

**КОНТРОЛЬНА РОБОТА №2**  
(номер варіанту відповідає номеру за списком)

*Роботу оформляти в окремому зошиті. Умови завдань записувати обов'язково.*

1. *Визначити, чи є лінійним перетворення  $A\bar{x}$ ? Якщо так, то знайти його ядро, образ, ранг та дефект.*

- B1**  $A\bar{x} = (x_1 + x_2 + x_3; -x_1 + x_2 + x_3; -x_1 - x_2 + x_3)$ .  
**B2**  $A\bar{x} = (6x_1 + 6x_2 - 5x_3; 4x_1 + 7x_2 + x_3; x_1 - 2x_2 - 5x_3)$ .  
**B3**  $A\bar{x} = (-9x_1 + 3x_2 - 4x_3; x_2; 7x_1 + 6x_2 + 9x_3)$ .  
**B4**  $A\bar{x} = (3x_1 + x_3; -x_1 + x_2 - x_3; x_1 - 2x_2 + x_3)$ .  
**B5**  $A\bar{x} = (4x_1 + 5x_2 - 6x_3; x_2 - 2x_3; x_3)$ .  
**B6**  $A\bar{x} = (3x_1 + x_3; -x_1 + x_2 - x_3; x_1 + x_3)$ .  
**B7**  $A\bar{x} = (x_1 + x_2 - x_3; x_2 + x_3; x_2)$ .  
**B8**  $A\bar{x} = (4x_1 + 5x_2 - 6x_3; x_2 - 2x_3; x_3)$ .  
**B9**  $A\bar{x} = (x_1 + 3x_2; x_1 - x_2; x_1 + x_2 - 5x_3)$ .  
**B10**  $A\bar{x} = (x_1; 2x_1 + x_2; x_2 - 3x_3)$ .

2. *Знайти для лінійного оператора, який заданий у деякому базисі матрицею*

$$\begin{pmatrix} k & n & r \\ l & p & s \\ m & q & t \end{pmatrix}$$

- 1) *власні значення та відповідні власні вектори,*
- 2) *кореневі підпростори*
- 3) *жорданову форму та жорданів базис;*
- 4) *з'ясувати, чи можна привести матрицю до діагонального виду?*

	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>s</i>	<i>t</i>
<b>B1</b>	4	-1	1	-2	3	-2	-1	-1	2
<b>B2</b>	2	-1	1	-1	2	-1	0	0	1
<b>B3</b>	3	0	0	-1	2	-1	1	-1	2
<b>B4</b>	5	0	0	-1	4	-1	-1	-1	4
<b>B5</b>	6	-1	1	-2	5	-2	-1	-1	4
<b>B6</b>	3	2	-2	1	2	1	-1	-1	4
<b>B7</b>	2	1	-1	0	1	0	-1	-1	2
<b>B8</b>	2	1	-1	1	2	1	0	0	3
<b>B9</b>	4	1	-1	1	4	1	0	0	5
<b>B10</b>	5	-2	-2	1	4	1	-1	-1	6

3. Дано підпростір  $L = \langle \mathbf{a}_1 = (-k, l, m, n); \mathbf{a}_2 = (p, q, -r, s) \rangle$ . Знайти базис ортогонального доповнення  $L^\perp$ . Визначити ортогональну проекцію  $u$  й ортогональну складову  $z$  вектора  $\mathbf{x} = (m, n, p, -q)$  відносно підпростору  $L$ . Задачу розв'язати двома способами.

	$k$	$l$	$m$	$n$	$p$	$q$	$r$	$s$
<b>B1</b>	9	7	3	2	5	3	7	7
<b>B2</b>	3	7	5	4	2	4	8	8
<b>B3</b>	8	4	2	6	8	9	5	5
<b>B4</b>	9	1	2	5	2	9	3	3
<b>B5</b>	1	2	8	7	9	7	8	8
<b>B6</b>	6	5	7	4	7	1	3	3
<b>B7</b>	3	6	1	8	5	4	7	7
<b>B8</b>	8	5	2	6	9	7	6	6
<b>B9</b>	6	3	5	7	3	2	5	5
<b>B10</b>	7	3	9	6	4	5	7	7

4. У просторі  $R^3$  з матрицею Грама  $G$  знайти кут між векторами  $\mathbf{x}$  і  $\mathbf{y}$ .

**B1**  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 15 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = (1; 0; -6)$ ,  $\mathbf{y} = (-4; 7; 3)$ .

**B2**  $G = \begin{pmatrix} 11 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = (5; -2; 1)$ ,  $\mathbf{y} = (4; 0; -7)$ .

**B3**  $G = \begin{pmatrix} 15 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 17 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = (2; 1; 0)$ ,  $\mathbf{y} = (3; 2; -1)$ .

**B4**  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 13 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = (1; 2; -3)$ ,  $\mathbf{y} = (-4; 6; 2)$ .

**B5**  $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 13 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = (7; -5; 2)$ ,  $\mathbf{y} = (0; -1; 7)$ .

**B6**  $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = (1; 7; -5)$ ,  $\mathbf{y} = (11; 1; 0)$ .

$$\mathbf{B7} \quad G = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 10 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = (7; -2; 1), \quad \mathbf{y} = (5; 4; 3).$$

$$\mathbf{B8} \quad G = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 1 & 7 & 5 \\ -3 & 5 & 10 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = (-3; 1; 0), \quad \mathbf{y} = (2; 7; 1).$$

$$\mathbf{B9} \quad G = \begin{pmatrix} 13 & -4 & 2 \\ -4 & 9 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = (1; 1; 9), \quad \mathbf{y} = (1; 0; 1).$$

$$\mathbf{B10} \quad G = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ -3 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 21 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = (5; -6; 1), \quad \mathbf{y} = (-3; 1; 6).$$

5. Дослідити форму на додатну визначеність за критерієм Сильвестра. Знайти сигнатуру, канонічний та нормальний вигляд квадратичної форми за допомогою метода а) Лагранжа (2 способами); б) Якобі.

$$\mathbf{B1} \quad f = x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_2x_3.$$

$$\mathbf{B2} \quad f = 4x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

$$\mathbf{B3} \quad f = -x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3.$$

$$\mathbf{B4} \quad f = 9x_1^2 + x_2^2 - 6x_3^2 + 3x_1x_2 - 3x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

$$\mathbf{B5} \quad f = 4x_1^2 + 6x_2^2 - 7x_3^2 + 24x_1x_2 + 12x_1x_3 - 21x_2x_3.$$

$$\mathbf{B6} \quad f = x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 5x_1x_3 - 6x_2x_3.$$

$$\mathbf{B7} \quad f = 4x_1^2 + 3x_2^2 - x_3^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 7x_2x_3.$$

$$\mathbf{B8} \quad f = 5x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 10x_1x_2 - 5x_1x_3.$$

$$\mathbf{B9} \quad f = x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 3x_1x_3 + x_2x_3.$$

$$\mathbf{B10} \quad f = 4x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_3^2 + 16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

6. Перевірити, чи будуть форми  $f$  та  $g$  еквівалентними над полем  $R$ . Для еквівалентних форм знайти перетворення, що переводить квадратичну форму  $f$  в форму  $g$ . Форму  $f$  взяти з умови завдання 5.

$$\mathbf{B1} \quad g = 4t_1^2 - t_2^2 + 2t_3^2.$$

$$\mathbf{B2} \quad g = 9t_1^2 - 2t_2^2 - 4t_3^2.$$

$$\mathbf{B3} \quad g = -t_1^2 + 9t_2^2 + t_3^2.$$

**B4**  $g = 4t_1^2 + t_2^2 + 3t_3^2.$

**B5**  $g = -2t_1^2 - t_2^2 - 4t_3^2.$

**B6**  $g = 9t_1^2 - 4t_2^2 + t_3^2.$

**B7**  $g = -4t_1^2 - t_2^2 + 6t_3^2.$

**B8**  $g = 2t_1^2 + 4t_2^2 - t_3^2.$

**B9**  $g = 4t_1^2 + t_2^2 + 9t_3^2.$

**B10**  $g = t_1^2 - 4t_2^2 + 16t_3^2.$

7. Знайти всі значення  $\lambda$ , при яких квадратична форма  $f$  буде додатно-означеною.

**B1**  $f = 6x_1^2 + 5x_2^2 - \lambda 4x_3^2 + x_1x_2 + 4\lambda x_2x_3.$

**B2**  $f = 7x_1^2 + 2\lambda x_3^2 + 2x_1x_2 + x_1x_3 + 4\lambda x_2x_3.$

**B3**  $f = x_1^2 + x_2^2 - \lambda x_3^2 + 2x_1x_2 + 2\lambda x_1x_3 + 6x_2x_3.$

**B4**  $f = x_1^2 + 4x_2^2 + \lambda x_3^2 + 2x_1x_2 - 4\lambda x_1x_3 - 2x_2x_3.$

**B5**  $f = 2x_1^2 + 8\lambda x_2^2 + 5x_3^2 + 4\lambda x_1x_2 - 8x_1x_3 + 6\lambda x_2x_3.$

**B6**  $f = x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2\lambda x_1x_3 + 4x_2x_3.$

**B7**  $f = 2x_1^2 - 3x_2^2 + 2\lambda x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6\lambda x_2x_3.$

**B8**  $f = 3x_1^2 + x_2^2 + 5\lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 6\lambda x_1x_3 + 2x_2x_3.$

**B9**  $f = 5x_1^2 - 7\lambda x_2^2 + x_3^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2\lambda x_2x_3.$

**B10**  $f = 11\lambda x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 6x_1x_2 - 2\lambda x_1x_3 + 2x_2x_3.$

8. Знайти ортогональне перетворення, яке приводить квадратичну форму  $f$  до канонічного вигляду.

**B1**  $f = x_1^2 + 10x_2^2 + x_3^2 - 8x_1x_2 - 10x_1x_3 - 8x_2x_3.$

**B2**  $f = 4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$

**B3**  $f = -3x_1^2 + 3x_2^2 - 12x_1x_3 + 12x_2x_3.$

**B4**  $f = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$

**B5**  $f = 3x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_3^2 - 6x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$

**B6**  $f = 5x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 8x_1x_2 - 8x_2x_3.$

**B7**  $f = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3.$

**B8**  $f = 4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$

**B9**  $f = x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$

**B10**  $f = 2x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Кафедра алгебри та геометрії

Контрольна робота №2  
з лінійної алгебри  
студента (ки) групи 4213-1з

---

номер за списком: \_\_\_\_\_

Відмітки про виконання роботи

<b>номер завдання</b>	1	2	3	4
<b>відмітка викладача</b>				

<b>номер завдання</b>	5	6	7	8
<b>відмітка викладача</b>				

**Кількість балів:**

Запоріжжя, 2015