

ЛЕКЦІЯ 1

1. Базові поняття та рівняння

1.1. Величини, що спостерігаються в електродинаміці

Розділ фізики, в якому вивчають властивості електромагнітного поля та взаємодії між зарядженими тілами, називають *електродинамікою*.

Взаємодії між зарядженими тілами є найбільш поширеними в природі, і здійснюються ці взаємодії за допомогою електромагнітного поля. Взаємодії між електронами та ядром в атомах чи іонах мають електричну природу. Вони є основними взаємодіями між атомами в твердих тілах. Наприклад, сила пружності, сила тертя спокою або ковзання також мають електричне походження.

Електромагнітні явища лежать в основі електротехніки, теорії електричних кіл, та інших наукових дисциплін, які спрямовані на створення нових машин, пристроїв та приладів.

Електромагнітні явища є наслідком властивості тіл та елементарних частинок набувати електричного заряду. Електромагнітна взаємодія між зарядженими тілами проявляється у два способи: взаємодією між нерухомими зарядженими тілами і взаємодією між рухомими зарядами. З точки зору теорії відносності не мало б бути різниці між цими двома випадками, але це лише тоді, коли інтенсивність взаємодій не залежить від швидкості. Ще з курсу шкільної фізики відомо, що нерухомі заряди діють один на одній завдяки електричному полю, а рухомі заряди, наприклад струми, взаємодіють завдяки магнітному полю. Ці поля взаємозв'язані внаслідок релятивізму. Взаємозв'язок між магнітним полем та електричним полем вперше був установлений видатним вченим Максвеллом, якого вважають автором класичної електродинаміки.

Спеціальні розділи електродинаміки

- *Електростатика* описує властивості статичного (не мінливого з часом або мінливого досить повільно, щоб «електродинамічними» ефектами можна було знехтувати, тобто, коли в рівняннях Максвелла можна відкинути, через їх малість, члени з похідними по часу) електричного поля і його взаємодії з електрично зарядженими тілами (електричними зарядами), які також нерухомі або рухаються з досить малими швидкостями (чи, може, якщо є і швидко рухомі заряди, але вони досить малі за величиною), щоб створювані ними поля можна було наближено розглядати як статичні. Зазвичай при цьому мається на увазі і відсутність (або пренебрежимо малість) магнітних полів.
- *Магнітостатики* досліджує постійні струми (і постійні магніти) і постійні магнітні поля (поля не змінюються в часі або змінюються настільки повільно, що швидкістю цих змін в розрахунку можна знехтувати), а також їх взаємодію.

- *Електродинаміка суцільних середовищ* розглядає поведінку електромагнітних полів у суцільних середовищах.
- *Релятивістська електродинаміка* розглядає електромагнітні поля в рухомих середовищах.

Заряд, електричне та магнітне поле. Основними спостережуваними величинами в електродинаміці є електричний заряд та електромагнітне поле – сукупність електричного та магнітного полів. Статичні заряди створюють електричне поле, рух зарядів спричинює магнітне поле. Навпаки, електромагнітне поле створює силу, що діє на заряджене тіло. Ця схема відповідає концепції близькодії, яка домінує в сучасній фізиці; за цією концепцією заряди взаємодіють між собою через електромагнітне поле, а не безпосередньо.

Закон Кулона.

Числову характеристику заряду можна дати, вимірюючи силу взаємодії F між двома точковими нерухомими зарядами. Якщо ці заряди розташовані на відстані R , за абсолютною величиною:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{R^2}, \quad (1.1.1)$$

де q_1, q_2 – заряди тіл, k – коефіцієнт пропорційності, що залежить від вибору системи одиниць. Це співвідношення називають законом Кулона; воно неодноразово перевірялося різними експериментальними методами. Сила, з якою один заряд діє на інший, направлена вздовж лінії центрів зарядів. З спостережень відомо, що існують лише два сорти електричних зарядів, причому заряди однакового сорту завжди притягуються, а заряди різного сорту — відштовхуються. Цю обставину враховуємо, вводячи знаки зарядів в формулі (1.1.1). Від'ємними вважаються заряди того ж сорту, що й заряд електрона. Заряд є адитивною числовою величиною: заряд будь-якої системи є алгебраїчною сумою зарядів його підсистем.

Формула (1.1.1) дає змогу визначити заряд й подати процедуру його вимірювання (тобто спосіб порівняння заряду з деяким еталоном) за допомогою вимірювання сили взаємодії. В гаусовій системі одиниць два одиничних заряди створюють силу взаємодії $1 \text{ діна} = 1 \text{ г} \cdot \text{см} / \text{с}^2$, якщо знаходяться на відстані 1 см. Відповідно в (1.1.1) слід покласти $k=1$. Це означення одиничного заряду в гаусовій системі (тут одиниця заряду не має спеціальної назви):

$$[Q]=e^{1/2} \cdot \text{см}^{3/2}/c.$$

Підкреслимо, що в (1.1.1) йдеться про точкові сферичні заряди, тобто такі, взаємодія яких не залежить від їх орієнтації. Справа в тому, що хоча точкове тіло – це таке, розмірами якого можна знехтувати, в конкретній задачі розподіл зарядів всередині цього тіла може бути різко неоднорідним.

Напруженість електричного поля та індукція магнітного поля

Числову характеристику електромагнітного поля можна дати, вимірюючи сили, що діють на рухомий електричний пробний заряд. Пробний заряд – це такий, впливом якого на зовнішнє поле можна знехтувати.

З експерименту відомо, що на заряджене точкове пробне тіло (сферичний точковий заряд) в електромагнітному полі діє сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = q \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] \right\} \quad (1.1.2)$$

де q – заряд тіла – не залежить від швидкості, \mathbf{V} - його швидкість, а вектори \mathbf{E} та \mathbf{B} не залежать від тіла і є характеристиками поля; коефіцієнт c визначається системою одиниць.

Вектор \mathbf{E} називають напруженістю електричного поля, \mathbf{B} – індукцією магнітного поля. Сукупність цих двох векторів, заданих в кожній точці простору, повністю визначають стан електромагнітного поля в класичній фізиці. Формула (1.1.2) також дозволяє узагальнити процедуру визначення заряду на випадок руху тіла. Адже спосіб, що базується на законі Кулона (1.1.1), працює лише для нерухомих зарядів.

Основні властивості зарядів та електромагнітного поля

Принцип суперпозиції.

Формула (1.1.2) дає змогу виміряти електромагнітне поле, вивчаючи його вплив на рух точкового заряду, але не дозволяє його розрахувати, виходячи з розподілу зарядів. Для цього потрібні рівняння, що пов'язують певним чином електромагнітне поле з його джерелами. Але перш ніж записати ці рівняння, відзначимо фундаментальний принцип суперпозиції електромагнітних полів: напруженість електричного поля \mathbf{E} та індукція \mathbf{B} магнітного поля, створюваних системою зарядів, є сумою полів \mathbf{E}_k , \mathbf{B}_k , що створюються окремими зарядами (або підсистемами) цієї системи

$$\mathbf{E} = \sum_k \mathbf{E}_k, \quad \mathbf{B} = \sum_k \mathbf{B}_k \quad (1.1.3)$$

Тут поле $(\mathbf{E}_k, \mathbf{B}_k)$ k -ї підсистеми розглядається окремо.

Це твердження, яке значно спрощує розв'язання задач електродинаміки, випливає з дослідних даних. Взагалі кажучи, можна навести приклади, коли фізичні поля не задовольняють принципу суперпозиції. Але ці явища класична електродинаміка не розглядає. В звичайних умовах принцип суперпозиції виконується з дуже високою точністю. Принцип суперпозиції тісно пов'язаний з адитивністю заряду.

Квантування (дискретність) електричного заряду. З експериментів відомо, що найменшим відомим зарядом є заряд електрона, що наближено дорівнює (за абсолютною величиною) $e=4,8 \cdot 10^{-10}$ одиниць гаусової системи. Заряд електрона є від'ємним; заряд протона – додатний і дорівнює заряду електрона з оберненим знаком. Будь-які заряди, що спостерігалися, кратні заряду електрона. Пошуки вільних зарядів, менших за e , або не кратних цій величині, дали негативний результат. Зауважимо, що відхилення зарядів протона й електрона призвело б до порушення електронейтральності атомів, що суперечить експериментальним даним.

Слід відзначити, що сучасні експерименти дають змогу вивчати розподіл заряду всередині елементарних часток. Але наявність неперервного розподілу густини заряду всередині, наприклад, протона чи нейтрона, яка досліджується при зіткненнях елементарних часток, не суперечить квантуванню електричного заряду. Ця властивість стосується повного заряду частинок, що можуть існувати ізольовано від інших.

Інваріантність електричного заряду: величина заряду не залежить від його швидкості відносно спостерігача. Неінваріантність заряду також могла б призвести до порушення електронейтральності атомів, оскільки електрони в атомах рухаються з швидкостями до $0,1 c$; величина швидкості електронів різна на різних оболонках і відрізняється в різних атомах.

Збереження електричного заряду. Якщо вважати встановленим факт квантування заряду, то збереження заряду в звичайних умовах пов'язано зі збереженням кількості протонів та електронів в атомах. Однак відомо, що електричний заряд зберігається і тоді, коли мають місце взаємоперетворення елементарних часток.

Область застосовності законів збереження, квантування та інваріантності електричного заряду виходить далеко за рамки класичної електродинаміки. На цей час порушення цих законів невідомі.

Розподіли зарядів та струмів.

Сила струму.

Дамо числову характеристику електричного струму – впорядкованого руху носіїв заряду.

Нехай поверхня S є орієнтованою, тобто визначений певний додатній напрямок перетину цієї поверхні. Нехай $q(t)$ – сумарний заряд, що перетнув S з урахуванням напрямку за час t з початку відліку. Тоді, за визначенням, сила струму через поверхню S (в додатному напрямку) є:

$$I_S(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.1.4)$$

У разі сталого струму - це заряд, що перетинає S за одиницю часу.

Здавалося б, що запис (4) не є цілком коректний, оскільки заряди дискретні і $q(t)$ змінюється стрибками. Однак завдяки малості цих стрибків $q(t)$ можна апроксимувати гладкою функцією, що є цілком правомірно в макроскопічних застосуваннях.

Необхідними елементами визначення сили струму є поверхня S та її орієнтація. Але якщо йдеться про сталий струм в провідникові, форма перерізу, через який обчислюється струм, не є суттєвою.

Завдяки закону збереження заряду струм через S_1 , S_2 та S_3 (див. рис. 1.1.1) однаковий. Адже у разі супротивного заряд з часом міг би накопичуватися, наприклад, між S_1 та S_2 , що суперечило б умові стаціонарності.

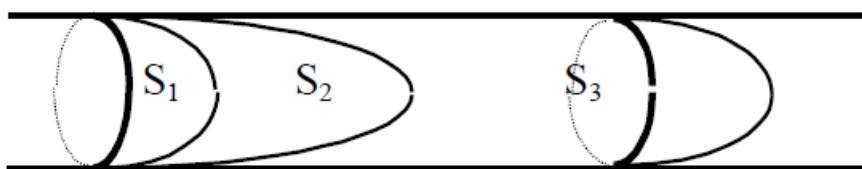


Рис. 1.1.1

Мікроскопічний та макроскопічний підхід в електродинаміці.

Мікроскопічний підхід оперує з якомога точними значеннями величин, що характеризують електромагнітні взаємодії з врахуванням будови речовини і в цьому розумінні він є найбільш повним та послідовним. Але використання мікроскопічного підходу не завжди доцільно. Приклад такої ситуації – попереднє обговорення формули (1.1.4). У макроскопічних вимірюваннях амперметр вимірює усереднене значення сили струму, і тут можна не зважати на дискретну будову електрики. Це дає змогу застосовувати відповідну математичну модель процесу вимірювання, яка працює з гладкими функціями $I_S(t)$ та $q(t)$ в (1.1.4). Якщо треба охарактеризувати нерівномірність розподілу зарядів в об'ємі, можна також використовувати ідеалізацію, коли вводиться густина заряду, яка є неперервною функцією координат. Це можливо, якщо кожна ділянка цього об'єму, де виконують вимірювання, містить досить велику кількість елементарних зарядів. Далі під макроскопічними величинами будемо розуміти такі, що отримані внаслідок деякого усереднення – за часом або у деяких просторових масштабах. З одного боку макроскопічний підхід

пов'язаний з можливостями конкретного фізичного експерименту, в якому мікробудова може бути несуттєвою, з іншого боку, застосування неперервних розподілів дає змогу застосувати апарат математичного аналізу для опису явищ.

Густина заряду.

Для опису заданого просторового розподілу заряду введемо функцію ρ , що може залежати від координат та від часу і дозволяє обчислити заряд в будь-якій області за формулою:

$$q_{\Omega}(t) = \int_{\Omega} \rho(t, \mathbf{r}) dV \quad (1.1.5)$$

де $\{\mathbf{r}\} = \{x, y, z\}$, $dV = dx \cdot dy \cdot dz$.

Інакше, елемент заряду в об'ємі dV – це $dq = \rho(t, \mathbf{r}) dV$.

Функцію ρ називають густиною заряду. Для сталого розподілу це є величина заряду в одиниці об'єму. Якщо в середовищі присутні однакові носії з зарядом q й об'ємною густиною їх числа (концентрацією) n :

$$\rho = nq,$$

а в більш загальному випадку:

$$\rho(t, \mathbf{r}) = \sum_k q_k n_k(t, \mathbf{r}),$$

де індекс k відповідає різним сортам носіїв заряду, кожен із своєю концентрацією.

Густина струму.

Цю величину можна визначити формулою для сили струму через поверхню S :

$$I_S(t) = \int_S \mathbf{j}(t, \mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S}$$

де \mathbf{j} – вектор густини струму, що не залежить від S , $d\mathbf{S} = n dS$, n – нормаль до елемента поверхні dS . Густина сили струму дає напрям руху зарядів в даному елементі об'єму і за абсолютною величиною – силу струму через одиничний переріз, проведений перпендикулярно до цього напрямку.

Маємо:

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{V} = \rho\mathbf{V}$$

якщо усі заряди з концентрацією n мають однакову швидкість \mathbf{V} та заряд q , або для декількох сортів носіїв заряду:

$$\mathbf{j} = \sum_k q_k n_k \mathbf{V}_k$$

Ще більш загальний вираз можна записати за наявності розподілу за швидкостями:

$$\mathbf{j}(t, \mathbf{r}) = \sum_k \int q_k f_k(t, \mathbf{r}, \mathbf{V}) \mathbf{V} dV_x dV_y dV_z$$

де $f_k(t, \mathbf{r}, \mathbf{V})$ – функція розподілу k -го сорту зарядів за швидкостями