**Самостійна робота 2 «Аксіоматичні теорії евклідової геометрії» (15 б.)**

(надіслати файл у систему Moodle)

**Вказівки:** 1) кожне твердження в аксіоматичній теорії розміщується після всіх необхідних для його доведення аксіом, означень та теорем.

2) логічний аналіз означення поняття передбачає поступове виявлення більш широких за об’ємом понять аж до неозначуваних понять (приклад логічного аналізу означення є у навчальному посібнику на сторінці 56). Логічний аналіз доведення теореми передбачає поступове виявлення всіх необхідних для доведення означень та раніше доведених теорем аж до аксіом. Логічний аналіз можна оформити у вигляді схеми типу блок-схеми.

**Задача 1.** Знайти в аксіоматичній теорії на базі системи аксіом Гільберта (викладена в книзі Єфимова Н.В. Высшая геометрия) місце означення поняття (дивись нижче свій варіант). Зробити логічний аналіз означення.

1. прямого кута;
2. похилої;
3. дотичної до кола;
4. перпендикуляра до прямої;
5. правильного трикутника;
6. рівнобедреного трикутника;
7. вертикальних кутів;
8. променя (півпрямої).

**Задача 2.** Знайти в аксіоматичній теорії на базі системи аксіом Гільберта (викладена в книзі Єфимова Н.В. Высшая геометрия) місце теореми (дивись нижче свій варіант). Зробити логічний аналіз доведення.

1. Якщо в чотирикутнику всі сторони рівні, то його діагоналі перпендикулярні.
2. Якщо чотирикутник описаний навколо кола, то суми довжин його протилежних сторін рівні.
3. В рівних трикутниках. навпроти рівних кутів лежать рівні сторони.
4. Якщо трикутник рівнобедрений, то кути при його основі рівні.
5. Якщо даний многокутник правильний, то в нього можна вписати коло.
6. Якщо чотирикутник вписаний в коло, то суми величин його протилежних кутів рівні 180 градусам.
7. Величина вписаного кута доівнює половині величини дуги, на яку він спирається.
8. Сума внутрішніх кутів трикутника дорівнює 180 градусам.

**Задача 3 (6 варіантів)** Користуючись аксіомами перших трьох груп аксіом системи Гільберта, довести твердження:

1). Перша ознака рівності трикутників.

2). Кути при основі рівнобедреного трикутника рівні.

3). Усі прямі кути конгруентні між собою.

4). Кожен кут можна розділити навпіл, причому єдиним чином.

5). У будь-якому трикутнику принаймні два кути є гострими.

6). З кожної точки на прямій можна відновити до цієї прямої єдиний перпендикуляр.

**Задача 4 (4 варіанти)** Користуючись аксіомами перших чотирьох груп аксіом системи Гільберта:

1). Довести, що якщо існує трикутник із сумою внутрішніх кутів, рівною двом прямим кутам, то сума внутрішніх кутів довільного трикутникам дорівнює двом прямим кутам.

2). Довести, що якщо існує прямокутний трикутник із сумою внутрішніх кутів, рівною двом прямим кутам, то сума внутрішніх кутів довільного прямокутного трикутникам дорівнює двом прямим кутам.

3). Довести, що вписаний в коло кут, що спирається на діаметр, не більший за прямий кут.

4). Знайти залежність між стороною правильного вписаного в коло шестикутника і радіусом кола.