

Державний вищий навчальний заклад
«Запорізький національний університет»
Міністерства освіти і науки України

Е. В. Прушківська, І. І. Колобердянко,
І. О. Лубенець

МІКРОЕКОНОМІКА:
практикум для студентів
економічного факультету
денної та заочної форм навчання

Затверджено
вченою радою ЗНУ
Протокол № 9 від 29.04.10

Запоріжжя
2010

УДК 330.101.542
ББК 65.012.1

Прушківська Е. В., Колобердянко І. І., Лубенець І. О. Мікроекономіка: практикум для студентів економічного факультету денної та заочної форм навчання. — Запоріжжя: ЗНУ, 2010. — 119 с.

Пропонований практикум — це посібник, що містить задачі, вправи, завдання, які спрямовані на поглиблене вивчення мікроекономіки і набуття студентами навичок розв'язування задач з цього курсу. Цьому сприяє велика кількість прикладів розв'язання задач, необхідні пояснення та коментарі.

Посібник розрахований на студентів економічних спеціальностей та викладачів, які ведуть практичні заняття з мікроекономіки.

Рецензент А. Д. Топалов.
Відповідальний за випуск Е. В. Прушківська.

1	Попит, пропозиція, ринкова рівновага	5
1.1	Приклади розв'язування задач	5
1.2	Задачі до самостійного розв'язування	17
2	Поведінка споживача	22
2.1	Приклади розв'язування задач	22
2.2	Задачі до самостійного розв'язання	32
3	Теорія виробництва	37
3.1	Приклади розв'язування задач	37
3.2	Задачі до самостійного розв'язування	46
4	Ринок досконалої конкуренції	49
4.1	Приклади розв'язування задач	49
4.2	Задачі до самостійного розв'язування	56
5	Монополія	63
5.1	Приклади розв'язування задач	63
5.2	Задачі до самостійного розв'язування	71

6	Олігополія	79
6.1	Приклади розв'язування задач	79
6.2	Задачі для самостійного розв'язування	86
7	Монополістична конкуренція	90
7.1	Приклади розв'язування задач	90
7.2	Задачі до самостійного розв'язування	96
8	Ринки факторів виробництва	98
8.1	Приклади розв'язування задач	98
8.2	Задачі до самостійного розв'язання	103
9	Загальна рівновага	108
9.1	Приклади розв'язування задач	108
9.2	Задачі до самостійного розв'язування	112
	Література	116

ЗАНЯТТЯ 1

ПОПИТ, ПРОПОЗИЦІЯ, РИНКОВА РІВНОВАГА

1.1 Приклади розв'язування задач

▷ Приклад 1.1

Функції попиту та пропозиції задані рівняннями:

$$Q_d = 2500 - 200P, \quad Q_s = 1000 + 100P.$$

Розрахуйте параметри економічної рівноваги. Охарактеризуйте ринкову ситуацію, якщо ціна буде дорівнювати 4 грн.

* Розв'язок

Оскільки за ринкової рівноваги виконується рівність $Q_d = Q_s$, тоді

$$2500 - 200P = 1000 + 100P,$$

$$300P = 1500,$$

$$P^* = P = 1500/300 = 5 \text{ грн.}$$

Підставимо отримане значення ціни в функцію попиту і отримаємо

$$Q^* = Q_d = 2500 - 200 \cdot 5 = 1500 \text{ од.}$$

Таким чином рівноважна ціна дорівнює 5 грн. а рівноважний обсяг попиту дорівнює 1500 одиниць продукції. Якщо ціна буде дорівнювати 4 грн., то $Q_s = 2500 - 200 \cdot 4 = 1700$; $Q_d = 1000 - 100 \cdot 4 = 1400$. Отже на ринку виникне дефіцит товарів, розмір якого становитиме

$$Q_d - Q_s = 1700 - 1400 = 300 \text{ од.}$$

▷ Приклад 1.2

Функція попиту на товар задається рівнянням $Q_d = 8 - P$, функція пропозиції $Q_s = P - 1$. Знайдіть рівноважний обсяг продажу та рівноважну ціну, якщо обсяг попиту зменшився під впливом зовнішніх чинників на 0,25%.

* Розв'язок

Під впливом зовнішніх чинників функція попиту зміниться і буде мати такий вигляд $Q_d = 0,75(8 - P)$. У стані ринкової рівноваги виконується рівність $Q_s = Q_d$. Тоді

$$P - 1 = 0,75(8 - P) \quad \rightarrow \quad P_d = P^* = 7/1,75 = 4 \text{ грн.}$$

Підставимо отримане значення P в функцію пропозиції і отримаємо значення рівноважного обсягу продаж

$$Q^* = Q_s = P - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ од.}$$

▷ Приклад 1.3

Функція галузевої пропозиції $Q_s = P - 2$. Функція галузевого попиту $Q_d = 6 - P$. Місцева влада вводить потоварний податок в розмірі 2 грн. з одиниці продукції. Знайдіть рівноважну ціну та рівноважний обсяг продаж до та після оподаткування. Також визначте загальну суму податкових надходжень від продажу товару.

* Розв'язок

Формалізуємо задачу. Графічно вона представлена на рис. 1.1. Знайдемо рівноважну ціну та обсяг продажу до оподаткування. За рівноваги виконується умова $Q_s = Q_d$. Тоді

$$P - 2 = 6 - P, \quad \rightarrow \quad 2P = 6 + 2, \quad \rightarrow \quad P_1^* = \frac{6 + 2}{2} = 4 \text{ грн.}$$

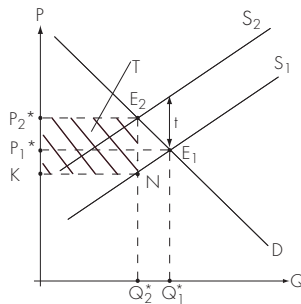


Рис. 1.1.

За даної ціни обсяг продажу буде $Q_s = Q_1^* = P - 2 = 4 - 2 = 2$ од.

Після запровадження оподаткування функція пропозиції змінить свій вигляд. Запишемо її з врахуванням податку так $Q_2^s = P - t - 2$. Якщо ринок знаходиться в рівновазі виконується умова $Q_2^s = Q_d$. Тоді:

$$P - t - 2 = 6 - P, \quad \rightarrow \quad 2P = 6 + t + 2, \quad \rightarrow \quad P_2^* = \frac{8 + t}{2} = \frac{8 + 2}{2} = 5 \text{ грн.}$$

Підставимо значення рівноважної ціни у функцію попиту і отримаємо:

$$Q_2^* = Q_d = 6 - P_2^* = 6 - 5 = 1 \text{ од.}$$

Загальна сума податку буде

$$T = Q_2^* \cdot t = S_{KP_2^*E_2N} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ грн.}$$

▷ **Приклад 1.4**

За ціни товару А в 10 грн. обсяг попиту дорівнює 100 од. При збільшенні ціни на 1 грн. обсяг попиту зменшується на 20 шт. (рис. 1.2). За ціни товару в 5 грн. товаровиробники не будуть пропонувати товар А на продаж. Збільшення ціни товару на 1 грн. викличе зростання обсягу пропозиції на 10 одиниць. Запишіть функції попиту та пропозиції, якщо вони лінійні. Знайдіть рівноважні ціну та обсяг продажу.

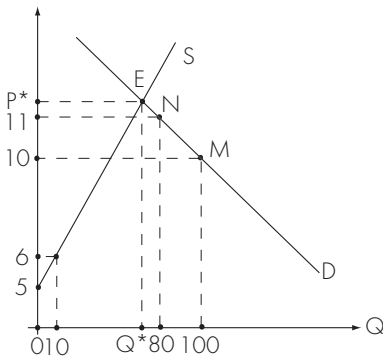


Рис. 1.2.

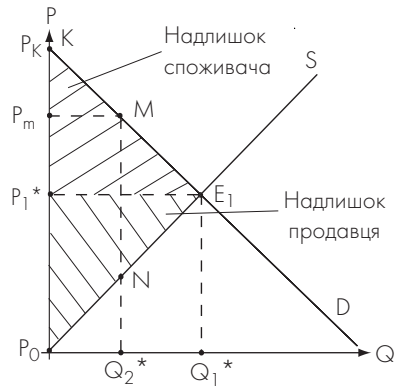


Рис. 1.3.

* **Розв'язок**

Рівняння прямої, що проходить через дві точки, має вигляд:

$$\frac{Q - Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{P - P_1}{P_2 - P_1}.$$

Підставимо значення попиту в формулу:

$$\frac{Q_d - 100}{80 - 100} = \frac{P - 10}{11 - 10}, \quad \rightarrow \quad Q - 100 = -(P - 10)20,$$

$$Q_d = -20P + 200 + 100 = 300 - 20P.$$

Аналогічно знайдемо функцію пропозиції. Підставимо значення:

$$\frac{Q_s - 0}{10 - 0} = \frac{P - 5}{6 - 5}, \quad \rightarrow \quad Q_s = 10(P - 5) = -50 + 10P.$$

При ринковій рівновазі виконується умова $Q_s = Q_d$, з якої можливо знайти рівноважну ціну

$$-50 + 10P = 300 - 20P, \quad \rightarrow \quad P = P^* = 35/3 = 11,66 \text{ грн.}$$

Підставимо значення рівноважної ціни у функцію пропозиції і знайдемо рівноважний обсяг продаж

$$Q^* = Q_s = -50 + 10 \cdot 11,66 = -50 + 116,6 = 66,6 \text{ од.}$$

▷ Приклад 1.5

Функція попиту на товар має вигляд $Q_d = 1000 - 5P$, а функція пропозиції $Q_s = 4P - 80$. Визначте рівноважну ціну та рівноважний обсяг продаж. Яким буде надлишок споживача та надлишок продавця за умови ринкової рівноваги. Якщо рівноважний обсяг продажу буде встановлено на рівні 300, то якими будуть показники надлишку покупця, надлишку продавця та показник чистих суспільних втрат?

* Розв'язок

В стані рівноваги виконується умова $Q_s = Q_d$. Тоді, прирівнявши праві частини функцій попиту та пропозиції, матимемо:

$$4P - 80 = 1000 - 5P, \quad \rightarrow \quad 9P = 1080, \quad \rightarrow \quad P = P_1^* = 1080/9 = 120 \text{ грн.}$$

Підставимо знайдене значення ціни в функцію попиту і знайдемо рівноважний обсяг продажу

$$Q^* = Q_d = 1000 - 5P_1^* = 1000 - 5 \cdot 120 = 400 \text{ од.}$$

Надлишок споживача — це різниця між суммою грошей, яку споживачі могли б заплатити за певну кількість товару, і сумою, яку споживачі фактично заплатили (площа фігури $P_1^* P_k E_1$ рис. 1.3).

Щоб знайти надлишок споживача, нам треба знайти площу трикутника $P_1^* P_k E_1$. Знайдемо значення цього показника, підрахувавши інтеграл оберненої функції споживання $P = 200 - 0,5Q$:

$$\begin{aligned}
 HC &= \int_0^{400} (200 - \frac{1}{5}Q)dQ - P_1^* Q_1^* = \left|_{0}^{400} \left[200Q^* - \frac{Q^2}{10} \right] - P_1^* Q_1^* \right. \\
 &= 200 \cdot 400 - \frac{400^2}{10} - 120 \cdot 400 = 80000 - 16000 - 48000 \\
 &= 8000 - 64000 = 16000.
 \end{aligned}$$

Надлишок продавця є площа трикутника $P_0 P_1^* E_1$ (рис. 1.3). Значення цього показника знайдемо визначивши інтеграл функції пропозиції:

$$\begin{aligned}
 HP &= \int_{P_a}^{P_1^*} (4P - 80)dP = \left|_{20}^{120} (2P^2 - 80P) = (2 \cdot 120^2 - 80 \cdot 120) - \right. \\
 &\quad \left. - (2 \cdot 20^2 - 80 \cdot 20) = 28800 - 9600 - 800 + 1600 = 20000.
 \end{aligned}$$

Суспільний надлишок тоді буде дорівнювати сумі надлишку покупців та надлишку продавців.

$$SH = HC + HP = 16000 + 20000 = 36000.$$

Якщо рівноважний обсяг продажу буде дорівнювати 300 тоді надлишок покупця буде дорівнювати площі трикутника ($P_m P_k M$ рис. 1.3). Площу трикутника визначемо так. Знайдемо обернену функцію попиту:

$$Q_d = 1000 - 5P, \quad \rightarrow \quad 5P = 1000 - Q_d \quad \rightarrow \quad P = 200 - Q_d/5.$$

Тоді надлишок споживача буде дорівнювати:

$$\begin{aligned}
 HC_2 &= \int_0^{Q_2^*} (200 - \frac{1}{5}Q)dQ - P_m \cdot Q_2^* = \left|_{0}^{300} (200Q_2^* - \frac{Q_2^{*2}}{10} - P_m \cdot Q_m) = \right. \\
 &= 200 \cdot 300 - 90000/10 - 300 \cdot 140 = 60000 - 9000 - 42000 = 9000.
 \end{aligned}$$

Визначимо значення P_m , що відповідатиме рівноважному обсягу продажу $Q_2^* = 300$:

$$P_m = 200 - 1/5 \cdot Q \Big|_{Q=300} = 200 - 300/5 = 140.$$

Надлишок продавця буде дорівнювати площі трапеції P_0P_mMN (рис. 1.3). Обрахуємо її таким чином:

$$\begin{aligned} HP_2 &= P_M \cdot Q_2^* - \int_0^{300} \left(\frac{Q}{4} + 20 \right) dQ = P_m \cdot Q_2^* - \left|_0^{300} \left[\frac{Q^2}{8} + 20Q \right] \right| = \\ &= 140 \cdot 300 - \frac{300^2}{8} - 20 \cdot 300 = 42000 - \frac{90000}{8} - 6000 = \\ &= 42000 - 11250 - 6000 = 24750. \end{aligned}$$

Суспільний надлишок будуть дорівнювати

$$SH_2 = HC_2 + HP_2 = 9000 + 24750 = 33750.$$

Тоді чисті суспільні втрати дорівнюють

$$NSC = HC - HC_2 = 36000 - 33750 = 2250.$$

► Приклад 1.6

Попит на товар описується рівнянням $Q_d = 100 - P$, а функція пропозиції $Q_s = 2P - 50$. Визначте рівноважну ціну та рівноважний обсяг попиту. Якщо місцева влада встановила податок на товар в розмірі 10%, то якими будуть рівноважна ціна та обсяг продажу.

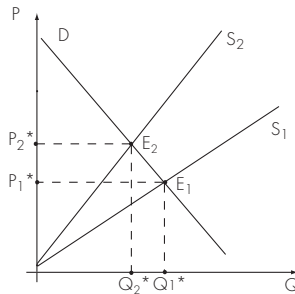


Рис. 1.4.

*** Розв'язок**

За рівноваги виконується рівняння $Q_d = Q_s$ (див. рис. 1.4), тоді

$$100 - P = 2P - 50 \quad \rightarrow \quad 3P = 150 \quad \rightarrow \quad P = P_1^* = 150/3 = 50.$$

Підставимо рівноважну ціну в функцію попиту і отримаємо

$$Q_1^* = Q_d = 100 - P_1^* = 100 - 50 = 50.$$

При ставці податку в 10% функція пропозиції набуває іншого вигляду

$$Q_s = -50 + 2(P - 0,1P) = -50 + 2P \cdot 0,9 = -50 + 1,8P.$$

За рівноваги маємо

$$\begin{aligned} Q_s &= Q_d, \quad \rightarrow \quad -50 + 1,8P = 100 - P, \\ 2,8P &= 150, \quad \rightarrow \quad P = P_2^* = 150/2,8 = 53,57 \text{ грн.} \end{aligned}$$

Тоді рівноважний обсяг продажу буде таким

$$Q_2^* = Q_d = 100 - 53,57 = 46,43 \text{ од.}$$

▷ Приклад 1.7

На ринку діють три продавці і три покупці. Відомі функції пропозиції продавців $Q_d^s = 2P - 6$, $Q_2^s = 3P - 15$, $Q_3^s = 5P$ і функції попиту покупців $Q_1^d = 12 - P$, $Q_2^d = 16 - 4P$, $Q_3^d = 10 - 0,5P$. Знайдіть рівноважну ціну і рівноважний обсяг продажу та обсяг контракту кожного учасника ринку.

*** Розв'язок**

Складемо функції індивідуальної пропозиції продавця і отримаємо галузеву функцію пропозиції

$$Q_{\text{гал}}^s = \begin{cases} 5P, & \text{коли } 0 < P \leq 3 \\ 7P - 6, & \text{коли } 3 < P \leq 5 \\ 10P - 21, & \text{коли } P > 5. \end{cases}$$

Тепер складемо функції індивідуального попиту покупців і отримаємо функцію ринкового попиту.

$$Q_{\text{гал}}^d = \begin{cases} 10 - 0,5P, & \text{коли } 12 < P \leq 20 \\ 22 - 1,5P, & \text{коли } 4 < P \leq 12 \\ 38 - 5,5P, & \text{коли } 0 < P \leq 4. \end{cases}$$

За ціни в 3 грн. обсяг пропозиції менше обсягу попиту.

$$Q_{\text{Гал}}^d = 38 - 5,5P = 38 - 5,5 \cdot 3 = 38 - 16,5 = 21,5,$$

$$Q_{\text{Гал}}^s = 5P = 5 \cdot 3 = 15.$$

За ціни в 4 грн. обсяг попиту менше обсягу пропозиції.

$$Q_{\text{Гал}}^d = 38 - 5,5P = 38 - 5,5 \cdot 4 = 38 - 22 = 16,$$

$$Q_{\text{Гал}}^s = -6 + 7P = -6 + 7 \cdot 4 = -6 + 28 = 22.$$

Це означає, що ринкові криві попиту та пропозиції будуть перетинатись на ділянці, де проходять лінії

$$Q^s = -6 + 7P; \quad Q^d = 38 - 5,5P.$$

Тобто $Q^s = Q^d$, або

$$-6 + 7P = 38 - 5,5P, \rightarrow 12,5P = 44, \rightarrow P = P^* = 44/12,5 = 3,52 \text{ грн.}$$

Підставимо отриманий результат в функцію пропозиції і отримаємо значення рівноважного обсягу продаж

$$Q^s = Q^* = -6 + 7P^* = -6 + 7 \cdot 3,52 = 18,64 \text{ од.}$$

За даної ціни учасники ринку будуть мати такі результати

$$Q_1^d = 12 - P = 12 - 3,52 = 8,48;$$

$$Q_2^d = 16 - 4P = 16 - 3,52 \cdot 4 = 1,92;$$

$$Q_3^d = 10 - 0,5P = 10 - 0,5 \cdot 3,52 = 8,24;$$

$$Q_1^s = 2P - 6 = 2 \cdot 3,52 - 6 = 1,04;$$

$$Q_2^s = 3P - 15 = 3 \cdot 3,52 - 15 = -4,44;$$

$$Q_3^s = 5P = 5 \cdot 3,52 = 17,6.$$

► Приклад 1.8

За ціною 100 грн. було продано 100 од. продукції, а коли ціну збільшили до 120 грн. обсяг продажу склав 80 од. продукції. Знайдіть коефіцієнт еластичності попиту за ціною.

* Розв'язок

Скористаємося формулою дугової еластичності

$$\varepsilon_p^q = \left| \frac{(Q_2 - Q_1)(P_2 + P_1)}{(P_2 - P_1)(Q_2 + Q_1)} \right|,$$

тоді

$$\varepsilon_p^q = \left| \frac{(80 - 100)(120 + 100)}{(120 - 100)(80 + 100)} \right| = \left| \frac{-20 \cdot 220}{20 \cdot 180} \right| = \frac{11}{9} = 1,22.$$

▷ Приклад 1.9

На ринку встановилась рівновага при ціні в 4 од. і обсягу продажу 18 од. Коефіцієнт еластичності попиту дорівнює $-0,05$, а коефіцієнт еластичності пропозиції дорівнює $+0,1$. Яка буде ціна на товар, якщо попит на нього збільшиться на 10% , а пропозиція зросте на 5% . (Вважаємо, що функції попиту та пропозиції лінійні).

* Розв'язок

За умовою задачі маємо

$$\varepsilon_p^q = \frac{dQ \cdot P}{dP \cdot Q} = -0,05,$$

тоді

$$\frac{dQ}{dP} = \frac{-0,05 \cdot Q}{P} = \frac{-0,05 \cdot 18}{4} = -0,225.$$

Також

$$\varepsilon_p^s = \frac{dQ \cdot P}{dP \cdot Q} = 0,1,$$

тоді

$$\frac{dQ}{dP} = \frac{0,1 \cdot Q}{P} = \frac{0,1 \cdot 18}{4} = 0,45.$$

Загальний вигляд функції попиту $Q_d = a + bP$, а функції пропозиції $Q_s = c + dP$. Тоді

$$\frac{dQ^d}{dP} = b = -0,225, \quad \frac{dQ^s}{dP} = d = 0,45.$$

Знайдемо значення коефіцієнтів a та c

$$\frac{|Q^* \cdot a|}{P^*} = 0,225 \longrightarrow |Q^* \cdot a| = P^* \cdot 0,225 = 4 \cdot 0,225 = 0,9,$$

$$\frac{|Q^* \cdot c|}{P^*} = 0,45 \longrightarrow |Q^* \cdot c| = P^* \cdot 0,45 = 4 \cdot 0,45 = 1,8.$$

Тоді

$$a = Q^* + |Q^* a| = 18 + 0,9 = 18,9,$$

$$c = Q^* - |Q^* c| = 18 - 1,8 = 16,2.$$

і функції попиту та пропозиції матимуть такий вигляд

$$Q^d = 18,9 - 0,225P, \quad Q^s = 16,8 + 0,45P.$$

При їх зміні функції будуть мати такий вигляд

$$Q_2^d = (18,9 - 0,225P)1,1 = 22,869 - 0,2475P,$$

$$Q_2^s = (16,8 + 0,45P)1,05 = 17,64 + 0,4725P.$$

За рівноваги виконується рівність $Q_2^s = Q_2^d$ і тоді

$$17,64 + 0,4725P = 22,869 - 0,2475P$$

$$0,6545P = 3,4364 \rightarrow P = P^* = 3,4364/0,6545 = 5,25.$$

Тоді обсяг пропозиції буде дорівнювати

$$Q_2^* = Q_2^s = (16,2 + 0,45 \cdot 5,25)1,05 = 19,49.$$

► Приклад 1.10

Функції попиту та пропозиції мають такий вигляд $Q_d = 100 - P$, $Q_s = 2P - 50$. Необхідно знайти еластичність попиту та пропозиції за ціною в точці рівноваги.

* **Розв'язок**

Умовою рівноваги є рівність $Q_d = Q_s$, з якої визначимо ціну рівноваги

$$100 - P = 2P - 50 \rightarrow 3P = 150 \rightarrow P * P = 150/3 = 50.$$

Знаходимо еластичність попиту

$$\varepsilon_p^d = \frac{dQ \cdot P}{dP \cdot Q} = \frac{-P}{100 - P} = \frac{-50}{100 - 50} = -1.$$

Визначаємо еластичність пропозиції

$$\varepsilon_p^s = \frac{dQ \cdot P}{dP \cdot Q} = \frac{2P}{2P - 50} = \frac{2 \cdot 50}{2 \cdot 50 - 50} = 2.$$

▷ **Приклад 1.11**

Ціна товару А зросла з 10 до 15 грн., обсяг попиту на товар В збільшився з 50 до 75 одиниць. Обчисліть коефіцієнт перехресної еластичності товару В за ціною товару А. Визначте, якими є ці товари: заміниками чи доповнюючими стосовно один одного.

* **Розв'язок**

Якщо ціна товару А зростає і при цьому зростає обсяг попиту товару В, то ці товари є заміниками. Якщо при зростанні ціни товару А обсяг попиту товару В зменшується, то ці товари є доповнюючими. Коефіцієнт перехресної еластичності товару В за ціною товару А знайдемо так:

$$\varepsilon_{PA}^{dB} = \frac{(Q_2^B - Q_1^B)(P_2^A + P_1^A)}{(P_2^A - P_1^A)(Q_2^B + Q_1^B)} = \frac{(75 - 50)(15 + 10)}{(15 - 10)(75 + 50)} = \frac{25 \cdot 25}{5 \cdot 125} = 1.$$

Це свідчить, що ці товари нейтральні.

1.2 Задачі до самостійного розв'язування

▷ Завдання 1.1

Функція попиту населення на олівці має вигляд $Q_d = 7 - P$. Функція пропозиції $Q_s = -5 + 2P$, де Q_d та Q_s — величини попиту та пропозиції, а P — ціна в грн. Визначте рівноважну ціну та рівноважний обсяг продажу? Що відбудеться з рівноважною ціною і з рівноважним обсягом продажу при запровадженні акцизного податку в розмірі 1 грн.?

▷ Завдання 1.2

Криві попиту та пропозиції на товар мають лінійний вигляд і задані формулами $Q_d = 50 - 6P$, $Q_s = 4P - 10$. Уряд встановив акциз у розмірі 1 грн. на кожен проданий одиницю товару. Визначте сумарну величину податку, яку сплатять продавці та покупці?

▷ Завдання 1.3

Обернена функція попиту на житлові квартири в місті має вигляд $P = 1100 - 0,1Q$, де Q — число квадратних метрів, що здаються в оренду? P — щомісячний тариф орендної плати. Через обмеженість ділянок під забудову, загальна площа квартир, що здаються в оренду, фіксована й становить 10 тис. кв. м. (а) Визначте рівноважну щомісячну орендну плату? (б) Якщо максимальний щомісячний тариф орендної плати буде встановлений у розмірі 50 грн. за один кв. м., то яка буде величина дефіциту площ, що здаються в оренду?

▷ Завдання 1.4

Ринковий попит на товари представлений як $Q_d = -2P + 13$, а крива пропозиції цієї галузі як $Q_s = 2P^2 - 12P + 21$. Яка рівноважна ціна для цього ринку (указати найбільшу)? Яка із цих цін стійка за Вальрасом?

▷ Завдання 1.5

Попит на орендовані машини описується рівнянням $Q_d = 1500 - 25P$, а пропозиція машин рівнянням $Q_s = 75P - 500$. (а) Яка буде рівноважна ціна і рівноважний обсяг продаж на цьому ринку? Внаслідок стрімкого зростання ціни на бензин фірми включають в розрахунок суми орендної плати ціну на бензин. У результаті функція попиту на орендовані машини матиме вигляд $Q_d = 1700 - 25P - 300P_b$, де

P_b — ціна за галон бензину. (б) Який буде рівноважний обсяг продаж при $P_b = 2$ грн., $P_b = 3$?

▷ **Завдання 1.6**

Крива попиту на телевізори у невеликому містечку описується наступним рівнянням $Q_d = 600 - 2P$, де Q_d — обсяг попиту на місяць, P — ціна в грн. Крива пропозиції телевізорів описується наступним рівнянням $Q_s = 300 + 4P$, де Q_s — місячний обсяг пропозиції. Припустимо, що встановлена "стеля" ціни телевізора — 10 грн. Підрахуйте величину дефіциту, що виникає у результаті таких дій.

▷ **Завдання 1.7**

Попит на товар X описується формулою $Q_d = 70 - 5P + 6I + 4P_r$, де Q_d — величина попиту на товар X, P — ціна товару X, I — дохід споживачів, P_r — ціна на доповнюючий товар Y. (а) Чи є товар X товаром нижчої категорії (неякісним)? (б) Чи є товари X і Y взаємодоповнюючими у споживанні (комплементарними)? (в) На скільки зміниться величина попиту, якщо доходи споживачів збільшаться на 3?

▷ **Завдання 1.8**

Пропозиція продукту X описується формулою $Q_s = 100 + 10P + 12P_r - 4P_m$, де Q_s — величина пропозиції на товар X, P — ціна товару X, P_r — ціна на доповнюючий товар Y, P_m — ціна на виробничий ресурс. (а) Чи є продукти X і Y взаємозамінні у виробництві. (б) На скільки зміниться величина пропозиції, якщо ціна на виробничий ресурс знизиться на 1?

▷ **Завдання 1.9**

Попит та пропозиція на продукт визначаються формулами $Q_d = 50 - 3P + 10I$, $Q_s = 150 + 2P - 5T$. Прогнозується що в 2011 р. $I = 20$, $T = 10$. Якими будуть в 2011 р. ціна і обсяг продаж продукції?

▷ **Завдання 1.10**

Попит на пшеницю задається формулою $Q_d = 3000 - 15P$. Пропозиція пшениці задається формулою $Q_s = 10P$. (а) Яка рівноважна ціна на пшеницю? (б) Виробники пшениці лобіюють уряд з метою встановити ціну на пшеницю в розмірі 150. Припустимо, що уряд піде на це, який у цьому випадку буде надлишок пшениці? (в) У яку

суму обійдеться ця програма підтримки виробників пшениці урядові?

▷ **Завдання 1.11**

На ринку є дві групи покупців. Попит першої групи на товар X заданий функцією $Q_d = 10 - P$, попит другої групи — функцією $Q'_d = 5 - P$. Пропозиція товару задана рівнянням $Q_s = P - 3$. Визначте рівноважну ціну й рівноважний обсяг продажу товару X ?

▷ **Завдання 1.12**

Функція попиту для компанії, що виробляє принтери $Q_d = 1000 - P + 5C_r + 0,01I$, де C_r — витрати на рекламу, I — дохід на душу населення. У цей момент $P = 2500$ грн., $C_r = 2000$ грн., $I = 10000$ грн. (а) Визначте обсяг продукції у цей момент. (б) Визначте еластичність попиту за доходом при даному його рівні.

▷ **Завдання 1.13**

Якщо внаслідок погодних проблем лижна база A не зможе відкритися в листопаді, 400 додаткових лижників відправляться на базу B . Адміністрація бази B знає, що може обслужити додатково тільки 250 лижників без створення величезної черги біля підйомників, тому планує підвищення ціни квитків. База B у минулому році в листопаді обслужила 500 лижників за ціною 12 грн. за підйом. За оцінками, цінова еластичність попиту бази B становить $-2,25$. Яку ціну квитка бази B варто встановити цього року?

▷ **Завдання 1.14**

Компанія X єдиний виробник діамантів у світі. Цінова еластичність попиту для діамантів дорівнює $-0,8$ і не залежить від обсягу виробництва. Керівництво компанії вирішує зменшити обсяг виробленої продукції на 40%. Якою буде відсоткова зміна ціни діамантів?

▷ **Завдання 1.15**

Обернена функція попиту має вигляд $P = 2000 - 0,1Q_d$. Визначте, за якого обсягу попит є еластичним, а за якого — нееластичним.

▷ **Завдання 1.16**

Обернена функція попиту має вигляд $P = 2000 - 0,01Q_d$. Визначте, за якого обсягу попит є еластичним, а за якого — нееластичним.

▷ **Завдання 1.17**

Розкіш визначається як благо, для якого еластичність за доходом більше одиниці. Покажіть, що в економіці, де випускається тільки два блага, ці блага не можуть бути предметами розкоші. Що трапиться, якщо обидва блага будуть предметами розкоші і дохід зросте на 10%?)

▷ **Завдання 1.18**

За минулий рік за ціни 4 дол. за барель у країні було спожито 8 млн. барелів нафти, що відповідало господарським потребам. Цінова еластичність попиту на нафту в точці короткострокової рівноваги становила 0,5, а цінова еластичність пропозиції нафти в цій же точці становила 0,2. Яким був би розмір дефіциту нафти у випадку встановлення урядом максимально можливої ціни на нафту на рівні 2 дол. за барель?

▷ **Завдання 1.19**

Попит на автомобілі заданий функцією $Q_d(P, I) = 0,1P^{-1,2}I^3$, а пропозиція автомобілів — функцією виду $Q_s(P, W) = 6400PW^{-5}$, де P — ринкова ціна автомобіля, I — реальний дохід родини і W — погодинна зарплата рабiтників автомобільної промисловості. Як зміниться ринкова ціна автомобіля в результаті росту зарплати зазначених рабiтників на 20%? (Підказка: функції попиту та пропозиції є функціями з постійною еластичністю. У загальному вигляді функцію попиту з постійною еластичністю можна задати як $Q_d = aP^bI^c\tilde{P}^d$, де змінні крім P (ціни товару, попит на який нас цікавить) характеризують фактори зрушення кривої попиту; також I (доход споживача) і P_k (ціна доповнюючого товару). Показники степенів при змінні функції попиту визначаються при цьому значеннями коефіцієнтів еластичності попиту за відповідною змінною. Сказане відноситься й до кожної статичної функції пропозиції.

▷ **Завдання 1.20**

Підрахуйте втрати, отримані із запровадженням податку розміром 5 грн. на 0,5 л. міцних алкогольних напоїв, якщо до встановлення податку ринкова ціна цих напоїв у стані конкурентної рівноваги галузі становила 25 грн. за 0,5 л. Чисельність населення країни дорівнюється приблизно 50 млн. чоловік, середньорічне душеве споживання міцних спиртних напоїв наблизилося до 20 л. З емпіричних

обстежень відомі наступні цінові еластичності попиту та пропозиції спиртних напоїв у короткому періоді: $\epsilon_d^q = -0,1$ і $\epsilon_s^q = 1$.

▷ **Завдання 1.21**

Еластичність попиту на товар X за доходом дорівнює 0,8. Частка товару X у сукупних витратах споживача становить 20%. Яка буде частка товару X у сукупних витратах, якщо за незмінних цін дохід споживачів зросте на 10%?

▷ **Завдання 1.22**

Ринковий попит на товар X задається функцією

$$x = \frac{\sqrt{8I \cdot 2P_y}}{2P_x}$$

де I — сукупний дохід споживачів, P_x й P_y — ціни товарів X й Y відповідно, x — кількість товару X. Також відомо, що $I = 625$, $P_x = 2$, $P_y = 1$. Визначте цінову еластичність попиту по товарі X, перехресну еластичність попиту на товару X за ціною товару Y.

▷ **Завдання 1.23**

Припустимо, що в 2010 р. на ринку нікелю діяв картель, пропозиція якого стабільно дорівнювала 10 млн. т. нікелю в рік. Ціна тонни нікелю в 2010 р. дорівнювала 10 тис. дол., і загальний обсяг продажу — картелю й некартельованих виробників нікелю склав 15 млн. т. Цінова еластичність попиту на нікель у точці рівноваги становила 0,05, а цінова еластичність пропозиції нікелю (для некартельованих виробників) дорівнювала 0,5. Визначте за зазначеними даними вигляд функцій попиту і пропозиції по нікелю, вважаючи їх лінійними. Припустимо, що картель скоротив свою пропозицію на 20%. Як це позначилось би на параметрах ринкової рівноваги, на обсязі випуску некартельованих виробників і на валовому доході виробників нікелю?

ЗАНЯТТЯ 2

ПОВЕДІНКА СПОЖИВАЧА

2.1 Приклади розв'язування задач

▷ Приклад 2.1

Функція корисності споживача має вигляд $U = \sqrt{x^2 + y^2}$, де x та y кількість двох різних товарів. Визначте оптимальний набір товарів X , Y , якщо $P_x = 3$, $P_y = 4$, $I = 50$ грн.

* Розв'язок

Споживач максимізує функцію корисності коли виконується умова

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}, \quad (2.1)$$

до того ж

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y}.$$

Знайдемо граничні корисності товарів X та Y

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial \text{sqrt}(x^2 + y^2)}{\partial x} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial \text{sqrt}(x^2 + y^2)}{\partial y} = \frac{2y}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Підставимо знайдені значення в формулу (2.1) і отримаємо

$$\frac{x}{3 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{y}{4 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{або} \quad x = \frac{3}{4} \cdot y.$$

Запишемо друге рівняння — рівняння бюджету споживача

$$I = P_x \cdot x + P_y \cdot y \quad \text{або} \quad 3x + 4y = 50$$

і складемо систему двох рівнянь з двома невідомими.

$$\begin{cases} -4x + 3y = 0 \\ 3x + 4y = 50 \end{cases} \rightarrow 3x + \frac{4 \cdot 4}{3}x = 50 \rightarrow x = 6, \quad y = 4 \cdot 6/3 = 8.$$

Зробимо перевірку отриманого результату. Підставимо отримані значення в функцію корисності

$$U = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10.$$

Знайдемо кількість корисності яку отримає споживач якщо він буде споживати тільки одне благо. Для цього знайдемо максимальну кількість блага X або блага Y, якщо бюджет буде повністю витраченим

$$x' = 50/3 = 16,67 \quad \text{та} \quad y' = 50/4 = 12,5.$$

Підставимо в рівняння корисності

$$U_x = \sqrt{x'^2} = \sqrt{16,67^2} = 16,67, \quad U_y = \sqrt{y'^2} = \sqrt{12,5^2} = 12,5.$$

Як бачимо, що найбільш корисним буде набір, якому відповідає точка на перетину лінії бюджету та осі x.

Таким чином, якщо споживач всі свої гроші витрачає на набір $x = 6$, $y = 8$, то він мінімізує корисність ($U = 10$), так як крива

корисності випукла, і отримає найбільшу корисність ($U_x = 16,67$), якщо буде споживати 16,67 од. блага X.

▷ **Приклад 2.2**

Відома функція корисності споживача $U = xy$. Бюджет споживача складає 36 грн. При цінах, що склались для споживача, наступні товари доставлять однакове задоволення $x_1 = 6, y_1 = 2; x_2 = 3, y_2 = 4$. Знайдіть такий набір цих товарів, за якого споживач отримує максимальну корисність.

* **Розв'язок**

Знайдемо спочатку ціни товарів X та Y. Для цього складемо систему рівнянь

$$\begin{cases} 6P_x + 2P_y = 36 \\ 3P_x + 4P_y = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6P_x + 2P_y = 36 \\ 6P_x + 8P_y = 12 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2P_y - 8P_y = 36 - 12 \rightarrow -6P_y = -24 \rightarrow P_y = -24 / -6 = 4.$$

Знайдемо P_x , підставивши знайдене значення P_y в перше рівняння системи

$$6P_x + 2 \cdot 4 = 36 \rightarrow 6P_x = 36 - 8 \rightarrow P_x = 28/6 = 4\frac{2}{3}.$$

Знаючи ціни на товари X та Y, можемо знайти рівноважний набір. Умови рівноваги споживача

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y},$$

до того ж

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad MU_x = \frac{\partial(xy)}{\partial x} = y, \quad MU_y = \frac{\partial(xy)}{\partial y} = x.$$

Тоді

$$\frac{y}{P_x} = \frac{x}{P_y} \rightarrow \frac{y}{4} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 6/4 \cdot y.$$

Друге рівняння залишимо так

$$P_x \cdot x + P_y \cdot y = I \quad \text{або} \quad 4x + 6y = 36.$$

Тоді отримаємо систему

$$\begin{cases} 4x - 6y = 0 \\ 4x + 6y = 36 \end{cases} \rightarrow 4 \cdot 6/4 \cdot y + 6y = 36 \rightarrow 12y = 36 \rightarrow y = 3,$$

тоді $x = 6/4 \cdot 3 = 4,5$.

▷ Приклад 2.3

Функція корисності споживача має вигляд $U = xy$. $P_x = 25$, $P_y = 40$, $I = 600$. Яку кількість товарів X, Y споживач повинен купити, щоб отримати максимум корисності. На скільки зросте добробут споживача, якщо ціна блага Y зменшиться до 30? Яке значення мають ефект доходу та ефект заміни при зниженні ціни? Яку суму податку треба отримати, щоб після зниження ціни на благо Y добробут споживача залишився на попередньому рівні? На скільки повинен збільшитись бюджет споживача, щоб при початкових цінах його добробут зріс на стільки, на скільки він зріс би при зниженні ціни блага Y з 40 до 30 грн.

* Розв'язок

Умови рівноваги споживача

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}.$$

Знайдемо MU_x та MU_y .

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial(xy)}{\partial x} = y, \quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial(xy)}{\partial y} = x.$$

Тоді умова рівноваги у нашому випадку буде виглядати так

$$\frac{y}{25} = \frac{x}{40} \rightarrow x = \frac{40}{25}y.$$

Це перше рівняння. Друге рівняння — це рівняння бюджетного обмеження

$$I = P_x x + P_y y \quad \text{або} \quad 25 \frac{40}{25} y + 40y = 600.$$

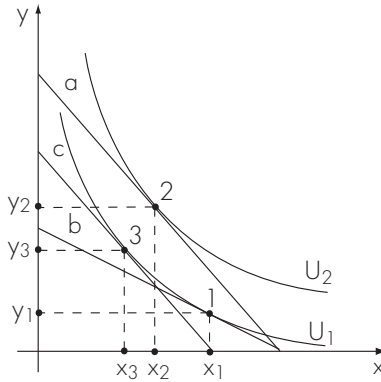


Рис. 2.1.

Таким чином, маємо систему двох рівнянь з двома невідомими. Розв'яжемо її

$$\begin{cases} x = 40/25y \\ 25x + 40y = 600 \end{cases} \rightarrow 25 \frac{40}{25} y + 40y = 600 \rightarrow 80y = 600,$$

$$y = y_e = 7,5, \quad x_e = 40/25 \cdot 7,5 = 12.$$

Якщо ціна блага Y знизиться до 30 грн., то споживач зменшить споживання блага X і збільшить споживання блага Y (див. рис. 2.1). Збільшення добробуту споживача обрахуємо так

$$U_2 - U_1 = \Delta U. \quad U_1 = x_1 \cdot y_1 = 12 \cdot 7,5 = 90.$$

Щоб знайти U_2 треба знайти набір благ x_2, y_2 . Знайдемо цей набір так само як і набір x_1, y_1 .

$$\begin{cases} x = 30/25y \\ 25x + 30y = 600 \end{cases} \rightarrow 25 \frac{30}{25} y + 30y = 600 \rightarrow 60y = 600.$$

$$y = y_2 = 10, \quad x_2 = 30/25 \cdot 10 = 12. \quad \text{Тоді}$$

$$U_2 = x_2 y_2 = 12 \cdot 10 = 120, \quad \text{а} \quad \Delta U = U_2 - U_1 = 120 - 90 = 30.$$

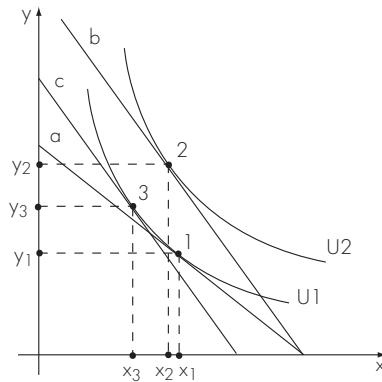


Рис. 2.2.

Щоб знайти ефекти доходу та заміни, треба знайти набір благ x_3, y_3 . Набір 3 знаходиться на кривій U_1 , тоді $x_3 \cdot y_3 = 90$, а також кутові коефіцієнти кривої байдужості та бюджетної лінії однакові

$$\frac{dy}{dx} = \frac{25}{30}.$$

Тож маємо систему двох рівнянь

$$\begin{cases} x_3 \cdot y_3 = 90 \\ 90/x^2 = 5/6 \end{cases} \rightarrow x = x_3 = 10,39, \quad y = y_3 = 90/10,39 = 8,66.$$

Ефект заміщення по благу X буде $x_3 - x_1 = 10,39 - 12 = -1,61$.

Ефект доходу по благу X буде $x_2 - x_3 = 12 - 10,39 = 1,61$.

Ефект заміщення по благу Y буде $y_3 - y_1 = 8,66 - 7,5 = 1,16$.

Ефект доходу по благу Y буде $y_2 - y_3 = 10 - 8,66 = 1,34$.

Знайдемо розмір податку на дохід споживача, щоб він мав рівень добробуту такий, який був під час зниження ціни товару Y з 40 до 30 грн. Розрахуємо вартість набору x_3, y_3

$$P_x x_3 + P_y y_3 = 25 \cdot 10,39 + 30 \cdot 8,66 = 519,55.$$

Тоді з доходу споживача в 600 грн. необхідно взяти податок розміром

$$T = 600 - 519,55 = 79,45.$$

Для того щоб знайти розмір субсидії треба знайти набір x_4 , y_4 , який дозволяє мати рівень корисності U_2 . Цій умові відповідає рівняння

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow \frac{\partial(120x^{-1})}{\partial x} = -\frac{25}{40} \rightarrow \frac{120}{x^2} = \frac{5}{8} \rightarrow x = x_4 = 13,856,$$

$$x_4 \cdot y_4 = 120 \rightarrow 13,856 \cdot y_4 = 120 \rightarrow y_4 = 120/13,856 = 8,65.$$

Щоб мати такий набір споживач повинен мати бюджет

$$I = P_x x_4 + P_y y_4 = 25 \cdot 13,865 + 40 \cdot 8,655 = 692,825.$$

Але споживач має бюджет в 600 грн. Тож його треба субсидувати на 92,825 грн. (692,825 – 600).

▷ Приклад 2.4

Функція корисності споживача має вигляд $U = xy + 4y + 5x + 20$, бюджет 64 грн., $P_x = 1$, $P_y = 1,5$. Запишіть рівняння кривої байдужості за умови, що споживач знаходиться в стані рівноваги. Розрахуйте коефіцієнт перехресної еластичності попиту блага Y за умов рівноваги споживача. Розрахуйте перехресну еластичність попиту на благо X після досягнення нової рівноваги, якщо $P_x = 2$ грн. Знайдіть різницю між компенсаційною та еквівалентною зміною доходу.

* Розв'язок

Рівновага можлива за умови

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \\ I = P_x x + P_y y \end{cases}$$

Знайдемо граничні показники

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial(xy + 4y + 5x + 20)}{\partial x} = y + 5,$$

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial(xy + 4y + 5x + 20)}{\partial y} = x + 4.$$

Маємо систему двох рівнянь з двома невідомими

$$\begin{cases} \frac{y+5}{1} = \frac{x+4}{1,5} \\ x+1,5y = 64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1,5(y+5) - 4 = x \\ x+1,5y = 64 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow 1,5y + 3,5 + 1,5y = 64 \rightarrow 3y = 64 - 3,5, \\ y = 60,5/3 = 20,167, \quad x = 64 - 1,5 \cdot 20,167 = 33,75.$$

Тоді крива байдужості матиме такий вигляд:

$$xy + 4y + 5x + 20 = 950,054.$$

Знайдемо перехресну еластичність товару Y за ціною товару X

$$\begin{cases} \frac{y+5}{P_x} = \frac{x+4}{P_4} \\ P_x + P_y = 64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_y(y+5) = P_x(x+4) \\ P_x + P_y = 64 \end{cases} \rightarrow \\ \begin{cases} P_y y + 5P_y = P_x x + 4P_x \\ P_x x + P_y y = 64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P_y y - P_x x = 4P_x - 5P_y \\ P_y y + P_x x = 64. \end{cases}$$

Додамо перше рівняння до другого і отримаємо

$$2P_y y = (4P_x - 5P_y) + 64 \rightarrow \\ \rightarrow y = \frac{4P_x - 5P_y + 64}{2P_y} = \frac{2P_x}{P_y} - \frac{5}{2} + \frac{32}{P_y} = \frac{2P_x + 32}{P_y} - \frac{5}{2},$$

$$\epsilon_{P_x}^{Q_y} = \left[\frac{\partial y}{\partial P_x} \right] \cdot \frac{P_x}{y} = \frac{2P_x}{\frac{P_y(4P_x - 5P_y + 64)}{2P_y}} = \frac{4P_x}{4P_x - 5P_y + 64} = \\ = \frac{4}{4 - 5 \cdot 1,5 + 64} = \frac{4}{4 - 7,5 + 64} = \frac{4}{60,5} = 0,066.$$

Якщо ціна товару Y збільшилась до $P_y = 2$, то нова рівновага буде такою

$$\begin{cases} \frac{y+5}{1} = \frac{x+4}{2} \\ x+2y = 64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y+10 = x+4 \\ x+2y = 64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y-x = -6 \\ 2y+x = 64 \end{cases}$$

$$-x - x = -6 - 64 \rightarrow -2x = -70 \rightarrow x_2 = 70/2 = 35,$$

$$35 + 2y = 64 \rightarrow 2y = 64 - 35 \rightarrow y_2 = 29/2 = 14,5.$$

Для розрахунку перехресної еластичності блага X за ціною блага Y , знайдемо функцію попиту блага X . Віднімемо з першого рівняння друге і отримаємо

$$-P_x x - P_x x = 4P_x - 5P_y - 64 \rightarrow -2P_x x = 4P_x - 5P_y - 64 \rightarrow$$

$$x = \frac{4P_x - 5P_y - 64}{-2P_x} = \frac{-2P_x}{P_x} + \frac{5P_y}{2P_x} + \frac{32}{P_x}.$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{P_y}^{Q_x} &= \left[\frac{\partial x}{\partial P_y} \right] \cdot \frac{P_y}{x} = \frac{5P_y}{2P_x(4P_x - 5P_y - 64)} = \frac{-5P_y}{4P_x - 5P_y - 64} \\ &= \frac{-5 \cdot 2}{4 - 5 \cdot 2 - 64} = \frac{-10}{-70} = \frac{1}{7} = 0,143. \end{aligned}$$

Знайдемо еквівалентну зміну доходу споживача. Для цього спочатку знайдемо рівень корисності кривої U_2

$$U_2 = (x_2 + 4)(y_2 + 5) = (35 + 4)(14,5 + 5) = 39 \cdot 19,5 = 760,5.$$

Знайдемо набір благ x_3, y_3 , що дозволить отримати рівень корисності в 760,5 од. при початкових цінах (точка 3). В цій точці виконується умова

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{P_{x_1}}{P_{y_1}}.$$

Залишимо функцію корисності так

$$(x_2 + 4)(y_2 + 5) = 760,5 \rightarrow y_2 + 5 = \frac{760,5}{x_2 + 4} \rightarrow y_2 = \frac{760,5}{x_2 + 4} - 5.$$

Візьмемо похідну цієї функції згідно умови рівноваги в точці 3

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial(760,5(x_2 + 4)^{-1})}{\partial x} = \frac{-760,5}{(x_2 + 4)^2},$$

тоді

$$\frac{-760,5}{(x_2 + 4)^2} = \frac{-1}{1,5} \rightarrow (x_2 + 4)^2 = 760,5 \cdot 1,5 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_2 = \sqrt{760,5 \cdot 1,5} - 4 = 29,775, \quad y_2 = \frac{760,5}{33,775} - 5 = 17,517.$$

Такий набір споживач може придбати, якщо має бюджет

$$P_x x_2 + P_y y_2 = 29,775 + 1,5 \cdot 17,517 = 56,05 \text{ грн.}$$

Тоді різниця в 7,95 грн. (64 - 56,05) і буде еквівалентною зміною доходу.

Щоб знайти комплексну зміну доходу, нам потрібно знайти такий набір товарів x_4 , y_4 , який дозволив би мати попередній рівень користності при новій ціні товару Y . Це можливо якщо

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-P_x}{P_{y_2}} = -\frac{1}{2}.$$

Візьмо похідну

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d[950,054(x_4 + 4)^{-1}]}{dx} = \frac{-950,054}{(x_4 + 4)^2},$$

тоді

$$\frac{-950,054}{(x_4 + 4)^2} = -\frac{1}{2} \rightarrow 2 \cdot 950,054 = (x_4 + 4)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_4 + 4 = \sqrt{2 \cdot 950,054} \rightarrow x_4 = \sqrt{2 \cdot 950,054} - 4 \rightarrow x_4 = 39,59,$$

$$y_4 = \frac{950,054}{x_4 + 4} - 5 = \frac{950,054}{39,59} - 5 = 16,795.$$

Цей набір споживач може придбати якщо має бюджет

$$39,59 + 2 \cdot 16,795 = 73,18 \text{ грн.}$$

Тоді різниця в 9,18 грн. (73,18 - 64) є компенсаційна зміна доходу. Різниця між компенсаційною та еквівалентною зміною доходу становить 1,23 грн. (9,18 - 7,95).

2.2 Задачі до самостійного розв'язання

▷ Завдання 2.1

Щодня учень обідає в школі. Він любить тільки пірижки (x) та колу (y) і це відображає його функція корисності $U(x, y) = \sqrt{xy}$. Визначте оптимальний набір благ x , y , за яких учень максимізує свою корисність, якщо пірижок коштує 1 грн., а пляшка коли коштує 2,5 грн. Бюджет учня дорівнює 10 грн. Визначте також корисність даного набору.

▷ Завдання 2.2

Функція корисності визначається рівнянням $U = x^{0,5}y^{0,5}$. Можливості споживача обмежуються в такий спосіб $10y + 6x = 120$. Визначте кількість блага x та y , що відповідає оптимуму споживача.

▷ Завдання 2.3

Функція корисності споживача має вигляд $U = x^{1/3}y^{1/3}$. Його тижневий дохід становить 240 грн. $P_x = 40$ грн., $P_y = 20$ грн. Визначте кількість благ X та Y , що відповідає оптимуму споживача, використовуючи монотонне перетворення функції корисності і не користуючись функцією Лагранжа.

▷ Завдання 2.4

На новорічному вечорі пан Вадим насолоджується сосисками (x) і пірижками (y). Його функція корисності $U(x, y) = 20x - x^2 + 18y - 3y^2$. (а) Скільки сосисок та пірижків він споживає за вечір? Яка корисність набору? (б) Лікарі порадили панові Вадиму обмежити кількість сосисок та пірижків у сумі до 5. Скільки пірижків споживатиме він за цих умов? Яка корисність набору за нових умов?

▷ Завдання 2.5

Робінзон споживає рибу (f) і кокоси (c). Припустимо, що протягом певного періоду він вирішив працювати 200 годин і йому бай-дуже, як витратити цей час: ловити рибу чи збирати кокоси. Виробництво Робінзоном риби задається функцією $f = t_f^{0,5}$, а кокосів як: $c = t_c^{0,5}$, де t_f і t_c — кількість годин, витрачених на риболовлю і збирання кокосів. Корисність Робінзона для риби й кокосів така

$U(f, c) = f c^{0,5}$. (а) Якщо Робінзон не може торгувати з іншим світом, як він буде розподіляти свою працю? Які будуть оптимальні рівні виробництва f й c ? Яка буде його корисність? Яка буде MRS риби для кокосів? Яка корисність споживчого набору? (б) Припустимо тепер, що торгівля відкрита і Робінзон може торгувати рибою і кокосами за ціновим співвідношенням $P_f/P_c = 2$. Якщо Робінзон продовжує виробляти f і c у кількості, які визначені в частині (а), який буде його споживчий набір в умовах відкритої торгівлі? Який буде новий рівень корисності?

▷ **Завдання 2.6**

Ціна курчати — 10 грн. за кг, ціна яловичини — 30 грн. за кг. Для будь-якого даного набору гранична норма заміщення яловичини курчатами у споживача А вище, ніж у В. Припускаючи, що жоден зі споживачів не перебуває в стані кутової рівноваги. (а) Намалюйте криві байдужності для А і В. Кожен має бюджет в 300 грн., що витрачає цілком на яловичину й курчат. (б) Доведіть, що гранична норма заміщення яловичини на курчат у рівновазі буде однаковою для обох споживачів.

▷ **Завдання 2.7**

Припустимо, що гранична корисність від споживання сорочок і черевиків однаковий. Ціна сорочки — 5 одиниць, а пари черевиків — 10 одиниць. (а) Чи досягаєте ви рівноваги при споживанні цих двох товарів? Поясніть відповідь. Намалюйте криву байдужності для цих двох товарів. (б) Покажіть, чому наведені дані про граничну корисність і ціну відповідають дотику вашої бюджетної лінії до кривої байдужності. (в) Як ви повинні змінити споживання цих товарів, щоб досягти рівноваги?

▷ **Завдання 2.8**

Споживач максимізував корисність споживання продуктів А і В. Ціна В — 10 грн. Яка ціна А, якщо гранична корисність А у два рази менше, ніж В.

▷ **Завдання 2.9**

Дохід споживача становить 200 грн. на тиждень. Він купує яловичину по 5 грн. за кг. і сорочки по 20 грн. за шт. (а) Намалюйте

бюджетне обмеження споживача. (б) Як змінилося б бюджетне обмеження споживача, якщо б ціна яловичини знизилась до 1 грн. за кг., ціна сорочок — до 4 грн. за шт., а дохід споживача — до 40 грн. на тиждень?

▷ **Завдання 2.10**

Нехай у споживача є наступна функція корисності набору з риби й м'яса $U = 6f + 10m$, де f — кількість кг риби на місяць, а m — кількість кг м'яса на місяць. Розрахуйте граничну норму заміщення м'яса рибою.

▷ **Завдання 2.11**

Функція корисності споживача має вигляд $U(x, y) = x^{0,5}y^{0,5}$, його щорічний дохід дорівнює 900 грн. $P_x = 40$ грн., а $P_y = 20$ грн. Знайдіть оптимальний набір споживача, використовуючи метод Лагранжа, і монотонне перетворення функції корисності?

▷ **Завдання 2.12**

Пенсіонерка завжди п'є чай з молоком в одній і тій же пропорції — доливаючи склянку на одну п'яту частину молоком. 1 л чаю коштує їй 2 грн, а 1 л молока — 4 грн. Визначте оптимальну кількість молока, якщо щомісяця пенсіонерка витрачає на чай і молоко 72 грн.

▷ **Завдання 2.13**

Пані щотижня грає в гольф (g) і теніс (t), і її задоволення виражається функцією корисності $U(g, t) = g^{0,5}t^{0,5}$. (а) Якщо вона має 24 дол. у тиждень на ці 2 види відпочинку і ціна одного раунду гольфа, така ж як і одного сету тенісу, і дорівнює 4 дол., скільки пані витратить на гольф, щоб максимізувати корисність? Скільки пані витратить на теніс, щоб максимізувати корисність? (б) Пані має обмежену кількість часу — 16 годин на тиждень на спортивні заняття. Якщо раунд гольфа триває 4 години, а сет тенісу 2 години, скільки часу пані витратить на заняття гольфом за нових умов? Скільки часу пані витратить на заняття тенісом за нових умов?

▷ **Завдання 2.14**

Функція корисності пана Павла стосовно пива (x) і безалкогольних напоїв (y) має вигляд: $U(x, y) = y + \ln(x)$. Нехай пан Павло

витрачає 30 грн. за тиждень на пиво і безалкогольні напої, при цьому ціна банки пива дорівнює 5 грн., а ціна пляшки безалкогольного напою — 10 грн. (а) Скільки банок пива купить пан Павло? Скільки пляшок безалкогольних напоїв купить пан Павло? (б) Нехай пан Павло став витрачати на ці товари 40 грн. за тиждень. Скільки при тих же цінах він купить цих товарів?

▷ **Завдання 2.15**

Споживач із функцією корисності $U(x, y) = xy$, має прибуток 100 грн. Ціна товару X дорівнює 5 грн., ціна товару Y — 1 грн. Раптово ціна товару X знизилась до 2 грн. Визначте ефекти доходу і заміни за Гіксом і за Слуцьким.

▷ **Завдання 2.16**

Місячний попит споживача на чіпси описаний функцією $Q_d = 0,01I - 2P$, де Q_d — кількість пачок чіпс, I — місячний дохід (грн.), P — ціна пачки чіпс (грн.). Нехай $P = 20$ грн., $I = 8000$ грн. (а) На скільки скоротиться величина попиту споживача на чіпси, якщо ціна однієї пачки зросте до 30 грн.? (б) Як величина попиту зміниться за рахунок ефекту заміни і доходу (за Слуцьким)?

▷ **Завдання 2.17**

Безробітний отримує допомогу в розмірі 200 грн. на місяць і не має інших доходів. Його попит на білий хліб описаний функцією $q_d = I \cdot 10P^{-1}$, на картоплю функцією $q_d = 40000000P \cdot I^{-3}$, а на вівсяну крупу — функцією $q_d = 4000P \cdot (PI)^{-1}$, де q_d — кількість відповідного товару (кг), I — щомісячний дохід (грн), P — ціна 1 кг відповідного товару (грн); ціна 1 кг хліба, вівсяної крупи й картоплі однакова й дорівнює 4 грн. (а) Як зміниться величина попиту безробітного на хліб, якщо ціна 1 кг хліба знизиться вдвічі? Як величина попиту зміниться за рахунок ефекту заміни й доходу (за Слуцьким)? (б) Як зміниться величина попиту безробітного на вівсяну крупу, якщо ціна 1 кг вівсяної крупи знизиться вдвічі? Як величина попиту вівсяної крупи зміниться за рахунок ефекту заміни і ефекту доходу (за Слуцьким)? (в) Як зміниться величина попиту безробітного на картоплю, якщо ціна 1 кг картоплі знизиться на 25%? Як величина попиту картоплі зміниться за рахунок ефекту заміни й доходу (за Слуцьким)?

▷ Завдання 2.18

Споживач має функцію корисності $U(x, y) = \sqrt{x} + y$. Його дохід складає 1000 грн. на місяць, ціна 1 од. товару X дорівнює 5 грн, ціна 1 од. товару Y дорівнює 20 грн. (а) Як зміниться величина попиту по товар X, якщо його ціна зросте до 10 грн. за од.? Як вона зміниться за рахунок ефекту доходу? Як вона зміниться за рахунок ефекту заміни? (б) Як вона зміниться за рахунок перехресного ефекту доходу (за Слуцьким)? Як вона зміниться за рахунок перехресного ефекту заміни (за Слуцьким)? Як вона зміниться за рахунок перехресного ефекту доходу (за Гіксом)? Як вона зміниться за рахунок перехресного ефекту заміни (за Гіксом)?

▷ Завдання 2.19

Споживач щомісяця виділяє зі свого бюджету 100 грн. на купівлю пива і сигарет. Пляшка пива стабільно коштує 2 грн. Коли пачка сигарет коштувала 1 грн., споживач палив 40 пачок на місяць. Після здорожчання сигарет на 0,25 грн. за пачку споживач зкоротив їхнє споживання до 32 пачок на місяць. Через пару місяців після цього споживачеві збільшили зарплату, і він став виділяти на придбання пива й сигарет 110 грн. на місяць. У результаті чого його місячне споживання сигарет зросло до 36 пачок. (а) На яку величину змінилося щомісячне споживання сигарет у результаті ефекту заміщення від підвищення цін на сигарети (за Слуцьким)? (б) На яку величину змінилося щомісячне споживання пива в результаті ефекту заміщення від підвищення цін на сигарети (за Слуцьким)?

▷ Завдання 2.20

Студент щомісяця одержує від батьків 100 грн. на кишенькові витрати. Ці гроші він витрачає на сигарети (x) і інші потреби (y грн.). Його функція корисності $U(x, y) = x^{0,5} y^{0,5}$. З 1 квітня ціни на сигарети виросли з 1 до 2 грн. за пачку. (а) На яку суму додатково повинні розщедритися батьки, щоб добробут сина не впав? (б) Як зміниться споживання сигарет із квітня місяця, якщо студент одержить від батьків збільшення відповідно до першого питання?

ЗАНЯТТЯ 3

ТЕОРІЯ ВИРОБНИЦТВА

3.1 Приклади розв'язування задач

▷ Приклад 3.1

Гранична норма технічного заміщення працею капітала дорівнює 0,5 (див. рис. 3.1). На скільки необхідно зменшити використання праці для того, щоб забезпечити попередній обсяг виробництва, якщо обсяг капіталу зросте на 4 одиниці.

* Розв'язок

$$MRTS_{K,L} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{1}{2} \rightarrow$$
$$\Delta L = -2\Delta K = -2 \cdot 4 = -8.$$

▷ Приклад 3.2

Нехай технологія виробництва представлена виробничою функцією $Q = \sqrt{K \cdot L}$. Витрати фірми 36 грн за $P_L = 4$ грн і ставці $P_K = 6$ грн. Визначте оптимальний обсяг випуску.

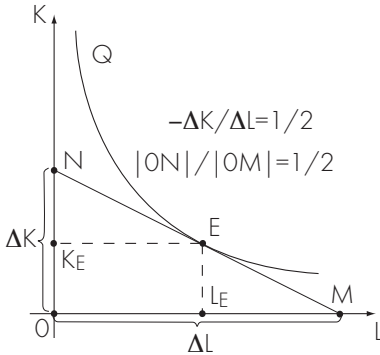


Рис. 3.1.

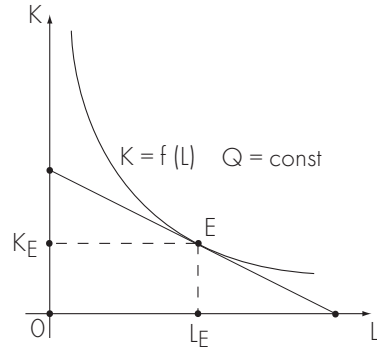


Рис. 3.2.

* Розв'язок

Щоб знайти оптимальний обсяг виробництва, нам спочатку необхідно знайти оптимальне співвідношення факторів виробництва (K_E, L_E див. рис. 3.2). Для цього скористуємося методом Лагранжа. Запишемо Лагранжіан

$$La = \sqrt{K \cdot L} - \lambda(P_L L + P_K K - TC).$$

Підставимо значення $P_L = 4, P_K = 6$, тоді

$$La = \sqrt{K \cdot L} - \lambda(4L + 6K - 36).$$

Візьмемо похідні по K, L, λ і прирівняємо їх до 0. Отримаємо систему трьох рівнянь.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial La}{\partial L} = \frac{K^{0,5}}{2L^{0,5}} - 4\lambda = 0 \\ \frac{\partial La}{\partial K} = \frac{L^{0,5}}{2K^{0,5}} - 6\lambda = 0 \\ \frac{\partial La}{\partial \lambda} = -4L - 6K + 36 = 0 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} - 4\lambda = 0 \\ \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}} - 6\lambda = 0 \\ 4L + 6K = 36 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{K}}{8\sqrt{L}} = \lambda \\ \frac{\sqrt{L}}{12\sqrt{K}} = \lambda \\ 4L + 6K = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{K}}{8\sqrt{L}} = \frac{\sqrt{L}}{12\sqrt{K}} \\ 4L + 6K = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L = \frac{3}{2}K \\ 4L + 6K = 36 \end{cases}$$

$$4 \cdot \frac{3}{2}K + 6K = 36 \rightarrow 6K + 6K = 36 \rightarrow 12K = 36 \rightarrow K = \frac{36}{12} = 3.$$

$$L = \frac{3}{2}K = \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Тоді оптимальний обсяг випуску буде

$$Q = \sqrt{L \cdot K} = \sqrt{3 \cdot 4,5} = 3,67.$$

► Приклад 3.3

Технологія виробництва представлена функцією $Q = L^{0,5}K$. Фірма використовує 40 од. капіталу, ціна праці $P_L = 5$, $P_{\text{вун}} = 1$. Скільки праці фірма повинна використовувати, якщо вона хоче мати максимум прибутку.

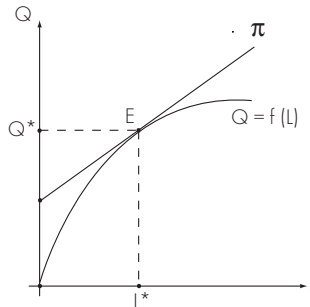


Рис. 3.3.

* **Розв'язок**

Шукаємо комбінацію Q^* і L^* , яка характеризується точкою Е (див. рис. 3.3). З рисунку ми бачимо, що в точці Е кутові показники виробничої функції та ізопрофіти рівні. Запишемо це так

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{P_L}{P_{\text{вип}}}.$$

Тоді

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial(L^{0,5}K)}{\partial L} = \frac{K}{2\sqrt{L}}.$$

Тоді

$$\frac{K}{2\sqrt{L}} = \frac{P_L}{P_{\text{вип}}} \rightarrow L^* = \sqrt{\frac{K \cdot P_{\text{вип}}}{2P_L}} = \sqrt{\frac{40 \cdot 1}{2 \cdot 5}} = \sqrt{4} = 2,$$

$$Q^* = 2^{0,5} \cdot 40 = 56,57.$$

▷ **Приклад 3.4**

Виробнича функція має вигляд $Q = KL - 0,8K^2 - 0,2L^2$. Кількість одиниць капіталу — 10. (а) За якої кількості праці середня продуктивність досягає максимуму? Скільки продукції буде вироблено за такої кількості праці? (б) За якої кількості праці граничний продукт праці дорівнює нулю? (в) Якщо кількість одиниць капіталу зросте до 20, то якими тоді будуть відповіді на попередні запитання?

* **Розв'язок**

(а) Середню продуктивність праці знайдемо так

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{KL - 0,8K^2 - 0,2L^2}{L} = K - \frac{0,8K^2}{L} - 0,2L.$$

Ця функція досягає максимуму в точці 1 (рис. 3.4) Дотична до кривої AP_L у цій точці має нульовий кут нахилу. Це означає, що похідна в цій точці дорівнює нулю.

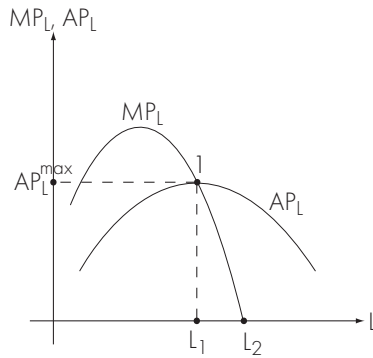


Рис. 3.4.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(AP_L)}{\partial L} = 0 &\rightarrow \frac{\partial(K - \frac{0,8K^2}{L} - 0,2L)}{\partial L} = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{0,8K^2}{L^2} - 0,2 = 0 \rightarrow 0,8K^2 = 0,2L^2 \rightarrow 2K = L. \end{aligned}$$

Оскільки $L = 2K$, тоді матимемо

$$AP_L = K - \frac{0,8K^2}{2K} - 0,2 \cdot 2K = K - 0,8K = 0,2K$$

Підставимо значення K в формулу AP_L і отримаємо

$$AP_L = 0,2K = 0,2 \cdot 10 = 2.$$

Тоді $L = L_1 = 2K = 2 \cdot 10 = 20$.

Отже, за $K = 10$, $L = 20$, буде вироблено

$$Q = KL - 0,8k^2 - 0,2L^2 = 10 \cdot 20 - 0,8 \cdot 100 - 0,2 \cdot 400 = 40.$$

(б) Граничний продукт праці дорівнює

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial(KL - 0,8K^2 - 0,2L^2)}{\partial L} = K - 0,4L.$$

Прирівняємо цей вираз до нуля

$$K - 0,4L = 0, \quad \text{тоді} \quad L = L_2 = \frac{K}{0,4} = \frac{10}{0,4} = 25.$$

(в) Якщо K буде дорівнювати 20 одиницям, то

$$L = 2K = 2 \cdot 20 = 40 \Big|_{AP_L = \max},$$

$$Q = KL - 0,8K^2 - 0,2L^2 = 20 \cdot 40 - 0,8 \cdot 400 - 0,2 \cdot 1600 = 160,$$

$$L_2 = \frac{K}{0,4} = \frac{20}{0,4} = 50 \Big|_{MP_L = 0}.$$

Таким чином, зі збільшенням капіталу у два рази показники зростуть у два рази.

▷ Приклад 3.5

Функція загальних витрат має вигляд $TC = 30 + 2q + 0,1q^2$. Знайдіть функції $FC(q)$, $VC(q)$, $AC(q)$, $AFC(q)$, $AVC(q)$, $MC(q)$. За якого значення випуску середні витрати досягають мінімуму?

* Розв'язок

Постійні витрати (FC) — це такі витрати, на які обсяг випуску не впливає. Тоді ми можемо стверджувати, що $FC = 30$. Оскільки $TC = FC + VC$, тоді

$$VC = TC - FC = 30 + 2q + 0,1q^2 - 30 = 2q + 0,1q^2.$$

$AFC(q)$, $AVC(q)$, $AC(q)$, $MC(q)$ знайдемо так:

$$AFC = FC/q = 30/q;$$

$$AVC = VC/q = (2q + 0,1q^2)/q = 0,1q + 2;$$

$$AC = TC/q = (30 + 2q + 0,1q^2)/q = 30/q + 2 + 0,1q;$$

$$MC = \frac{dTC}{dq} = \frac{d(30 + 2q + 0,1q^2)}{dq} = 0,2q + 2.$$

Середні витрати досягнуть мінімуму коли $\frac{d(AC)}{dq} = 0$. Візьмемо похідну і дорівняємо її к нулю

$$\frac{d(30/q + 2 + 0,1q)}{dq} = -\frac{30}{q^2} + 0,1 = 0,$$

$$q^2 = 30/0,1 = 300 \rightarrow q = \sqrt{300} = 17,32.$$

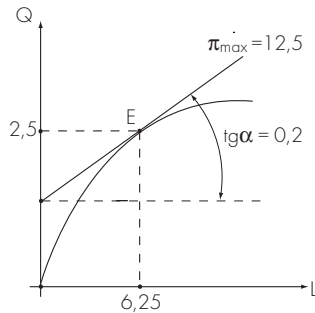


Рис. 3.5.

▷ **Приклад 3.6**

Виробнича функція фірми має вигляд $Q = \sqrt{L}$ (рис. 3.5). $P_L = 2$. Фірма продає продукцію за 10 грн. Виведіть рівняння функції пропозиції фірми та ізопрофіти максимального прибутку.

* **Розв'язок**

З виробничої функції знайдемо L

$$L = Q^2.$$

Загальні витрати можливо записати так

$$TC = P_K K + P_L L.$$

Підставимо в функцію витрат значення L , тоді

$$TC = P_K K + P_L \cdot Q^2.$$

Відомо, що графічно функція пропозиції фірми являє собою частину графіку функції граничних витрат. Знайдемо граничні витрати

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = \frac{d(P_K K + P_L Q^2)}{dQ} = 2P_L Q.$$

Підставивши в отриману функцію значення P_L , маємо

$$P = MC = 2 \cdot 2Q = 4Q \quad \text{або} \quad Q_s = \frac{1}{4}P.$$

Прибуток (π) фірми визначається так

$$\pi = PQ - TC = PQ - P_K K - P_L \cdot 4 = 10Q - P_K K - 2L.$$

Розв'яжемо це рівняння відносно Q

$$Q = \frac{\pi}{10} + \frac{2}{10}L$$

Прибуток буде максимальний, коли

$$MP_L = \frac{P_L}{P}, \quad \text{але} \quad MP_L = \frac{dQ}{dL} = \frac{1}{2\sqrt{L}}.$$

Визначемо L.

$$\frac{P_L}{P} = \frac{2}{10} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{L}} = \frac{2}{10} \rightarrow \sqrt{L} = 2,5 \rightarrow L = 6,25.$$

За випуску 2,5 одиниці продукції фірма отримує прибуток

$$\pi = PQ - P_L L = 10 \cdot 2,5 - 2 \cdot 6,25 = 25 - 12,5 = 12,5.$$

Тоді рівняння ізопрофіту буде мати такий вигляд

$$Q = \frac{12,5}{P} + \frac{P_L}{P}L \rightarrow Q = 1,25 + \frac{1}{5}L.$$

▷ Приклад 3.7

Функція граничних витрат має вигляд $MC = 22 - 8Q + 3Q^2 + 2Q^3$.

Також відомо, що $FC = 55$ грн. Знайдіть функцію загальних витрат і обрахуйте її значення за обсягу випуску в 3 од.

* Розв'язок

Загальні витрати знайдемо так

$$\begin{aligned} TC &= \int_0^3 MC(Q)dQ = \int_0^3 (22 - 8Q + 3Q^2 + 2Q^3)dQ = \\ &= 22Q - 4Q^2 + Q^3 + 0,5Q^4 + FC \Big|_0^3 = \\ &= 22Q - 4Q^2 + Q^3 + 0,5Q^4 + 55 \Big|_0^3 = \\ &= 22 \cdot 3 - 4 \cdot 3^2 + 3^3 + 0,5 \cdot 3^4 + 55 - 55 = 97,5. \end{aligned}$$

▷ **Приклад 3.8**

Виробнича функція має вигляд $Q = \sqrt{KL}$. Бюджет фірми дорівнює 64 грн. $P_L = 4$, грн. $P_K = 8$ грн. В подальшому ціна робочої сили зменшиться до 2 грн. Необхідно знайти оптимальну комбінацію L та K та обсяг випуску в обох випадках. Також обрахуйте ефект заміни та ефект випуску.

* **Розв'язок**

Знаючи, що рівняння бюджету має вигляд $P_L L + P_K K = I$ запишемо Лагранжіан

$$La = \sqrt{LK} - \lambda(P_L L + P_K K - I) = \sqrt{LK} - \lambda(4L + 8K - 64).$$

Знайдемо похідні за L , K , λ і прирівняємо кожен похідну до нуля. Отримаємо систему з трьох рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial La}{\partial L} = \frac{K}{2\sqrt{LK}} - 4\lambda = 0 \\ \frac{\partial La}{\partial K} = \frac{L}{2\sqrt{LK}} - 8\lambda = 0 \\ \frac{\partial La}{\partial \lambda} = -4L - 8K + 64 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} - 4\lambda = 0 & (1) \\ \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}} - 8\lambda = 0 & (2) \\ 4L + 8K = 64 & (3) \end{cases}$$

Домножимо перше рівняння системи на (-2) та віднімемо від нього друге рівняння. Отримаємо

$$\frac{-2\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}} = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{L}} = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}},$$

і складемо систему двох рівнянь з двома невідомими

$$\begin{cases} L = 2K \\ 4L + 8K = 64 \end{cases} \rightarrow 4 \cdot 2K + 8K = 64 \rightarrow K_1 = 64/16 = 4.$$

Тоді

$$L_1 = 2K = 2 \cdot 4 = 8, \quad \text{а} \quad Q = \sqrt{8 \cdot 4} = \sqrt{32} = 5,66.$$

Якщо ціна робочої сили знизиться до 2 грн., то фірма для максимізації свого прибутку повинна перейти до іншої технології (K_2 , L_2).

Знайдемо цю комбінацію, взявши до аналізу останню систему з трьох рівнянь. Змінимо в ній значення ціни робочої сили.

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} - 2\lambda = 0 \\ \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}} - 8\lambda = 0 \\ 2L + 8K = 64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{-2\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} + \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{K}} = 0 \\ 2L + 8K = 64 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} L = 4K \\ 2L + 8K = 64. \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 8K + 8K = 64 \rightarrow 16K = 64 \rightarrow K_2 = 64/16 = 4, L_2 = 4K = 4 \cdot 4 = 16.$$

$$Q_2 = \sqrt{L_2 K_2} = \sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{64} = 8.$$

3.2 Задачі до самостійного розв'язування

▷ Завдання 3.1

Технологія робіт з розвантаження вагонів описується функцією Кобба-Дугласа й характеризується тим, що середній продукт праці завжди вдвічі вище граничного продукту праці, граничний продукт капіталу становить 75% від середнього продукту капіталу. Відомо також, що, використовуючи 16 одиниць праці й 16 одиниць капіталу, можна щодня розвантажувати 64 вагони. Визначте, скільки вагонів можна розвантажувати в день, якщо збільшити в 16 разів кількість праці й кількість капіталу.

▷ Завдання 3.2

Межа виробничих можливостей в економіці, що виробляє бутерброди (c) і молочні коктейлі (m), описується функцією $c + 2m = 600$. Припустимо, що люди полюбляють їсти два бутерброди і випивати один молочний коктейль. Скільки тоді буде зроблено кожного продукту?

▷ Завдання 3.3

В економіці виробляється два види продуктів — роботи (x) і їжа (y). Межа виробничих можливостей описується функцією:

$$x^2 + 2y^2 = 900.$$

Люди завжди воліють споживати ці продукти в сполученні $y = 2x$. Скільки роботів і їжі буде зроблено? Яка гранична норма технічного заміщення?

▷ **Завдання 3.4**

Стас і Дмитро працюють по 10 годин, виробляючи морозиво (m) або курячий суп (s). Функція корисності Стаса $U_c = m^{0,3} s^{0,7}$, тоді як у Дмитра вона має вигляд $U_d = m^{0,5} s^{0,5}$. Їм байдуже, що конкретно виробляти — m або s . Виробничі функції для кожного товару мають вигляд відповідно $m = 2L$, $s = 3L$, де L — це загальна праця, що застосовується при виробництві кожного товару. (а) Яке повинне бути цінове співвідношення (P_m/P_s)? (б) Скільки товарів m і s будуть споживати Стас і Дмитро за існуючого співвідношення цін? (Прийміть зарплату рівною 1). (в) Скільки доцільно витратити робочих годин на виробництво товарів m і s ?

▷ **Завдання 3.5**

Компанія зробила торік 15000 одиниць продукції за ціною 20 дол. за шт. Сума постійних витрат (FC) і прибутку (π) становить 150000 дол. Які середні змінні витрати виробництва (AVC)?

▷ **Завдання 3.6**

Функція загальних витрат TC для фірми має вигляд $TC = 200 - 30q + 5q^2$. Який обсяг виробництва відповідає мінімальному значенню середніх витрат AC ?

▷ **Завдання 3.7**

Технологія розвантаження вагонів описана виробничою функцією $Q = 10K^{0,2} L^{0,5}$, де Q — кількість вагонів, що розвантажують за тиждень; K — кількість застосовуваного устаткування і L — кількість працівників. Тижнева заробітна плата працівника становить 1 тис. грн., тижнева оренда однієї одиниці устаткування — 4 тис. грн. (а) Яку кількість працівників слід найняти і яку кількість устаткування орендувати, щоб розвантажити 160 вагонів за тиждень? (б) Відомо, що витрати фірми на розвантаження вагонів склали за тиждень 320 тис. грн. Визначте, яку кількість вагонів має розвантажити фірма, яка мінімізує витрати. (в) Припустимо, що оренда устаткування стала вдвічі дешевше. Скільки працівників і устаткування

повинна використати тепер фірма, щоб розвантажити 160 вагонів за тиждень?

▷ **Завдання 3.8**

Фірма випускає новий слабоалкогольний напій. До складу напою входять: мінеральна вода (80%) і вино (20%). Фірма закуповує мінеральну воду по 4 грн. за л., вино — по 100 грн. за л. Припустимо, що фірма не використовує інших ресурсів, крім названих компонентів. (а) Визначте розміри випуску й витрати фірми під час використання 500 л. вина і 1000 л води в день. (б) Реорганізація виробництва дозволила мінімізувати витрати за колишнього обсягу випуску. Якими стали тепер загальні, середні та граничні витрати?

▷ **Завдання 3.9**

Припустимо, що попит на працю представлений як $L_d = -50w + 450$, а пропозиція праці така $L_s = 100w$, де L — число зайнятих людей, а w — фактична заробітна плата за 1 годину. (а) Які будуть рівноважні значення w і L на цьому ринку? (б) Припустимо, що уряд бажає підвищити рівноважну заробітну плату до 4 дол. за годину, пропонуючи субсидію роботодавцям за кожного найманого працівника. Якою повинна бути ця субсидія? Який буде новий рівноважний рівень зайнятості? Яка буде загальна величина субсидій? (в) Тепер припустимо, що уряд оголосив мінімальну заробітну плату 4 дол. за годину. Скільки праці буде потрібно за цією ціною? Яке буде безробіття?

ЗАНЯТТЯ 4

РИНОК ДОСКОНАЛОЇ КОНКУРЕНЦІЇ

4.1 Приклади розв'язування задач

▷ Приклад 4.1

Фірма знаходиться в умовах досконалої конкуренції, функція загальних витрат має вигляд $TC = 0,1q^2 + 15q + 10$. Який обсяг продукції буде виробляти фірма, якщо ціна продукції 25 грн? Який при цьому прибуток буде мати фірма.

* Розв'язок

Умовою максимізації прибутку є рівність граничних витрат і граничного виторгу ($MC = MR$). Оскільки для досконало конкурентної фірми $MR = P$, то маємо: $MC = P$ (рис.4.1)

$$MC = \frac{d(TC)}{dq} = \frac{d(0,1q^2 + 15q + 10)}{dq} = 0,2q + 15.$$

Тоді

$$0,2q + 15 = 25 \rightarrow 0,2q = 10 \rightarrow q = 10/0,2 = 50.$$

Прибуток фірми (загальний виторг мінус загальні витрати)

$$\begin{aligned}\pi &= TR - TC = Pq - (0,1q^2 + 15q + 10) = Pq - 0,1q^2 - 15q - 10 = \\ &= 25 \cdot 50 - 0,1 \cdot 50^2 - 15 \cdot 50 - 10 = 1250 - 250 - 750 - 10 = 240.\end{aligned}$$

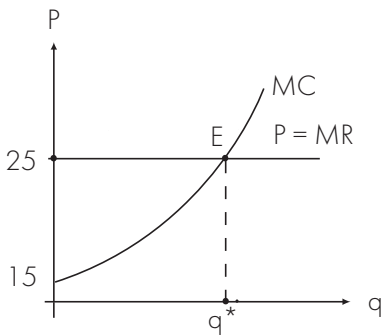


Рис. 4.1.

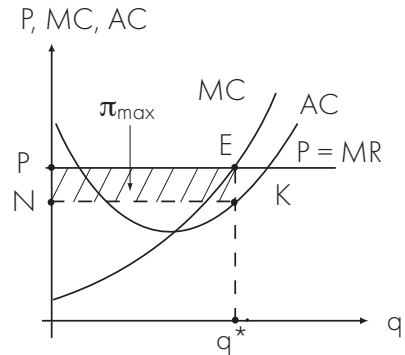


Рис. 4.2.

▷ Приклад 4.2

Функція загальних витрат має вигляд $TC = 6q + 2q^2$. Який прибуток отримає фірма, якщо вона продає продукцію за ціною 36 грн.

* Розв'язок

Умова максимізації прибутку досконало конкурентної фірми $MC = P$. Визначемо MC

$$\begin{aligned}MC &= \frac{d(TC)}{dq} = \frac{d(6q + 2q^2)}{dq} = 4q + 6, \\ 4q + 6 &= 36 \rightarrow 4q = 30 \rightarrow q^* = 30/4 = 7,5.\end{aligned}$$

Прибуток можна визначити двома способами:

Перший спосіб.

$$\pi = TR - TC = Pq - (6q + 2q^2) = Pq - 6q - 2q^2 = 36 \cdot 7,5 - 2 \cdot 7,5^2 = 112,5.$$

Другий спосіб.

Із рисунка 4.2 видно що прибуток дорівнює площі чотирикутника РЕКН. Щоб обрахувати цю площу треба відрізок $|EK|$ помножити, на відрізок $|NK|$, який дорівнює q^* . В свою чергу відрізок $|EK| = (P - |K \cdot q^*|)$, де $|K \cdot q^*| = AC$ а $AC = TC/q$. Тоді

$$\begin{aligned} \pi &= (P - AC)q^* = \left(P - \frac{TC}{q}\right)q^* = \\ &= \left(P - \frac{6q - 2q^2}{q}\right)q^* = (P - 6 - 2q)q = Pq - 6q - 2q^2. \end{aligned}$$

Тобто ми отримали вираз як і при першому способі роз'язання задачі.

▷ Приклад 4.3

Виробнича функція має вигляд $q = 10\sqrt{x}$, де x — кількість продукції, $P_x = 1$. Знайдіть, скільки продукції вироблятиме фірма і який буде в неї прибуток, якщо ціна одиниці продукції становитиме 2 грн.

*** Розв'язок**

Виразимо x через q

$$x = \frac{q^2}{100}.$$

Функція загальних витрат

$$TC = P_x \cdot x = P_x \frac{q^2}{100} = \frac{q^2}{100}.$$

Умова максимізації прибутку $MC = P$. Граничні витрати знайдемо так

$$MC = \frac{d(TC)}{dq} = \frac{d\left(\frac{q^2}{100}\right)}{dq} = \frac{2q}{100} = \frac{q}{50}. \text{ Тоді } \frac{q}{50} = 2 \rightarrow q = 2 \cdot 50 = 100.$$

Якщо фірма випустить 100 од. продукції вона отримає прибуток

$$\pi = TR - TC = Pq - \frac{q^2}{100} = 1 \cdot 100 - \frac{100^2}{100} = 0.$$

▷ Приклад 4.4

На ринку досконалої конкуренції діють 10 фірм. Функція загальних витрат для них однакова $TC = q^2 - 10q - 35$. Ринковий попит задається функцією $Q^d = 110 - P$. Знайдіть рівноважну ціну та обсяг виробництва однієї фірми.

* Розв'язок

Функцією пропозиції фірми є та частина функції граничних витрат для якої виконується умова $MC(q) > AVC(q)$.

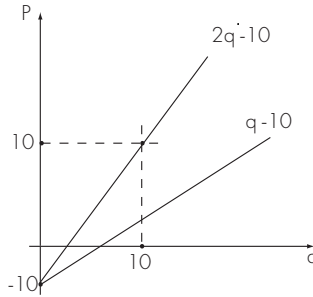


Рис. 4.3.

$$MC = \frac{d(TC)}{dq} = \frac{d(q^2 - 10q - 35)}{dq} = 2q - 10.$$

Так як

$$AVC = \frac{VC}{q} = \frac{q^2 - 10q}{q} = q - 10,$$

то функція граничних витрат приймає більші значення ніж функція середніх змінних витрат за $q > 0$ (рис. 4.3). Отже функція MC і буде кривою пропозиції при $q \geq 5$. Запишемо цю функцію так

$$P = 2q^s - 10, \quad \text{або} \quad q^s = 5 + 0,5P.$$

Так як на ринку діє 10 фірм, то функція ринкової пропозиції буде

$$Q^s = 10(5 + 0,5P) = 50 + 5P.$$

За ринкової рівноваги виконується умова

$$Q^s = Q^d \rightarrow 50 + 5P = 110 - P \rightarrow 6P = 60 \rightarrow P = P^* = 60/6 = 10.$$

Кількість продукції, яку фірма буде виробляти за цієї ціни, визначимо із рівності

$$MC(q) = P \rightarrow 2q - 10 = 10 \rightarrow 2q = 20 \rightarrow q = q^* = 20/2 = 10.$$

▷ Приклад 4.5

Пшениця вирощується за технологією, що описується функцією $Q = L^{0,25}K^{0,75}$, де L — праця, K — капітал. Ціни цих факторів $P_l = 4$, $P_k = 9$. За якою ціною буде продаватися пшениця в довгостроковому періоді?

* Розв'язок

В довгостроковому періоді фірма буде вирощувати продукцію обсягом q^* , коли середні загальні витрати будуть мінімальні і дорівнюватимуть ціні та граничним витратам (рис. 4.4). При цьому економічний прибуток фірми буде дорівнювати нулю. Функцію загальних витрат TC має вигляд:

$$TC = P_l L + P_k K, \quad (1)$$

де: L -праця, K -капітал; P_l, P_k -відповідно їх ціни. Оптимальне співвідношення L та K , за яких встановлюється рівновага фірми, буде за умови

$$\frac{MP_k}{P_k} = \frac{MP_l}{P_l}. \quad (2)$$

де MP_k, MP_l — відповідно граничні продукти капіталу і праці.

$$MP_k = \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{\partial(L^{0,25}K^{0,75})}{\partial K} = \frac{3L^{0,25}}{4K^{0,25}}. \quad (3)$$

$$MP_l = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial(L^{0,25}K^{0,75})}{\partial L} = \frac{K^{0,75}}{4L^{0,75}}. \quad (4)$$

Тоді

$$\frac{3L^{0,25}}{9 \cdot 4K^{0,25}} = \frac{K^{0,75}}{4 \cdot 4L^{0,75}} \rightarrow K = \frac{4}{3}L. \quad (5)$$

Підставимо (5) у рівняння виробничої функції і розв'яжемо його відносно L

$$\begin{aligned} Q &= L^{0,25} K^{0,75} = L^{0,25} \left(\frac{4}{3} \cdot L\right)^{0,75} = \left(\frac{4}{3}\right)^{0,75} L \rightarrow \\ \rightarrow L &= \frac{Q}{\left(\frac{4}{3}\right)^{0,75}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{0,75} Q. \end{aligned} \quad (6)$$

Підставимо (6) в (5) і отримуємо

$$K = \frac{4}{3} \left(\frac{3}{4}\right)^{0,75} Q. \quad (7)$$

Підставимо (6) та (7) в (1)

$$\begin{aligned} TC &= P_l L + P_k K = 4 \left(\frac{3}{4}\right)^{0,75} Q + 9 \cdot \frac{4}{3} \left(\frac{3}{4}\right)^{0,75} Q = \\ &= Q \left[4 \left(\frac{3}{4}\right)^{0,75} + 12 \left(\frac{3}{4}\right)^{0,75} \right] = \left(\frac{3}{4}\right)^{0,75} 4Q [1 + 3] = \frac{4^2 \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{4^3}} Q = \\ &= \frac{16 \cdot 2,28}{2,83} Q = 12,89 Q. \end{aligned}$$

В довгостроковому періоді продукція продається за ціною середніх витрат ($AC = P = MC$) (рис. 4.4).

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{12,89Q}{Q} = 12,89.$$

▷ Приклад 4.6

Функція ринкової пропозиції $Q_s = 200 + 20P$. Функція ринкового попиту $Q_d = 2000 - 16P$. Функція загальних витрат типової фірми має вигляд $TC = 2000 - 40q + 2q^2$. Знайдіть рівноважну ціну та рівноважний обсяг продаж. Дайте відповідь, чи знаходиться галузь в рівновазі? Знайдіть величину прибутку фірми?

* Розв'язок

Рівновага на ринку може бути за умови $Q_s = Q_d$, тоді у нашому випадку

$$200 + 20P = 2000 - 16P \rightarrow 36P = 1800 \rightarrow P^* = \frac{1800}{36} = 50,$$

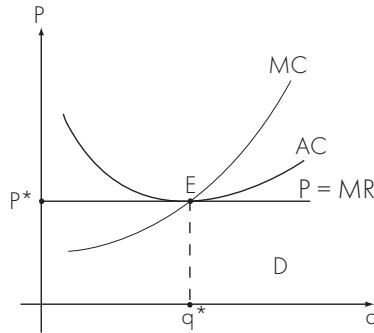


Рис. 4.4.

$$Q^* = 200 + 20P^* = 200 + 20 \cdot 50 = 1200.$$

Фірма максимізує прибуток за умови $MC = P$.

$$MC = \frac{dTC}{dq} = \frac{d(2000 - 40q + 2q^2)}{dq} = 4q - 40.$$

Тоді

$$4q - 40 = 50 \rightarrow 4q = 90 \rightarrow q^* = 90/4 = 22,5.$$

За даного обсягу виробництва фірми отримає прибуток

$$\begin{aligned} \pi &= TR - TC = Pq - 2000 + 40q - 2q^2 = \\ &= 50 \cdot 22,5 - 2000 + 40 \cdot 22,5 - 2 \cdot 22,5^2 = \\ &= 1125 - 2000 + 900 - 1012,5 = -987,5. \end{aligned}$$

Таким чином, фірма несе збитки і галузь не знаходиться в рівноважному стані, так як за рівноваги економічний прибуток фірми має бути нульовим.

4.2 Задачі до самостійного розв'язування

▷ Завдання 4.1

Припустимо, що для конкурентної фірми граничні витрати за випуску q задаються співвідношенням $MC = 3 + 2q$, середні змінні витрати $AVC = 3 + q$, а постійні витрати рівні 3 грн. (а) Якщо ринкова ціна виробу фірми дорівнює 9 грн., то який обсяг продукції фірма буде виробляти? (б) Який прибуток буде одержувати фірма в короткостроковому періоді?

▷ Завдання 4.2

Залежність загальних витрат підприємства (TC) від обсягу виробництва (q) представлена в таблиці

q	0	10	20	30	40	50
TC	0	75	95	140	200	280

За якої ціни товару підприємство припинить його виробництво в довгостроковому періоді?

▷ Завдання 4.3

Функції ринкового попиту та пропозиції на компакт-диски задані рівняннями $Q_d = 15000 - 15P$, $Q_s = 9000 + 10P$. Функції граничних і середніх витрат типової компанії задані рівняннями $MC = 9 + q$, $AC = \frac{900}{q} + 9 + q$. (а) Який обсяг виробництва, за якого компанія максимізує прибуток? (б) Який розмір прибутку вона отримує за цього обсягу виробництва?

▷ Завдання 4.4

Компанія з виробництва туалетного паперу працює у конкурентній галузі промисловості, де ціна за одиницю продукції — 150 грн. за 100 рулонів паперу. Функція граничних витрат фірми має вигляд $MC = 15 + 4q$, де q — обсяг виробництва в сотнях рулонів. Компанія зробила 15 одиниць продукції. Чи максимізує компанія прибуток?

▷ Завдання 4.5

Припустимо, що в досконало конкурентній галузі діє 100 ідентичних фірм. Кожна фірма має короткострокову криву загальних

витрат вигляду

$$TC = \frac{q^3}{300} + 0,2q^2 + 4q + 10.$$

(а) Визначте криву пропозиції фірми. (б) Визначте криву пропозиції галузі. (в) Визначте галузеву рівновагу.

▷ **Завдання 4.6**

Припустимо, що в галузі діє 1000 ідентичних фірм, які виробляють діаманти, і крива загальних витрат для кожної фірми має вигляд $TC = q^2 + wq$, де q — рівень обсягу виробництва фірми і w — ставка заробітної плати оранщиків діамантів. (а) Якщо $w = 10$, то скільки буде виготовлено діамантів за ціною 20 дол. за кожен? Скільки діамантів буде вироблено за ціною 21 дол? (б) Припустимо, що заробітна плата оранщиків діамантів залежить від загальної кількості зроблених діамантів і ця залежність виглядає як $w = 0,002q$, де q — загальний галузевий обсяг виробництва. Скільки буде зроблено діамантів за ціною 20 дол? (в) Припустимо, що заробітна плата оранщиків діамантів залежить від загальної кількості зроблених діамантів і що ця залежність виглядає як $w = 0,02Q$, де Q — загальний галузевий обсяг виробництва, що в 1000 разів перевищує випуск типової фірми. Скільки діамантів буде зроблено за ціною 21 дол?

▷ **Завдання 4.7**

Пшениця вирощується за умов досконалої конкуренції. Окремі фермери, що вирощують пшеницю, мають U-подібному довгострокову криву середніх витрат. Вона досягає мінімуму за 3 дол. за бушель, коли виробляється 1000 бушелів. (а) Якщо крива ринкового попиту для пшениці має вигляд $Q_d = 2600000 - 200000P$, де Q_d — кількість, що вирощується за рік бушелів і P — ціна за бушель, і галузь перебуває в довгостроковій рівновазі, то якою буде ціна пшениці і скільки її буде вироблятися? Скільки ферм буде в галузі? (б) Нехай тепер попит характеризується так $Q_d = 3200000 - 200000P$. Якщо фермери не можуть пристосувати їх випуск у короткостроковому періоді і їх кількість у галузі залишилося попередньою, то яким буде прибуток типової ферми? Обчисліть ринкову ціну, кількість виробленої пшениці і нову рівноважну кількість ферм за умов рівноваги?

▷ **Завдання 4.8**

Галузь в умовах досконалої конкуренції має велику кількість фірм. Кожна фірма має однакову структуру витрат, таку, що довгострокові середні витрати мінімізуються за випуску продукції в 20 одиниць ($q_i = 20$). Мінімум середніх витрат — 10 дол. за одиницю продукції. Сукупний ринковий попит представлений у вигляді $Q_d = 1500 - 50P$. (а) Яка довгострокова рівноважна ціна? Який загальний випуск даної галузі? Який випуск окремої фірми? Яке число фірм? Який прибуток кожної фірми? (б) Короткострокова крива загальних витрат фірми має вигляд $TC = 0,5q^2 - 10q + 200$. Припустимо, що попит збільшився $Q_d = 2000 - 50P$. Яка довгострокова рівноважна ціна? Який загальний випуск даної галузі? Який випуск окремої фірми? Яке число фірм? Який прибуток кожної фірми?

▷ **Завдання 4.9**

Нехай функція довгострокових загальних витрат для типового виробника грибів така $TC = wq^2 - 10q + 100$, де q — випуск типової фірми, а w погодинна заробітна плата збирачів грибів. Нехай також попит на гриби представлений у вигляді $Q_d = -1000P + 40000$, де Q — необхідна кількість, а P — ринкова ціна грибів. (а) Якщо зарплата збирачів грибів становить 1 дол., то яким буде довгостроковий рівноважний обсяг для типового збирача грибів? (б) Припускаючи, що грибна галузь має постійні витрати і що всі фірми ідентичні, визначте довгострокову рівноважну ціну і загальну кількість зібраних грибів. (в) Припустимо, що уряд оподатковує у 3 дол. кожного найнятого збирача грибів (збільшення ставки заробітної плати w до 4 дол.). Припустимо, що типова фірма продовжує мати витрати, представлені у вигляді $TC = wq^2 - 10q + 100$. Який буде довгостроковий рівноважний обсяг для типового збирача грибів? Визначте довгострокову рівноважну ціну і загальну кількість зібраних грибів.

▷ **Завдання 4.10**

Послуги Джона з підстригання газонів — маленький бізнес, що орієнтується на ринкову ціну — 20 дол. за акр. Ціни Джона задані функцією $TC = 0,1q^2 + 10q + 50$, де q — кількість акрів. (а) Скільки акрів повинен підстригти Джон, щоб максимізувати прибуток? (б) Порахуйте максимальний прибуток Джона.

▷ **Завдання 4.11**

Припустимо, ви управляєте конкурентною фірмою з вирощування огірків. Поточна ціна — 1 грн. за кг. За цієї ціни виробляється 100000 кг. у рік. Середні витрати виробництва за цього обсягу випуску — 0,5 грн. за кг. (а) Підрахуйте прибуток. (б) Використайте графік, щоб показати загальні, середні змінні і граничні витрати у відповідності з попитом на вашу продукцію. (в) Покажіть, як зростання ціни на добриво вплине на ваші витрати і ваш обсяг випуску, за якого максимізується прибуток. (г) Покажіть, як фіксований податок, незалежний від обсягу виробництва, вплине на витрати і вибір обсягу випуску продукції. (д) Який ефект буде мати фіксована субсидія на пропозицію огірків у короткостроковому періоді?

▷ **Завдання 4.12**

Крива валового виторгу фірми представлена рівнянням $TR = aq - 2q^2$. Чи є ця фірма досконалим конкурентом? Поясніть свою відповідь.

▷ **Завдання 4.13**

Якщо криві короткострокових граничних і середніх змінних витрат конкуруючої фірми представлені відповідно рівняннями $MC = 2 + 4q$ і $AVC = 2 + 2q$, то: (а) Скільки одиниць продукції буде виробляти ця фірма за умови ринкової ціни 10? б) За якого рівня постійних витрат економічний прибуток цієї фірми буде дорівнювати 0?

▷ **Завдання 4.14**

Витрати фірми на виробництво задаються рівнянням $TC = 100 + q^2$, граничні витрати $MC = 2q$. (а) Якщо ціна виробів дорівнює 60 грн., то яку кількість виробів необхідно виготовити, щоб максимізувати прибуток? (б) Яким буде прибуток?

▷ **Завдання 4.15**

Криві граничних і середніх витрат для столичного таксі постійні за 0,2 грн. за км. Крива попиту на таксі характеризується рівнянням $P = 1 - 0,00001Q$, де P — тариф за проїзд у грн. за км., а Q — км. у рік. Якщо ця галузь працює за умов досконалої конкуренції і кожен автомобіль може проїжджати 10000 км. у рік, то скільки авто буде потрібно для встановлення рівноваги і яким буде рівноважний тариф за проїзд?

▷ **Завдання 4.16**

Функція залежності загальних витрат від обсягу випуску фірми має вигляд $TC = 8q + q^2$. Якщо вона максимізує прибуток за обсягу випуску в 14 одиниць продукції, то якою є ринкова ціна цієї продукції?

▷ **Завдання 4.17**

Припустимо, що фермери вирощують і реалізують пшеницю за умов досконалої конкуренції в галузі з незмінними витратами. Криві довгострокових середніх витрат в окремих фермерів мають U-подібну форму і мінімум цих витрат у розмірі 250 грн. досягається за виробництва кожним фермерським господарством 400 ц. пшениці. (а) Якщо функція попиту на пшеницю задана рівнянням $Q_d = 1300000 - 2000P$, де Q_d — величина річного попиту на пшеницю в ц., P — ціна 1 ц. пшениці в грн., то якими будуть у довгостроковому періоді ринкова ціна, випуск і кількість діючих у галузі фермерських господарств? (б) Припустимо, що ринковий попит збільшується і тепер подається рівнянням $Q_d = 1800000 - 2000P$. Якщо в короткому періоді фермери з якихось причин не можуть змінити випуск, то яка буде за нової кривої ринкового попиту ринкова ціна? Який прибуток буде одержувати типове фермерське господарство? (в) Припустимо, що ринковий попит зростає і тепер представлений рівнянням $Q_d = 1800000 - 2000P$. Розрахуйте ринкову ціну, випуск галузі і кількість діючих господарств.

▷ **Завдання 4.18**

Функція довгострокових загальних витрат LTC типової фірми конкурентної галузі, що виробляє продукт X, має вигляд $LTC = 20q^2 + 100q + T$, де T — акцизний податок. $T = 8000$. Функція ринкового попиту для цієї галузі задана рівнянням $Q = 3500 - 3P$. (а) Знайдіть ціну і обсяг випуску для однієї фірми. Визначте загальний обсяг випуску і кількість фірм у галузі. (б) Припустимо, що попит на продукцію галузі зріс до $Q = 4500 - 3P$ і ця галузь з незмінними витратами. Знайдіть ціну і обсяг випуску для однієї фірми. Знайдіть загальний обсяг продажу і кількість фірм у галузі.

▷ **Завдання 4.19**

Функція довгострокових загальних витрат LTC типової фірми конкурентної галузі, яка виробляє продукт X, має вигляд $LTC =$

$20q^2 + 100q + T$, де T — акцизний податок, що дорівнює 8000. Функція ринкового попиту для цієї галузі задана рівнянням $Q = 3500 - 3P$. У результаті зростання акцизного податку функція LTC набуває вигляду $LTC = 20q^2 + 100q + 12500$. Знайдіть ціну і обсяг продажу.

▷ **Завдання 4.20**

У конкурентній галузі з виробництва ручних сумок діють 100 однакових фірм, кожна з яких має функцію короткострокових загальних витрат виду $TC = 0,5q^2 + 10q + 5$, де q — випуск сумок у день. (а) Які параметри ринкової рівноваги в короткому періоді при функції галузевого попиту виду $Q = 1100 - 50P$, де P — ціна сумки? (б) Який при цьому прибуток кожної з фірм? (в) Підрахуйте сукупний надлишок (виграш) виробників у короткому періоді.

▷ **Завдання 4.21**

Конкурентна фірма, що максимізує прибуток, продає свою продукцію за ціною 10 тис. грн. за од. Вона використовує 10 од. капіталу за ціною 10 тис. грн. за од. і має короткострокову виробничу функцію $Q = 5L^{0,5}$. Місячна ставка заробітної плати — 5 тис. грн. (а) Який варто встановити випуск, кількість працівників, і який прибуток одержить працівник, якщо правління фірми перейде в руки трудового колективу, метою якого є максимізація прибутку на одного працівника? (б) Який варто обрати випуск, кількість працівників, і який дохід буде мати працівник фірми, керованої трудовим колективом, якщо ціна на її продукцію зросте вдвічі? (в) Який варто встановити випуск, кількість працівників, і який дохід буде мати працівник фірми, керованої трудовим колективом, якщо ціна на її продукцію впаде вдвічі?

▷ **Завдання 4.22**

Конкурентна фірма, що максимізує прибуток, продає свою продукцію за ціною 10 тис. грн. за од. Вона використовує 10 од. капіталу за ціною 10 тис. грн. за од. і має короткострокову виробничу функцію $Q = 5L^{0,5}$. Місячна ставка заробітної плати — 5 тис. грн. (а) На скільки зросте випуск фірми, якщо вона переорієнтується на максимізацію валового виторгу? (б) На скільки зросте випуск фірми, якби ціна на продукцію була 5 тис. грн.?

▷ Завдання 4.23

Загальні витрати конкурентної фірми описані рівнянням $TC = q^3 + 6$, де q — випуск тис. од. за місяць, TC — загальні витрати в тис. грн. на місяць. При зупинці виробництва щомісячні збитки становлять 4 тис. грн. за місяць. При якій ціні фірма, що максимізує прибуток, зупинить виробництво в короткому періоді?

▷ Завдання 4.24

Короткострокові витрати конкурентної фірми описані функцією $TC = q^2 + 25$, де q — випуск продукції за тиждень, TC — витрати в тис. грн. за тиждень. Визначте випуск, прибуток і надлишок виробника за ціни 20 тис. за одиницю продукції.

▷ Завдання 4.25

Виробнича функція конкурентної фірми, що максимізує прибуток, заданий виразом $Q = 10K^{0.5} \cdot L^{0.5}$. Ціна одиниці праці становить 4 тис. грн. і дорівнює ціні одиниці капіталу. Визначте ціну одиниці випуску.

▷ Завдання 4.26

Граничні витрати конкурентної фірми, що максимізує прибуток, задані функцією $MC = 3q^2$, де q — щоденний випуск продукції (тис. шт.). Постійні витрати становлять 16 тис. грн. за тиждень. Визначте ціну продукції, за якої економічний прибуток дорівнює нулю.

ЗАНЯТТЯ 5

МОНОПОЛІЯ

5.1 Приклади розв'язування задач

▷ **Приклад 5.1**

Функція попиту монополіста має вигляд $Q_d = 60 - P$. Функція середніх витрат має вид $AC = MC = 10$. Знайдіть ціну, обсяг випуску та прибуток монополіста.

* **Розв'язок**

Монополіст максимізує свій прибуток за умови $MC = MR$ (рис. 5.1). Також відомо що

$$MR = \frac{d(TR)}{dQ} = \frac{d(P \cdot Q)}{dQ}.$$

Скориставшись оберненою функцією попиту $P = 60 - Q$, знайдемо граничний дохід

$$MR = \frac{d(P \cdot Q)}{dQ} = MR = \frac{d[(60 - Q)Q]}{dQ} = \frac{d(60Q - Q^2)}{dQ} = 60 - 2Q.$$

Визначемо обсяг випуску монополіста:

$$60 - 2Q = 10 \rightarrow 2Q = 60 - 10 \rightarrow Q = 50/2 = 25.$$

Підставимо значення обсягу випуску в обернену функцію попиту і знайдемо ціну

$$P = 60 - Q = 60 - 25 = 35.$$

Прибуток монополіста буде дорівнювати площі трикутника GKE (рис. 5.1)

$$\begin{aligned} \pi &= \int_0^{Q^*} MR dQ - MC \cdot Q^* = \int_0^{Q^*} (60 - 2Q) dQ - 10Q^* \\ &= 60Q^* - Q^2 - 10Q^* = 60 \cdot 25 - 25^2 - 10 \cdot 25 = 625. \end{aligned}$$

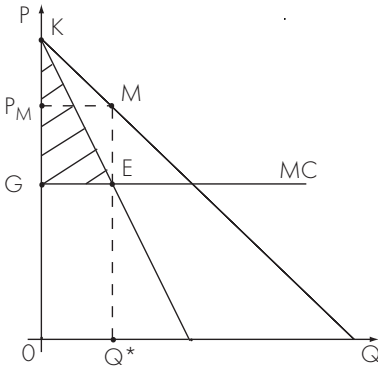


Рис. 5.1.

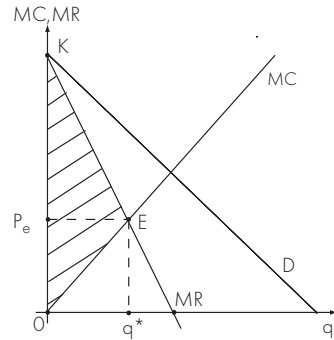


Рис. 5.2.

▷ Приклад 5.2

Функція попиту монополіста $Q_d = 52 - 2P$. Загальні витрати $TC = 8,5Q^2$. Визначте максимальний прибуток монополіста.

* Розв'язок

Монополіст максимізує прибуток за умови $MC = MR$ (рис. 5.2). Нам також відомо, що

$$MC = \frac{d(TC)}{dQ} = \frac{d(8,5Q^2)}{dQ} = 17Q \quad \text{та} \quad MR = \frac{d(TR)}{dQ} = \frac{d(P \cdot Q)}{dQ}.$$

Знайдемо обернену функцію попиту

$$2P = 52 - Q \rightarrow P = 52/2 - Q/2 \rightarrow P = 26 - 0,5 \cdot Q.$$

Тоді

$$MR = \frac{d(26 - 0,5Q)Q}{dQ} = \frac{(26Q - 0,5Q^2)}{dQ} = 26 - Q.$$

І отримаємо

$$26 - Q = 17Q \rightarrow 18Q = 26 \rightarrow Q = 26/18 = 1,444.$$

Підставимо знайдене значення Q в обернену функцію попиту

$$P = P^* = 26 - 0,5Q = 26 - 0,5 \cdot 1,444 = 25,278.$$

Прибуток фірми буде

$$\begin{aligned} \pi &= TR - TC = P \cdot Q - 8,5Q^2 = (26 - 0,5Q)Q - 8,5Q^2 = \\ &= 26Q - 0,5Q^2 - 8,5Q^2 = 26Q - 9Q^2 = \\ &= 26 \cdot 1,444 - 9 \cdot (1,444)^2 = 18,78. \end{aligned}$$

Прибуток фірми можна визначити і іншим методом. З малюнку 5.2 видно, що прибуток дорівнює площі $\triangle OP_kE$ ($P_k = 26 - 0,5 \cdot 0 = 26$). Площу $\triangle OP_kE$ знайдемо так

$$S_{\triangle OP_kE} = Q^* \cdot P_k \cdot 0,5 = 1,444 \cdot 26 \cdot 0,5 = 18,772.$$

▷ Приклад 5.3

Функція ринкового попиту має вигляд $P = 24 - 1,5q$. Загальні витрати монополії мають вигляд $TC = 50 + 0,1q^2$. Необхідно знайти максимальний обсяг прибутку, якщо монополія здійснює цінову дискримінацію другого роду, а обсяг першої партії дорівнює 3 ($q_1 = 3$).

* Розв'язок

Якщо монополія здійснює політику цінової дискримінації другого роду, то перші 3 одиниці товару (перша партія) будуть продоватися за ціною $P_1 = 24 - 1,5q_1 = 24 - 1,5 \cdot 3 = 24 - 4,5 = 19,5$ (рис. 5.3).

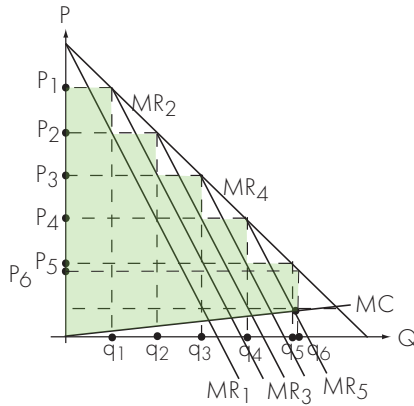


Рис. 5.3.

Ціну другої партії знайдемо застосовуючи наступну умову $MR_i = P_{i+1}$. Тоді $P_2 = MR_1 = 24 - 3 \cdot q_1 = 24 - 3 \cdot 3 = 15$.

З рівняння попиту знайдемо обсяг другої партії товару.

$$P_2 = (24 - 1,5 \cdot q_1) - 1,5 \cdot q_2 \rightarrow 15 = 24 - 1,5 \cdot 3 - 1,5 \cdot q_2 \rightarrow q_2 = 3.$$

Знайдемо ціну третьої партії. Тоді візьмемо

$$P_3 = MR_2 = 19,5 - 3q_2 = 19,5 - 3 \cdot 3 = 10,5.$$

Тоді обсяг третьої партії

$$\begin{aligned} P_3 &= (24 - 1,5 \cdot q_1 - 1,5 \cdot q_2) - 1,5 \cdot q_3 \rightarrow \\ \rightarrow 10,5 &= (24 - 9) - 1,5 \cdot q_3 \rightarrow q_3 = 4,5/1,5 = 3. \end{aligned}$$

Знайдемо ціну четвертої партії

$$P_4 = MR_3 = 15 - 3 \cdot q_3 = 15 - 3 \cdot 3 = 6.$$

Знайдемо обсяг четвертої партії

$$\begin{aligned} 6 &= (24 - 1,5q_1 - 1,5q_2 - 1,5q_3) - 1,5 \cdot q_4 = 24 - 13,5 - 1,5q_4 \rightarrow \\ &\rightarrow q_4 = 4,5/1,5 = 3. \end{aligned}$$

Знайдемо ціну п'ятої партії

$$P_5 = MR_4 = 10,5 - 3 \cdot q_4 = 10,5 - 3 \cdot 3 = 1,5.$$

Знайдемо обсяг п'ятої партії

$$P_5 = (24 - 1,5 \cdot 12) - 1,5 \cdot q_5 \rightarrow 1,5 = 6 - 1,5 \cdot q_5 \rightarrow q_5 = 4,5/1,5 = 3.$$

Знайдемо ціну шостої партії

$$P_6 = MR_5 = 6 - 3 \cdot q_5 = 6 - 3 \cdot 3 = -3.$$

Це означає, що ціну шостої партії треба шукати виходячи з умови $MR_5(q_6) = MC(q)$.

$$MC = \frac{d(TC)}{dq} = \frac{d(50 + 0,1 \cdot q^2)}{dq} = 0,2q = 0,2(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6).$$

Визначемо обсяг випуску

$$\begin{aligned} 6 - 3 \cdot q_6 &= 0,2(15 + q_6) \rightarrow 6 - 3 \cdot q_6 = 3 + 0,2 \cdot q_6 \rightarrow \\ &\rightarrow 3,2 \cdot q_6 = 3 \rightarrow q_6 = 3/3,2 = 0,9375. \end{aligned}$$

Ціна шостої партії становитиме

$$P_6 = 24 - 1,5 \cdot 15 - 1,5 \cdot q_6 = 24 - 1,5 \cdot 15,9375 = 24 - 23,90625 = 0,09375.$$

Тоді прибуток монополії буде такий

$$\begin{aligned} \pi &= 3(19,5 + 15 + 10,5 + 6 + 1,5) + \\ &+ 0,9375 \cdot 0,09375 - 50 - 0,1 \cdot 15,9375^2 = 82,188. \end{aligned}$$

► Приклад 5.4

Фірма виробляє товар з нульовими витратами та продає його на двох ринках, попит на яких задається такими рівняннями $q_{d1} = 100 - P$, $q_{d2} = 50 - P$. Необхідно знайти ціни за якими фірма продає свою продукцію на кожному з ринків. Також необхідно визначити обсяг продаж по кожному з ринків та прибуток фірми.

* Розв'язок

В умовах цінової дискримінації третього роду фірма максимізує прибуток за умови

$$MR_1 = MR_2 = MC, \text{ а оскільки } MC = 0, \text{ то } MR_1 = MR_2 = 0.$$

Ця умова графічно проілюстрована на рис. 5.4.

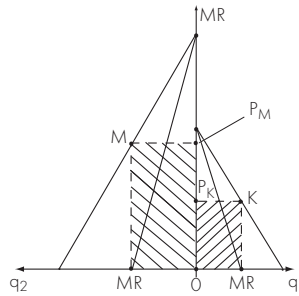


Рис. 5.4.

Знайдемо граничні доходи фірми. Для цього запишемо рівняння попиту так

$$P = 100 - q_1, \quad P = 50 - q_2.$$

Тоді

$$MR_1 = \frac{d(TR_1)}{dq_1} = \frac{d((100 - q_1)q_1)}{dq_1} = \frac{d(100q_1 - q_1^2)}{dq_1} = 100 - 2q_1,$$

$$MR_2 = \frac{d(TR_2)}{dq_2} = \frac{d((50 - q_2)q_2)}{dq_2} = \frac{d(50q_2 - q_2^2)}{dq_2} = 50 - 2q_2.$$

Оскільки

$$MR_1 = 0, \quad \text{то} \quad 100 - 2q_1 = 0 \quad \rightarrow \quad q_1 = 100/2 = 50.$$

$$MR_2 = 0, \quad \text{то} \quad 50 - 2q_2 = 0 \quad \rightarrow \quad q_2 = 50/2 = 25.$$

Знайдемо ціну за якою фірма продає продукцію на кожному з ринків

$$P_1 = 100 - q_1 = 100 - 50 = 50,$$

$$P_2 = 50 - q_2 = 50 - 25 = 25.$$

Тоді прибуток фірми складе

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = P_1 q_1 + P_2 q_2 = 50 \cdot 50 + 25 \cdot 25 = 2500 + 625 = 3125.$$

▷ **Приклад 5.5**

Фірма виробляє товар за умов монополії. Функція витрат фірми має вигляд $TC = 50 + 10q$. Попит на продукцію задається рівнянням $q_d = 100 - P$. Держава розгляде два варіанти політики стосовно природної монополії: (а) не регулювати діяльність монополії; (б) встановити «соціально-справедливу» ціну. При цьому відомо, що державне регулювання ціни природної монополії збільшить змінні витрати виробництва на 30%, тому що знизяться стимули до мінімізації витрат.

Порівняйте між собою результати двох варіантів політики і виберіть такий, за якого чистий вигреш споживачів буде максимальним, за умови, що діяльність фірми беззбиткова.

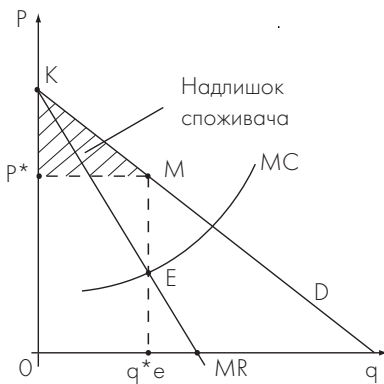


Рис. 5.5.

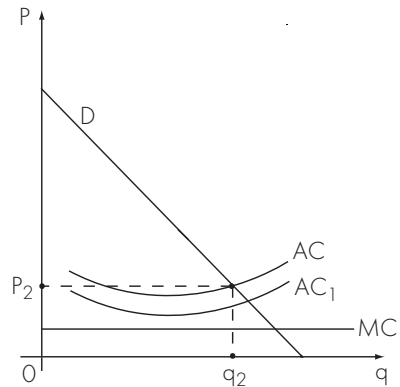


Рис. 5.6.

* **Розв'язок**

Якщо держава не буде втручатися в діяльність монополії, то монополія буде продавати продукцію в такому обсязі, за якого виконує-

ться умова $MC = MR$ (рис. 5.5). Знайдемо граничні показники

$$MC = \frac{d(TC)}{dq} = \frac{d(50 + 10q)}{dq} = 10,$$

$$MR = \frac{d(TR)}{dq} = \frac{d(P \cdot q)}{dq} = \frac{d((100 - q)q)}{dq} = 100 - 2q.$$

Тоді

$$100 - 2q = 10 \quad \rightarrow \quad q = 90/2 = 45,$$

$$P = 100 - q = 100 - 45 = 55.$$

Прибуток фірми складе

$$\pi = TR - TC = Pq - (50 + 10q) = Pq - 50 - 10q =$$

$$= 55 \cdot 45 - 50 - 10 \cdot 45 = 1975.$$

Надлишок споживача - це площа трикутника P^*KM (див. рис. 5.5). Тоді надлишок споживача HC знайдемо так

$$HC = \int_0^{q^*} (100 - q) dq - P^* \cdot q^* = \left| 100q - 0,5q^2 \right|_0^{q^*} - P^* \cdot q^* =$$

$$= 100 \cdot 45 - 0,5 \cdot 45^2 - 55 \cdot 45 = 4500 - 1012,5 - 2475 = 1012,5.$$

Якщо держава втручається в діяльність монополії, то вона повинна встановити таку ціну, щоб монополія була беззбитковою. Це можливо коли ціна встановлена на рівні середніх витрат (див.рис. 5.6). Необхідно також врахувати, що середні змінні витрати зростають на 30%. Тоді функція загальних витрат набуде вигляду $TC_2 = 50 + 13q$. Обернена функція попиту має вид $P = 100 - q$, а функція середніх витрат $AC_2 = 50/q + 13$.

Тоді монополія буде випускати продукцію при $P = AC_2$

$$100 - q = 50/q + 13 \quad \rightarrow \quad 100q - q^2 = 50 + 13q \quad \rightarrow \quad q^2 - 87q + 50 = 0.$$

Розв'яжемо рівняння і отримаємо, що $q_1 = 86,42$; $q_2 = 0,58$. Нас задовольняє перша відповідь. Підставимо q_1 в функцію попиту і отримаємо

$$P_2 = 100 - q_1 = 100 - 86,42 = 13,58.$$

В цьому випадку надлишок споживача буде

$$\begin{aligned} HC &= \int_0^{q_1} (100 - q) dq - P_2 \cdot q_1 = \left| (100q - 0,5q^2) - P_2 \cdot q = \right. \\ &= 100 \cdot 86,42 - 0,5 \cdot 86,42^2 - 13,58 \cdot 86,42 = \\ &= 8642 - 3734,2082 - 1173,5836 = 3734,2082. \end{aligned}$$

▷ **Приклад 5.6**

Функція попиту монополії має вигляд $q_d = 48 - 2P$, а функція загальних витрат — $TC = q^3 - 36q^2 - 334q$. Яку максимальну ціну встановить держава, щоб монополія не була збитковою.

* **Розв'язок**

Щоб монополія була беззбитковою, необхідно встановити ціну на рівні середніх витрат. Тоді

$$AC = TC/q = q^2 - 36q + 334, \quad \text{а} \quad P = AC,$$

тоді

$$24 - 0,5q = q^2 - 36q + 334 \quad \rightarrow \quad q^2 - 35,5q + 310 = 0.$$

Розв'язавши рівняння отримаємо $q_1 = 45,5$, $q_2 = 20$. Підставимо в функцію попиту друге значення і отримаємо

$$P = 24 - 0,5q = 24 - 0,5 \cdot 20 = 14.$$

5.2 Задачі до самостійного розв'язування

▷ **Завдання 5.1**

Фірма-монополіст визначила функцію загальних витрат виробництва як $TC = 20 + 20q^2$. Фірма виробляє 2,5 тис. одиниць продукції, реалізуючи її за ціною 13 тис. грн. Який прибуток має фірма?

▷ **Завдання 5.2**

Фірма виробляє товар за умов монополії. Обернена функція попиту на даний товар $P = 144 - 3q$, а функція середніх витрат $AC = 25/q + q$. За якого обсягу випуску прибуток фірми буде максимальним?

▷ **Завдання 5.3**

Середні і граничні витрати монополіста такі $AC = MC = 5$. Фірма зтикається з ринковим попитом, представленим як $Q_d = 53 - P$. Визначте: (а) ціну та обсяг виробництва, за яких монополіст максимізує прибуток монополіста; (б) обсяг продукції, який буде вироблятися цією галуззю за умов досконалої конкуренції?

▷ **Завдання 5.4**

Монополіст зтикається з ринковим попитом, представленим $Q_d = 70 - P$. (а) Якщо монополіст може виробляти з постійними середніми і граничними витратами $AC = MC = 6$, то який рівень випуску продукції вибере монополіст, щоб максимізувати свій прибуток? Яка буде ціна випуску, коли максимізується прибуток? Який буде прибуток за цього випуску? (б) Припустимо, що загальні витрати монополіста задані функцією $TC = 0,25q^2 - 5q + 300$. Монополіст має справу з тим же ринковим попитом і граничним доходом. Яку ціну та обсяг випуску буде обрано, щоб максимізувати прибуток? Яким буде прибуток? (в) Припустимо, що структура витрат монополіста змінилася і функція загальних витрат представлена як $TC = 0,0133q^3 - 5q + 250$. Визначте ціну, обсяг випуску, за яких максимізується прибуток? Яким буде прибуток?

▷ **Завдання 5.5**

Монопольний ринок має функцію попиту, за якого величина попиту залежить не лише від ринкової ціни (P), але також від суми витрат (C) на рекламу. $Q = (20 - P)(1 + 0,1C - 0,01C^2)$. Функція витрат монополії $TC = 10q + 15 + C$. (а) Припустимо, що немає витрат на рекламу ($C = 0$). Яку ціну, обсяг випуску обере фірма, щоб максимізувати свій прибуток? Яким буде прибуток монополії? (б) Нехай тепер фірма обере свій оптимальний рівень витрат на рекламу. Який рівень обсягу виробництва і ціна будуть обрані за цієї ситуації? Які будуть витрати на рекламу і прибуток фірми за цього випадку?

▷ **Завдання 5.6**

Монополія може виробляти той обсяг продукції, що забажає при постійних середніх і граничних витратах, що складають 5 дол. на одиницю продукції. Припустимо, що монополіст продає свої товари на двох різних ринках, які відокремлені деякою відстанню. Крива

попиту на першому ринку представлена як $Q_{d1} = 55 - P_1$, на другому як $Q_{d2} = 55 - P_2$. (а) Якщо монополіст може зберегти поділ між двома ринками, то яку кількість продукції буде поставлятися на перший і на другий ринок? Яка ціна буде встановлена на першому і на другому ринку? Який прибуток монополії в цьому випадку? (б) Якби витрати на перевезення були для другого ринку на 5 дол. вище, яку кількість продукції необхідно поставляти на перший і другий ринки? Яка ціна буде на першому і другому ринках? Який прибуток монополії в цьому випадку?

▷ **Завдання 5.7**

Обернена функція попиту монополії всередині країни має вигляд $P_1 = 130 - 0,04q_1$. За межами країни обернена функція попиту така $P_2 = 105 - 0,05q_2$. Функція загальних витрат має вигляд $TC = 2000 + 28q$, де $q = q_1 + q_2$. (а) Визначте ціну і обсяг випуску, за яких максимізується прибуток на внутрішньому ринку? (б) Визначте ціну і обсяг випуску за яких максимізується прибуток на зовнішньому ринку?

▷ **Завдання 5.8**

Обернена функція попиту на продукцію фірми має вигляд $P = 1000 - 5q$. Якщо мета фірми — максимізація загального доходу, то яку кількість продукції повинна виготовити фірма?

▷ **Завдання 5.9**

Обернена функція попиту і функція граничних витрат для монополіста такі $P = 1000 - 2q$, $MC = 10 + 0,5P$. (а) Визначте ціну і обсяг виробництва, за яких максимізується прибуток. (б) Якщо держава встановить верхню межу ціни, то якою повинна бути максимальна ціна, щоб не створювати дефіциту на ринку.

▷ **Завдання 5.10**

Для фірми задана крива попиту $Q = 100 - 2P$. Граничні і середні постійні витрати дорівнюють 10 дол. за одиницю продукту. (а) Яким повинен бути обсяг випуску, щоб максимізувати прибуток? Який максимальний прибуток фірми? (б) Припустимо, що фірма захоче максимізувати доходи, за умови що буде забезпечений прибуток 12 дол. з кожного із 64 залучених верстатів. Яким повинен бути рівень випуску?

▷ **Завдання 5.11**

Фірма виробляє товар для продажу по всьому світі. Функція витрат фірми $TC = Q, 25q^2$. Товар користується попитом в Австралії, де крива попиту задана $Q_{d1} = 100 - 2P_1$, і Лапландії, де $Q_{d2} = 100 - 4P_2$. Скільки товару повинна поставити компанія на ринок Австралії і на ринок Лапландії, щоб максимізувати прибуток? За якої ціни буде продаватися продукція на цих ринках?

▷ **Завдання 5.12**

Припустимо, що цінова еластичність попиту на кіносеанси становить -5 для пенсіонерів і -2 для людей у віці до 60 років. Припустимо, що в рівновазі монополія проводить цінову дискримінацію і має граничні витрати в розмірі 3 грн. за одне відвідування кінотеатру. Обчисліть ціну квитка для пенсіонерів і ціну для інших відвідувачів кінотеатру.

▷ **Завдання 5.13**

Продаючи устаткування за ціною 120000 грн. за одиницю, фірма-монополіст максимізує свій прибуток. При зазначеній ціні еластичність попиту дорівнює $-1,5$. Чому дорівнює при цьому граничний дохід?

▷ **Завдання 5.14**

Залежність середнього виторгу фірми-монополіста від обсягу виробництва описується формулою $AR = 10 - q$. Якщо фірма має середні витрати задані функцією $AC = (16 + q^2)/q$, то який прибуток одержує фірма, максимізуючи випуск у короткостроковому періоді?

▷ **Завдання 5.15**

Попит на продукцію монополіста описується функцією $q_d = 24 - 2P$, а загальні витрати функцією $TC = 18 + q^2$. Який оптимальний прибуток обсяг випуску? Який максималний прибуток?

▷ **Завдання 5.16**

Фірма-монополіст здійснює виробництво. Її граничний дохід $MR = 10 - q$, а граничні витрати $MC = 2q - 2$. На скільки зміниться обсяг виробництва фірми, якщо держава встановить "стелю" ціни на продукцію фірми на рівні 3 грн. за одиницю продукції?

▷ **Завдання 5.17**

Крива попиту на продукцію фірми задана у вигляді $P = 100 - 0,01q$, де P — ціна одиниці продукції, q — тижневий випуск продукції. Функція витрат фірми має вигляд $TC = 50q + 30000$. Припустимо, що фірма максимізує прибуток. (а) Який обсяг виробництва, ціна і сукупний прибуток за тиждень? (б) Уряд встановлює податок у розмірі 10 коп. на одиницю продукції. Якими тепер будуть обсяг виробництва, ціна і загальний прибуток?

▷ **Завдання 5.18**

Мідна індустрія деякої країни оцінює свою продукцію в 1000 грн. за т. За цією ціною вона продає 10000 т у рік. Середня собівартість виробництва т міді незмінна і становить 600 грн. Визначте індекс монополістичної влади Лернера.

▷ **Завдання 5.19**

Припустимо, що на ринку працюють 11 фірм і разом продають 100000 одиниць продукції. Перша фірма продає 50000 одиниць продукції, інші порівно. Визначіть рівень концентрації ринку.

▷ **Завдання 5.20**

Фірма розробила нову технологію. Витрати на розробку склали 500 тис. грн. Витрати на передачу технології покупцеві становлять 100 тис. грн. Є 5 покупців, що функціонують у різних галузях, де технологія має різний економічний ефект. Тому різні покупці готові сплатити за технологію різні ціни: 500 тис. грн. для покупця А, 400 тис. грн. для покупця В, 300 тис. грн. для покупця С, 200 тис. грн. для покупця D, 100 тис. грн. для покупця Е. Визначте: (а) розміри прибутку фірми при встановленні єдиної ціни; величину споживчого надлишку при встановленні єдиної ціни; втрати „мертвого вантажу“ монополії (D_I) при встановленні єдиної ціни. (б) Розмір прибутку фірми при здійсненні цінової дискримінації; величину споживчого надлишку при проведенні цінової дискримінації; втрати „мертвого вантажу“ монополії (D_I) за цінової дискримінації.

▷ **Завдання 5.21**

Внутрішній попит на продукцію фірми-монополіста заданий рівнянням $P = 100 - q$, а її загальні витрати рівнянням $TC = q^2 + 16$. На зовнішньому ринку можна продати будь-яку кількість продукції

за ціною 60 у.о. Визначте: (а) ціну і обсяг продажів на внутрішньому ринку, за яких фірма максимізує прибуток; (б) обсяг продажу на зовнішньому ринку, який максимізує прибуток фірми; (в) Розміри прибутку фірми.

▷ **Завдання 5.22**

Обернена функція попиту на пиво в Запоріжжі має вигляд $P_1 = 10 - Q_1$, у Києві — $P_2 = 20 - Q_2$, де P — ціна пляшки пива в грн., Q — обсяг споживання за місяць у млн. пляшок. Витрати виробництва і реалізації пива в Запоріжжі описані функцією $TC = 5 + 0,5q^2$. При реалізації пива в Києві витрати на кожну пляшку пива підвищуються на 2 грн. за рахунок транспортних витрат. Визначте ціну і обсяг продажу пива в Києві і в Запоріжжі, за яких фірма одержувала б максимум прибутку.

▷ **Завдання 5.23**

Обернена функція попиту іноземних туристів на послуги готелю, який максимізує прибуток, має вигляд $P = 16 - Q$, попит місцевих клієнтів — $P = 10 - Q$, де P — ціна номера за добу, Q — кількість номерів у сотнях. Граничні витрати на обслуговування номерів незмінні і становлять 4 дол. Визначте: (а) ціну і обсяг наданих послуг за добу при єдиній ціні; споживчий надлишок за єдиної ціні; втрати „мертвого вантажу“ за єдиній ціні. (б) ціни і обсяг надних послуг за добу за цінової дискримінації; споживчий надлишок за цінової дискримінації; втрати „мертвого вантажу“ за цінової дискримінації; на яку величину збільшується прибуток при проведенні цінової дискримінації? (в) ціну, обсяг надних послуг за добу, споживчий надлишок і „втрати мертвого“ вантажу за єдиної ціни, вважаючи, що граничні витрати становлять 8 дол.

▷ **Завдання 5.24**

Попит на атракціони в парку для дорослих описаний функцією $Q_1 = 24 - P_1$, а для дітей — $Q_2 = -24 - 2P_2$. Щомісяця парк відвідують 1 млн. дорослих і 1 млн. дітей. Граничні витрати на послуги атракціонів незмінні і рівні 6 гривням. Адміністрація парку максимізує прибуток. Визначте: (а) ціну, кількість проданих квитків, втрати "мертвого вантажу" у середньому за місяць, якщо адміністрація парку встановлює єдину ціну на квитки для дітей і дорослих (вхід

у парк вільний). (б) ціни, кількість проданих квитків, втрати "мертвого вантажу" у середньому за місяць, якщо адміністрація парку встановлює різні ціни на квитки для дітей і дорослих (вхід у парк вільний). (в) ціну, кількість проданих квитків, втрати "мертвого вантажу" у середньому за місяць, якщо адміністрація парку встановлює подвійний тариф: продає окремо вхідні квитки у парк і квитки на атракціони (для дітей і дорослих ціни однакові). (г) ціни, кількість проданих квитків, втрати "мертвого вантажу" у середньому за місяць, якщо адміністрація парку поєднує систему подвійного тарифу і цінову дискримінацію першого ступеня.

▷ **Завдання 5.25**

Фірма-монополіст виробляє балетні черевики. Її функція витрат має вигляд $TC = 640 + 20q$. (а) Знайдіть ціну, випуск і розмір прибутку, якщо фірма прагне до максимуму прибутку. Функція ринкового попиту $q_d = 50 - 0,5P$. (б) Знайдіть ціну, випуск і розмір прибутку, якщо фірма прагне до максимуму прибутку а функція ринкового попиту приймає такий вид $q_d = 100 - P$.

▷ **Завдання 5.26**

(а) Яке значення індексу Лернера за коефіцієнту еластичності $\epsilon = -5$; при $\epsilon = -5$? (б) Яке значення індексу Лернера за $P = 10$ дол. і $MR = 5$ дол.? (в) Які значення індексу Лернера для конкурентної фірми? Які значення індексу Лернера для чистої монополії?

▷ **Завдання 5.27**

Загальні витрати монополіста мають вигляд $TC = 12,5 + 0,5q^2$. Функція тижневого ринкового попиту має вигляд $Q = 10 - P$. (а) Визначте обсяг випуску, якщо мета монополіста — максимізувати валовий виторг при безбитковій роботі. (б) Визначте обсяг випуску для випадку, коли уряд запроваджує акордний податок в розмірі 3,5 млн. грн. на прибуток монополіста. (в) Визначте обсяг випуску монополіста, якщо його метою є максимізація виторгу, але за цього акціонери компанії вимагають, щоб їм регулярно сплачувались дивіденди з розрахунку тижневого прибутку, що дорівнює 2,5 млн. грн.

▷ Завдання 5.28

Монополіст випускає свою продукцію (тістечка) на двох заводах. Функції загальних витрат мають такий вигляд $TC_1 = 2q_1$ і $TC_2 = 0,25 + q_2 + 0,5q_2^2$. Функція ринкового попиту такий вигляд $P = 4 - 0,5(q_1 + q_2)$, де P — ціна одного тістечка в грн., q_1, q_2 — кількість продукції в тис. шт., що випускається на першому і другому заводах. Який випуск буде оптимальним на першому і другому заводі? За якою ціною реалізується продукція на ринку?

▷ Завдання 5.29

Крива попиту монополіста, що виробляє продукт має вигляд $P = 200 - 5q$, де q — випуск у тис. шт., P — ціна продукту в грн. Гранічні витрати незмінні і рівні 10 грн. (а) Монополіста обкладають акцизним податком $t = 10$ грн. Підрахуйте прибуток монополіста. Знайдіть прибуток під час відсутності податку. (б) Який буде прибуток монополіста при ставці податку в 20 грн.? (в) Нехай тепер регулювання монополіста здійснюється не за допомогою податку, а шляхом установлення максимальної ціни на його продукцію на рівні 100 грн. за 1 од. Яким буде випуск монополіста в цьому випадку? Яким буде прибуток монополіста в цьому випадку? Яким буде випуск і прибуток монополіста у випадку максимальної ціни в 110 грн.? За якої максимальної ціни монополіст буде виробляти «ефективний» обсяг випуску?

ЗАНЯТТЯ 6

ОЛІГОПОЛІЯ

6.1 Приклади розв'язування задач

▷ Приклад 6.1

Функція попиту має вигляд $Q = 200 - P$. Дві фірми розподілили ринок між собою. Граничні витрати фірм мають такий вигляд $MC_1 = 2q_1$, $MC_2 = 20 + q_2$. Виведіть функції кривих реагування цих фірм. Знайдіть обсяги продажу продукції та ціну, за якою продається продукція.

* Розв'язок

Знайдемо функцію кривої реагування першої фірми. Для цього запишемо функцію прибутку першої фірми

$$\begin{aligned}\pi_1 &= TR_1 - TC_1 = P \cdot q_1 - TC_1 = (200 - Q)q_1 - TC_1 \\ &= (200 - (q_1 + q_2))q_1 - TC_1 = 200q_1 - q_1^2 - q_1q_2 - TC_1.\end{aligned}$$

Функція має екстремум коли її перша похідна дорівнює нулю

$$\begin{aligned}\frac{d\pi_1}{dq_1} &= 200 - 2q_1 - q_2 - 2q_1 = 0 \\ 4q_1 &= 200 - q_2, \\ q_1 &= 50 - 1/4 \cdot q_2.\end{aligned}$$

Знайдемо функцію кривої реагування другої фірми. Для цього складемо функцію прибутку другої фірми

$$\begin{aligned}\pi_2 &= TR_2 - TC_2 = P \cdot q_2 - TC_2 = (200 - Q)q_2 - TC_2 \\ &= (200 - (q_1 + q_2))q_2 - TC_2 = 200q_2 + q_2^2 - q_1q_2 - TC_2.\end{aligned}$$

Функція має екстремум коли її перша похідна дорівнює нулю

$$\begin{aligned}\frac{d\pi_2}{dq_2} &= 200 - q_1 - 2q_2 - 20 - q_2 = 0 \\ 3q_2 &= 180 - q_1 \\ q_2 &= 60 - 1/3 \cdot q_1.\end{aligned}$$

Знайдемо обсяги випуску кожної із двох фірм. Для цього розв'яжемо систему із двох рівнянь

$$\begin{cases} q_1 + \frac{1}{4}q_2 = 50 \\ \frac{1}{3}q_1 + q_2 = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4q_1 - q_2 = -200 \\ \frac{1}{3}q_1 + q_2 = 60. \end{cases}$$

Склавши перше і друге рівняння, матимемо

$$\frac{1}{3}q_1 - 4q_1 = 60 - 200 \rightarrow q_1 \frac{140 \cdot 3}{11} = 38, 18.$$

Підставимо знайдене значення q_1 в перше рівняння системи і отримаємо

$$38, 18 + 0, 25q_2 = 50 \rightarrow q_2 = \frac{50 - 38, 18}{0, 25} = 47, 28.$$

Тоді ціна на ринку дуополії буде

$$P = 200 - Q = 200 - q_1 - q_2 = 200 - 38, 18 - 47, 28 = 114, 54.$$

▷ **Приклад 6.2**

Галузевий попит має вигляд $Q = 100 - P$. Чотири фірми, які виготовляють однакову продукцію об'єдналися в картель. Сукупні витрати кожної з фірм мають вигляд $TC_i = q_i^2 - 10q_i$. Необхідно знайти обсяг виробництва кожної з фірм та ринкову ціну.

* **Розв'язок**

Картель отримає максимум прибутку, коли він буде діяти як монополія. Тобто

$$MR = \frac{d(P \cdot Q)}{dQ} = \frac{d((100 - Q)Q)}{dQ} = \frac{d(100Q - Q^2)}{dQ} = 100 - 2Q.$$

Сукупні витрати картеля є сумою сукупних витрат чотирох фірм

$$TC_k = \sum_{i=1}^4 TC_i \rightarrow 4(q^2 - 10q) = 4q^2 - 40q.$$

Граничні витрати картеля будуть

$$MC_k = \frac{dTC_k}{dq} = \frac{d(4q^2 - 40q)}{dq} = 8q - 40.$$

Оскільки $q_1 = q_2 = q_3 = q_4$ то $Q = 4q$ і $MR = 100 - 2 \cdot 4q$. Тоді

$$100 - 8q = 8q - 40 \rightarrow 16q = 140 \rightarrow q = 140/16 = 8,75,$$

а ринкова ціна буде

$$P = 100 - Q = 100 - 4q = 100 - 4 \cdot 8,75 = 65.$$

▷ **Приклад 6.3**

За дуополії обернена функція галузевого попиту задається рівнянням $P = 50 - 0,25Q$. Функції загальних витрат двох фірм-виробників мають відповідно такий вигляд $TC_1 = 10 + 0,15q_1^2$,

$TC_2 = 25 + 10q_2$. Знайдіть ціну рівноваги та обсяг пропозиції кожної фірми, якщо вони поведуть себе (а) згідно моделі Курно; (б) згідно моделі Штекельберга; (в) як учасники картеля.

* **Розв'язок**

Запишемо загальне рівняння прибутку відповідно першої і другої фірм

$$\pi_1 = P \cdot q_1 - TC_1, \quad \pi_2 = P \cdot q_2 - TC_2.$$

Враховуючи що $Q = q_1 + q_2$, функція прибутку першої фірми буде

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (50 - 0,25(q_1 + q_2))q_1 - (10 + 0,15q_1^2) \\ &= 50q_1 - 0,25q_1^2 - 0,25q_1q_2 - 10 - 0,15q_1^2 \\ &= 50q_1 - 0,4q_1^2 - 0,25q_1q_2 - 10. \end{aligned}$$

Функція прибутку другої фірми буде

$$\begin{aligned} \pi_2 &= (50 - 0,25(q_1 + q_2))q_2 - (25 + 10q_2) \\ &= 50q_2 - 0,25q_1q_2 - 0,25q_2^2 - 25 - 10q_2 \\ &= 40q_2 - 0,25q_1q_2 - 0,25q_2^2 - 25. \end{aligned}$$

Якщо дуополісти поведуть себе згідно моделі Курно, тоді кожен з них хоче максимізувати свій прибуток. Умовою максимізації функції прибутку є $\pi' = 0$. Тоді

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_1}{dq_1} &= 50 - 0,8q_1 - 0,25q_2 = 0 \rightarrow 0,8q_1 + 0,25q_2 = 50; \\ \frac{d\pi_2}{dq_2} &= 40 - 0,25q_1 - 0,5q_2 = 0 \rightarrow 0,25q_1 + 0,5q_2 = 40. \end{aligned}$$

Щоб знайти обсяги випуску кожної фірми запишемо систему із двох рівнянь

$$\begin{cases} 0,8q_1 + 0,25q_2 = 50 \\ 0,25q_1 + 0,5q_2 = 40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -1,6q_1 - 0,5q_2 = -100 \\ 0,25q_1 + 0,5q_2 = 40 \end{cases} \rightarrow$$

Додавши перше рівняння до другого, матимемо

$$1,6q_1 + 0,25q_1 = 40 - 100 \rightarrow -1,35q_1 = -60 \rightarrow q_1 = -60 / -1,35 = 44,44.$$

Підставимо значення q_1 в перше рівняння системи і отримаємо

$$0,8 \cdot 44,44 + 0,25q_2 = 50 \quad \rightarrow \quad q_2 = \frac{50 - 0,8 \cdot 44,44}{0,25} = 57,792.$$

Тоді ринкова ціна буде

$$P = 50 - 0,25(q_1 + q_2) = 0,25(44,44 + 57,792) = 50 - 25,558 = 24,442.$$

Якщо дуополісти ведуть себе згідно моделі Штакельберга, то тоді одна із фірм поводить себе як лідер а друга як аутсайдер. Нехай перша фірма поводить себе як лідер а друга як аутсайдер. Тоді

$$\begin{aligned} \pi_1 &= P \cdot q_1 - TC_1 = (50 - 0,25(q_1 + q_2))q_1 - 10 - 0,15q_1^2 \\ &= 50q_1 - 0,25q_1^2 - 0,25q_1q_2 - 10 - 0,15q_1^2 \\ &= 50q_1 - 0,4q_1^2 - 0,25q_1q_2 - 10. \end{aligned}$$

Замість q_2 підставимо рівняння кривої реакції другої компанії

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 50q_1 - 0,25q_1(80 - 0,5q_1) - 10 - 0,4q_1^2 \\ &= 50q_1 - 20q_1 + 0,125q_1^2 - 10 - 0,4q_1^2 \\ &= 30q_1 - 0,275q_1^2 - 10. \end{aligned}$$

Функція прибутку першої фірми має екстремум, коли

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = \frac{d(30q_1 - 0,275q_1^2 - 10)}{dq_1} = 30 - \frac{11}{20}q_1 = 0 \rightarrow q_1 = \frac{30 \cdot 20}{11} = 54,55,$$

а обсяг випуску другої компанії (аутсайдера) буде

$$q_2 = 80 - 0,5q_1 = 80 - 0,5 \cdot 54,55 = 52,725,$$

і ці обсяги фірми будуть продавати за ціною

$$\begin{aligned} P &= 50 - 0,25(q_1 + q_2) = 50 - 0,25(54,55 + 52,725) \\ &= 50 - 0,25 \cdot 107,275 = 23,18. \end{aligned}$$

Якщо друга фірма буде лідером а перша аутсайдером, то тоді

$$\begin{aligned} \pi_2 &= P \cdot q_2 - TC_2 = (50 - 0,25(q_1 + q_2))q_2 - (25 + 10q_2) \\ &= 50q_2 - 0,25q_1q_2 - 0,25q_2^2 - 25 - 10q_2 \\ &= 40q_2 - 0,25q_1q_2 - 0,25q_2^2 - 25. \end{aligned}$$

Враховуючи, що $q_1 = 62,5 - 25/80 \cdot q_2$, то запишемо рівняння таким чином

$$\begin{aligned}\pi_2 &= 40q_2 - 0,25q_2(62,5 - 25/80 \cdot q_2) - 0,25q_2^2 - 25 \\ &= 40q_2 - 0,25q_2 \cdot 62,5 + 0,25q_2^2 \cdot 25/80 - 0,25q_2^2 - 25 \\ &= 24,375q_2 - 0,25q_2^2(1 - 25/80) - 25 \\ &= 24,375q_2 - 0,171875q_2^2 - 25.\end{aligned}$$

Функція прибутку другої фірми має екстремум, коли

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = \frac{d(24,375q_2 - 0,171875q_2^2 - 25)}{dq_2} = 0.$$

Прирівняємо похідну функції прибутку другої фірми до нуля

$$24,375 - 0,34375q_2 = 0 \rightarrow q_2 = \frac{24,375}{0,34375} = 70,91.$$

Тоді обсяг випуску першої фірми (аутсайдера) буде

$$q_1 = 62,5 - 25 \cdot 70,91 = 40,341.$$

А ціна продажу фірм буде становити

$$P = 50 - 0,25(q_1 + q_2) = 50 - 0,25(40,341 + 70,91) = 22,19.$$

Якщо ці дві фірми утворять картель, тоді вони будуть діяти як одна фірма (монополія) і прибуток картеля буде

$$\begin{aligned}\pi_k &= P \cdot Q - TC_1 - TC_2 = (50 - 0,25Q)Q - TC_1 - TC_2 \\ &= (50 - 0,25(q_1 + q_2))(q_1 + q_2) - 10 - 0,15q_1^2 - 25 - 10q_2 \\ &= (50 - 0,25q_1 - 0,25q_2)(q_1 + q_2) - 0,15q_1^2 - 35 - 10q_2 \\ &= 50q_1 - 0,25q_1^2 - 0,25q_1q_2 + 50q_2 - 0,25q_1q_2 - 0,25q_2^2 \\ &\quad - 0,15q_1^2 - 10q_2 - 35 \\ &= 50q_1 - 0,4q_1^2 - 0,5q_1q_2 + 40q_2 - 0,25q_2^2 - 35.\end{aligned}$$

Прибуток картеля досягне максимуму, якщо похідні функції прибутку картеля по q_1 та q_2 будуть дорівнювати нулю

$$\begin{cases} \frac{d\pi_k}{dq_1} = \frac{d(50q_1 - 0,4q_1^2 - 0,5q_1q_2 + 40q_2 - 0,25q_2^2 - 35)}{dq_1} = 0; \\ \frac{d\pi_k}{dq_2} = \frac{d(50q_1 - 0,4q_1^2 - 0,5q_1q_2 + 40q_2 - 0,25q_2^2 - 35)}{dq_2} = 0. \end{cases}$$

Отримаємо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} 50 - 0,8q_1 - 0,5q_2 = 0 \\ -0,5q_1 + 40 - 0,5q_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0,8q_1 + 0,5q_2 = 50 \\ 0,5q_1 + 0,5q_2 = 40. \end{cases}$$

Розв'язавши її, визначемо

$$0,8q_1 - 0,5q_1 = 50 - 40 \rightarrow 0,3q_1 = 10 \rightarrow q_1 = 10/0,3 = 33,33,$$

тоді обсяг другої фірми знайдемо так

$$0,5 \cdot 33,33 + 0,5q_2 = 40 \rightarrow q_2 = \frac{40 - 0,5 \cdot 33,33}{0,5} = 46,67.$$

Ціна, за якою фірми продають свою продукцію, становитиме

$$P = 50 - 0,25(q_1 + q_2) = 50 - 0,25(33,33 + 46,67) = 50 - 0,25 \cdot 80 = 30.$$

▷ Приклад 6.4

Галузевий попит на продукцію має вигляд $Q_d = 50 - 0,5P$. Граничні витрати найбільшої в галузі фірми має такий вид $MC_l = 0,5q_l + 6$, а пропозиція решти виробників має вигляд $q_a^s = 0,5P + 4$. Необхідно знайти обсяг виробництва лідера, галузі та ринкову ціну.

* Розв'язок

Визначемо функцію попиту фірми-лідера так

$$Q_l^d = Q^d - Q_a^s = 50 - 0,5P - (0,5P + 4) = 50 - 0,5P - 0,5P - 4 = 46 - P.$$

Тоді функція ціни лідера буде $P_l = 46 - Q_l$ і загальний дохід буде

$$TR_l = P_l \cdot Q_l = (46 - Q_l)Q_l = 46Q_l - Q_l^2.$$

Знайдемо граничний дохід лідера

$$MR_l = \frac{d(TR_l)}{dQ_l} = \frac{d(46Q_l - Q_l^2)}{dQ_l} = 46 - 2Q_l.$$

Лідер буде випускати таку кількість продукції, за якої буде виконуватися умова

$$MR_l = MC_l \rightarrow 46 - 2Q_l = 0,5Q_l + 6 \rightarrow 2,5Q_l = 40 \rightarrow Q_l = 48/2,5 = 16.$$

Підставимо значення обсягу випуску в функцію ціни лідера

$$P_l = 46 - Q_l = 46 - 16 = 30,$$

тоді обсяг випуску галузі

$$Q^d = 50 - 0,5 \cdot 30 = 35.$$

6.2 Задачі до самостійного розв'язування

▷ Завдання 6.1

Дуополісти Курно мають справу із кривою ринкового попиту, що задається формулою $P = 40 - Q$, де Q — загальний ринковий попит. Кожний може виробляти продукцію при постійних граничних і середніх витратах які дорівнюють 20. Зобразіть графічно функцію реакції дуополістів та визначте рівноважну ціну і обсяг випуску.

▷ Завдання 6.2

Фірма — ціновий лідер. Визначивши попит на свою продукцію і оцінивши функцію граничного доходу $MR_l = 9 - q$, фірма встановила ціну за одиницю продукції $P_l = 8$. Якщо функція залежності граничних витрат від обсягу випуску домінуючої фірми $MC_l = 1 + q$, а крива пропозиції інших фірм $P' = 2 + 2q$, то якою при цьому буде величина ринкового попиту?

▷ Завдання 6.3

Конкурентний ринок з рівноважним обсягом продукції 100 тис. автомобілів у рік захопили дві фірми. Яким буде обсяг випуску кожної з них у випадку одержання нульового економічного прибутку, за умови рівності середніх і граничних витрат при будь-якому обсязі випуску?

▷ Завдання 6.4

У галузі із виробництва принципово нової моделі калькулятора діють лише 2 фірми. Крива ринкового попиту на продукт галузі має вигляд $P = 100 - (q_1 + q_2)$. Криві витрат фірм відповідно $TC_1 = q_1^2$ і $TC_2 = 2q_2^2$. (а) Яка буде в рівновазі ринкова ціна фірми 1 якщо фірма максимізує свій прибуток, вважаючи випуск суперника заданим?

Яка буде в рівновазі ринкова ціна фірми 2, якщо фірма максимізує свій прибуток, вважаючи випуск суперника заданим? І (б) Припустимо, що фірма 1 зрозуміла суть стратегії суперника і максимізує свій прибуток як лідер, з урахуванням поведінки фірми 2. Яка буде в рівновазі ринкова ціна і обсяг виробництва фірми 1? Яка буде в рівновазі ринкова ціна і обсяг виробництва фірми 2, якщо фірма максимізує свій прибуток, вважаючи випуск суперника заданим? (в) Припустимо тепер, що, навпаки, фірма 2 — лідер, який максимізує свій прибуток, виходячи з того, що фірма 1 вважає випуск фірми 2 заданим, що не залежить від свого випуску. Які будуть у рівновазі ціна, обсяг випуску і прибутку фірми 1 і фірми 2? (г) Припустимо тепер, що, навпаки фірма 2 — лідер, який максимізує свій прибуток, виходячи з того, що фірма 1 вважає випуск фірми 2 заданим, що не залежить від свого випуску. Яка буде в рівновазі ринкова ціна і обсяг виробництва фірми 1. Який буде в рівновазі ринковий обсяг виробництва фірми 1, якщо фірма максимізує свій прибуток? Яка буде в рівновазі ринкова ціна фірми 2, якщо фірма максимізує свій прибуток, вважаючи випуск суперника заданим? Який буде в рівновазі ринковий обсяг виробництва фірми 1, якщо фірма максимізує свій прибуток?

▷ **Завдання 6.5**

Ринковий попит заданий функцією $Q = 50 - 0,5P$, де Q — величина тижневого галузевого попиту в т., а P — ціна однієї т. у тис. грн. Загальні витрати будь-якої фірми галузі задані як $TC_i = 4X_i$, де X_i — тижневий випуск фірми в т. (а) Знайдіть ринкову ціну фірми 1, якщо на ринку галузі діють дві фірми, які поведуться згідно моделі Курно. (б) Знайдіть ринкову ціну фірми 2, якщо на ринку галузі діють дві фірми, які поведуться згідно моделі Бертрана.

▷ **Завдання 6.6**

Виробнича функція підприємства має такий вигляд

$$Q = AK^{0,5} L^{0,25},$$

де Q — щомісячний випуск цементу - тис. т. Ціна одиниці праці — 2 тис. грн., капіталу — 4 тис. грн. На ринку цементу застосовується практика лідерства в цінах. Визначте величину пропозиції в довгостроковому періоді, якщо ціновий лідер встановив ціну 8 тис. грн. за

т. цементу. Визначте місячний прибуток підприємства у тривалому періоді, якщо ціновий лідер установив ціну 8 тис. грн. за т. цементу.

▷ **Завдання 6.7**

Дослідження ринку сірників в умовах дуополії Курно дозволило визначити функції реагування кожної фірми $q_1 = 100 - 2q_2$ та $q_2 = 100 - 2q_1$, де q_1 й q_2 — обсяги виробництва відповідних фірм. Зобразіть графічно функції реагування фірм і обчисліть обсяги виробництва кожної фірми.

▷ **Завдання 6.8**

Умови ринкового попиту задаються рівнянням $Q_d = 100 - 2P$. На ринку діють дві фірми з рівними граничними витратами ($MC_1 = MC_2 = 20$). Знайдіть параметри ринкової рівноваги на ринку за умови дуополії Курно.

▷ **Завдання 6.9**

Дві фірми виробляють мідний дріт з витратами, функціональна залежність яких від обсягів виробництва задається, відповідно, рівняннями: $TC_1 = 0,5q_1^2 + 2q_1$ і $TC_2 = 0,5q_2^2 + 4q_2$. Умови попиту представлені рівнянням: $Q_d = 50 - 0,5P$. Визначте: (а) Рівняння кривої реакції для кожної фірми; (б) Обсяг виробництва кожної фірми; (в) Ринкову ціну; (г) Індекс Герфіндала-Гіршмана.

▷ **Завдання 6.10**

Ринковий попит на олігополістичному ринку виражений рівнянням $Q_d = 300 - 2P$. Загальні витрати невеликої фірми в галузі мають вигляд $TC_l = q^2 + 4q + 6$, а пропозиція всіх інших фірм $P_{\text{Посл}} = 100 + 2Q$. Визначте: (а) Обсяг продажів найбільшої фірми; (б) Рівноважну ціну на даному ринку; (в) Сукупний обсяг продажів інших фірм у галузі.

▷ **Завдання 6.11**

На ринку діє фірма - ціновий лідер і низка дрібних фірм, що утворюють конкурентне оточення. Функція витрат домінуючої фірми має вигляд: $TC_l = 0,5Q_l^2 - 2,5Q_l + 18$. Ринковий попит заданий функцією $P = 45 - Q_d$. Фірми конкурентного оточення можуть

запропонувати наступну кількість продукції $Q_{\text{посл}} = P_l - 10$. Визначте: (а) Обсяг виробництва домінуючої фірми; (б) Ціну, що вона встановить на ринку; (с) Обсяг виробництва всієї галузі.

▷ **Завдання 6.12**

Ринковий попит на аудиторські послуги задається рівнянням $Q_{\text{отр}} = 1000 - 2P$ на місяць. Попит задовольняється домінуючою фірмою (лідером) і 10 фірмами-аутсайдерами. Витрати лідера $TC_l = 100 - 5q + q^2$. Витрати типового аутсайдера $TC = 2,5q^2$. Визначте прибуток домінуючої фірми і одного із аутсайдерів.

▷ **Завдання 6.13**

У місті існує п'ять фірм, в яких можна взяти напрокат машину. Сукупні витрати кожної з них мають вигляд $TC_i = 0,5q^2$. Ринковий попит на цю послугу описується рівнянням $Q = 120 - 2P$. Якщо всі ці фірми об'єднуються в картель, то яка буде встановлена ціна і у якому обсязі буде визначена квота окремої фірми?

ЗАНЯТТЯ 7

МОНОПОЛІСТИЧНА КОНКУРЕНЦІЯ

7.1 Приклади розв'язування задач

▷ Приклад 7.1

На ринку монополістичної конкуренції функція попиту має вигляд $P = 4500 - 2Q$, а функція середніх витрат $AC = 5500 - 4Q + 0,001Q^2$. Всі фірми в галузі мають однакову функцію загальних витрат. Знайдіть рівноважну ціну, обсяг продаж та прибуток фірм в довгостроковому періоді.

* Розв'язок

В довгостроковому періоді за рівноваги виконується умова

$$\frac{dP}{dQ} = \frac{d(AC)}{dQ} \rightarrow \frac{d(4500 - 2Q)}{dQ} = \frac{d(5500 - 4Q + 0,01Q^2)}{dQ}.$$

Графічно це проілюстровано на рис. 7.1. Тоді маємо

$$-2 = -4 + 0,002Q \rightarrow 0,002Q = 2 \rightarrow Q_1 = 2/0,002 = 1000.$$

Рівноважну ціну знайдемо підставивши знайдене значення обсягу

продаж у функцію попиту

$$P = P^* = 4500 - 2Q = 4500 - 2 \cdot 1000 = 2500.$$

Визначемо прибуток

$$\begin{aligned} \pi &= P^* \cdot Q^* - AC \cdot Q^* \\ &= 2500 \cdot 1000 - (5500 - 4 \cdot 1000 + 0,001 \cdot 1000^2)1000 \\ &= 2500000 - (5500 - 4000 + 1000)1000 = 2500000 - 2500 \cdot 1000 = 0. \end{aligned}$$

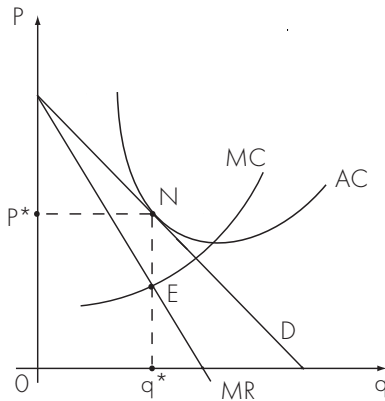


Рис. 7.1.

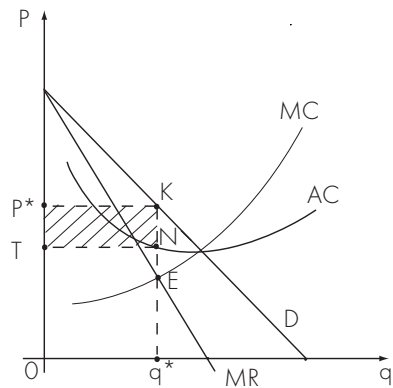


Рис. 7.2.

▷ Приклад 7.2

Загальні витрати фірми на ринку монополістичної конкуренції мають вигляд $TC = \frac{1}{3}q^3 - 5q^2 + 27q$. Обернена функція попиту має вигляд $P = 15 - q$. В якій рівновазі знаходиться фірма (довгостроковій чи короткостроковій), якщо вона максимізує прибуток.

* Розв'язок

Фірма максимізує прибуток за умови $MR = MC$ (рис. 7.2). Зна-

йдемо граничні показники

$$MR = \frac{d(TR)}{dq} = \frac{d(Pq)}{dq} = \frac{d((15 - q)q)}{dq} = \frac{d(15q - q^2)}{dq} = 15 - 2q,$$

$$MC = \frac{dTC}{dq} = \frac{d(\frac{1}{3}q^3 - 5q^2 + 27q)}{dq} = q^2 - 10q + 27.$$

Тоді

$$15 - 2q = q^2 - 10q + 27 \rightarrow q^2 - 8q + 12 = 0.$$

Розв'яжемо квадратне рівняння і маємо $q_1 = 6$, $q_2 = 2$.

Щоб дізнатися який обсяг виробництва слід вибрати підприємству необхідно знайти обсяг випуску за умови

$$\frac{d(MR)}{dq} \geq \frac{d(MC)}{dq},$$

тоді

$$\frac{d(MR)}{dq} = \frac{d(15 - 2q)}{dq} = -2, \quad \frac{d(MC)}{dq} = \frac{d(q^2 - 10q + 27)}{dq} = 2q - 10,$$

$$\text{при } q = 2 \quad (MC)' = 2 \cdot 2 - 10 = -6 \quad \text{тобто } (MR)' > (MC)',$$

$$\text{при } q = 6 \quad (MC)' = 2 \cdot 6 - 10 = 2 \quad \text{тобто } (MR)' < (MC)'.$$

Таким чином фірма повинна випускати 6 од. продукції. При цьому фірма встанове таку ціну

$$P = 15 - q = 15 - 6 = 9.$$

За такої ціни фірма отримає такий фінансовий результат

$$\begin{aligned} \pi &= P^* \cdot q^* - TC = P^* \cdot q^* - \frac{1}{3}q^3 + 5q^2 - 27q = \\ &= 9 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 6^3 + 5 \cdot 6^2 - 27 \cdot 6 = 54 - 72 + 180 - 162 = 0. \end{aligned}$$

Маючи такі фінансові результати фірма знаходиться в довгостроковій рівновазі.

▷ **Приклад 7.3**

Функція попиту фірми, яка діє на монополістичному ринку має вигляд $q_1^d = 30 - 5P_1 + 2P_2$, а функція загальних витрат фірми — $TC_1 = 24 + 3q_1$. В стані рівноваги перша фірма випускає 8 од. продукції. Необхідно знайти P_1 та P_2 .

* **Розв'язок**

В стані рівноваги $P_1 = AC_1$ тоді

$$AC_1 = \frac{TC_1}{q_1} = \frac{24 + 3q_1}{q_1} = \frac{24}{q_1} + 3.$$

Підставимо цей вираз в умову рівноваги і отримаємо

$$P_1 = \frac{24}{q_1} + 3 = \frac{24}{8} + 3 = 6 \rightarrow 8 = 30 - 5 \cdot 6 + 2P_2 \rightarrow P_2 = 8/2 = 4.$$

▷ **Приклад 7.4**

Функція попиту на продукцію монополістичного конкурента має вигляд $q_d = 33,5 - 0,5P$. Функція витрат фірми має вигляд $TC = 2 + 4q - q^2 + 1/3 \cdot q^3$. Визначте, як зміниться ринкова ціна та прибуток фірми внаслідок застосування податку: (а) На одиницю реалізованої продукції в розмірі 15 грн.; (б) На капітал в розмірі 75 грн.; (в) З прибутку в розмірі 10%; (г) На дохід в розмірі 20%.

* **Розв'язок**

Запишемо обернену функцію попиту $P = 67 - 2q_d$. Фірма максимізує прибуток, якщо виконується умова $MR = MC$ (рис. 7.3)

Знайдемо граничні показники

$$MR = \frac{d(Pq)}{dq} = \frac{d((67 - 2q_d)q)}{dq} = 67 - 4q,$$

$$MC = \frac{d(TC)}{dq} = \frac{d(2 + 4q - q^2 + 1/3 \cdot q^3)}{dq} = 4 - 2q + q^2.$$

Тоді

$$67 - 4q = 4 - 2q + q^2 \rightarrow q^2 + 2q - 63 = 0 \rightarrow q_1 = 7, q_2 = -9.$$

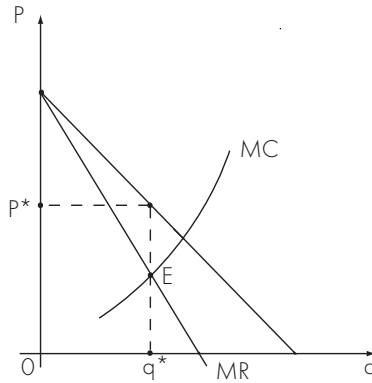


Рис. 7.3.

Звісно, що обсяг випуску не може бути від'ємною величиною, тому обсяг випуску буде 7 од. Знайдемо рівноважну ціну

$$P = 67 - 2q = 67 - 2 \cdot 7 = 53.$$

Тоді прибуток фірми становитиме

$$\begin{aligned} \pi &= P \cdot q - TC = P \cdot q - \left(2 + 4q - q^2 + \frac{1}{3}q^3\right) = \\ &= P \cdot q - 2 - 4q + q^2 - \frac{1}{3}q^3 = 53 \cdot 7 - 2 - 4 \cdot 7 + 7^2 - \frac{1}{3} \cdot 7^3 = 275,67. \end{aligned}$$

Якщо запроваджується потоварний податок у розмірі 15 грн. на од. реалізованої продукції, то крива граничних витрат зросте на величину податку. Нова функція граничних витрат набуде вигляду

$$MC = 4 - 2q + q^2 + 15 = 19 - 2q + q^2.$$

Внаслідок цього ринкова ціна та обсяг продажу фірми зміняться

$$MR = MC$$

$$67 - 4q = 19 - 2q + q^2 \rightarrow q^2 + 2q - 48 = 0 \rightarrow q_1 = 6, q_2 = -8.$$

Тоді

$$P = 67 - 2q = 67 - 2 \cdot 6 = 55.$$

Прибуток буде становити

$$\pi = Pq - 2q - 4q + q^2 - \frac{1}{3}q^3 = 55 \cdot 6 - 2 - 4 \cdot 6 + 6^2 - \frac{1}{3}6^3 = 268.$$

Тоді зміна прибутку буде $\Delta\pi = 268 - 275,67 = -7,67$.

При запровадженні податку на капітал розміром 75 грн., функція загальних витрат прийме вигляд $TC = 75 + 2 + 4q - q^2 + \frac{1}{3}q^3$, тоді $MC = 4 - 2q + q^2$. Це означає, що ціна та обсяг випуску не зміняться, а прибуток зменшиться на 75 грн.: $\pi = 275,67 - 75 = 200,67$.

Якщо запровадити податок на прибуток, то це не змінить ціну та обсяг реалізації, а прибуток зменшиться на 10%

$$\pi = 275,57 - 275,57 \cdot 0,1 = 275,57 - 27,557 = 248,013.$$

Отже, прибуток зменшився на 27,557 грн.

Якщо запроваджується податок на дохід, то це змінить як ціну, так і обсяг реалізації та прибуток фірми. Загальний дохід фірми із врахуванням податку буде

$$TR = (67 - 2q)0,8q = 67 \cdot 0,8q - 1,6q^2 = 53,6q - 1,6q^2.$$

$MR = 53,6 - 3,8q$. Виходячи з Умови ринкової рівноваги ($MR = MC$) матимемо

$$53,6 - 3,8q = 4 - 2q + q^2 \rightarrow q^2 + 1,8q - 49,6 = 0 \rightarrow q_1 = 6,2, q_2 = -8.$$

Ціна на продукцію становитиме $P = 67 - 2q = 67 - 2 \cdot 6,2 = 54,6$. Прибуток фірми складе

$$\pi = pq - 2 - 4q + q^2 - \frac{1}{3}q^3 = 54,6 \cdot 6,2 - 2 - 4 \cdot 6,2 + 6,2^2 - \frac{1}{3} \cdot 6,2^3 = 278,16.$$

Тоді зміна прибутку $\Delta\pi = 278,16 - 275,67 = 2,49$.

7.2 Задачі до самостійного розв'язування

▷ Завдання 7.1

Функція залежності граничного доходу (MR) від обсягу виробництва фірми (q) в умовах недосконалої конкуренції задається рівнянням $MR = 3 - 2q$. Яка буде ціна за обсягу випуску $q = 2$?

▷ Завдання 7.2

Косметична фірма працює в монополістично конкурентній галузі, що характеризується неціновою конкуренцією. Ціна протягом декількох років залишається постійною і становить 5 од. Серед фірм галузі існує порозуміння в питанні незбільшення ціни. Функція загального прибутку фірми має вигляд $\pi = 1000 - 20P + 50C - C^2$, де C — витрати на рекламу. Визначте обсяг витрат на рекламу, за яких максимізується прибуток фірми.

▷ Завдання 7.3

Функція довгострокових середніх витрат монополістичного конкурента задається рівнянням $LAC = 12q^2 - 26q + 24$, а попит на її продукцію - $Q_d = 6 - 0,5P$. Визначте, скільки продукції і за якою ціною зможе продавати фірма в довгостроковому періоді. Як зміниться прибуток фірми в довгостроковому періоді?

▷ Завдання 7.4

Короткострокові загальні витрати фірми за умов монополістичної конкуренції задаються рівнянням $TC = q^2 - 10q + 64$, а попит на його продукцію $Q_d = 12,5 - 0,25P$. Визначте запас виробничих потужностей.

▷ Завдання 7.5

Фірма виробляє губну помаду із загальними витратами, $TC = 0,5q^3 - 10q^2 + 130q$. Визначте обсяг випуску, що відповідає стану надлишкової потужності, якщо відомо, що попит на продукт, вироблений даною фірмою, задається рівнянням $Q_d = 50 - 0,5P$.

▷ Завдання 7.6

Функція середніх витрат фірми $AC = 0,25q^2 - 3q + 10$. Фірма запланувала рекламну кампанію. Сукупні витрати залежать від обсягу виробництва і описуються функцією: $TC = 0,1q + 10$. Визначте,

як зміниться прибуток фірми, якщо попит на свою продукцію фірма оцінювала як $Q = 6 - P$, а рівень попиту, який очікує фірма в результаті рекламної кампанії, $Q = 12 - P$.

▷ **Завдання 7.7**

Індекс Лернера становить 0,4. Ціна, за якою продаються товари фірми, становить 3000 руб. Визначте середні витрати і прибуток монополіста за обсягу виробництва 1000 шт.

▷ **Завдання 7.8**

Індекс Лернера дорівнює 0,2, а загальні витрати на обсяг виробництва 2000 виробів складають 3000 руб. Визначте ціну, яку призначить фірма-монополіст, максимізуючи прибуток, і розмір цього прибутку.

▷ **Завдання 7.9**

Прибуток фірми-олігополіста становить 1,2 млн. руб. на місяць. Кількість виробленої продукції - 1000 одиниць. Визначте індекс Лернера, якщо ціна, яка максимізує прибуток, дорівнює 4000 руб.

▷ **Завдання 7.10**

Функція загальних витрат фірми-монополіста $TC = 4q^2 - 2q + 1$, а функція попиту $Q_d = 2 - 0,5P$. Визначте індекс Лернера та еластичність попиту на продукт фірми.

▷ **Завдання 7.11**

В таблиці описана сталеливарна галузь. Розрахуйте індекс Герфіндаля-Гіршмана для цієї галузі.

	Обсяг продаж (тис. дол. у рік)
Фірма 1	200000
Фірма 2	150000
Фірма 3	100000
Фірма 4	75000
Фірма 5-30	300 000

ЗАНЯТТЯ 8

РИНКИ ФАКТОРІВ ВИРОБНИЦТВА

8.1 Приклади розв'язування задач

▷ **Приклад 8.1**

Функція доходу фірми має вигляд $TR = 5\sqrt{L}$, а загальних витрат $TC = 0,1L + 1$. За якого обсягу праці фірма максимізує прибуток?

* **Розв'язок**

Необхідною умовою максимізації фірмою прибутку є

$$\frac{d\pi}{dL} = \frac{d(TR)}{dL} - \frac{d(TC)}{dL} = 0.$$

Знайдемо граничні показники MR , MC

$$\frac{d(TR)}{dL} = \frac{d(5\sqrt{L})}{dL} = \frac{5}{2\sqrt{L}}, \quad \frac{d(TC)}{dL} = \frac{d(0,1L + 1)}{dL} = 0,1.$$

Тоді

$$\frac{5}{2\sqrt{L}} = 0,1 \quad \rightarrow \quad \sqrt{L} = 25 \quad \rightarrow \quad L = 625.$$

▷ Приклад 8.2

Фірма продає продукцію на конкурентному ринку за ціною 5 грн. Виробнича функція в короткостроковому періоді має вигляд $Q = 4L - 0,01L^2 + 15K$. Якщо ставка заробітної плати на конкурентному ринку становить 10 грн., то скільки праці необхідно фірмі. Якщо фірма буде єдиним покупцем праці, то яку кількість праці купить фірма і яку ставку заробітної плати встановить, якщо функція пропозиції має вигляд $L^s = 12,5P - 25$.

* Розв'язок

Фірма в короткостроковому періоді буде максимізувати прибуток якщо $P \cdot MP_L = W$ (рис. 8.1).

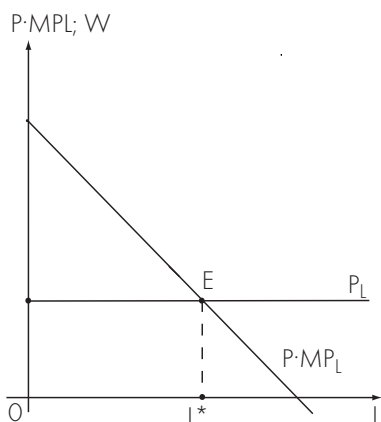


Рис. 8.1.

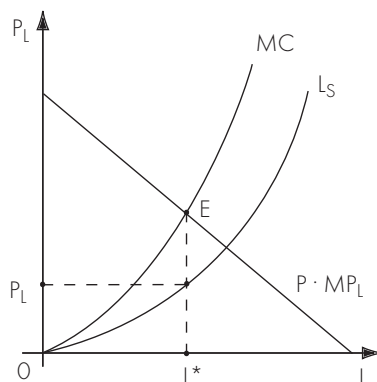


Рис. 8.2.

Із рівняння граничного продукту праці

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial(4L - 0,01L^2 + 15K)}{\partial L} = 4 - 0,02L,$$

знайдемо L

$$5(4 - 0,02L) = 10 \rightarrow 20 - 0,1L = 10 \rightarrow L = 100.$$

Якщо фірма буде єдиним покупцем, то умовою максимізації прибутку (рис. 8.2) буде рівність

$$P \cdot MP_L = MC_L.$$

Запишемо функцію пропозиції праці

$$P_L = 2 + 0,08L.$$

Тепер знайдемо граничні витрати на працю, скориставшись функцією загальних витрат

$$TC = P_L \cdot L = (2 + 0,08L)L = 2L + 0,08L^2$$

$$MC_L = \frac{d(TC_L)}{dL} = 2 + 0,16L.$$

Тоді

$$\begin{aligned} 5(4 - 0,02L) &= 2 + 0,16L \\ 20 - 0,1L &= 2 + 0,16L \\ 0,26L &= 18 \\ L &= 69,23. \end{aligned}$$

Підставивши знайдений обсяг праці у функцію пропозиції праці, визначимо P_4

$$69,23 = 2 + 0,08P_L \rightarrow P_L = \frac{69,23 - 2}{0,08} = 7,54.$$

▷ Приклад 8.3

Знайдіть рівень заробітної плати та обсяг пропозиції праці, якщо пропозиція праці $L_s = 10 + 0,5W$, а попит на працю $L_d = 100 - W$. Як зміниться заробітна плата, якщо пропозиція праці контролюється профспілкою?

* Розв'язок

В умовах рівноваги $L_s = L_d$. Тоді

$$10 + 0,5W = 100 - W \rightarrow \frac{3}{2}W = 90 \rightarrow W = \frac{90 \cdot 2}{3} = 60.$$

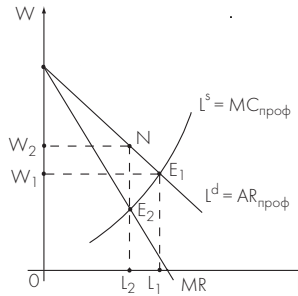


Рис. 8.3.

Підставимо знайдене значення W у функцію попиту

$$L_d = 100 - 60 = 40.$$

Якщо пропозиція праці контролюється профспілкою, то умовою рівноваги буде $MR_l = MC_l$ (рис. 8.3). Знайдемо граничні показники

$$MR_l = \frac{d(TR_l)}{dL} = \frac{d(W \cdot L)}{dL} = \frac{d((100 - L)L)}{dL} = 100 - 2L,$$

$$MC_l = W = 2L - 20.$$

Тоді

$$100 - 2L = 2L - 20 \rightarrow 4L = 120 \rightarrow L = 120/4 = 30.$$

Підставимо знайдене значення обсягу праці у функцію попиту і отримаємо

$$L_d = 100 - W \rightarrow 30 = 100 - W \rightarrow W = 70.$$

▷ Приклад 8.4

Фірма є досконалим конкурентом на ринку благ та на ринку капіталу. Ціна товару дорівнює 2 грн. Арендна ціна капіталу 22 грн. Динаміка випуску продукції від збільшення обсягу капіталу, за умови що $L = \text{const}$, подана в таблиці.

К	4	5	6	7	8	9	10
Q	100	121	141	159	174	185	191

Визначте обсяг попиту фірми на капітал.

* **Розв'язок**

Умовою рівноваги фірми є $MP_k \cdot P = P_k$. Знайдемо MP_k та $P \cdot MP_k$, якщо $MP_k = \frac{\Delta Q}{\Delta K}$. Результати обрахунків наведемо в таблиці.

К	4	5	6	7	8	9	10
Q	100	121	141	159	174	185	191
MP_k	21	20	18	15	11	6	
$P \cdot MP_k$	42	40	36	30	22	12	
P_k	22	22	22	22	22	22	

З таблиці бачимо, що обсяг попиту на капітал фірми буде дорівнювати 8,5 грн.

▷ **Приклад 8.5**

Фірма є монополістом на ринку благ і досконалим конкурентом на ринку капіталу. Арендна ціна капіталу 22 грн. Залежність TR від Q задана таблицею.

К	4	5	6	7	8	9	10
Q	100	121	141	159	174	185	191
TR	190	195	199	202	204	206	207

Необхідно знайти обсяг попиту фірми на капітал.

* **Розв'язок**

Фірма максимізує прибуток за умови $MR \cdot MP_k = MC_k$. Знайдемо граничні показники MR , MP_k , MC_k

$$MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q}, \quad MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}, \quad MP_k = \frac{\Delta Q}{\Delta K}.$$

Результати обрахунків наведемо в таблиці.

К	4	5	6	7	8	9	10
Q	100	121	141	159	174	185	191
TR	190	195	199	202	204	206	207
MP_k	21	20	18	15	11	6	
MR	5	4	3	2	2	1	
$MR \cdot MP_k$	105	80	54	30	22	6	
MC	22	22	22	22	22	22	

З таблиці видно, що умова рівноваги виконується коли фірма залучає у виробництво 865 од. капіталу.

▷ **Приклад 8.6**

Згідно інвестиційного проекту інвестиції здійснюються протягом двох років: у перший рік — 1 млн. грн., у другій рік — 164 млн. грн. Згідно проекту фірма має отримувати щорічно прибуток в розмірі 0,4 млн. грн. протягом 8 років. Чи доцільно фірмі упроваджувати інвестиції, якщо облікова ставка процента дорівнює 10%?

* **Розв'язок**

Якщо фірма упроваджує інвестиції на початку року а прибуток одержує на кінці року, то тоді

$$PV_I = 1 + \frac{1,4}{1,1} = 1 + 1,27 = 2,27,$$

$$PV_R = \frac{0,4}{1,1} + \frac{0,4}{1,1^2} + \frac{0,4}{1,1^3} + \frac{0,4}{1,1^4} + \frac{0,4}{1,1^5} + \frac{0,4}{1,1^6} + \frac{0,4}{1,1^7} + \frac{0,4}{1,1^8} = 1,95.$$

Тоді $NPV = 1,95 - 2,27 = -0,32$. Таким чином, інвестиції при ставці процента в 10% упроваджувати не слід, оскільки це буде збитково.

8.2 Задачі до самостійного розв'язання

▷ **Завдання 8.1**

Функція доходу (виторгу) фірми має вигляд $TR = 50L^2$, а загальних витрат - $TC = 10L + 0,4$. Визначте кількість праці яку застосовує фірма (у млн. людино-годин) за умов максимізації прибутку.

▷ **Завдання 8.2**

Виробнича функція фірми в короткостроковому періоді представлена у вигляді $Q = 48L^{0,5}$. Ринок праці є конкурентним, ціна праці дорівнює 12. Визначте, скільки працівників найме фірма за ціни готового виробу, що дорівнює 5 од.

▷ **Завдання 8.3**

Нехай деяке благо продається на конкурентному ринку за ціною 10 дол. за одиницю. Виробнича функція галузі в цілому задана рівнянням $Q_d = 20L - 0,45L^2$, де Q_d — обсяг виробництва в тиждень, L

— кількість працівників (тис. чол.). (а) Побудуйте функцію галузевого попиту на працю. (б) Якщо рівноважна ставка заробітної плати становить 20 дол. за тиждень, скільки працівників буде найнято? (в) Якщо під впливом профспілки заробітна плата зросте до 65 дол., то що відбудеться із зайнятістю? (г) Якщо за ставки заробітної плати в 65 дол. кількість бажаючих влаштуватися на роботу дорівнює 30 тис., то чому дорівнює безробіття? (д) Виведіть функцію галузевої пропозиції праці, припустивши її лінійний характер.

▷ **Завдання 8.4**

Нехай деяке благо продається на конкурентному ринку за ціною 4 дол. за одиницю. Виробнича функція галузі задана рівнянням $Q_d = 30L - 0,75L^2$, де Q_d — обсяг виробництва за тиждень, L — кількість працівників (у тис. чол.). (а) Побудуйте функцію галузевого попиту на працю. (б) Якщо поточна ставка заробітної плати становить 60 дол. за тиждень, скільки працівників буде найнято? (в) Нехай під впливом профспілки заробітна плата зростає до 90 дол. Що відбудеться із зайнятістю? (г) Якщо функція галузевої пропозиції праці прийме вигляд $L_s = l/6 \cdot w$, то яка буде величина безробіття?

▷ **Завдання 8.5**

Виробнича функція фірми $Q = 10L - L^2$, де Q — кількість одиниць випуску в день, а L — кількість одиниць праці в день. Ціна кожної одиниці випуску 1 дол., ставка заробітної плати - 8 дол. у день. (а) Скільки одиниць праці необхідно найняти фірмі, щоб максимізувати випуск? (б) Якщо фірма максимізує прибуток, скільки працівників вона найме? Яким виявиться денний прибуток фірми? (с) Чи доцільно фірмі наймати 6 робітників?

▷ **Завдання 8.6**

Фірма виробляє товар, що продається на конкурентному ринку по 10 дол. за штуку. Виробнича функція $Q = 5L - Q,5L^2$, де Q — обсяг виробництва в тис. штук за день, а L — чисельність персоналу фірми в тис. чол. Середня денна ставка зарплати становить 40 дол. (а) Визначте, скільки працівників необхідно найняти фірмі. (б) Якщо зарплата зростає на 10%, то як зміниться чисельність зайнятих? (в) Як зміна ставки зарплати вплине на величину денного прибутку фірми?

▷ Завдання 8.7

Фірма виробляє пральний порошок і продає його на конкурентному ринку за ціною 2 дол. за пачку. Виробнича функція в короткостроковому періоді описується формулою $Q = 100L - 0,075L^2 + 10K$. (а) Виведіть криву попиту фірми на працю. (б) Якщо ставку заробітної плати на конкурентному ринку праці буде встановлена на рівні 50 дол., то скільки працівників найме фірма? (в) Якщо ця фірма виявиться єдиним покупцем праці даної кваліфікації, то яку кількість працівників найме фірма і яку ставку заробітної плати встановить, якщо функція пропозиції праці має вигляд $L_s = 50w - 2000$.

▷ Завдання 8.8

Визначте рівень заробітної плати і обсяг пропонованих послуг на ринку праці, якщо функція пропозиції праці описується як $L_s = W + 20$, а функція попиту на працю $L_d = 100 - 2W$. Як зміниться оплата праці, якщо в даній галузі пропозиція контролюється профспілкою?

▷ Завдання 8.9

Визначте рівень заробітної плати і обсяг пропонованих послуг на ринку праці, якщо функція пропозиції праці описується як $L_s = 2W + 40$, а функція попиту на працю $L_d = 100 - 2W$. Як зміниться оплата праці, якщо в даній галузі пропозиція контролюється профспілкою?

▷ Завдання 8.10

Визначте рівень заробітної плати і обсяг пропонованих послуг на ринку праці, якщо функція пропозиції праці описується як $W_s = 40 + 4L_s$, а функція попиту на працю $L_d = 100 - 1/4 \cdot W$, за умови, що фірма єдиний покупець на ринку праці, який регулюється єдиною профспілкою.

▷ Завдання 8.11

Представлено інвестиційний проект, відповідно до якого інвестиції здійснюються протягом 2-х років: 500 тис. дол. у перший рік й 400 тис. дол. - у другий. Проект обіцяє щорічні прибутки в розмірі 400 тис. дол. протягом чотирьох років. Чи варто здійснювати інвестиції, якщо дисконтна ставка відсотка дорівнює 20%?

▷ Завдання 8.12

Початкуючому менеджеру банку встановили оклад 5 тис. грн. на місяць. При цьому є вакансії, на які він може претендувати, за умови, що він закінчить шестимісячні платні курси з відривом від виробництва. Вартість навчання — 80 тис. грн. Ставка відсотка становить 10%. Чи варто закінчувати курси, якщо заробіток після навчання може скласти 6 тис. грн.?

▷ Завдання 8.13

Пан X витратив на купівлю дачі 60 тис. дол., розраховуючи протягом 3 років її здавати в оренду, а потім продати за 65 тис. дол. Якщо припустити, що дохід від оренди дачі буде постійним, а середній відсоток по валютних вкладах дорівнює 10%, то яку плату за сезон потрібно призначити, щоб купівля дачі себе виправдала?

▷ Завдання 8.14

Пані X витратив на купівлю квартири 30 тис. дол., розраховуючи протягом 5 років її здавати в оренду, а потім продати за 35 тис. дол. Якщо припустити, що дохід від оренди квартири буде постійним, а середній відсоток по валютних вкладах дорівнює 10%, то яку річну орендну плату потрібно призначити, щоб купівля квартири себе виправдала?

▷ Завдання 8.15

П'ять років тому пан Гапончук купив колекцію картин. Він розрахував, що її сьогоднішня вартість становить 176234 дол. Знаючи, що щорічно колекція ставала дорожчою на 12%, знайдіть, за якою ціною пан Гапончук придбав колекцію.

▷ Завдання 8.16

Скільки б ви заплатили сьогодні за збільшення вашого річного доходу на 5 тис. дол. протягом найближчих 5 років, якщо процентна ставка дорівнює 3%?

▷ Завдання 8.17

Фірма вирішила інвестувати 3,2 млн. грн. у новий верстат. Вона розраховує протягом трьох років одержувати щорічний дохід від його експлуатації в 1,2 млн. грн. і наприкінці 3-го року продати його на брухт за 100 тис. грн. Чи доцільно фірмі робити ці інвестиції, якщо відсоток дорівнює 10% річних?

▷ Завдання 8.18

Інвестиційний проект розрахований на 3 роки. Первісні витрати — 2 млн. грн., дохід у другому році - 1 млн. грн., у третьому - 1,2. Продаж списаного устаткування наприкінці третього року принесе фірмі 0,2 млн. грн. Ставка відсотка дорівнює 10%. Чи доцільно фірмі реалізувати даний проект?

▷ Завдання 8.19

Визначіть реальний відсоток, якщо темп інфляції дорівнює 15%, а ставка відсотку по банківських вкладах 17%.

▷ Завдання 8.20

Попит на землю описується рівнянням $Q_d = 1000 - 50r$, де Q_d — площа доступних ділянок землі (у га.), r — ставка ренти (тис. руб. за га.). Площа земельних угідь 700 га. Визначте рівноважну ставку ренти і ціну одного гектара, якщо відомо, що ставка відсотка дорівнює 12%.

ЗАНЯТТЯ 9

ЗАГАЛЬНА РІВНОВАГА

9.1 Приклади розв'язування задач

▷ **Приклад 9.1**

В економіці виробляються товари А и В. (а) Які значення рівноважних цін цих товарів (P_a) і (P_b), якщо їх функції попиту та пропозиції мають вигляд

$$Q_a^d = 32 + 2P_b - 3P_a; \quad Q_a^s = -10 - P_b + 2P_a;$$

$$Q_b^d = 44 + P_a - 2P_b; \quad Q_b^s = -5 - 0,5P_a + P_b;$$

(б) Чи повернеться система в рівноважний стан, якщо ціни на товари стануть відповідно рівні: $P_a = 27$ й $P_b = 30$?

* **Розв'язок**

Прирівнявши попит та пропозицію кожного товару, розв'яжемо систему рівнянь із двома невідомими:

$$\begin{cases} 32 + 2P_b - 3P_a = -14 - P_b + 2P_a; \\ 44 + P_a - 2P_b = -5 + P_b + 0,5P_a. \end{cases}$$

В результаті одержимо $P_a = 26$ й $P_b = 29,3$.

При підвищенні цін до $P_a = 27$ і $P_b = 30$ на ринку товарів А і В обсяг пропозиції перевищить обсяг попиту, тобто виникне надлишок:

$$Q_a^d = 32 + 2 \cdot 30 - 3 \cdot 27 = 11; \quad Q_a^s = 2 \cdot 27 - 30 - 10 = 14.$$

$$Q_b^d = 44 + 27 - 2 \cdot 30 = 11; \quad Q_b^s = 30 - 0,5 \cdot 27 - 5 = 11,5.$$

При виникненні надлишку ціни на обох ринках розпочнуть знижуватися, тобто система повертається в рівноважний стан.

▷ Приклад 9.2

Два споживача розділяють між собою 20 од. блага Х та 30 од. блага Y. Функція корисності першого споживача $U(x, y) = xy$. Функція корисності другого споживача — $U(x, y) = xy^2$, де x — кількість блага Х, y — кількість блага Y. Побудуйте криву контрактів і криву можливих корисностей.

* Розв'язок

Скористаємося умовою оптимальності набору за Парето. Гранична норма заміни блага Х благом Y для першого споживача повинна бути рівною граничній нормі заміни блага Х благом Y другого споживача. Умова рівності граничних норм заміщення для двох споживачів запишемо так

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2^2}{2x_2 \cdot y_2}.$$

Знаючи, що

$$x_1 + x_2 = 20, \quad y_1 + y_2 = 30,$$

отримаємо

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{30 - y_2}{2(20 - x_2)}.$$

Задаючи значення x_1 -5, 10, 15, визначимо значення інших змінних, які характеризують точки на кривій контрактів. Одержимо координати трьох точок на кривій контрактів першого й другого споживачів.

Точка А	$x_1 = 5$	$y_1 = 4,29$	$x_2 = 15$	$y_2 = 25,71$
Точка В	$x_1 = 10$	$y_1 = 10$	$x_2 = 10$	$y_2 = 20$
Точка С	$x_1 = 15$	$y_1 = 18$	$x_2 = 5$	$y_2 = 12$

З'єднавши точки А, В и С, одержуємо приблизний вид кривої контрактів

Знаючи три варіанти оптимального розподілу блага Х і блага Y, знайдемо рівень корисності, якщо досягають два споживачі.

Комбінація А: $U_1 = 21,42$, $U_2 = 9918$.

Комбінація В: $U_1 = 100$, $U_2 = 4000$.

Комбінація С: $U_1 = 270$, $U_2 = 720$.

За наявним даними можна побудувати приблизний вигляд кривої межі споживчих можливостей.

▷ Приклад 9.3

Обмежене число ресурсів ($K = 50$, $L = 100$) розподіляється між виробництвом продуктів А и В. Залежність випуску продукту А від обсягу використання праці й капіталу описується виробничою функцією $Q_a = K^{0,5}L^{0,5}$, залежність випуску продукту В - $Q_b = K^{0,2}L^{0,8}$. Побудуйте (мінімум за трьома точками) криву виробничих контрактів.

* Розв'язок

Скористаємося критерієм оптимального за Парето розподілу ресурсів між виробництвом товарів А і В:

$$MRTS_a = MRTS_b.$$

Нехай K_a — кількість капіталу, що використовується у виробництві товару А; K_b — кількість капіталу, що використовується у виробництві товару В; L_a — кількість праці, що використовується у виробництві товару А; L_b — кількість праці, що використовується у виробництві товару В.

За умовою Парето-оптимальним розподілом ресурсів необхідно, щоб:

$$\frac{0,5L_a}{0,5K_a} = \frac{0,8L_b}{0,2K_b}; \quad \frac{L_a}{K_a} = \frac{4(100 - L_a)}{(50 - K_a)}; \quad K_a = \frac{50L_a}{(400 - 3L_a)}.$$

Із цього співвідношення знайдемо координати трьох точок (М, К і Н) на кривій виробничих контрактів і на кривій виробничих можливостей.

Точка М: $K_a = 1,35$; $L_a = 10$; $K_b = 48,65$; $L_b = 90$;

Точка К: $K_a = 10$; $L_a = 50$; $K_b = 40$; $L_b = 50$;

Точка Н: $K_a = 25$; $L_a = 80$; $K_b = 25$; $L_b = 20$.

За отриманим даними побудуємо графік кривої виробничих контрактів.

▷ Приклад 9.4

Розглянемо економіку Робінзона. $L = 450$ годин на місяць. Робінзон виробляє два товари — картоплю й рибу. Обсяг вирощування картоплі залежить від обсягу використання праці як $k = L_k^{0,5}$, обсяг виготовленої риби — від обсягу використання праці як $r = L_r^{0,5}$, де k — кількість картоплі, у кг., r — кількість риби, у кг., L_k — праця, витрачена на вирощування картоплі, L_r — праця, витрачена на риболовлю. Функція корисності Робінзона $U(k, r) = k \cdot r$. (а) Знайдіть оптимальний розподіл часу між риболовлю й вирощуванням картоплі, якщо Робінзон позбавлений контактів зі зовнішнім світом. (б) Дайте відповідь на запитання (а) за умови, що Робінзон може продавати й купувати на світовому ринку необмежену кількість картоплі й риби ($P_k = 0,5$ дол. за кг., $P_r = 1,5$ дол. за кг.) Чи одержує Робінзон вигоду від участі в міжнародній торгівлі?

* Розв'язок

Роль обмеження для максимізації корисності Робінзона виконує крива виробничих можливостей. Залежність часу праці, витраченого на вирощування картоплі, від обсягу вирощеної картоплі: $L_k = k^2$. Залежність часу, витраченого на ловлю риби, від обсягу використання праці: $L_r = r^2$. Обмеження за обсягом використання праці. $k^2 + r^2 = 450$. Гранична норма трансформацій товару R у товар K дорівнює:

$$\frac{\Delta r}{\Delta k} = \frac{k}{(450 - k^2)^{0,5}}.$$

Гранична норма заміни товару K товаром R дорівнює r/k . Розв'язавши систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{(450 - k^2)^{0,5}} = \frac{r}{k}, \\ k^2 + r^2 = 450, \end{array} \right.$$

одержимо: $k^* = 15$, $r^* = 15$. Робочий час буде розподілено Робінзоном у такий спосіб: 225 годин — на вирощування картоплі, 225 годин — на ловлю риби.

Після включення Робінзона Крузо у світову торгівлю обмеження його вибору змінюються. Оптимальний обсяг виробництва досягається за умови рівності граничної норми трансформації товару R у товар K відношенню ціни товару K до ціни товару R:

$$\frac{dr}{dk} = \frac{k}{(450 - k^2)^{0,5}} = \frac{1}{3}.$$

Звідси оптимальний випуск товару $k = 6,7$, $r = 20,12$. У цьому випадку грошовий еквівалент випуску Робінзона становить $P_k \cdot k + P_r \cdot r = 33,53$ дол. Обсяг споживання Робінзона визначимо, якщо дамо відповідь на запитання: скільки картоплі й риби купував би Робінзон, маючи 33,53 дол.? Визначаємо $k^* = 33,53$ дол., $r^* = 11,18$ — оптимальний обсяг споживання картоплі й риби. Бачимо, що картоплю Робінзон буде імпортувати в обсязі $33,53 - 6,7 = 26,83$ кг., а рибу експортувати в обсязі $20,12 - 11,18 = 8,94$ кг. Після включення у світове господарство корисність, якої досягає Робінзон, збільшилася з 225 до 374,87.

9.2 Задачі до самостійного розв'язування

▷ Завдання 9.1

В економіці виробляються товари А і В. (а) Чому дорівнюють рівноважні ціни цих товарів (P_a) і (P_b), якщо відповідні функції попиту та пропозиції мають вигляд

$$\begin{aligned} Q_a^d &= 8 + 3P_b - 2P_a; & Q_a^s &= 10 - 2P_b + P_a; \\ Q_b^d &= 14 + P_a - P_b; & Q_b^s &= 17 - P_a + 0,5P_b? \end{aligned}$$

(б) Чи повернеться система в рівноважний стан, якщо $P_a = 15$ й $P_b = 1,2$?

▷ **Завдання 9.2**

Крива виробничих можливостей описується рівнянням $x^2 + y^2 = 200$ ($x > 0, y = 0$). Функція корисності суспільства $U(x, y) = x + y$. Визначте оптимальний обсяг виробництва товарів.

▷ **Завдання 9.3**

У моделі Робінзона виробнича функція $Q(L) = 10L - L^2$. Функція корисності Робінзона $U(Q, L) = 2Q - L^2$. Знайдіть значення рівноважного обсягу використання праці, випуску, корисність. Визначте відносну ціну праці.

▷ **Завдання 9.4**

Для двох споживачів товари X і Y є досконалими замінниками в пропорції 1:1. Загальна кількість товару $x = 10$ штук, товару $y = 20$ штук. Первісний розподіл товарів такий, що першому споживачеві належить 8 одиниць товару X і 3 одиниці товару Y. Чи є цей розподіл Парето-ефективним?

▷ **Завдання 9.5**

Виробнича функція для товарів A и B описується рівняннями: $q_a = 2KL, q_b = 0,5KL$. Загальний обсяг праці — 100 одиниць. Загальний обсяг капіталу — 60 одиниць. Побудуйте криву виробничих контрактів (мінімум три точки).

▷ **Завдання 9.6**

Крива виробничих можливостей описується рівнянням $X^2 + Y^2 = 450$ ($x > 0, y = 0$). Функція корисності суспільства $U(X, Y) = XY$. Визначте оптимальний обсяг виробництва товарів.

▷ **Завдання 9.7**

У моделі Робінзона виробнича функція $Q(L) = 40L - 5L^2$. Функція корисності Робінзона $U(Q, L) = 2Q - 2L^2$. Знайдіть значення рівноважного обсягу використання праці, випуску, корисність. Визначте відносну ціну праці.

▷ **Завдання 9.8**

Для двох споживачів товари X і Y виступають взаємодоповнюючими товарами, що доповнюють один одного, при пропорції 1:1. Загальна кількість товару $x = 20$ штук, товару $y = 20$ штук. Первісному розподілу товарів першому споживачеві належить 8 одиниць

товару X і 4 одиниці товару Y. Ціна товару X — 1 дол., ціна товару Y — 3 дол. Чи будуть змінюватись ціни товарів, якщо так, то в якому напрямку?

▷ **Завдання 9.9**

Виробнича функція для товарів A и B описується рівняннями $Q_a = KL$, $Q_b = 3KL$. Загальний обсяг праці — 40 одиниць. Загальний обсяг капіталу — 40 одиниць. Побудуйте криву контрактів (мінімум три точки).

▷ **Завдання 9.10**

Функції корисності двох споживачів, які беруть участь у розподілі двох благ X і Y, задаються формулами $U_1 = xy$, $U_2 = x + y$. Кількість товару X, що розподіляється між цими споживачами, становить 10 шт., кількість товару Y — 20 шт. Спочатку ціни товарів становили: товару X — 2 грн., товару Y — 3 грн. Первісний розподіл благ між споживачами товарів такий, що перший споживач має 5 шт. товару X і 12 шт. товару Y; другий відповідно 5 шт. товару X і 8 шт. товару Y. (а) Визначте, чи буде первісний набір благ оптимальним за Парето. (б) У якому напрямку повинні змінюватись ціни товарів, щоб розподіл благ прямує у бік Парето-оптимального?

▷ **Завдання 9.11**

У господарстві, що володіє 24 одиницями виробничого фактору F, продукт 1 виробляється за технологією $q_1 = 4\sqrt{f}$, а продукт 2 — за технологією $q_2 = 2f + 3$. Виведіть формулу кривої виробничих можливостей.

▷ **Завдання 9.12**

Опитування встановило, що готовність мешканців 3-х будинків платити за додаткове освітлення виражається наступними функціями: $P_{1,j} = 80 - q_j$, $P_{2,j} = 60 - q_j$, $P_{3,j} = 40 - q_j$, де $P_{i,j}$ — максимальна сума грошей, яку згодні мешканці i -го будинку заплатити за j -е джерело освітлення. Загальні витрати на освітлення визначаються за формулою $TC = 10 + 2q + 0.5q^2$. Визначте: (а) Оптимальне за Парето число джерел освітлення у дворі і відповідні цьому числу граничні витрати. (б) Скільки джерел освітлення буде встановлено, якщо фірма, що їх встановлює, визначає ціну за одиницю на рівні:

(1) граничних витрат оптимального за Парето числа джерел освітлення? (2) середніх витрат оптимального за Парето числа джерел освітлення?

▷ **Завдання 9.13**

Готовність молоді платити за навчання у вищому навчальному закладі визначається функцією $P = 50 - 0,5N$, де P — розмір плати (млн грн.), N — число готових платити (тис. чол.). Виражена в грошах гранична зовнішня вигода (MSB) вищої освіти має вигляд $MSB = 70 - 0,5N$. Загальні витрати в ньому з підготовки фахівців $TC = 10N - N^2$. Визначте: (а) Величину зовнішнього ефекту навчання 1 тис. студентів (MEB). (б) Число студентів, що відповідає максимуму корисності молоді. (в) Число студентів, що відповідає максимуму суспільної корисності. (г) Розмір плати за навчання й дотації за 1 тис. студентів, відповідної максимальної суспільної корисності вищої освіти.

▷ **Завдання 9.14**

Суспільство складається із трьох індивідів: А, В и С. Функції індивідуального попиту на деяке суспільне благо мають вигляд $Q_a = 80 - P$, $Q_b = 70 - P$, $Q_c = 30 - P$. Граничні витрати на виробництво суспільного блага постійні і дорівнюють 120 грн. за кожну одиницю. (а) Визначте Парето-оптимальний обсяг виробництва суспільного блага. (б) Якщо це суспільне благо продавати споживачам за індивідуальними цінами, то якими вони повинні бути? (в) Припустимо, виробництво суспільного блага фінансує уряд за рахунок податків. Кожен індивідум сплачує податок у розмірі 40 грн. за кожну одиницю суспільного блага. На голосування поставлене питання про збільшення виробництва суспільного блага понад Парето-оптимальний обсягу на 5 одиниць. Якими будуть результати голосування? (г) Визначте рівноважний обсяг виробництва суспільного блага за результатами прямого голосування за принципом більшості.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Баумоль У. Экономическая теория и исследование операций: Пер. с англ. - М.: Прогресс, 1965.
2. Гальперин В.М., Игнатъев С.И., Моргунов В.И. Микроэкономика: В 2т./ Под ред. В.М.Гальперина. - СПб: Эконом. школа, 1994.
3. Гребенников П.И., Леусский А.И., Тарасович Л.С. Микроэкономика. / Общ. ред. Л.С.Тарасевича. СПб.: Изд-во СПб УЭФ, 1996. - 352 с.
4. Долан Э.Дж., Линдсей Д. Микроэкономика: Пер. с англ. Лукашевича В. и др. / Под общ. ред. Лисовика Б. и Лукашевича В. - СПб: Эконом. школа, 1994. - 448с.
5. Долан Э.Дж., Линдсей Д. Рынок: микроэкономическая модель: Пер. с англ. В.Лукашевича и др./Под общ. ред. В.Лисовика и В.Лукашевича. . СПб: Эконом.школа, 1992. - 496 с.
6. Емцов Р.Г. Лукин М.Ю. Микроэкономика: Учебн. — М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 1997. — 320 с.

7. Иохин В.Я. Экономическая теория: введение в рынок и микроэкономический анализ: Учебник. М., 1997. - 521 с.
8. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория: Пер. с англ. - М.: Прогресс, 1975.
9. Лившиц А.Я. Введение в рыночную экономику: Курс лекций. - М.: МП ТПО "Квадрат 1991. - 225 с.
10. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: принципы, проблемы и политика: В 2 т.: Пер.с англ. 2-го изд. - М.: Республика, 1992.
11. Маршалл А. Принципы политической экономии: В 3 т.: Пер.с англ. - М.: Прогресс, 1983.
12. Максимова В.Ф. Микроэкономика. Учебник. Изд.3-е, перераб. и дополнен. М.: "Соминтэк 1996. - 328 с.
13. Мікроекономіка: Навчально-методичний комплекс у 3-х ч./ Укл.: Наливайко А.П. та ін. К.: КДЕУ, 1997. - 267 с.
14. Милль Дж.С. Основы политической экономии: В 3 т.: Пер. с англ. - М.: Прогресс, 1980.
15. Нуреев Р.М. Основы экономической теории: Микроэкономика: Учебн. для вузов. - М.: Высшая школа, 1996. - 447с.
16. Пиндайк Р., Рубинфельд Д. Микроэкономика: Сокр. пер. с англ. / Научн.ред. А.Т.Борисович, В.М.Полтерович, В.И.Данилов и др. - М.: Экономика, Дело. - 1992. - 510 с.
17. Протас В.Ф. Микроэкономика: структурно – логические схемы: учебное пособие для вузов. - М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1996. - 168с.
18. Райхлин Э. Основы экономической теории. Микроэкономическая теория рынков продукции. - М.: Наука, 1995. - 347 с.
19. Рыночная экономика: Учебник: В 3-х т. Т.1. Теория рыночной экономики. Часть 1. Микроэкономика. / Максимова В.О. - М.; Соминтек, 1992. - 168 с.

20. Теория фирмы. / Под ред. В.М.Гальперина. СПб: Эконом. школа, 1995. - Вехи экономической мысли; Вып.2. - 534 с.
21. Тироль Жан: Рынки и рыночная власть: Теория организации промышленности/ Пер. с англ.СПб.: Экономическая школа, 1996. - 745 с.
22. Фандель Г. Теория производства и издержек/ Пер. с нем.; Науч. ред. М.Г. Грешака. — К.: Таксон, 1998. — 528 с.
23. Фишер С., Дорнбуш Р., Шмалензи Р. Экономика: Пер. с англ. со 2-го изд. . М.; Дело ЛТД, 1995. . 864 с.
24. Хайман Д.Н. Современная микроэкономика: анализ и приложения. В 2-х т.: Пер.с англ. - М.: Финансы и статистика, 1992. - т.1. - 384 с.; Т.2. - 384 с.
25. Хейне П. Экономический образ мышления. - М.: Новости, 1991. - 704 с. Хомяков Л.К., Николаев В.П. Введение 'в современную экономику. 4.1. - К.: Знание, 1992. - 100 с.
26. Чемберлин Э. Теория монополистической конкуренции. Реориентация теории стоимости: Пер. с англ. / Под ред. Ю.Я.Ольсевича. - М.: Экономика, 1996. - 351 с.
27. Экономическая школа. Т.1. Вып.1,2,3. Систематический курс лекций по экономической теории. СПб: Эконом.школа 1991 — 1993.
28. Ястремський О.І., Гриценко О.Г. Основи мікроекономіки: Підручник. — К.: 1998. — 674 с.

Навчальне видання
(українською мовою)

Прушківська Ємілія Василівна,
Колобердянко Іван Іванович,
Лубенець Ігор Олексійович

МІКРОЕКОНОМІКА:
практикум для студентів економічного факультету
денної та заочної форм навчання

Рецензент А. Д. Топалов
Відповідальний за випуск Е. В. Прушківська
Коректор Н. А. Дугієнко

Підп. до друку . Формат 90/16. Папір офсетний.
Друк різнографічний. Умовн. друк. арк. 7,2.
Замовлення № . Наклад прим.

Запорізький національний університет

69600, м. Запоріжжя, МСП-41
вул. Жуковського, 66

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
ДК № 1884 28. 07. 2004 р.