. у.г.о.) Оскільки у підприємства даний об’єкт є єдиним, його керівництво приймає рішення про доцільність страхування, вибравши альтернативу, для якої максимально можливі збитки будуть мінімальними. У таблиці 6.1 наведено дані для прийняття рішення керівництвом підприємства-страхувальника.

Таблиця 6.1. Дані для прийняття рішення керівництвом підприємства-страхувальника у прикладі 6.4.

Альтернатива	Страховий випадок		Максимальний збиток
	Настане	Не настане	
Застрахувати об’єкт	37,5	7,5	37,5
Відмовитись від страхування	150	0	150

З таблиці 6.1 визначаємо, що найменший з максимальних збитків відповідає рішенням про страхування об’єкту.

У страхової компанії даний об’єкт страхування не єдиний, вона страхує велику кількість таких об’єктів, тобто приймає не одне, а серію однотипних рішень. У такій ситуації доцільно застосувати критерій Байеса, згідно з яким оптимальною вважається альтернатива, для якої математичне сподівання прибутку є максимальним. За наявності статистики страхових випадків можна знайти оцінку ймовірності страхових випадків та знайти математичне сподівання прибутку страховика. Платіжна матриця для даної ситуації прийняття рішень наведена у таблиці 6.2.

Таблиця 6.2. Платіжна матриця для прийняття рішення про укладання страхового договору з боку страховика у прикладі 6.4.

Альтернатива	Страховий випадок	
	Настане (ймовірність $p_1 = 0,04$ )	Не настане (ймовірність $p_2 = 0,96$ )
Укласти страховий договір	-112,5	7,65
Відмовитися	0	0

Для варіанту рішення про укладання страхового договору математичне сподівання прибутку  $m_1 = -112,5 \cdot 0,04 + 7,5 \cdot 0,96 = 2,7$  (тис. у.г.о.),  $m_2 = 0$ . Отже, страхова компанія вибирає альтернативу пр. укладання страхового договору. Страхування у цьому прикладі вигідне обом сторонам, тому договір страхування буде укладено.

У окремих випадках критерій Байєса може застосовувати і страхувальник, якщо він збирається страхувати однотипні об'єкти і у нього є статистичні дані щодо страхових випадків. Така ситуація є типовою для страхування вантажів, транспортних засобів, кредитів тощо.

**Приклад 6.5.** Страховий внесок при страхуванні кредитів, виданих на 3 місяці, установлений на рівні 3% від суми кредиту, відповідальність страхової компанії по відшкодуванню визначена на рівні 80% від суми неповернутого боргу (основного кредиту та відсотків за ним). Згідно з статистичними даними комерційного банку щодо неповернення кредитів, його втрати для таких кредитів складають 2,5% від їх суми. Оцінити доцільність для банку страхування кредитного ризику за виданим кредитом на суму 200 у.г.о., ймовірність повернення кредиту 0,975.

**Розв'язання.** Сума страхового внеску складає  $200 \cdot 0,03 = 6$  (у.г.о.), При неповерненні кредиту до цієї суми додаються невідшкодовані втрати банку на суму  $200 \cdot 0,2 = 40$  (у.г.о.). Якщо страховий договір не буде укладено, банк втратить 200 у.г.о. Платіжна матриця для даного прикладу наведена у таблиці 6.3. У ній

наведені дані щодо сум можливих збитків. Згідно з критерієм Байєса, кращою є альтернатива, для якої математичне сподівання збитків є найменшим.

Таблиця 6.3. Платіжна матриця для прикладу 6.5 (наведено суми можливих збитків для банку).

Альтернатива	Кредити будуть	
	повернуті (ймовірність $p_1 = 0,975$ )	Не настане (ймовірність $p_2 = 0,025$ )
Укласти страховий договір, $x_1$	6	46
Відмовитися, $x_2$	0	200

Розрахуємо математичне сподівання збитків для альтернатив  $x_1$  та  $x_2$ .

$$M(x_1) = 6 \cdot 0,975 + 46 \cdot 0,025 = 7 \text{ (у.г.о.)}$$

$$M(x_2) = 0 \cdot 0,975 + 200 \cdot 0,025 = 5.$$

Математичне сподівання збитків більше для альтернативи  $x_1$  укладання страхового договору. Отже, це рішення є не вигідним для банку.

## Література

1. Вітлінський В.В., Верченко Л.І., Сігал А.В., Наконечний Я.С. Економічний ризик: ігрові моделі. Київ: КНЕУ, 2002. 466 с.
2. Вітлінський В.В., Наконечний С.І. Ризик у менеджменті. Київ: Борисфен-М, 1996. 336 с.
3. Сявак М.С., Рибницька О.М. Математичне моделювання за умов невизначеності. Львів: Українські технології, 2000. 319 с.
4. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе. Москва: ЮНИТИ – ДАНА, 2001. 367 с.
5. Ястремський О.І. Основи теорії економічного ризику. Київ: Либідь, 1997. 236 с.
6. Кучеренко В.Р., Карпов В.А., Карпов А.В. Економічний ризик та методи його вимірювання. Навчальний посібник. Одеса: ОНУ, 2011. 200 с.
7. Балджи М.Д. Економічний ризик та методи його вимірювання. Харків: Промарт, 2015. 300 с.



8. Вітлінський В.В. Моделювання економіки. Київ: КНЕУ, 2003. 408 с.
9. Фишберн Ф. Теория полезности для принятия решений. Москва: Наука, 1978. 352 с.
10. Шикин Е.В., Чхартвишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. Москва: Дело, 2000. 440 с.
11. Ястремський О.І. Моделювання економічного ризику. Київ: Либідь, 1992. 176 с.
12. Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. Москва: Высшая школа, 2002. 288 с.
13. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика. Москва: Янус – К, 2001. 656 с.
14. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. Москва: Статистика, 1977. 200 с.
15. Князевская Н.В., Князевский В.С. Принятие рискованных решений в экономике и бизнесе. Москва: Контур, 1998. 160 с.
16. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.Ю. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе. Москва: Финансы и статистика, 2000. 176 с.
17. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: Высшая школа, 2003. 479 с.