

# Приклад оформлення титульного аркуша індивідуального завдання

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Кафедра алгебри та геометрії

Індивідуальне завдання

з аналітичної геометрії та лінійної алгебри  
студента(ки) фізичного факультету заочної форми навчання  
Іванова Івана Івановича

номер за списком: 3 ( $n = 3$ ), тому  $N = 26 - 3 = 23$

Відмітки про виконання роботи

номер завдання	1			2				3			4		5		
	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1	2	3
відмітка викладача															

6	7	8			9								10						
		1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7

11									12		13					14	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	1	2	3	4	5	1	2

Кількість балів:

## ІНДИВІДУАЛЬНЕ ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

*Роботу оформляти в окремому зошиті. Умови завдань записувати обов'язково.  
n – номер варіанта.*

1. Обчислити визначник  $\Delta$ : 1) розклавши його за елементами  $j$ -го рядка; 2) розклавши його за елементами  $i$ -го стовпця; 3) отримавши спочатку трикутну матрицю.

$$\mathbf{B1} \quad \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, i=4, j=1$$

$$\mathbf{B3} \quad \begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}, i=1, j=2$$

$$\mathbf{B5} \quad \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}, i=2, j=2$$

$$\mathbf{B7} \quad \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 5 & 0 & 4 & -2 \end{vmatrix}, i=3, j=2$$

$$\mathbf{B9} \quad \begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}, i=1, j=3$$

$$\mathbf{B2} \quad \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}, i=3, j=4$$

$$\mathbf{B4} \quad \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}, i=4, j=4$$

$$\mathbf{B6} \quad \begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}, i=4, j=4$$

$$\mathbf{B8} \quad \begin{vmatrix} -4 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -1 & -2 \\ -5 & 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}, i=2, j=3$$

$$\mathbf{B10} \quad \begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}, i=2, j=1$$

2. Дано дві матриці  $A$  і  $B$ . Знайти: 1)  $AB$ ; 2)  $BA$ ; 3)  $B^{-1}$ ; 4)  $(AB+3BA-\det(B) \cdot B^{-1})^T$ .

$$\mathbf{B1} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B2} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B3} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B4} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B5} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B6} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B7} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B8} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B9} \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B10} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Знайти  $x$  з рівняння

$$1) \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ n & n & n \end{vmatrix} = 0; \quad 2) \begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ x & -1 & n \\ 0 & n & 4 \end{vmatrix} = 0; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & x & -4n \\ 2 & -1 & 3n \\ x+10 & 1 & n \end{vmatrix} = 0.$$

4. Розв'язати нерівності

$$1) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -n & 2n & -n \end{vmatrix} < 1; \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ n & n & -2n \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

5. Перевірити сумісність системи рівнянь й у випадку сумісності розв'язати її: 1) за формулами Крамера; 2) за допомогою оберненої матриці (матричним методом); 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} (n-10)x_1 + 2x_2 - x_3 = n-9, \\ 2x_1 - (n-15)x_2 + 3x_3 = 41-2n, \\ x_1 + 5x_2 - (n-12)x_3 = 47-3n. \end{cases}$$

6. Розв'язати однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь (знайти загальний розв'язок, один частинний та ФСР).

<b>B 1</b>	$\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$	<b>B 2</b>	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$
<b>B 3</b>	$\begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$	<b>B 4</b>	$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$
<b>B 5</b>	$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$	<b>B 6</b>	$\begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$
<b>B 7</b>	$\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$	<b>B 8</b>	$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$
<b>B 9</b>	$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$	<b>B 10</b>	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$

7. Знайдіть лінійну залежність векторів  $\bar{a}(n-10; 2; 1)$ ,  $\bar{b}(2; 15-n; 5)$ ,  $\bar{c}(-1; 3; 12-n)$ ,  $\bar{d}(n-9; 41-2n; 47-3n)$ .

8. Для векторів  $\bar{a} = -2n\bar{m} + 3n\bar{k}$  и  $\bar{b} = \bar{m} - 3n\bar{k}$ , де  $|\bar{m}| = 3$ ,  $|\bar{k}| = 5$ ,  $\angle(\bar{m}, \bar{k}) = \frac{\pi}{2}$ , знайти:

- 1)  $(-\bar{a} + \bar{b}) \cdot (2\bar{a} + 4\bar{b})$ ;
- 2)  $|\bar{a} + \bar{b}, 2\bar{a} + 4\bar{b}|$ ;
- 3) площу трикутника, побудованого на векторах  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ .

9. По координатах  $A(22-n; n; 10-n)$ ,  $B(-1; -2; 0)$ ,  $C(2; 3; -4)$  для вказаних векторів знайти:
- 1) скалярний добуток векторів  $\vec{a} = -2\vec{AB} + 3\vec{BC}$  і  $\vec{b} = \vec{AC} - \vec{CB}$ ;
  - 2) модуль векторного добутку векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  (відповідь округліть до десятих);
  - 3) координати точки  $M$ , яка ділить напрямлений відрізок  $AB$  у відношення  $n:2$ ;
  - 4) перевірити, чи ортогональні вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ;
  - 5) перевірити, чи колінеарні вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ;
  - 6) перевірити, чи компланарні вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  і  $\vec{c} = (0, 1, 2)$ ;
  - 7) сила  $\vec{F} = \vec{a}$  прикладена до точки  $A$ . Обчислити роботу сили  $\vec{F}$  і модуль моменту сили  $\vec{F}$  відносно точки  $B$  (відповідь округліть до одиниць);
  - 8) обчислити об'єм тетраедра з вершинами в точках  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D(0, 0, n)$  (відповідь округліть до одиниць).

10. По координатах вершин  $\triangle ABC$   $A(n; 10-n)$ ,  $B(-2; 0)$ ,  $C(3; -4)$  знайти:

- 1) рівняння і довжину сторони  $AC$   $\triangle ABC$  (відповідь округліть до десятих);
- 2) рівняння медіани  $m_C$ ;
- 3) рівняння висоти  $h_B$ , проведеної з вершини  $B$ ;
- 4) довжину висоти  $h_B$  (відповідь округліть до десятих);
- 5) точку перетину медіани  $m_C$  і висоти  $h_B$ ;
- 6) кут між  $AC$  і медіаною  $m_C$  (у градусах, відповідь округліть до одиниць);
- 7) рівняння прямої, що проходить через вершину  $B$  паралельно прямій  $AC$ .

11. По координатах точок  $D(0; 0; 1)$ ,  $A(n; 10-n; 1)$ ,  $B(2; 0; 1)$ ,  $C(2; 3; -4)$  знайти:

- 1) рівняння прямих  $AB$ ,  $AD$ ,  $BD$ ;
- 2) рівняння площин  $ABC$ ,  $ABD$ ;
- 3) рівняння перпендикуляра  $H_D$ , опущеного з точки  $D$  на площину  $ABC$ ;
- 4) довжину висоти  $H_D$  (відповідь округліть до десятих);
- 5) косинус кута між прямими  $AB$  і  $AD$  (відповідь округліть до тисячних);
- 6) синус кута між прямою  $AD$  і площиною  $ABC$  (відповідь округліть до тисячних);
- 7) косинус кута між площинами  $ABC$  і  $ABD$  (відповідь округліть до тисячних);
- 8) рівняння прямої, яка проходить через точку  $C$  перпендикулярно площині  $ABD$ ;
- 9) рівняння площини, яка проходить через точку  $D$  перпендикулярно прямій  $BD$ .

12. Написати рівняння дотичних:

- 1) до еліпсу  $x^2 + 3y^2 = 3n^2$ , проведених з точки на лінії  $\left(1, \sqrt{n^2 - \frac{1}{3}}\right)$ ;
- 2) до параболи  $2n^2x = y^2$ , проведених з точки на лінії  $(2, 2n)$ .

13. Скласти канонічне рівняння гіперболи й схематично зобразити, знаючи, що:

- 1) півосі її відповідно дорівнюють  $1$  і  $n$ ;
- 2) відстань між фокусами дорівнює  $2n$  й дійсна піввісь дорівнює  $n-2$ ;
- 3) дійсна піввісь дорівнює  $2n$  і ексцентриситет  $e = 1,6$ ;
- 4) уявна піввісь дорівнює  $n$  і ексцентриситет  $e = 1,7$ ;
- 5) вона проходить через точку  $\left(1, \sqrt{n^2 + \frac{1}{3}}\right)$  й уявна піввісь дорівнює  $n$ .

14. Привести до канонічного вигляду, визначити вид й схематично зобразити рівняння:

- 1) поверхні  $2x^2 + (10-n)y^2 + (n+1)z^2 + xy - xz + 2(n+1)yz + 6x + 4y + 2z - n = 0$ ;
- 2) кривої  $2(n-1)x^2 + (10-n)y^2 - 4x + 6y + n = 0$ .