

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
„ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Л.Н. СЕРГЄЄВА, О.І. МАКАРЕНКО

ЕКОНОМЕТРИКА

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ТА ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
для студентів II курсу економічного факультету**

ЗАПОРІЖЖЯ

2010

УДК 330.43 (076.5)

Економетрика: Методичні рекомендації та завдання до лабораторних робіт для студентів II курсу економічного факультету / Укладачі: Л.Н. Сергєєва, О.І. Макаренко. – Запоріжжя: ЗНУ, 2010.- 73 с.

Методичні рекомендації розроблено з метою роз'яснення змісту та завдань при виконанні практичної частини – лабораторних робіт – з курсу “Економетрика”.

Рекомендації містять: стислі теоретичні відомості, завдання до лабораторних робіт, які необхідно виконати студентам при вивченні курсу, варіанти завдань для індивідуальної роботи.

Призначені для студентів II курсу економічного факультету.

Рецензент

Бугай В.З., доц., к.е.н.

Відповідальний за випуск

О.І. Макаренко, доц., к.е.н.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Лабораторна робота № 1	Оцінка параметрів регресійної моделі. Метод найменших квадратів..... 6
Лабораторна робота № 2	Оцінка параметрів лінійної регресії. Оцінка якості та статистичної значущості моделі..... 13
Лабораторна робота № 3	Автокореляція похибок. Метод Ейткена..... 23
Лабораторна робота № 4	Визначення наявності мультиколінеарності незалежних змінних. Алгоритм Ферара-Глобера.. 29
Лабораторна робота № 5	Покрокові процедури побудови регресійних моделей..... 36
Лабораторна робота № 6	Оцінка параметрів виробничої функції..... 39
Лабораторна робота № 7	Короткострокове прогнозування..... 42
Лабораторна робота № 8	Декомпозиційний аналіз часового ряду..... 45
Лабораторна робота № 9	Середньострокове прогнозування..... 50
Лабораторна робота № 10	Побудова точкових та інтервальних прогнозів регресанда..... 61
Основні поняття курсу.....	68
Перелік рекомендованої літератури.....	70

ВСТУП

Економетрика – це наука, що вивчає методи побудови прогнозів. Наука, в рамках якої на основі встановлених економічною теорією залежностей між економічними змінними за допомогою статистичних методів аналізу реальних економіко-статистичних даних здійснюється розробка адекватних статистичних (економетричних) моделей і їх використання при прийнятті рішень.

Термін „економетрика” був введений в 1926 р. Рагнар Фрішем для позначення кількісного підходу до дослідження економічних процесів, який сформувався в результаті синтезу трьох наукових напрямів: економічної теорії, математико-статистичної теорії і економічної статистики.

В історії розвитку економетрики виділяються чотири етапи. Перший етап (XVII-XIX в.в.) - це перші спроби наукового аналізу і інтерпретації економічних даних. Другий етап (XIX в.) обумовлений розвитком математичної статистики і її застосуванням до дослідження економічних явищ. Третій етап (до 50-х років XX в.) характеризується інтенсивним розвитком економічної теорії і економічної статистики. Четвертий етап (з 60-х років XX в.) знов зв'язаний із застосуванням нових спеціально розроблених методів математичної і прикладної статистики і інформаційних технологій. В даний час методи економетричного моделювання, аналізу і прогнозування використовуються практично на всіх напрямках економічних досліджень, включаючи такі напрями як: макроекономіка, міжнародна економіка, мікроекономіка, фінансові ринки тощо. У зв'язку з цим зростає попит на фахівців у області економетричного аналізу, моделювання і прогнозування.

Мета курсу „Економетрика”: використання математичного апарату, зокрема апарату математичної статистики при аналізі економічних явищ, економіко-теоретичне обґрунтування найбільш відомим алгоритмам і методам побудови економетричних моделей, дослідження статистичних та прогнозних властивостей цих моделей. Згідно з визначеною метою, даний курс повинен озброїти майбутніх фахівців систематизованими практичними навичками щодо вивчення та аналізу соціально-

економічних процесів засобами економетричного моделювання, що дає змогу обґрунтовано прогнозувати розвиток цих систем та ефективно керувати ними

Міждисциплінарні зв'язки: курс „Економетрика” базується на знаннях та навичках, які студенти отримали при вивченні наступних курсів: „Вища математика”, „Мікроекономіка”, „Макроекономіка”, „Теорія ймовірностей та математична статистика”, „Інформатика і комп'ютерна техніка” та інші.

Набуті студентами знання та навички з дисципліни „Економетрика” будуть необхідні їм при виконанні аналітичних досліджень під час виробничих, переддипломних практик, при написанні випускних кваліфікаційних (дипломних, магістерських) робіт, у подальшій професійній діяльності.

У результаті вивчення курсу студент повинен *знати*:

- загальну методику економетричних досліджень;
- економетричні методи моделювання динаміки економічних явищ;
- будувати та досліджувати виробничі функції;
- моделювання заробітної плати і прибутку;
- основні типи макроекономічних моделей.

У результаті вивчення курсу студент повинен *вміти*:

- застосовувати математичний апарат при розв'язуванні економічних задач;
- будувати економіко-математичні моделі шляхом узагальнення класичної регресійної моделі;
- застосовувати економетричні моделі для прогнозування.

Лабораторна робота № 1

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ. МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Теоретичні відомості

Нехай змінна Y залежить від K змінних X_1, X_2, \dots, X_K і від змінної U (усі наведені змінні - вектора):

$$Y = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_K X_K + U \quad (1.1)$$

Якщо розмірність кожного вектора дорівнює T , то ми маємо систему із T рівнянь, яка може бути відображена в матричній формі:

$$y = X\beta + u \quad (1.2)$$

Метод найменших квадратів (МНК) полягає в тому, щоб визначити коефіцієнти рівняння:

$$\hat{y} = X\hat{\beta} \quad (1.3)$$

такі, щоб сума квадратів відхилень істинних значень змінної y від обчислених по формулі (1.3), була мінімальна, тобто досягав мінімуму функціонал:

$$U = \sum_{i=1}^T (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min \quad (1.4)$$

Для визначення значень коефіцієнтів, що забезпечують мінімум (1.4), необхідно узяти часткові похідні U по всіх коефіцієнтах і вирішити одержану систему лінійних

рівнянь. Оцінка вектора регресійних коефіцієнтів методом МНК може бути записана в матричній формі:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T Y \quad (1.5)$$

Розглянемо процедуру МНК для двох окремих випадків і одержимо для них формули для коефіцієнтів в явному вигляді.

1. Лінійна парна регресія

Рівняння (1.3) приймає вигляд:

$$\hat{y} = \beta_1 + \beta_2 x \quad (1.6)$$

Часткові похідні $\frac{\partial U}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^T (y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_i))$, $\frac{\partial U}{\partial \beta_2} = \sum_{i=1}^T (y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_i)) x_i$

прирівнюємо до нуля і одержуємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} \beta_1 T + \beta_2 \sum_{i=1}^T x_i = \sum_{i=1}^T y_i \\ \beta_1 \sum_{i=1}^T x_i + \beta_2 \sum_{i=1}^T x_i^2 = \sum_{i=1}^T x_i y_i \end{cases}$$

рішення якої має вигляд

$$\beta_2 = \frac{\sum_{i=1}^T x_i \sum_{i=1}^T y_i - T \sum_{i=1}^T x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^T x_i\right)^2 - T \sum_{i=1}^T x_i^2} \quad \beta_1 = \frac{1}{T} \left(\sum_{i=1}^T y_i - \beta_2 \sum_{i=1}^T x_i \right) \quad (1.7)$$

2. Параболічна регресія

Рівняння (1.3) приймає вигляд:

$$\hat{y} = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2. \quad (1.8)$$

Для визначення коефіцієнтів рівняння (1.8), як у випадку лінійної парної регресії, знаходимо часткові похідні по регресійних коефіцієнтах та прирівнюємо їх до нуля.

Одержуємо систему трьох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} \beta_1 T + \beta_2 \sum_{i=1}^T x_i + \beta_3 \sum_{i=1}^T x_i^2 = \sum_{i=1}^T y_i \\ \beta_1 \sum_{i=1}^T x_i + \beta_2 \sum_{i=1}^T x_i^2 + \beta_3 \sum_{i=1}^T x_i^3 = \sum_{i=1}^T x_i y_i \\ \beta_1 \sum_{i=1}^T x_i^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^T x_i^3 + \beta_3 \sum_{i=1}^T x_i^4 = \sum_{i=1}^T x_i^2 y_i \end{cases} \quad (1.9)$$

Оцінити параметри парної лінійної регресії можна також за допомогою засобів *Excel*. Для цього необхідно послідовно виконати наступні кроки:

1) відкрити пункт меню Сервіс/Надстройки... і у вікні, що відкрилося, поставити галочки навпроти строк «Analysis ToolPak – VBA» та «Пакет анализа» (рис. 1.1);

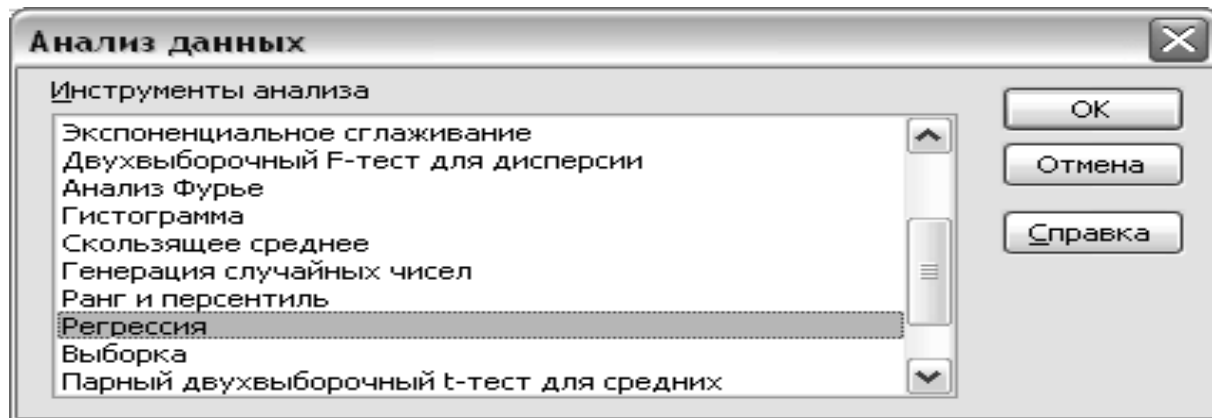


Рис. 1.1 Вікно «Надстройки»

2) на листі *Excel* сформувані необхідні вхідні дані (значення X та Y) у два стовпці;

3) відкрити пункт меню Сервіс/Анализ данных..., обрати пункт Регрессия (рис. 1.2), і потім у вікні «Регрессия» (рис. 1.3) вказати інтервали з вхідними даними

(Входной интервал X, Входной интервал Y), попередньо сформовані у стовпці, натиснути на кнопку «Ok»;

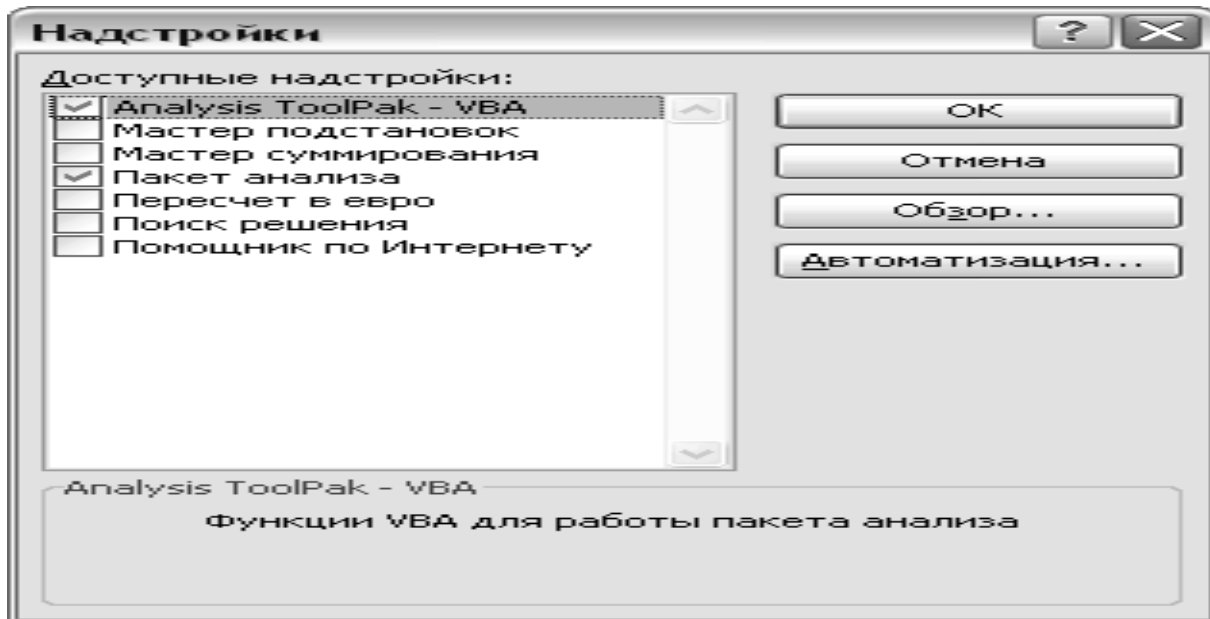


Рис. 1.2 Вікно «Анализ данных»

4) в результаті отримаємо «ВЫВОД ИТОГОВ», що складається з трьох таблиць, з яких можна довідатись про оцінку параметрів регресійної моделі (Y-пересечение (β_1), Переменная X 1 (β_2)), оцінити адекватність побудованої моделі.

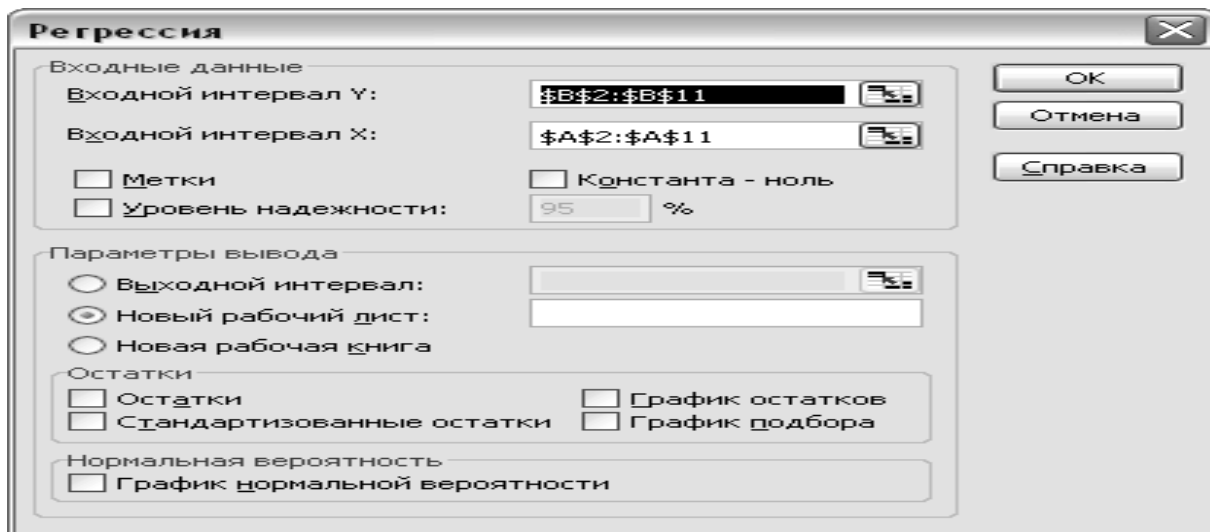


Рис. 1.3 Вікно «Регрессия»

Практичне завдання

За початковими даними (варіанти завдань наведено нижче) необхідно:

1. визначити параметри парної лінійної регресії;
2. визначити параметри параболічної регресії.
3. побудувати моделі та порівняти їх (на одній діаграмі відобразити три графіка: 1- початкові данні, 2 – лінійна модель, 3 – параболічна модель).

Для полегшення розрахунків рекомендовано заповнити наступну таблицю:

Таблиця 1.1. Вихідні данні для побудови регресійних моделей

Номер року (x)	(y)	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y
1	332					
2	367					
...	...					
...	...					
...	...					
12	576					
$\sum_{i=1}^T x_i$	$\sum_{i=1}^T y_i$	$\sum_{i=1}^T x_i^2$	$\sum_{i=1}^T x_i^3$	$\sum_{i=1}^T x_i^4$	$\sum_{i=1}^T x_i y_i$	$\sum_{i=1}^T x_i^2 y_i$

Варіанти практичного завдання

Варіант 1

Період	Велика рогата худоба (тис. голів)
Січ.08	5529,9
Лют.08	5718,6
Бер.08	5955,1
Кві.08	6069,5
Тра.08	6085,2
Чер.08	6052,9
Лип.08	5997,9
Сер.08	5902,6
Вер.08	5797,7
Жов.08	5659,5
Лис.08	5505,2
Грг.08	5079

Варіант 2

Період	Свині (тис. голів)
Січ.08	6746,6
Лют.08	6702,4
Бер.08	6720,1
Кві.08	6531,3
Тра.08	6675,9
Чер.08	6762,1
Лип.08	6831
Сер.08	6881,6
Вер.08	6942,2
Жов.08	6950,8
Лис.08	6861,9
Грг.08	6526

Варіант 3

Період	Вівці та кози (тис. голів)
Січ.08	1710,8
Лют.08	1835,9
Бер.08	2006,1
Кві.08	2078,5
Тра.08	2088,3
Чер.08	2064
Лип.08	2020,8
Сер.08	1979,2
Вер.08	1926,4
Жов.08	1869,7
Лис.08	1804,9
Грг.08	1726,9

Варіант 4

Період	Птиця (тис. голів)
Січ.08	161,1
Лют.08	156,8
Бер.08	157,6
Кві.08	165,9
Тра.08	184,1
Чер.08	205,6
Лип.08	210,9
Сер.08	211,3
Вер.08	206,9
Жов.08	200,3
Лис.08	189
Грг.08	177,6

Варіант 5

Період	Велика рогата худоба (тис. голів)
Січ.09	5141
Лют.09	5348
Бер.09	5609,7
Кві.09	5759,1
Тра.09	5802,5
Чер.09	5797,5
Лип.09	5736,1
Сер.09	5652,6
Вер.09	5538,9
Жов.09	5398,9
Лис.09	5258,5
Грг.09	4917,6

Варіант 6

Період	Свині (тис. голів)
Січ.09	6502,8
Лют.09	6682,6
Бер.09	6860,4
Кві.09	6844
Тра.09	7082,7
Чер.09	7204,1
Лип.09	7325,8
Сер.09	7385,5
Вер.09	7462,4
Жов.09	7497,2
Лис.09	7447,6
Грг.09	7135,4

Варіант 7

Період	Вівці та кози (тис. голів)
Січ.09	1766,4
Лют.09	1918,5
Бер.09	2086,3
Кві.09	2163
Тра.09	2154,7
Чер.09	2133
Лип.09	2102,6
Сер.09	2061,4
Вер.09	1999,2
Жов.09	1941,4
Лис.09	1875
Грг.09	1797,1

Варіант 8

Період	Птиця (тис. голів)
Січ.09	170,7
Лют.09	165,3
Бер.09	165,9
Кві.09	174,8
Тра.09	196
Чер.09	222,5
Лип.09	226,5
Сер.09	221,8
Вер.09	215,4
Жов.09	209
Лис.09	201,3
Грг.09	190,5

Варіант 9

Варіант 10

Варіант 11

Варіант 12

Період	Велика рогата худоба (тис. голів)
Січ.07	6196,9
Лют.07	6395,1
Бер.07	6674,1
Кві.07	6850,3
Тра.07	6830,8
Чер.07	6762,7
Лип.07	6672,2
Сер.07	6540,9
Вер.07	6399
Жов.07	6223,6
Лис.07	6056,9
Грг.07	5490,9

Період	Свині (тис. голів)
Січ.07	7935,6
Лют.07	8162,9
Бер.07	8266,7
Кві.07	8175,1
Тра.07	8374,7
Чер.07	8443,5
Лип.07	8375,5
Сер.07	8281,7
Вер.07	8250,8
Жов.07	8096,5
Лис.07	7851,6
Грг.07	7019,9

Період	Вівці та кози (тис. голів)
Січ.07	1647,8
Лют.07	1766,8
Бер.07	1962,1
Кві.07	2064,5
Тра.07	2070,8
Чер.07	2048,8
Лип.07	2016
Сер.07	1966,2
Вер.07	1908,9
Жов.07	1853,9
Лис.07	1784,8
Грг.07	1678,6

Період	Птиця (тис. голів)
Січ.07	160,4
Лют.07	158,1
Бер.07	155
Кві.07	159,6
Тра.07	178,1
Чер.07	199,1
Лип.07	207,7
Сер.07	201,4
Вер.07	196,7
Жов.07	190,9
Лис.07	182
Грг.07	169,3

Варіант 13

Період	Велика рогата худоба (тис. голів)
Січ.06	6564,8
Лют.06	6789,2
Бер.06	7129,1
Кві.06	7370,5
Тра.06	7353,3
Чер.06	7319,8
Лип.06	7257,1
Сер.06	7154,4
Вер.06	7025
Жов.06	6843
Лис.06	6667,3
Грг.06	6175,4

Варіант 14

Період	Свині (тис. голів)
Січ.06	7032,9
Лют.06	7278,6
Бер.06	7436,6
Кві.06	7342,7
Тра.06	7626,5
Чер.06	7779,8
Лип.06	7887,6
Сер.06	7977,8
Вер.06	8099,5
Жов.06	8109,9
Лис.06	8049,7
Грг.06	8055

Варіант 15

Період	Вівці та кози (тис. голів)
Січ.06	1675,3
Лют.06	1779,2
Бер.06	1951,1
Кві.06	2057,9
Тра.06	2039,7
Чер.06	2019
Лип.06	2007,3
Сер.06	1977,9
Вер.06	1923,8
Жов.06	1873,3
Лис.06	1814
Грг.06	1617,2

Варіант 16

Період	Птиця (тис. голів)
Січ.06	153,4
Лют.06	149,3
Бер.06	151
Кві.06	156
Тра.06	178,4
Чер.06	199
Лип.06	201,5
Сер.06	198,2
Вер.06	197,1
Жов.06	191,1
Лис.06	180,7
Грг.06	166,5

Лабораторна робота № 2

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ. ОЦІНКА ЯКОСТІ ТА СТАТИСТИЧНОЇ ЗНАЧУЩОСТІ МОДЕЛІ

Теоретичні відомості

Ви власник фірми, яка виготовляє пряники та має дванадцять філіалів. У вас в наявності дані про обсяг виробництва y_t (тис. грн. в місяць), обсяг матеріальних витрат x_{t2} (тис. грн. в місяць) та фонд оплати праці x_{t3} (тис. грн. в місяць). Результати спостережень для усіх філіалів фірми наведені у таблиці 2.1:

Таблиця 2.1 Характеристика філій фірми

Філіал	Обсяг матеріальних витрат x_{t2} (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці x_{t3} (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва y_t (тис. грн. в місяць)
1	5,2	0,7	9,1
2	6,85	1,21	10,81
3	6,03	1,29	9,89
4	7,02	1,12	13,72
5	8,35	1,49	13,98
6	5	1,5	12,4
7	5,77	0,94	12,36
8	7,68	1,29	12,27
9	3,16	0,48	8,7
10	4,22	0,24	8,25
11	3,15	0,87	9,31
12	4	0,85	7,8

Практичне завдання

1. Оцінити параметри лінійної регресії за допомогою МНК. Дати їм економічну інтерпретацію.
2. Знайти стандартизовані регресійні коефіцієнти та коефіцієнти еластичності (на підставі середніх значень змінних). Дати економічну інтерпретацію кожної величини.

3. Розрахувати міру якості моделі (коефіцієнт детермінації).
4. Оцінити статистичну значущість усієї моделі в цілому за допомогою F-тесту.
5. Перевірити гіпотези про статистичну значущість параметрів регресії.
6. Визначити прогнозне значення обсягу виробництва пряників для нового філіалу, якщо відомо, що обсяг матеріальних витрат складатиме 7000 грн. в місяць, а фонд оплати праці - 1500 грн. в місяць.
7. Визначити на скільки відсотків необхідно збільшити матеріальні витрати 10 філіалу, якщо ви бажаєте збільшити обсяг виробництва пряників на 25 відсотків.

Хід роботи

1. Оцінки параметрів лінійної регресії знайдемо за допомогою МНК (см. лаб.раб.№1)

Емпірична функція регресії, буде мати вигляд:

$$\hat{Y}_t = 4.94 + 0.68x_{t2} + 2.03x_{t3} \quad (2.1)$$

Зміна величини k-го регресора на одиницю при інших рівних умовах викличе зміну оціненої величини \tilde{y}_t на кількість одиниць, рівну $\tilde{\beta}_k$. Тобто, збільшення обсягу матеріальних витрат на одну тис. грн. в місяць, при інших рівних умовах, призведе до збільшення обсягу виробництва пряників на 0,68 тис. грн. в місяць. Аналогічно, збільшення фонду оплати праці на одну тис. грн. в місяць, при інших рівних умовах, призведе до збільшення обсягу виробництва пряників на 2,03 тис. грн. в місяць.

2. Для оцінки стандартизованих регресійних коефіцієнтів застосуємо формулу:

$$\tilde{\beta}_k^s = \tilde{\beta}_k \cdot \frac{s_k}{s_y} \quad (2.2)$$

s_k - емпіричне середньоквадратичне відхилення k-го регресора,

s_y - емпіричне середньоквадратичне відхилення регресанда.

s_k , s_y можна знайти в Excel за допомогою «мастер функцій»-статистические-СТАНДОТКЛОН.

$$\tilde{\beta}_2^s = \tilde{\beta}_2 \cdot \frac{s_2}{s_y} = 0.68 \frac{1.72}{2.16} = 0.54$$

$$\tilde{\beta}_3^s = \tilde{\beta}_3 \cdot \frac{s_3}{s_y} = 2.03 \frac{0.39}{2.16} = 0.37$$

Зміст $\tilde{\beta}_k^s$: чим більше величина $\tilde{\beta}_k^s$, тим більше вплив k-го регресора на зміну регресанда.

Оскільки $0,54 > 0,37$, то можна зробити висновок, що обсяг матеріальних витрат в 1,48 разів більше впливає на зміну обсягу виробництва, ніж фонд оплати праці.

При інтерпретації регресійних коефіцієнтів приймаються до уваги одиниці виміру регресанда и регресорів. Для визначення ступеня впливу регресора на регресанд без врахування одиниць їх виміру використовується коефіцієнт еластичності:

$$\varepsilon_k = \tilde{\beta}_k \frac{x_k^*}{y^*} \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_2 = \tilde{\beta}_2 \frac{x_{2\text{середн}}}{y_{\text{середн}}} = 0,68 \frac{5.536}{10.716} = 0,35$$

$$\varepsilon_3 = \tilde{\beta}_3 \frac{x_{3\text{середн}}}{y_{\text{середн}}} = 2.03 \frac{0.998}{10.716} = 0,19$$

Зміст коефіцієнта еластичності: якщо за інших рівних умов k-й регресор зміниться на один відсоток, то регресанд внаслідок цього зміниться на ε_k відсотків.

Якщо за інших рівних умов обсяг матеріальних витрат збільшиться на 1% в місяць, то обсяг виробництва пряників зросте на 0,35% в місяць, а якщо фонд оплати праці, за інших рівних умов, збільшиться на 1% в місяць, то обсяг виробництва пряників збільшиться на 0,19 % в місяць.

4. Міру якості моделі можна визначити за допомогою коефіцієнта детермінації:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum u_t^2}{\sum (y_t - y_{\text{средн}})^2}. \quad (2.4)$$

Коефіцієнт детермінації показує долю дисперсії регресанда, яка пояснюється регресією.

$$R^2 = 1 - \frac{15.375}{51.559} = 0.701$$

Отже, можна зробити висновок, що модель описує 70 % вихідних даних.

4. Оцінити статистичну значущість усієї моделі в цілому можна за допомогою F-тесту.

Для цього необхідно знайти розрахункове значення F-критерію і порівняти його з критичним при заданому рівні значущості α і числі ступенів свободи $K-1$ та $T-K$. Якщо розрахункове значення перевищує критичне, тобто $F_{\text{розра}} > F_{\text{крит}}$, то модель в цілому статистично значуща, з ймовірністю $1 - \alpha$.

$$F_{\text{розра}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{T - K}{K - 1} \quad F_{\text{крит}}(\alpha, K - 1, T - K) \quad (2.5)$$

$$F_{\text{розра}} = \frac{0.701}{1 - 0.701} \cdot \frac{12 - 3}{3 - 1} = 10.55$$

Розрахункове значення F-критерію можна знайти в Excel: „вывод регрессионных итогов” таблиця 2, стовпчик F. (Значення можуть дещо відрізнятись за рахунок округлення).

$F_{\text{крит}}$ можна знайти в Excel за допомогою «мастер функций»-статистические-ФРАСПОБР.

$$F_{крит}(0.05;2;9) = 4.26$$

В даному випадку можна зробити висновок про те, що модель статистично значуща, оскільки $F_{розра} > F_{крит}$.

5. Для перевірки гіпотези про статистичну значущість параметрів регресії застосовують t -тест.

Для цього необхідне розрахункове значення t - критерію (критерію Стьюдента) порівняти з критичним значенням при заданому рівні значущості і числі ступенів свободи Т-К. Якщо розрахункове значення, по модулю, перевищує критичне, тобто $|t_{k_розра}| > t_{крит}$, то k - тий параметр є статистично значущим.

Розрахункове значення t - критерію можна знайти в Excel: „вывод регрессионных итогов” таблиця 3, стовпчик t - статистика.

Для моделі (2.1) розрахункові значення t - критерію представлено в табл. 2.2, стовпчик t - статистика.

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>
Y-пересечение	4,942905783	1,33265196	3,709074784
Переменная X 1	0,676547843	0,319941231	2,114600364
Переменная X 2	2,031056542	1,401386838	1,44931898

Критичне значення t - критерію можна знайти в Excel за допомогою «Майстер функций»-Статистические-СТЬЮДРАСПОБР.

$$t_{крит}(0.05;9) = 2.26$$

Порівняння відповідних розрахункових значень t - критерію і критичного значення дозволяє зробити висновок, що з ймовірністю 95% параметри при змінних „обсяг матеріальних витрат” та „фонд оплати праці” є статистично не значущими. (Оскільки розрахункове значення t - критерію параметра при змінній „обсяг матеріальних витрат” наближається до критичного значення, то можливо, при виключенні із моделі змінної

„фонд оплати праці” він буде статистично значущим. При бажанні це можна перевірити.)

!!! Завдання 6 та 7 виконати самостійно.

Варіанти практичного завдання

Варіант №1

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
--------	--	--	--

Варіант №2

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
--------	--	--	--

1	7,05	1,62	10,92
2	6,23	1,74	11,01
3	7,01	1,53	12,03
4	8,55	1,9	14,09
5	5,44	1,99	12,51
6	5,97	1,35	11,95
7	6,88	1,7	12,38
8	3,36	0,94	9,01
9	4,42	0,65	8,36
10	3,35	1,28	9,42
11	4,2	1,26	7,91
12	5,6	1,51	9,69

1	7,12	1,65	11,12
2	6,29	1,77	11,21
3	7,08	1,56	12,23
4	8,64	1,94	14,29
5	5,49	2,03	12,71
6	6,03	1,38	12,15
7	6,95	1,73	12,58
8	3,39	0,96	9,21
9	4,46	0,66	8,56
10	3,38	1,31	9,62
11	4,24	1,29	8,11
12	5,66	1,54	9,89

Варіант №3

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	2,93	0,31	10,24
2	5,27	0,98	7,51
3	6,85	1,21	10,81
4	7,01	1,29	9,89
5	7,02	1,12	13,02
6	8,35	1,49	13,92
7	4,33	0,78	8,54
8	5,77	0,94	12,36
9	7,68	1,29	12,27
10	3,16	0,45	11,01
11	1,52	0,24	8,25
12	3,15	0,55	9,31

Варіант №4

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	4,93	0,3	8,24
2	5,27	0,88	7,51
3	6,95	1,21	10,81
4	7,01	1,29	9,89
5	7,02	1,12	13,02
6	8,35	1,49	13,92
7	4,33	0,78	8,54
8	6,77	0,94	12,36
9	8,88	1,29	10,27
10	3,16	0,4	11,01
11	1,52	0,24	8,25
12	3,15	0,55	9,31

Варіант №5

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	3,16	0,31	10,01

Варіант №6

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	4,93	0,3	8,54

2	1,52	0,98	7,51
3	3,15	1,21	10,81
4	1,52	1,29	9,89
5	7,02	1,12	13,02
6	8,35	1,49	13,92
7	4,33	1,01	8,54
8	5,77	1,02	12,36
9	7,68	1,29	12,27
10	3,16	0,64	11,01
11	1,52	0,31	8,25
12	3,15	0,6	9,31

2	5,27	0,88	7,51
3	6,95	1,21	10,81
4	7,01	1,29	9,89
5	7,02	1,12	13,02
6	8,35	1,49	13,92
7	4,33	0,78	8,54
8	6,77	0,94	12,36
9	8,88	1,29	10,27
10	2,93	0,5	11,01
11	5,27	0,24	8,25
12	6,85	0,62	9,31

Варіант № 7

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	5,44	1,99	0,11
2	0,2	0,41	11,95
3	7,02	1,12	13,02
4	8,35	1,49	13,92
5	4,33	0,78	8,54
6	5,77	0,94	12,36
7	7,68	1,29	12,27
8	3,16	0,45	11,01
9	1,52	0,24	8,25
10	3,15	0,55	9,31
11	4,01	0,68	8,9
12	5,11	0,94	9,58

Варіант № 8

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	6,95	1,21	10,81
2	7,01	1,29	9,89
3	7,09	1,14	13,22
4	8,43	1,52	14,12
5	4,37	0,80	8,74
6	5,83	0,96	12,56
7	7,76	1,32	12,47
8	3,16	0,4	11,01
9	1,52	0,24	8,25
10	3,15	0,55	9,31
11	1,52	0,24	8,25
12	5,11	0,94	10,01

Варіант № 9

Варіант № 10

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	5,44	1,99	0,11
2	4,01	0,41	11,95
3	7,02	1,12	13,02
4	8,35	1,49	13,92
5	6,95	1,21	10,81
6	7,01	1,29	9,89
7	7,02	1,12	13,02
8	8,35	1,49	13,92
9	4,33	0,78	8,54
10	6,77	0,94	12,36
11	4,01	0,68	8,9
12	5,11	0,94	9,58

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	1,52	1,29	9,89
2	7,02	1,12	13,02
3	8,35	1,49	13,92
4	4,33	1,01	8,54
5	5,77	1,02	12,36
6	7,68	1,29	12,27
7	7,09	1,14	13,22
8	3,16	0,4	11,01
9	1,52	0,24	8,25
10	3,15	0,55	9,31
11	1,52	0,24	8,25
12	5,11	0,94	10,01

Варіант № 11

Варіант № 12

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	5,44	1,99	0,11
2	0,2	0,41	11,95
3	7,02	1,12	13,02
4	8,35	1,49	13,92
5	8,64	1,94	14,29
6	5,49	2,03	12,71
7	6,03	1,38	12,15
8	6,95	1,73	12,58
9	4,33	0,78	8,54
10	6,77	0,94	12,36
11	4,01	0,68	8,9
12	5,11	0,94	9,58

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	6,95	1,21	10,81
2	7,02	1,12	13,02
3	8,35	1,49	13,92
4	4,33	1,01	8,54
5	5,77	1,02	12,36
6	8,64	1,94	14,29
7	5,49	2,03	12,71
8	6,03	1,38	12,15
9	6,95	1,73	12,58
10	3,15	0,55	9,31
11	1,52	0,24	8,25
12	5,11	0,94	10,01

Варіант № 13

Варіант № 14

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	7,01	0,41	9,95
2	3,2	0,41	0,11
3	5,44	1,99	0,11
4	0,2	0,41	11,95
5	8,64	1,94	14,29
6	6,12	3,02	13,01
7	6,03	1,38	12,15
8	6,95	1,73	12,58
9	4,33	0,78	8,54
10	6,03	2,03	12,98
11	4,01	0,68	8,9
12	5,11	0,94	9,58

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	4,93	0,29	8,24
2	5,87	0,88	7,51
3	6,95	1,21	10,81
4	7,02	1,12	13,02
5	5,03	2,03	11,08
6	8,64	1,94	14,29
7	5,49	2,03	12,71
8	6,03	1,38	12,15
9	6,24	2,38	13,07
10	3,15	0,55	9,31
11	1,52	0,24	8,25
12	5,11	0,94	10,01

Варіант № 15

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	4	3	11,9
2	5	3	13,2
3	6	4	17,5
4	6,5	4,5	18,9
5	7	5	22,8
6	7,5	5,5	24,9
7	8	6	27,8
8	8	6,5	29,6
9	8,5	6,5	32,5
10	9	7	33,4
11	9	7	35,1
12	10	8	40

Варіант № 16

Філіал	Обсяг матеріальних витрат (тис. грн. в місяць)	Фонд оплати праці (тис. грн. в місяць)	Обсяг виробництва (тис. грн. в місяць)
1	4	3	8,3
2	5	3	8,6
3	6	4	11,2
4	6,5	4,5	12,2
5	7	5	13,5
6	7,5	5,5	14,3
7	8	6	15,5
8	8	6,5	16,6
9	8,5	6,5	16,6
10	9	7	17,8
11	9	7	18,1
12	11	9	20,2

АВТОКОРЕЛЯЦІЯ ПОХИБОК. МЕТОД ЕЙТКЕНА

Теоретичні відомості

Класична модель множинної регресії припускає, що похибки U_t - це незалежні випадкові величини з нульовим середнім і постійною дисперсією. Проте при застосуванні регресійних моделей на практиці часто зустрічається порушення класичної моделі: похибки виявляються автокорельованими (тобто пізніші значення U_t залежать від попередніх). У разі присутності автокореляції оцінки параметрів класичної моделі множинної регресії втрачають свої статистичні властивості, коваріаційна матриця є зміщеною відносно істинної коваріаційної матриці, оцінка дисперсії похибок теж є зміщеною. Позбавитися автокореляції можна декількома способами:

1. можна спробувати змінити специфікацію моделі так, щоб усунути автокореляцію (наприклад, ввести додатковий регресор).
2. вибрати такий метод оцінювання, які враховує автокореляцію і дає найточніші оцінки параметрів для цього випадку (метод Ейткена).

Використовувати перший підхід важко, тому найчастіше застосовують другий підхід. Значення U_t можуть складним чином залежати від, U_{t-2} і т.д., але ми будемо розглядати тільки найпростіший випадок – автокореляцію першого порядку - $U_t = \rho U_{t-1} + \varepsilon_t$, де ρ - авторегресійний параметр (коефіцієнт кореляції), а ε_t - незалежні випадкові величини.

Перш ніж знаходити цей параметр, необхідно переконатися, що похибки схильні до автокореляції. Для цього використовується тест Дарбіна-Уотсона (d-тест). Нульова гіпотеза припускає відсутність автокореляції ($\rho = 0$). d-статистика Дарбіна-Уотсона обчислюється таким чином: спочатку методом найменших квадратів оцінюємо значення параметрів регресії, потім знаходимо оцінки похибок, які

називаються помилками: $\hat{U}_t = Y_t - \hat{\beta}_1 x_{t1} + \dots + \hat{\beta}_k x_{tk} + \dots + \hat{\beta}_K x_{tK}$. (у матричній формі $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$ $\hat{u} = y - X\hat{\beta}$) і обчислюємо значення статистики по формулі:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2} \quad (3.1)$$

Критичні значення d-статистики Дарбіна-Уотсона приведені в таблицях, у випадку з $K=2$ і $T=8$:

при $\alpha = 0.05$ $d_u = 0.76$ $d_o = 1.33$,

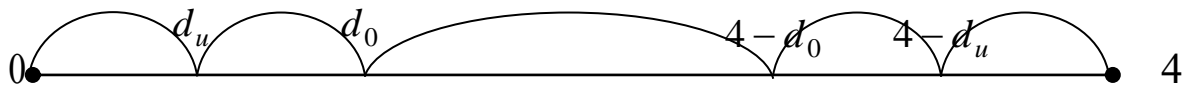
при $\alpha = 0.01$ $d_u = 0.50$ $d_o = 1.00$.

У випадку коли $K=2$ і $T=10$:

при $\alpha = 0.05$ $d_u = 0.88$ $d_o = 1.32$,

при $\alpha = 0.05$ $d_u = 0.60$ $d_o = 1.00$,

Правила прийняття і відхилення гіпотези:



Якщо розрахункове значення d - критерію попадає в область від 0 до d_u , чи від $4 - d_u$, то можна зробити висновок, що автокореляція похибок в моделі присутня. Якщо розрахункове значення d - критерію попадає в область d_u до d_o , чи від $4 - d_o$ до $4 - d_u$, то не можна зробити висновок про наявність в моделі автокореляції. Якщо розрахункове значення d - критерію попадає в середню область, то автокореляції в моделі немає.

Нульова гіпотеза припускає, що автокореляції немає, тобто, щоб зробити висновок про наявність автокореляції, потрібно, щоб значення статистики потрапило в

критичну область, в нашому випадку ($K=2$ і $T=8$) значення повинне бути або від 0 до 0.76, або від 3.33 до 4. При попаданні значення статистики в область від 0.76 до 1.33 (від 2.67 до 3.33) ми не можемо зробити висновок щодо автокореляції, і нарешті при значеннях від 1.33 до 2.67 можна стверджувати, що автокореляції немає.

Якщо проведений тест показав, що авторегресія є, то оцінюємо коефіцієнт кореляції ρ по формулі:

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=2}^T \hat{u}_{t-1}^2} \quad (3.2)$$

Метод Ейткена можна виконати шляхом побудови допоміжної матриці Ω , яка входить як множник у формули узагальненого МНК ($4 - d_u | ? | 4 - d_o$).

По методу Ейткена оцінити параметри моделі можн за формулою:

$$\hat{\beta} = [X^T \Omega^{-1} X]^{-1} X^T \Omega^{-1} Y \quad (3.3)$$

Якщо відхилення є авторегресійним процесом першого порядку, то матриця Ω має наступний вигляд:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 & \dots & \rho^{T-1} \\ \rho & 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{T-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{T-3} \\ \rho^3 & \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{T-4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho^{T-1} & \rho^{T-2} & \rho^{T-3} & \rho^{T-4} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

де ρ - авторегресійний параметр (коефіцієнт кореляції).

Практичне завдання

1. За даними варіанту побудувати регресійну модель, оцінити методом ІМНК регресійних коефіцієнтів. Розрахувати вектор оцінок похибок.
2. Провести тест Дарбіна-Уотсона на автокореляцію.
3. Оцінити авторегресійний параметр ρ .
4. Застосувати метод Ейткена для знаходження нових регресійних коефіцієнтів.
5. Записати в явному вигляді емпіричні формули для визначення Y , одержані в пунктах 1 і 4 даної роботи, розрахувати значення \hat{y}_t і $\hat{\hat{y}}_t$ і відобразити результати графічно.

Варіанти практичного завдання

Варіант 1

Рік	Доходи населення (у.о.)	Заощадження (у.о.)
1	36	16
2	21	8
3	8	2
4	20	9
5	10	4
6	12	6
7	41	20
8	50	24
9	45	22
10	39	19

Варіант 2

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)
1	22	30
2	33	60
3	50	120
4	67	146
5	47	76
6	66	93
7	81	96
8	106	162
9	90	100
10	85	95

Варіант 3

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)
1	26	29
2	27	31
3	29	34
4	31	36
5	33	39
6	38	44
7	43	50
8	46	52
9	35	41
10	39	45

Варіант 4

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)

Варіант 5

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)

Варіант 6

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)

1	22	150
2	33	300
3	50	602
4	67	728
5	47	382
6	66	466
7	81	480
8	106	812

Варіант 7.

Рік	Доходи населення (у.о.)	Заощадження (у.о.)
1	22	15
2	33	30
3	50	60,2
4	67	73
5	47	38
6	66	46
7	81	48
8	106	81

	(у.о.)	
1	11,00	30
2	16,60	60
3	25,00	120,4
4	33,50	145,6
5	23,50	76,4
6	33,00	93,2
7	82,00	96
8	40,50	162,4

Варіант 8.

Рік	Доходи населення (у.о.)	Заощадження (у.о.)
1	66	30
2	99	60
3	150	120
4	201	146
5	141	76
6	198	93
7	243	96
8	318	162

1	36	320
2	21	160
3	8	40
4	20	180
5	10	80
6	12	120
7	41	400
8	50	480

Варіант 9.

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)
1	20	100
2	21	110
3	19	115
4	22	120
5	24	125
6	25	127
7	28	130
8	28	134

Варіант 10.

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)
1	24	30
2	25	32
3	26	35
4	28	37
5	30	40
6	35	45
7	40	51
8	48	51
9	45	57
10	48	60

Варіант 11.

Рік	Заощадження (у.о.)	Доходи населення (у.о.)
1	1,20	5
2	1,30	7
3	1,50	9
4	1,70	10
5	1,90	11
6	2,00	13
7	2,20	15
8	2,30	16
9	2,50	18
10	2,80	20

Варіант 12.

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)
1	20	100
2	21	110
3	19	115
4	22	120
5	24	125
6	25	127
7	28	130
8	28	134
9	30	138
10	32	140

і

Варіант 13.

Варіант 14.

Варіант 15.

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)
1	22	45
2	33	75
3	50	125
4	67	223
5	47	92
6	66	146
7	81	277
8	106	358
9	121	159
10	135	168

Рік	Заощадження (у.о.)	Доходи населення (у.о.)
1	0,36	8,8
2	0,21	9,4
3	0,08	10
4	0,2	10,6
5	0,1	11
6	0,12	11,9
7	0,41	12,7
8	0,5	13,5
9	0,43	14,3
10	0,59	15,5

Рік	Витрати на харчування (у.о.)	Загальні витрати (у.о.)
1	26	29
2	27	31
3	29	34
4	31	36
5	33	39
6	38	44
7	43	50
8	46	52
9	48	56
10	51	59

Варіант 16.		
Рік	Загальні витрати (у.о.)	Заробітна плата (у.о.)
1	70	135
2	95	218
3	119	331
4	147	430
5	93	175
6	133	305
7	169	468
8	197	749
9	105	215
10	149	586

**ВИЗНАЧЕННЯ НАЯВНОСТІ МУЛЬТИКОЛІНЕАРНОСТІ НЕЗАЛЕЖНИХ
ЗМІННИХ. АЛГОРИТМ ФЕРАРА-ГЛОБЕРА**

Теоретичні відомості

Для класичної регресійної моделі повинна виконуватися передумова: регресори вільні від істотної колінеарності. Регресори вільні від істотної колінеарності, якщо матриця регресорів розмірністю $T \times K$ має повний стовпчиковий ранг K .

Наслідки колінеарності регресорів:

1. Великі дисперсії і коваріації оцінок регресійних коефіцієнтів.
2. Ускладнення в оцінюванні (ідентифікації) параметрів лінійної регресії.
3. Нестабільність коефіцієнтів регресії.

МІРИ КОЛІНЕАРНОСТІ:

Детермінант матриці $|X'X|$: якщо детермінант рівний нулю - має місце екстремальна колінеарність, при не екстремальній колінеарності детермінант відмінний від нуля, але визначити межу істотної колінеарності неможливо.

Детермінант кореляційної матриці: значення детермінанта кореляційної матриці лежать усередині відрізка $[-1,1]$, якщо детермінант рівний нулю - має місце екстремальна колінеарність, чим ближче значення детермінанта до нуля, тим сильніше колінеарність.

Коефіцієнт збільшення дисперсії : коефіцієнтом збільшення дисперсії k -го регресора є k -тий елемент головної діагоналі зворотної матриці кореляції. Чим більше значення цього коефіцієнта, тим сильніше колінеарність між k -тим регресором і іншими регресорами.

Дослідження на наявність мультиколінеарності в регресійній моделі можна провести на основі алгоритму Ферара-Глобера. Він включає наступні кроки:

1. Знаходження кореляційної матриці R . Меню „Сервіс” – „Аналіз даних” –

„Кореляція”. Отримані данні симетрично відобразити відносно головної діагоналі.

2. Визначення критерію χ^2 :

$$\chi^2 = -\left[T - 1 - \frac{1}{6}(2K + 5)\right] \ln|\det R|, \quad (4.1)$$

значення цього критерію порівнюється з табличним при рівні значущості α і числі ступенів свободи $\frac{1}{2}K(K - 1)$. Якщо розрахункове значення більше табличного, то має місце мультиколінеарність.

3. Обчислення матриці, зворотної до кореляційної $C = R^{-1}$.

4. Розрахунок F-критеріїв:

$$F_k = (c_{kk} - 1) \frac{T - K}{K - 1}, \quad (4.2)$$

де c_{kk} - діагональний елемент матриці C .

Фактичне значення критерію порівнюється з табличним при $K-1$ і $T-K$ і рівнем значущості α . Якщо розрахункове значення виявилось більше, значить k -ая змінна колінеарна з іншими.

5. Знаходження частинних коефіцієнтів кореляції:

$$r_{kj} = \frac{-c_{kj}}{\sqrt{c_{kk}c_{jj}}} \quad (\text{к- номер стовпця, J- номер рядка.})$$

6. Розрахунок t-критеріїв:

$$t_{kj} = \frac{r_{kj}\sqrt{T - K}}{\sqrt{1 - r_{kj}^2}}. \quad (4.3)$$

Якщо абсолютне фактичне значення критерію більше, ніж табличне з рівнем значущості α і числом ступенів свободи T-K, то між k -ою і j -ою змінними існує мультиколінеарність.

Практичне завдання

1. За даними варіанту побудувати регресійну модель, оцінити методом ІМНК регресійних коефіцієнтів.
2. Використовуючи алгоритм Ферара-Глобера, перевірити чи є регресори вільними від істотної колінеарності.

Варіанти практичного завдання

ВАРІАНТ 1

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,7	16	40	106
2	3,0	14	39	129
3	2,8	15	37	118
4	2,9	14	41	121
5	2,6	15	32	120
6	2,6	16	31	118
7	2,5	17	33	108
8	2,8	15	39	110
9	2,6	17	44	106
10	2,5	17	39	118

ВАРІАНТ 2

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,6	17	40	98
2	2,9	17	41	114
3	2,7	16	45	122
4	2,5	15	50	102
5	2,7	18	52	107
6	2,6	17	50	109
7	2,7	17	48	114
8	2,6	16	49	94
9	2,9	17	50	88
10	2,6	14	45	72

ВАРІАНТ 3

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,8	17	42	72
2	2,7	18	39	70
3	2,7	16	41	75
4	2,9	17	34	71
5	2,4	17	14	75
6	2,9	15	32	81
7	2,3	20	53	62
8	3,3	11	37	99
9	2,5	17	44	71
10	2,4	20	48	62

ВАРІАНТ 4

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	3,0	13	48	96
2	2,7	17	45	73
3	2,7	16	36	75
4	2,6	16	49	75
5	2,8	18	41	74
6	2,5	12	44	67
7	3,0	18	43	102
8	2,5	18	44	121
9	2,5	16	43	78
10	2,6	17	39	78

ВАРІАНТ 5

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,6	16	36	91
2	2,1	17	25	80
3	2,9	14	46	103
4	2,7	15	35	94
5	2,4	19	42	76
6	2,9	16	42	87
7	2,9	16	40	90
8	2,6	18	47	83
9	2,7	15	47	97
10	2,7	16	43	91

ВАРІАНТ 6

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,6	16	39	84
2	2,5	18	38	89
3	2,7	17	37	85
4	2,5	18	37	89
5	2,8	17	48	68
6	2,8	14	46	63
7	2,4	15	42	55
8	2,3	17	39	56
9	2,5	17	42	63
10	2,5	15	41	53

ВАРІАНТ 7

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,5	18	39	84
2	2,4	18	38	89
3	2,3	16	38	85
4	2,7	15	37	89
5	2,5	15	48	68
6	2,1	16	46	63
7	2,8	20	42	55
8	2,4	14	39	56
9	2,4	17	42	63
10	2,3	18	41	53

ВАРІАНТ 8

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,7	16	43	73
2	2,4	19	49	62
3	2,3	32	50	60
4	1,9	31	56	68
5	2,3	32	46	63
6	2,5	33	49	62
7	2,6	31	48	59
8	2,0	35	51	62
9	1,9	33	50	64
10	2,4	35	47	67

ВАРІАНТ 9

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,2	35	42	84
2	2,0	35	39	77
3	2,3	44	37	77
4	2,7	32	34	88
5	2,2	37	39	72
6	2,4	41	32	66
7	2,3	39	39	70
8	2,3	36	70	76
9	2,6	43	73	62
10	2,7	31	73	78

ВАРІАНТ 10

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,7	15	41	70
2	2,4	19	49	62
3	2,3	32	50	60
4	2,4	41	32	66
5	2,3	39	39	70
6	2,5	33	49	62
7	2,6	31	48	59
8	2,5	15	48	68
9	2,1	16	46	63
10	2,4	20	41	52

ВАРІАНТ 11

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,6	16	39	84
2	2,5	18	38	89
3	2,6	17	36	85
4	2,3	15	37	89
5	2,4	17	48	68
6	2,8	14	46	63
7	2,9	18	49	60
8	2,7	15	35	87
9	2,5	17	42	63
10	2,5	15	41	53

ВАРІАНТ 12

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	2,7	16	40	106
2	3,0	14	39	129
3	2,5	15	44	111
4	3,0	18	43	102
5	2,5	19	44	121
6	2,6	16	31	118
7	2,5	17	32	108
8	2,9	15	39	110
9	2,6	18	45	106
10	2,5	17	39	119

ВАРІАНТ 13

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	3,6	17	40	85
2	3,5	19	39	90
3	3,6	18	37	86
4	3,3	16	38	90
5	3,4	18	49	69
6	3,8	15	47	64
7	3,9	19	50	61
8	3,7	16	36	88
9	3,5	18	43	64
10	3,5	16	42	54

ВАРІАНТ 14

Номер спостереження	Витрати	Вантажообіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	4,5	21,4	50,4	107,1
2	4,4	23,9	49,1	113,4
3	4,5	22,7	46,6	108,4
4	4,2	20,2	47,9	113,4
5	4,3	22,7	61,7	86,9
6	4,8	18,9	59,2	80,6
7	4,9	23,9	63,0	76,9
8	4,7	20,2	45,4	110,9
9	4,4	22,7	54,2	80,6
10	4,4	20,2	52,9	68,0

ВАРІАНТ 15

Номер спостереження	Витрати	Вантажобіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	4,4	20,9	49,2	104,6
2	4,3	23,4	48,0	110,7
3	4,4	22,1	45,5	105,8
4	4,1	19,7	46,7	110,7
5	4,2	22,1	60,3	84,9
6	4,7	18,5	57,8	78,7
7	4,8	23,4	61,5	75,0
8	4,6	19,7	44,3	108,2
9	4,3	22,1	52,9	78,7
10	4,3	19,7	51,7	66,4

ВАРІАНТ 16

Номер спостереження	Витрати	Вантажобіг	Запаси	Фондомісткість
	Y	X_1	X_2	X_3
1	6,2	29,1	68,5	145,7
2	6,0	32,6	66,8	154,2
3	6,2	30,8	63,4	147,4
4	5,7	27,4	65,1	154,2
5	5,8	30,8	84,0	118,2
6	6,5	25,7	80,5	109,7
7	6,7	32,6	85,7	104,5
8	6,3	27,4	61,7	150,8
9	6,0	30,8	73,7	109,7
10	6,0	27,4	72,0	92,5

Лабораторна робота № 5

ПОКРОКОВІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ

Теоретичні відомості

При побудові регресійної моделі, по розсуду дослідника, до неї можуть бути включені всі пояснюючі змінні чи тільки деякі з них. З одного боку, у модель бажано ввести усі фактори, що впливають на Y , з іншої сторони необхідно уникнути переобтяження моделі надлишковими регресорами. Таким чином, завдання полягає в тім, щоб побудувати максимально точну модель на основі мінімальної кількості факторів, що допускають практично корисну інтерпретацію.

Відомо два основних методи добору змінних, котрі ввійдуть у рівняння регресійної моделі:

- 1) *Метод виключення змінних*
- 2) *Метод включення змінних*

Метод виключення змінних реалізується наступним чином. Спочатку визначається таке рівняння (модель), до якого входять усі K пояснюючих змінних. Для цієї моделі визначаються характеристики якості, F -критерій, а також t -статистики для усіх коефіцієнтів. Потім визначають найменш значущий регресор та на наступному кроці моделювання виключають його з моделі. При цьому розраховують нове оціночне рівняння, що описує вплив $(K-1)$ змінних, що залишились, на Y . На кожному наступному кроці із “попереднього” рівняння моделі виключають найменш значущий регресор та будують нове МНК-оцінене рівняння. Діють таким чином до тих пір, доки в моделі не залишаться лише статистично значущі коефіцієнти.

Поряд із прямим методом виключень можна застосовувати розширений метод виключень з побудовою дерева моделей.

Метод включення змінних полягає в тому, що змінні вводяться в модель по крокам.

На підготовчому етапі побудови моделі проводиться кореляційний аналіз - визначаються парні коефіцієнти кореляції. Перший стовпець кореляційної матриці показує залежність між пояснювальною змінною і пояснюючими. В інших стовпцях - коефіцієнти попарної кореляції пояснюючих змінних. У результаті аналізу кореляційної матриці одержуємо упорядкований список змінних по ступені убавання взаємозв'язку з Y .

На першому кроці будуємо модель парної регресії Y від найбільш впливовий змінний, коефіцієнт кореляції якої з Y найбільший. У тому випадку, якщо модель значима, у неї вводиться наступна змінна і повторюється процедура МНК-оцінки коефіцієнтів „нової” моделі, її якості, а також перевірка значимості моделі в цілому і β - коефіцієнтів.

Алгоритм уведення змінних повторюється доти поки чергова модель має показник якості краще попередньої, або поки не вичерпається запас значущих змінних.

Практичне завдання

Використовуючи дані про обсяги продаж у різних філіалах підприємства та значень побудувати економетричну модель із застосуванням покрокових процедур: методом виключення змінних та методом включення змінних. На кожному кроці визначати статистичну значущість моделі та її якість. Порівняти отримані результати.

Варіанти практичного завдання

Обсяг продаж	витрати на здійснення продажу	витрати на рекламу продукту	ціна продукції	середній дохід населення у регіоні	обсяг закупки товарних запасів	витрати на рекламу сектора	обсяг інвестицій	поточні витрати на покращення товару
Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
554	398	138	562	121	499	769	229	98
544	369	118	590	93	166	888	177	225
429	268	129	567	287	892	513	166	263
550	484	111	579	129	1067	396	258	321
487	394	146	591	134	1426	516	209	407
471	332	140	601	111	613	205	180	247
463	336	136	598	250	304	401	213	328
411	383	104	600	208	446	316	201	298
412	285	105	631	85	284	125	176	218
484	277	135	623	107	757	683	175	410
574	456	128	649	219	1440	524	253	93
509	355	131	649	235	1129	767	208	307
538	361	120	636	139	1283	961	195	107
489	320	147	656	149	100	480	154	305
403	311	143	670	225	247	272	181	60
494	362	145	669	234	1167	727	220	239
531	408	131	662	130	1204	623	235	141
514	433	124	679	80	1218	247	258	291
440	359	106	689	270	711	739	196	414
515	476	138	714	182	342	633	279	206
515	415	148	693	77	469	287	207	80
499	420	136	697	101	576	914	213	429
593	536	111	732	274	1275	740	296	273
470	432	152	734	155	496	162	245	309
537	436	123	730	325	1000	430	276	280
463	415	119	749	197	402	411	211	315
571	462	112	732	148	682	925	283	212
510	429	125	742	114	880	833	218	118
612	517	142	743	267	271	749	307	345
479	328	123	771	196	593	875	211	141
504	418	135	786	345	1420	744	270	83
529	515	120	771	232	1264	213	328	398
465	412	149	782	357	296	265	258	124
532	455	126	779	216	180	946	233	118
618	554	138	810	196	423	925	324	161
480	441	120	798	155	216	500	267	405
551	417	120	806	349	1484	832	257	111
527	461	132	823	265	176	912	266	170

Лабораторна робота № 6

ПОБУДОВА НЕЛІНІЙНИХ РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ: ВИРОБНИЧА ФУНКЦІЯ

Теоретичні відомості

Виробничу функцію Кобба-Дугласа яка включає два фактори виробництва капітал (K) і працю (L), можна записати таким чином:

$$Q = AK^\alpha L^\beta \quad (6.1)$$

де A , α , β - параметри.

Величина A залежить від обраних одиниць вимірювання, крім того чисельні значення цього параметра визначаються також ефективністю виробничого процесу. Функція однозначна і безперервна (при позитивних значеннях K і L , а граничні продукти капіталу і праці рівні відповідно:

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = Q'_K = A\alpha K^{\alpha-1} L^\beta = \frac{\alpha Q}{K}, \quad \frac{\partial Q}{\partial L} = Q'_L = A\beta K^\alpha L^{\beta-1} = \frac{\beta Q}{L} \quad (6.2)$$

Ці величини повинні бути позитивні, тобто параметри α , β більше нуля. Другі похідні мають вигляд:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} = Q''_K = \frac{K\alpha Q'_K - \alpha Q}{K^2} = \frac{\alpha(\alpha-1)Q}{K^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = Q''_L = \frac{\beta(\beta-1)Q}{L^2} < 0, \quad (6.3)$$

Щоб виконувалися знаки нерівностей, потрібно, щоб $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$.

Гранична норма заміщення визначається по формулі:

$$R = \frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{\beta Q / L}{\alpha Q / K} = \frac{\beta K}{\alpha L}, \quad (6.4)$$

а еластичність заміщення,

$$\sigma = \frac{R(LR + K)}{KL(R \frac{\partial R}{\partial K} - \frac{\partial R}{\partial L})} = 1 \quad (6.5)$$

Еластичність заміщення в будь-якій точці кривої, що характеризує виробничу функцію Кобба-Дугласа, дорівнює одиниці.

Функція Кобба-Дугласа при зміні масштабів виробництва в λ раз буде мати вигляд:

$$Q^1 = A(\lambda K)^\alpha (\lambda L)^\beta = \lambda^{\alpha+\beta} Q \quad (6.6)$$

тобто ступінь однорідності цієї функції дорівнює $\alpha+\beta$. Якщо $\alpha+\beta=1$, то рівень ефективності не залежить від масштабів виробництва. Якщо $\alpha+\beta<1$, то середні витрати, розраховані на одиницю продукції убувають, при збільшенні масштабів виробництва, а при $\alpha+\beta>1$ – зростають з розширенням масштабу виробництва. Ці властивості не залежать від чисельних значень K і L і зберігають силу в будь-якій точці виробничої функції.

Виробничу функцію Кобба-Дугласа незручно оцінювати безпосередньо по методу найменших квадратів, тому їх представляють у лінійному вигляді:

$$\ln Q = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L + u \quad (6.7)$$

1. Наведені дані привести до вигляду, необхідного для визначення параметрів виробничої функції.
2. Методом МНК знайти значення параметрів регресії (6.6), визначити статистичну значущість параметрів моделі та моделі в цілому.
3. Визначити параметри виробничій функції і записати функцію у явному вигляді (визначити коефіцієнт детермінації).
5. Визначити граничну норму заміщення і ступінь однорідності виробничої функції та зробити висновки.

Варіанти практичного завдання

См. Лабораторну роботу №2.

Лабораторна робота №7

КОРОТКОСТРОКОВЕ ПРОГНОЗУВАННЯ

Теоретичні відомості

Методи короткострокового прогнозування призначені для поточного прогнозування, тобто прогноз будується послідовно на кожний наступний момент часу.

Приклад.

Нехай маємо хлібопекарню і мережу точок із продажу хлібобулочних виробів. Треба спрогнозувати випічку хліба за наступну добу. Це залежить від того скільки замовила кожна точка. Маємо інформацію про замовлення вчора, позавчора.

До основних методів короткострокового прогнозування відносяться:

- Метод ковзкого середнього
- Метод експоненційного згладжування.

В методі ковзкого середнього для прогнозування майбутнього значення показника усереднюється n його минулих значень. Позначимо:

F_{t+1} — прогноз на момент часу $(t+1)$,

A_t — реальне значення в момент часу t

Тоді ковзне середнє

$$F_{t+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n+1}^{t+1} A_i \cdot \quad (7.1)$$

Цю формулу можна переписати у виді:

$$F_{t+1} = F_t + (A_t + A_{t-n})/n. \quad (7.2)$$

Ковзне середнє має ряд особливостей:

1. Для того, щоб почати процес прогнозування необхідно мати в запасі (n-1) минулих значень спостережень, тобто Прогноз не може бути побудований раніш, ніж через n моментів часу.

2. Даним, включеним у процес ковзного середнього присвоюється однакова вага, всім іншим даної присвоюється нульова вага, при цьому більш нові мають таку ж вагу як і більш старі.

Приклад.

Нехай n = 3(непарне).

	A _t	F _t	Експонентне згладжування
Січень	6	----	8
Лютий	4	----	7,4
Березень	5	----	6,38
Квітень	7	(6+4+5)/3= 5	5·0,3+ 6,38·0,7
Травень	5	(4+5+7)/3 = 16/3	
Червень	8	17/3	
Липень	6	20/3	
Серпень	19/3	19/3	

Метод експонентного згладжування визначається рівнянням:

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1 - \alpha) F_t$$

α - коефіцієнт згладжування.

У таблиці "Ехсел" вводиться коефіцієнт загасання рівний (1-α) за замовчуванням n=3, а коефіцієнт загасання дорівнює 0,3.

На перший момент часу прогноз необхідно одержати експертним шляхом. У Ехсел приймається рівним реальному спостереженню.

Нехай α=0,3 (для приклада)

$$F_{t+1}=6\cdot 0,3+0,7\cdot 8=7,4 \text{ (на лютий)}$$

$$F_{t+1}=4\cdot 0,3+0,7\cdot 7,4=6,38 \text{ (на березень)}$$

Особливості методу:

1. Для побудови прогнозу необхідно задати лише початкову оцінку прогнозу.
2. В експонентному згладжуванні значення ваг убувають згодом. Більш нові враховуються з великою вагою, чим більш старі.
3. Потрібно лише два значення.

*Практичне завдання **

1. Реалізувати метод ковзного середнього для $n=3,5,7$.
2. Реалізувати метод експоненційного згладжування.

* - данні для виконання лабораторної роботи знайти самостійно на www.ukrstat.gov.ua

Лабораторна робота №8

ДЕКОМПОЗИЦІЙНИЙ АНАЛІЗ ЧАСОВОГО РЯДУ

Теоретичні відомості

Є щомісячні дані про об'єми продажів продукції (тис. грн) за останні 5 років.

1. Необхідно за допомогою „Майстра діаграм” в Excel побудувати графічне зображення ряду, для цього по осі OX відкладається номер спостереження (T) - часовий параметр, від 1 до 60, а по осі OY відповідний обсяг продажів. По одержаному графіку необхідно зробити висновок про вид тренда (зростаючий або убуваючий).

2. Знаходження розмаху часового ряду R – різниця між максимальним і мінімальним елементом ряду:

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (8.1)$$

3. Визначення величини Δ - величини, на яку в середньому відбувається приріст тимчасового ряду за одиницю часу - як відношення розмаху до кількості елементів ряду:

$$\Delta = \frac{R}{T}, \quad (8.2)$$

де T – кількість початкових даних (у нашому прикладі 60).

4. Далі необхідно позбавитися тренда, для цього скористаємося наступною формулою:

$$x_i^{\text{без тренда}} = x_i \pm \Delta \cdot (T - i), \quad i = \overline{1, 60} \quad (8.3)$$

де x_i - елементи початкового ряду даних;

Δ - величина на яку в середньому за одиницю часу відбувається приріст ряду;

T – кількість елементів ряду;

i – порядковий номер елемента ряду.

Залежно від виду тренда (зростаючий або убуваючий), необхідно використовувати одну з формул співвідношення (8.3), якщо початковий ряд мав зростаючий тренд, то необхідно використовувати співвідношення (8.3) із знаком “+”, якщо початковий ряд мав убуваючий тренд, то співвідношення (8.3) використовується із знаком “-”.

В результаті одержуємо ряд, що не має тренд, який необхідно нанести на першу діаграму, що містить ряд початкових даних.

5. Наступним етапом декомпозиційного аналізу є позбавлення від сезонних коливань, для цього необхідно заздалегідь розрахувати коефіцієнти сезонності. Для зручності їх розрахунку представити дані в наступному вигляді:

Рік Місяць	I	II	III	IV	V	$x_i^{\text{за місяць}}_{\text{середнє}}$	k_i - коеф. сезонності
1							
2							
3							
⋮							
12							

$x_{\text{середнє}}$

!!! У таблицю заносяться дані позбавлені від тренду - $x_i^{\text{без тренда}}$!!!

Перші 12 значень заносяться в перший стовпець (перший рік), наступні 12 – в другій (другий рік) і так далі. Потім розраховується середнє по кожному місяцю

$x_i^{\text{за місяць}}_{\text{середнє}}$, $i = \overline{1, 12}$, а також середнє за всі п'ять років $x_{\text{середнє}}$. Коефіцієнти сезонності розраховуються як відношення середнього значення за відповідний місяць до загального середнього за всі п'ять років:

$$k_i = \frac{x_i^{\text{за місяць}}_{\text{середнє}}}{x_{\text{середнє}}}, \quad i = \overline{1, 12} \quad (8.4)$$

Справедливо наступне співвідношення,

де n - період сезонності, в нашому прикладі період сезонності дорівнює 12, тому сума коефіцієнтів сезонності буде дорівнювати 12.

Чим більше коефіцієнти сезонності відрізняються від 1, тим сильніше сезонні коливання в даному часовому ряду.

Маючи коефіцієнти сезонності, необхідно позбавити ряд від сезонних коливань, для цього кожне значення ряду позбавленого від тренду $x_i^{\text{без тренду}}$ необхідне розділити на відповідний коефіцієнт сезонності і одержаний ряд $x_i^{\text{без тренду та сезонності}}$ також необхідно нанести на діаграму початковий ряд, ряд без тренду та ряд, що позбавлений тренду та сезонних коливань.

Практичне завдання

1. Позбавити часовий ряд від тренду.
2. Позбавити часовий ряд від сезонних коливань,
3. Отримані результати відобразити на діаграмі.

Варіанти практичного завдання

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12	№13
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----

3,14	1	402,42	44	47650	200363	70,8	31,28	126	321	78	288	47317
2,92	1,05	407,5	45	28425	221722	31,8	26,74	127	299	83	294	28092
3,04	1,1	422,09	40	41210	285262	32,3	35,76	129	311	88	308	40877
3,43	1,05	416,93	42	54443	325301	72,8	44,82	131	350	83	303	54110
3,61	1,05	432,03	35	63728	291991	238	56,76	133	368	83	318	63395
3,86	1	433,36	83	61042	334931	131,2	66,24	138	393	78	319	60709
3,53	1	429,53	27	70146	361157	52,8	59,02	143	360	78	316	69813
3,4	0,9	441,95	83	74085	318648	55	63,96	446	347	68	328	73752
3,37	0,85	446,58	85	64420	322891	57,8	65,23	373	344	63	333	64087
3,04	0,87	436,92	143	47414	269412	93,7	54,7	129	311	65	323	47081
2,96	0,95	425,22	165	37308	208162	28	52,11	131	303	73	311	36975
2,7	1,05	421,84	190	32589	193688	132	68,28	134	277	83	308	32256
2,4	1,25	420	58	37431	195040	130,2	46,8	836	247	103	306	37098
2,58	1,27	448,11	54	36219	172822	240	44,17	139	265	105	334	35886
2,82	1,3	455,01	49	42905	187007	171,1	52,56	144	289	108	341	42572
3,08	1,3	457,33	67	40052	202439	197,8	57,24	150	315	108	343	39719
3,23	1,31	475,91	64	51749	223620	195,2	77,33	952	330	109	362	51416
3,39	1,28	472,85	112	62984	331647	149,5	87,36	1415	346	106	359	62651
3,17	1,3	469,49	50	70305	348848	115,5	99,32	754	324	108	355	69972
2,95	1,2	476,8	115	59044	342255	97,5	92,28	437	302	98	363	58711
2,68	1,1	491,33	111	40547	247844	48,2	86,9	986	275	88	377	40214
2,57	1,15	473,96	193	28904	212020	115,6	80,9	1116	264	93	360	28571
2,52	1,2	463,74	201	26417	154406	115,6	79,2	1287	259	98	350	26084
2,41	1,2	464,56	208	29083	141371	135,1	102,84	1672	248	98	351	28750
2,67	1,4	481,81	91	27378	131353	289,4	69,92	2150	274	118	368	27045
2,4	1,45	493,55	88	24843	137048	262,5	61,95	2392	247	123	380	24510
2,37	1,4	502,46	85	33937	169742	223,1	78,32	194	244	118	388	33604
2,77	1,35	503,24	87	41644	173266	154,2	86,94	841	284	113	389	41311
3,05	1,5	520,67	99	57172	153755	96	113,41	961	312	128	407	56839
3,12	1,45	515,71	173	65771	162713	56,2	115,2	1156	319	123	402	65438
2,93	1,43	519,87	79	85513	176334	66	136,5	1296	300	121	406	85180
2,77	1,34	523,48	147	57589	182320	61,6	116,64	1521	284	112	409	57256
2,63	1,25	530,91	144	30669	105180	61,8	116,16	1936	270	103	417	30336
2,34	1,3	518,38	220	36158	99055	105,6	108,7	2500	241	108	404	35825
2,22	1,35	504,27	234	28717	91075	89	102,42	2704	229	113	390	28384
2,63	1,33	500,81	221	30144	76801	313,8	131,64	1915	270	111	387	29811
2,43	1,55	536,95	125	29037	69137	105	88,32	1697	250	133	423	28704
2,17	1,57	549,67	118	27350	96489	105,4	81,2	1732	224	135	436	27017
2,09	1,65	557,17	127	26035	117990	97,1	91,92	1537	216	143	443	25702
2,56	1,78	555,62	130	29357	124259	77,7	108,27	1327	263	156	442	29024
2,86	1,8	573,94	119	39211	166950	73,3	127,27	1363	293	158	460	38878
2,97	1,91	568,91	175	40657	148241	277	143,4	823	304	169	455	40324
2,8	1,85	570,35	110	44769	153640	42,5	155,22	1050	287	163	456	44436
2,72	1,78	578,78	165	49768	127400	40	149,88	2055	279	156	465	49435
2,49	1,84	582,99	179	38569	101350	43,7	140,69	3107	256	162	469	38236
2,19	1,93	575,68	250	27234	94178	40	130,1	2601	226	171	462	26901
2,08	1,98	559,09	266	29678	78283	35	117,9	1917	215	176	445	29345
2,43	2,03	558,48	248	26754	81499	40,2	168,72	1689	250	181	444	26421
2,29	2,04	588,86	160	28964	71181	35	104,64	1190	236	182	475	28631
2,01	2,05	596,28	145	25789	80388	35	95,06	1259	208	183	482	25456
1,94	2	610,53	157	30811	96954	225	105,84	1669	201	178	497	30478
2,34	1,95	609,02	165	33002	130268	226,8	131,67	1481	241	173	495	32669
2,68	1,98	624,47	168	35674	142791	26,3	154,22	1530	275	176	510	35341
2,74	2,01	627,63	200	37601	178672	21,5	172,8	1274	281	179	514	37268
2,59	2,04	622,98	139	45890	189473	19,2	195,39	3010	266	182	509	45557
2,44	1,79	633,88	185	60874	196466	16,9	181,68	1966	251	157	520	60541
2,12	1,54	637,45	199	46112	144923	16,7	170,06	1449	219	132	523	45779
1,78	1,99	629,97	268	23046	147016	16,1	155,8	1416	185	177	516	22713
1,71	2,44	618	290	22891	114753	17	136,71	1143	178	222	504	22558
1,92	2,89	612,8	271	21676	113008	35	185,64	1138	199	267	499	21343

№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20	№21	№22	№23	№24	№25
2004	186	725	2839	2598	1427	120	1679	602	64,1	26,9	310
2217	208	335	2385	2378	647	45	1892	616	60,8	26,6	340

2853	271	340	3287	2498	657	56	2528	546	62,6	26,8	422
3253	311	745	4193	2888	1467	68	2928	574	68,5	27,3	417
2920	278	2397	5387	3068	4771	82	2595	476	71,2	27,6	432
3349	321	1329	6335	3318	2635	89	3024	1148	74,9	28	433
3612	347	545	5613	2988	1067	100	3287	364	70	27,5	430
3186	305	567	6107	2858	1111	90	2861	1148	68	27,3	442
3229	309	595	6234	2828	1167	140	2904	1176	67,6	27,3	447
2694	255	954	5181	2498	1885	155	2369	1988	62,6	26,8	370
2082	194	297	4922	2418	571	190	1757	2296	61,4	26,6	392
1937	180	1337	6539	2158	2651	200	1612	2646	57,5	26,3	399
1950	181	1319	4391	1858	2615	300	1625	798	53	25,8	375
1728	159	2417	4128	2038	4811	210	1403	742	55,7	26,1	402
1870	173	1728	4967	2278	3433	220	1545	672	59,3	26,4	455
2024	188	1995	5435	2538	3967	200	1699	924	63,2	26,8	457
2236	210	1969	7444	2688	3915	190	1911	882	65,5	27	476
3316	318	1512	8447	2848	3001	250	2991	1554	67,9	27,3	473
3488	335	1172	9643	2628	2321	310	3163	686	64,6	27	469
3423	328	992	8939	2408	1961	350	3098	1596	61,3	26,6	477
2478	234	499	8401	2138	975	340	2153	1540	57,2	26,2	491
2120	198	1173	7801	2028	2323	360	1795	2688	55,6	26,1	420
1544	140	1173	7631	1978	2323	390	1219	2800	54,8	26	432
1414	127	1368	9995	1868	2713	420	1089	2898	53,2	25,8	452
1314	117	2911	6703	2128	5799	380	989	1260	57,1	26,2	461
1370	123	2642	5906	1858	5261	400	1045	1218	53	25,8	481
1697	156	2248	7543	1828	4473	410	1372	1176	52,6	25,8	502
1733	159	1559	8405	2228	3095	419	1408	1204	58,6	26,4	503
1538	140	977	11052	2508	1931	436	1213	1372	62,8	26,8	521
1627	149	579	11231	2578	1135	420	1302	2408	63,8	26,9	516
1763	162	677	13361	2388	1331	463	1438	1092	61	26,6	520
1823	168	633	11375	2228	1243	430	1498	2044	58,6	26,4	523
1052	91,2	635	11327	2088	1247	485	727	2002	56,5	26,1	531
991	85,1	1073	10581	1798	2123	500	666	3066	52,1	25,7	490
911	77,1	907	9953	1678	1791	510	586	3262	50,3	25,5	475
768	62,8	3155	12875	2088	6287	580	443	3080	56,5	26,1	482
691	55,1	1067	8543	1888	2111	575	366	1736	53,5	25,8	503
965	82,5	1071	7831	1628	2119	600	640	1638	49,6	25,5	516
1180	104	988	8903	1548	1953	610	855	1764	48,4	25,3	557
1243	110	794	10538	2018	1565	615	918	1806	55,4	26	556
1670	153	750	12438	2318	1477	630	1345	1652	59,9	26,5	574
1482	134	2787	14051	2428	5551	635	1157	2436	61,6	26,7	569
1536	140	442	15233	2258	861	639	1211	1526	59	26,4	570
1274	113	417	14699	2178	811	680	949	2296	57,8	26,3	579
1014	87,4	454	13780	1948	885	685	689	2492	54,4	25,9	542
942	80,2	417	12721	1648	811	750	617	3486	49,9	25,5	538
783	64,3	367	11501	1538	711	780	458	3710	48,2	25,3	541
815	67,5	419	16583	1888	815	860	490	3458	53,5	25,8	562
712	57,2	367	10175	1748	711	810	387	2226	51,4	25,6	570
804	66,4	367	9217	1468	711	780	479	2016	47,2	25,2	596
970	83	2267	10295	1398	4511	760	645	2184	46,1	25,1	611
1303	116	2285	12878	1798	4547	770	978	2296	52,1	25,7	609
1428	129	280	15133	2138	537	790	1103	2338	57,2	26,2	624
1787	165	232	16991	2198	441	800	1462	2786	58,1	26,3	628
1895	176	209	19250	2048	395	865	1570	1932	55,9	26,1	623
1965	183	186	17879	1898	349	855	1640	2576	53,6	25,9	601
1449	131	184	16717	1578	345	845	1124	2772	48,8	25,4	614
1470	133	178	15291	1238	333	900	1145	3738	43,7	24,9	622
1148	101	187	13382	1168	351	990	823	4046	42,7	24,8	630
1130	99	367	18275	1378	711	1010	805	3780	45,8	25,1	613

Лабораторна робота № 9

СЕРЕДНЕСТРОКОВЕ ПРОГНОЗУВАННЯ

Теоретичні відомості

Побудова нелінійних моделей, які можна звести до лінійної моделі здійснюється за допомогою моделей, побудованих методами регресійного аналізу. При цьому часовий ряд виступає в якості регресанта, а час t - у якості регресора.

Моделі середньострокового прогнозування бувають:

- лінійні
- нелінійні

Нелінійні можна розділити на два класи:

1. Моделі, що за допомогою елементарних математичних перетворень і заміни перемінних можна звести до лінійної моделі.
2. Моделі, що не зводяться до лінійної. Для таких моделей розробляються спеціальні методи оцінки параметрів.

Ми будемо розглядати відомі в економіці нелінійні залежності (крива Гомпертца і логістична крива), що за допомогою елементарних перетворень зводяться до модифікованої експоненти.

Для оцінки параметрів нелінійних моделей з двома параметрами із першого класу їх зводять за допомогою алгебраїчних перетворень до лінійної моделі.

1. Гіперболічна модель I

$$d_t = 1/(a + bt) \tag{9.1}$$

після перетворення має вигляд $\frac{1}{d_t} = a + bt$.

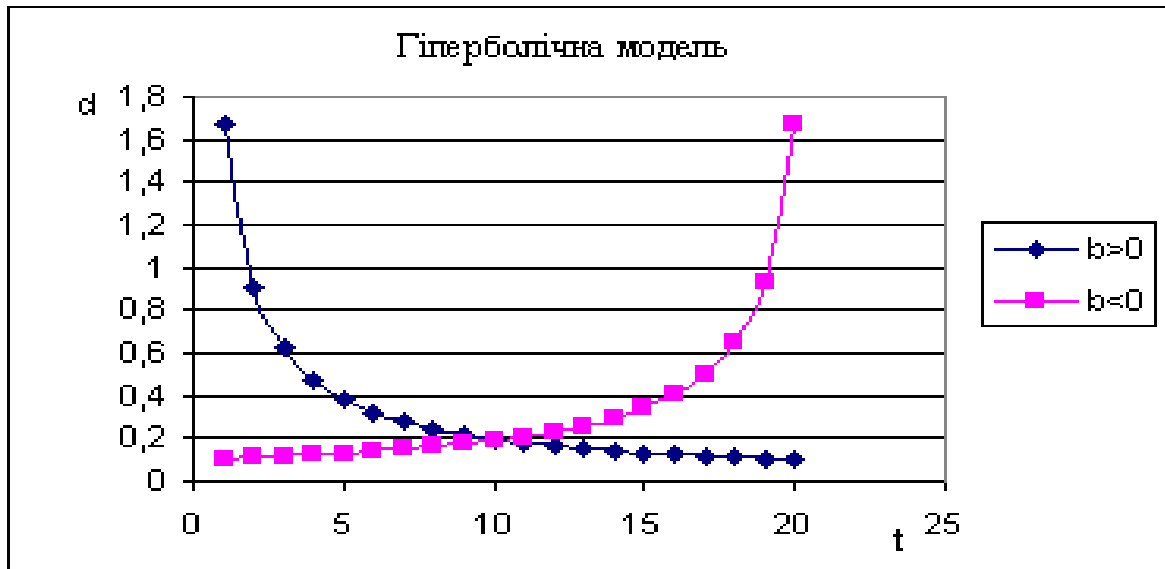


Рис. 9.1 Вид гіперболічної кривої I.

2. Гіперболічна модель II

$$d_t = a + b/t \quad (9.2)$$

не потребує перетворення, так як має лінійний вигляд $d_t = a + b \cdot \frac{1}{t}$.

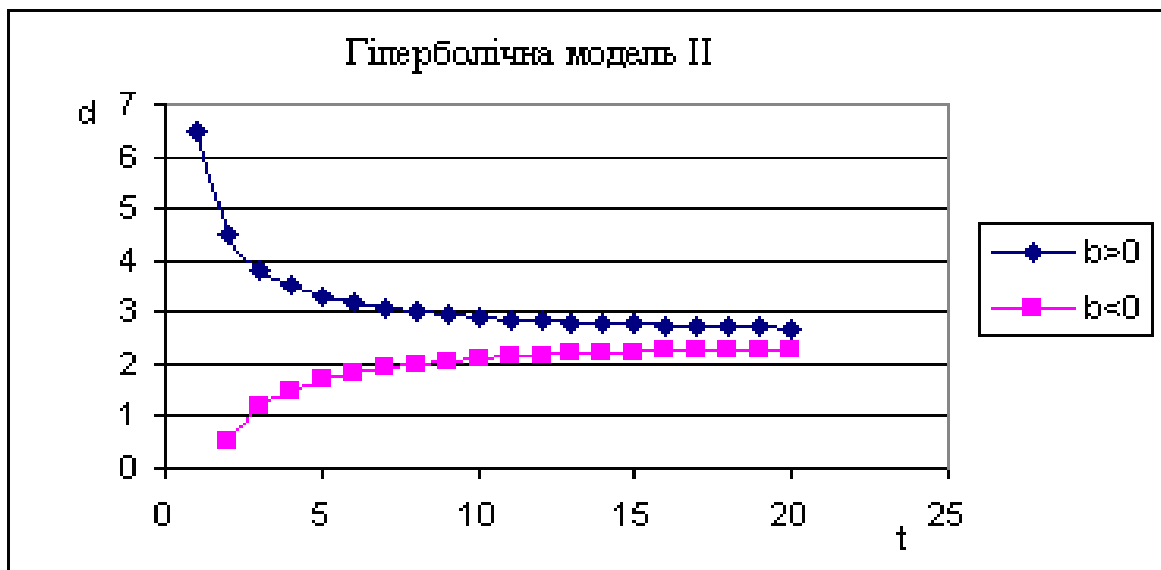


Рис. 9.2 Вид гіперболічної кривої II.

3. Гіперболічна модель III

$$d_t = t/(a + bt) \quad (9.3)$$

після перетворення має вигляд $\frac{1}{d_t} = a \cdot \frac{1}{t} + b$.

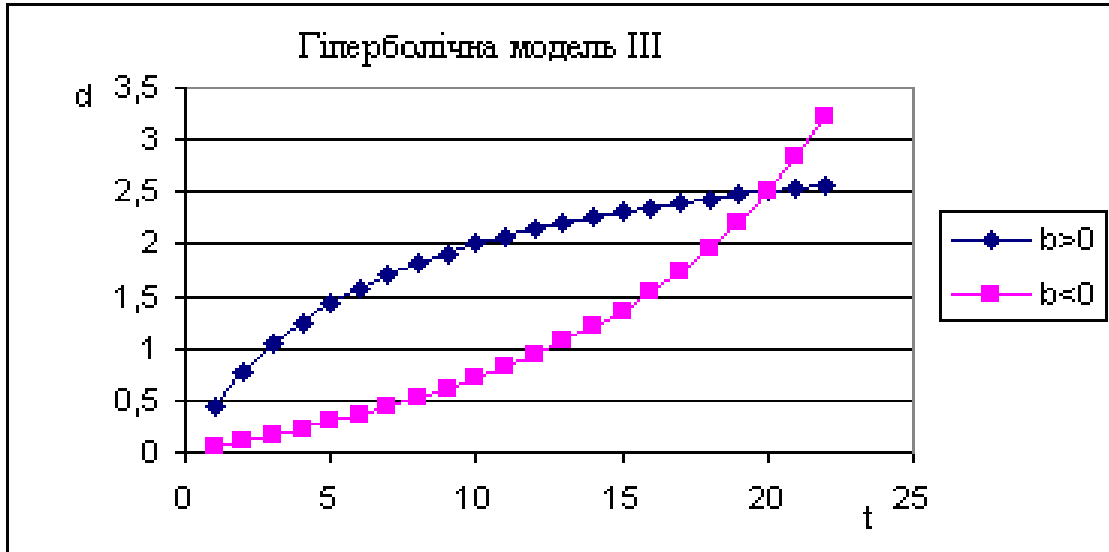


Рис. 9.3 Вид гіперболічної кривої III.

4. Степенева модель

$$d_t = at^b \quad (9.4)$$

після перетворення має вигляд $\ln d_t = \ln a + b \cdot \ln t$.

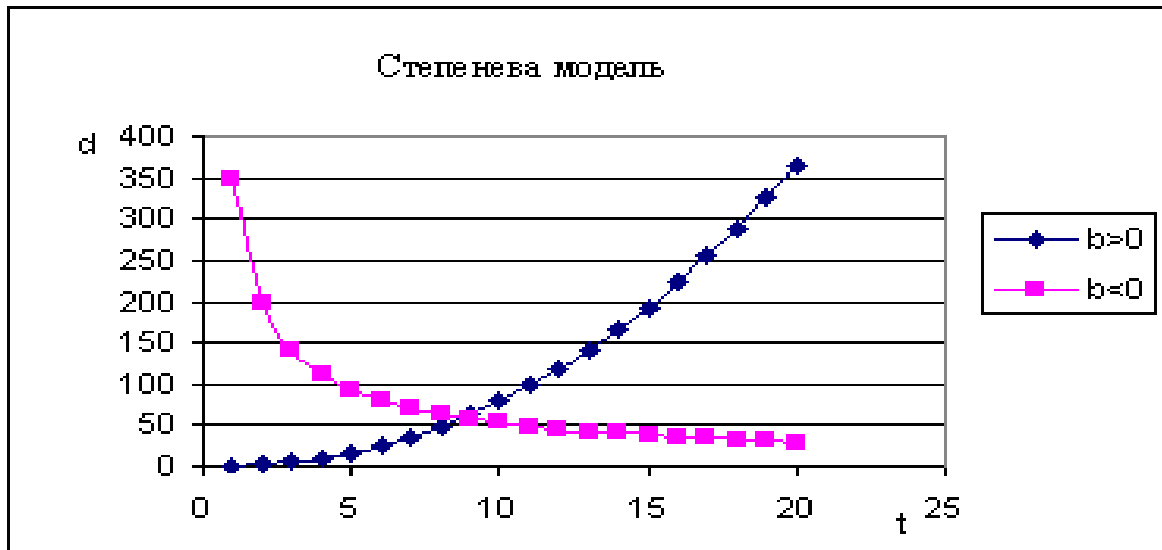


Рис. 9.4 Вид степеневі кривої

5. Логарифмічна модель

$$d_t = a + b \ln t. \quad (9.5)$$

не потребує перетворення, так як має лінійний вигляд.

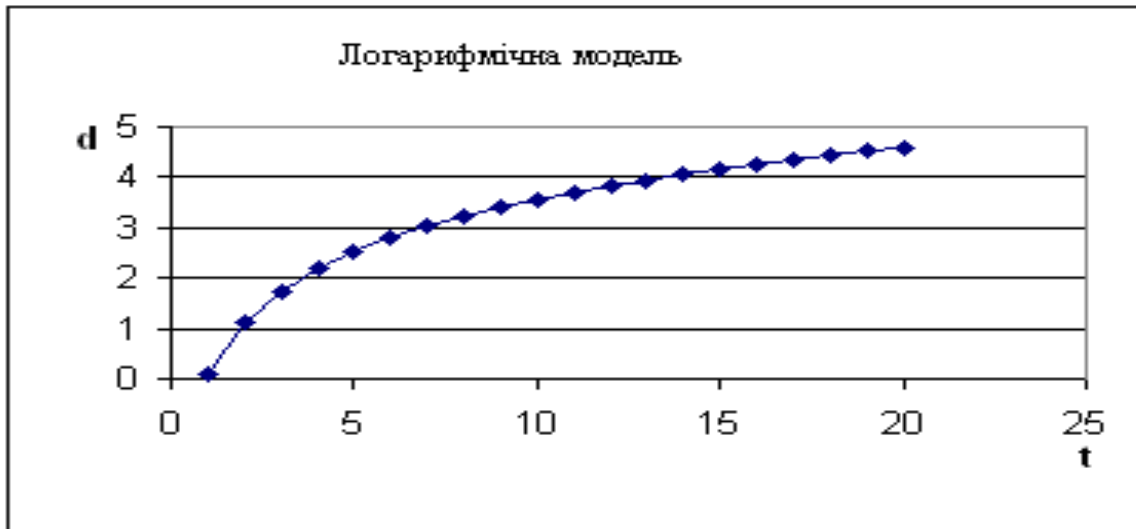


Рис. 9.5 Вид логарифмічної кривої.

6. Звернена логарифмічна модель

$$d_t = 1/(a + b \ln t). \quad (9.6)$$

після перетворення має вигляд $\frac{1}{d_t} = a + b \cdot \ln t$.

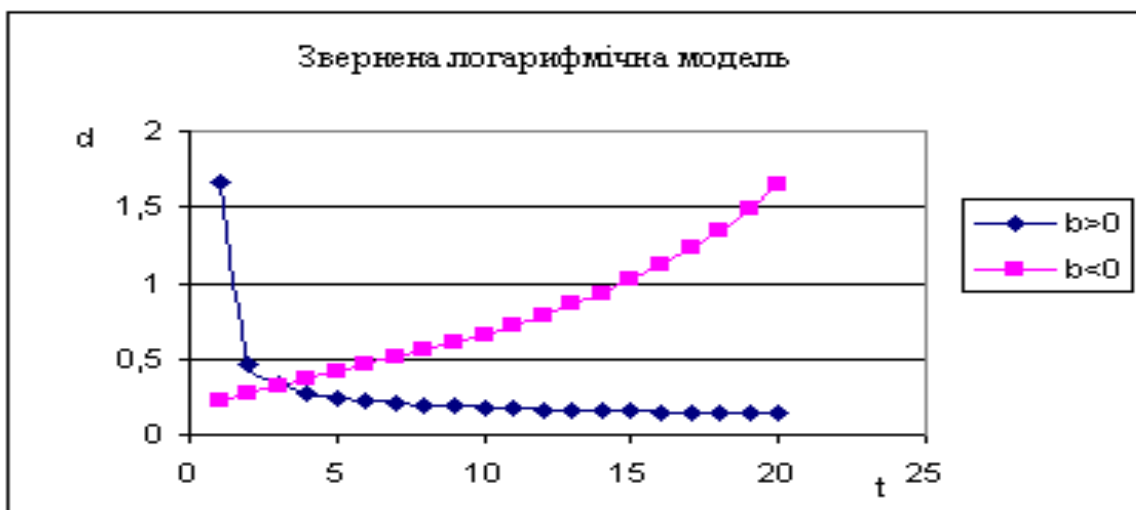


Рис. 9.6 Вид зверненої логарифмічної кривої.

7. Експоненціальна модель I

$$d_t = a \cdot e^{bt} . \quad (9.7)$$

після перетворення має вигляд $\ln d_t = \ln a + b \cdot t$.



Рис. 9.7 Вид експоненціальної кривої I.

8. Експоненціальна модель II

$$d_t = e^{a+b/t} . \quad (9.8)$$

після перетворення має вигляд $\ln d_t = a + b \cdot \frac{1}{t}$.

Експоненціальна модель II звичайно застосовується при від'ємних значеннях параметра b , в залежності від співвідношення між параметрами вона може приймати вигляд, як представлено на рис. 9.8.

Побудова нелінійних моделей, що не зводяться до лінійної.

Нелінійні моделі тренда з двома параметрами не дозволяють описувати поведінку рядів, що мають S-подібну форму, а такі ряди часто зустрічаються в економічних додатках. Для їх моделювання використовують модифіковану експоненту і дві функції, які до модифікованої експоненти зводяться за допомогою алгебраїчних перетворень – криву Гомпертца і логістичну криву.

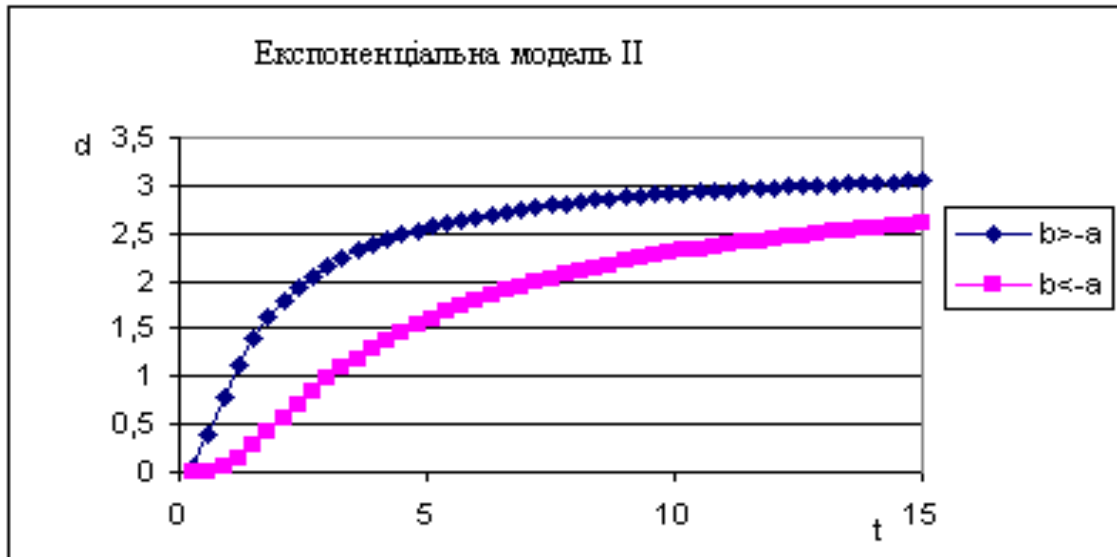


Рис. 9.8 Вид експоненціальної кривої II

9. Модель на основі модифікованої експоненти:

$$d_t = a + b \cdot c^t. \quad (9.9)$$

$$d_t = a + b \cdot c^{-t}. \quad (9.10)$$

Параметри моделі (9.9) можна оцінити по формулам:

$$c = \frac{(T-1) \sum_{t=1}^{T-1} d_t d_{t+1} - \sum_{t=1}^{T-1} d_t \sum_{t=1}^{T-1} d_{t+1}}{(T-1) \sum_{t=1}^{T-1} d_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{T-1} d_t \right)^2},$$

$$b = \frac{T \sum_{t=1}^T c^t d_t - \sum_{t=1}^T c^t \sum_{t=1}^T d_t}{T \sum_{t=1}^T c^{2t} - \left(\sum_{t=1}^T c^t \right)^2}, \quad a = \frac{\sum_{t=1}^T d_t - b \sum_{t=1}^T c^t}{T}. \quad (9.11)$$

Для моделі В оцінка параметрів проводиться за допомогою ітераційної процедури, яка доволі трудомістка, але в пакетах з аналізу часових рядів вона реалізована, що дозволяє автоматично визначати значення коефіцієнтів.



Рис. 9.9 Вид кривої модифікованої експоненти (9.9).

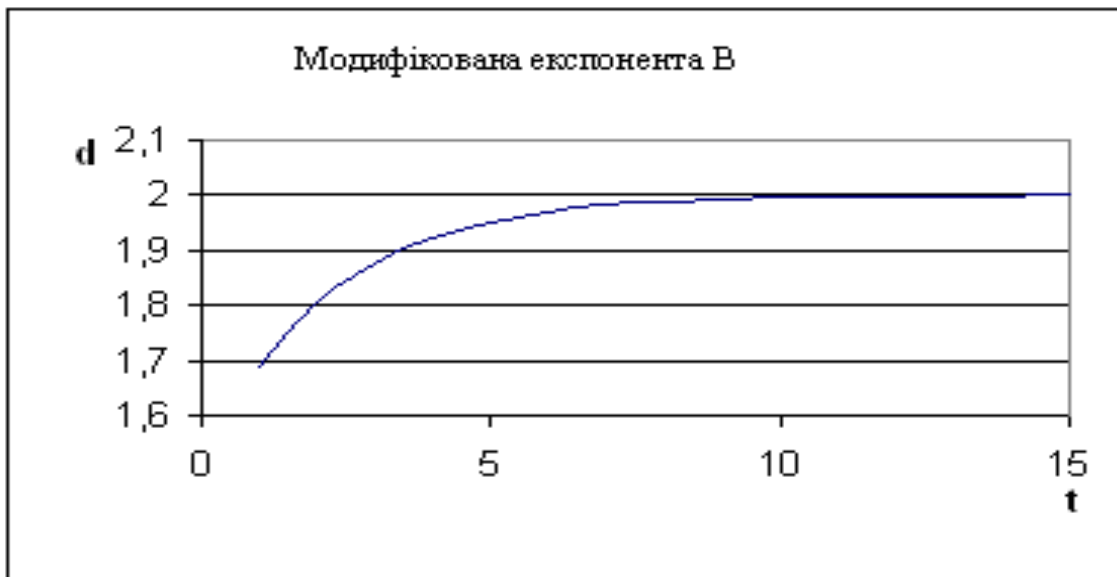


Рис. 9.10 Вид кривої модифікованої експоненти (9.10).

10. Модель на основі кривої Гомпертца:

$$d_t = a \cdot b^{c^t} . \tag{9.12}$$

$$d_t = a \cdot b^{c^{-t}} . \tag{9.13}$$

після перетворення має вигляд модифікованої експоненти $\ln d_t = \ln a + c^{\pm t} \cdot \ln b$.

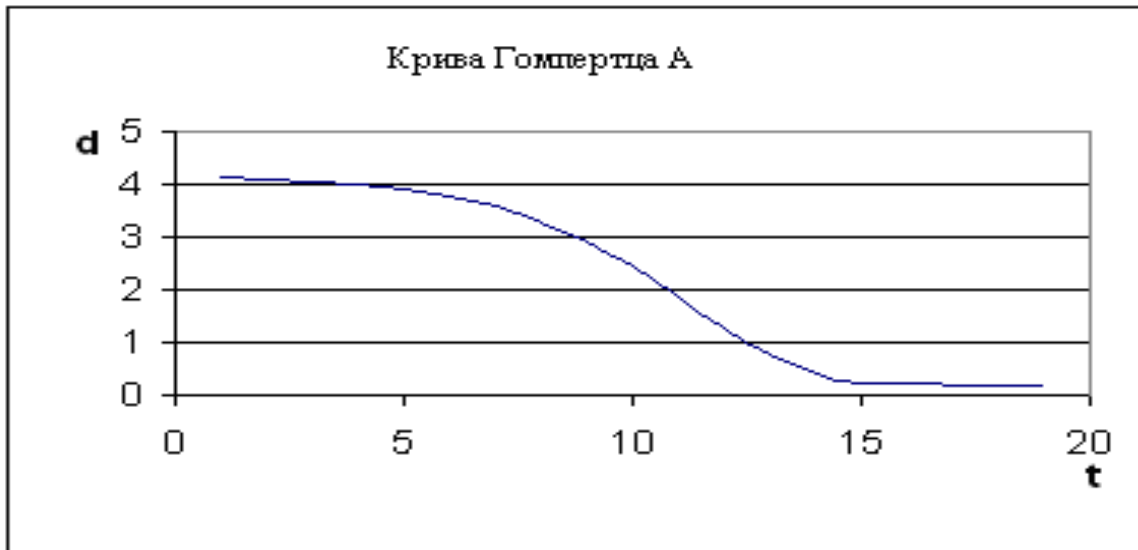


Рис. 9.11 Вид кривої Гомпертца (9.12).

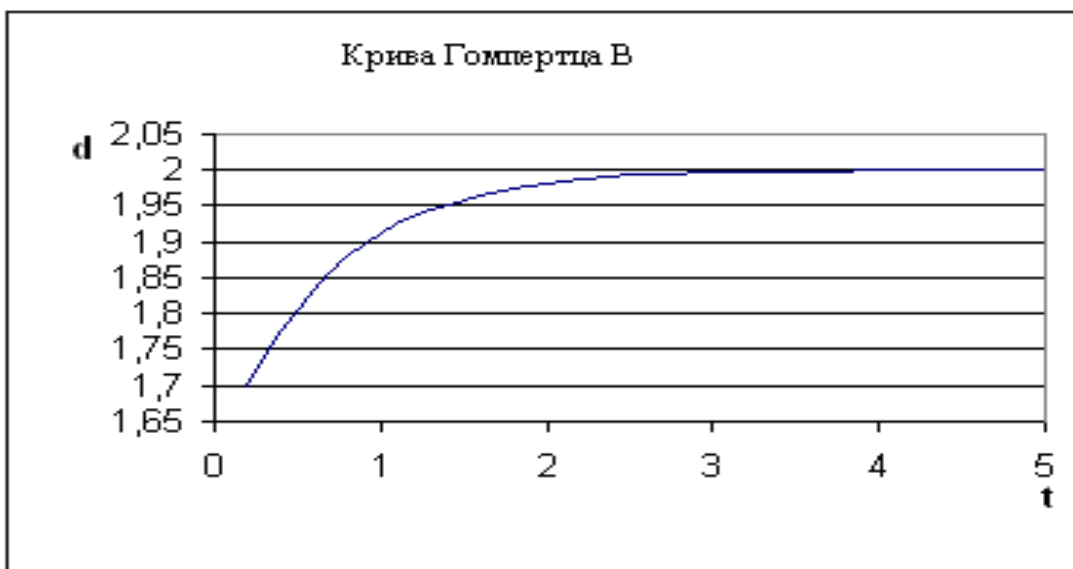


Рис. 9.12 Вид кривої Гомпертца (9.13).

11. Логістична модель:

$$d_t = 1/(a + b \cdot c^t). \quad (9.14)$$

$$d_t = 1/(a + b \cdot c^{-t}). \quad (9.15)$$

після перетворення має вигляд модифікованої експоненти $\frac{1}{d_t} = a + b \cdot c^{\pm t}$.

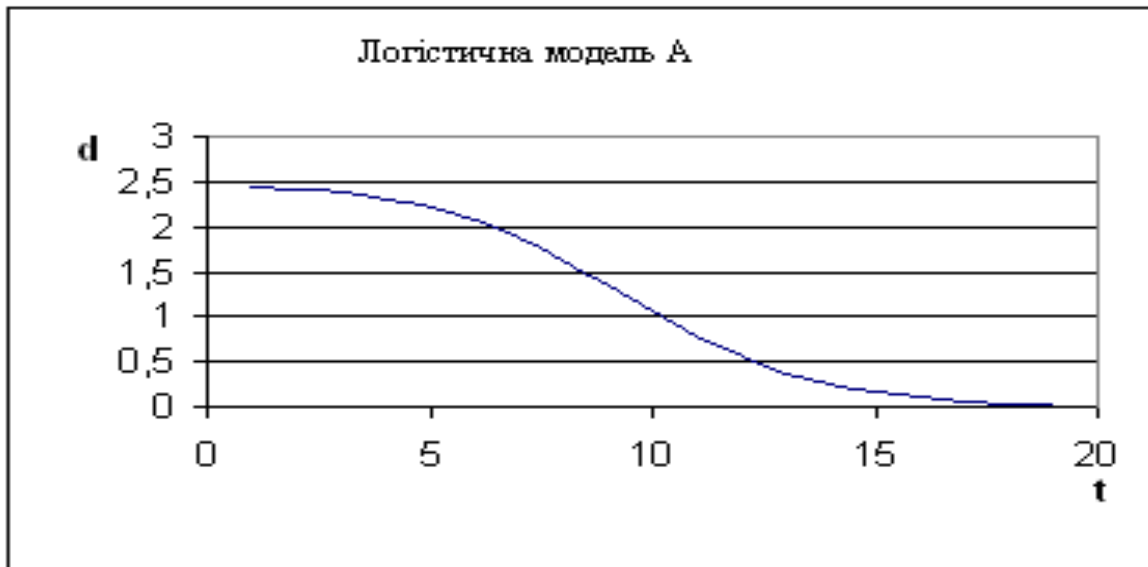


Рис. 9.13 Вид логістичної кривої (9.14)

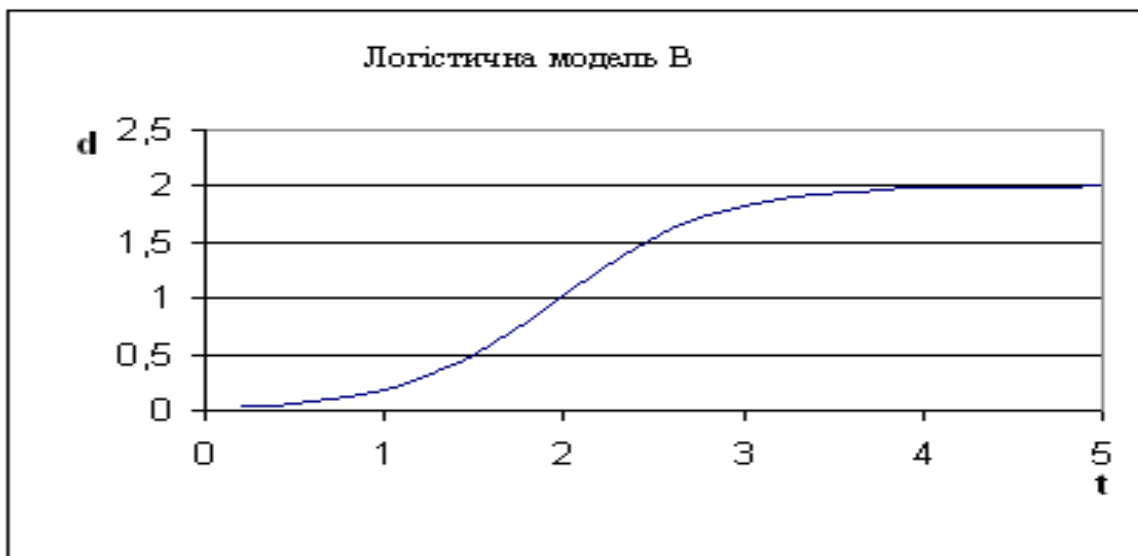


Рис. 9.14 Вид логістичної кривої (9.15).

Різноманітність запропонованих нелінійних моделей ставить питання: яку ж з цих моделей обрати для аналізу конкретного часового ряду. На основі попереднього візуального аналізу обирають декілька моделей, графіки яких за формою підходять до аналізованого ряду. Потім оцінюють параметри усіх обраних моделей і для кожної моделі розраховують ряд емпіричних значень. Якість нелінійної моделі оцінюють за допомогою коефіцієнта кореляції між значеннями часового ряду d_t та емпіричними значеннями, розрахованими за допомогою моделі \hat{d}_t . Чим ближче коефіцієнт кореляції

до 1, тим краще модель.

При середньостроковому прогнозуванні за допомогою нелінійних функцій виникає проблема порівняння якості одержуваних моделей. У курсі економетрії ми розглянули наступні показники якості моделі: коефіцієнт детермінації і коефіцієнт детермінації скоректований по Тейлу й Амеми. Формули за якими ми розраховуємо коефіцієнт детермінації можна використовувати у випадку лінійної регресії. Оскільки для нелінійних функцій формула для обчислення коефіцієнта детермінації не застосовна, застосовується два способи оцінки якості моделей. Перший спосіб полягає в тому, що коефіцієнт детермінації визначається не для вихідної нелінійної моделі, а для лінеаризованої, недоліком цього підходу є його неточність; достоїнство — автоматично розраховує Excel. Другий метод - обчислення коефіцієнта кореляції між значеннями, що спостерігаються, y з тими значеннями, що отримані за допомогою моделі \bar{y} .

Для контролю середньострокового прогнозу використовується метод кумулятивних сум.

Практичне завдання

1. Визначити, яка з представлених вище моделей відповідає даним вашого варіанту.
2. Результати відобразити на діаграмі.

Варіанти практичного завдання

B-1	B-2	B-3	B-4	B-5	B-6	B-7	B-8	B-9
2,225	1,705	0,9	11,45	7,4173	1,14	0,09288	10,65	37,36
3,65	3,8425	7,19479	8,3	6,9	2,07818	2,2987	16,18	46,46
2,025	-0,0833	1,5744	2,38	3,7882	1,55	1,243	9,57	43,51
2,725	0,6821	5,456	1,95	3,27	1,843	2,215	12,29	49,87

4,2	3,044	12,5973	3,4	3,7	2,38	3,755	18,13	59,21
5,55	5,2	19,3716	4,77	4,1214	2,83	5,0317	23,46	67,804
6	5,63	22,66	4,43	3,7258	2,89	5,314	25,16	72,45
6,925	7,07	27,95	5,1	3,8661	3,1286	6	28,71	78,58
6,125	5,13	26,43	2,36	2,3277	2,6625	4,919	25,30	77,34
7,675	7,99	34,398	4,35	3,175	3,1271	6,1489	31,23	85,02
7,725	7,94	36,439	3,36	2,55	2,9847	5,85	31,07	86,24
8,625	9,69	41,95	4,08	2,7989	3,1768	6,3796	34,24	90,42
7,825	8,17	40,7272	1,42	1,3658	2,6845	5,191	30,51	87,39
9,725	12,18	50,3661	4,16	2,648	3,2687	6,6888	37,499	94,82
9,2	11,4992	50,3631	2,07	1,518	2,88	5,75	34,697	92,23
9,425	12,4919	53,42	1,475	1,149	2,78887	5,55	34,8064	92,37
10,45	15,2812	59,72	2,4882	1,5893	3,0157	6,14	38,0298	95,49
10,425	16,1923	61,87	1,4	0,9875	2,82	5,6797	36,9698	94,22
11,525	19,6	68,58	2,576	1,5175	3,075	6,335	40,33	97,298
11,8	21,6464	72,02	2,1	1,2286	2,99692	6,16	40,31	96,95

Лабораторна робота № 10

ПОБУДОВА ТОЧКОВИХ І ІНТЕРВАЛЬНИХ ПРОГНОЗІВ РЕГРЕСАНДА

Теоретичні відомості

Про істинно прогнози регресанда говорять тоді, коли в часових рядах прогнозний період лежить після оціночного періоду, тобто поза базовим часовим періодом. Умовимось, що індекс $t > T$ буде відноситися до прогнозного періоду, тобто t відображає майбутній період.

Розрізняють наступні точкові прогнози регресанда:

а) оцінка математичного сподівання регресанда (враховується передумова класичної моделі: математичне сподівання U_t дорівнює нулю);

б) оцінку індивідуального значення y_t регресанда Y_t (при розрахунку прогнозу додається прогнозне значення реалізації u_t випадкової величини U_t).

У першому випадку (точковий прогноз а)) похибку прогнозу позначимо через:

$$e_t = E(Y_t) - \hat{\beta}'x_t \quad (10.1)$$

У класичній регресійній моделі $\hat{\beta} \sim N(\beta, \sum_{\hat{\beta}})$, оскільки помилка прогнозу e_t є лінійною функцією нормально-розподіленої змінної $\hat{\beta}$, можна записати: $e_t \sim N(E(Y_t) - \beta'x_t, x_t' \sum_{\hat{\beta}} x_t)$, тобто похибка прогнозу e_t являє собою нормально-розподілену величину з нульовим математичним сподіванням і дисперсією $\sigma_e^2 = x_t' \sum_{\hat{\beta}} x_t$. Для отримання оцінки дисперсії похибки замість істинної коваріаційної матриці $\sum_{\hat{\beta}}$ використовують її оцінку за методом 1МНК. Таким чином, дисперсія похибки прогнозу e_t визначається так:

$$\hat{\sigma}_e^2 = \hat{\sigma}_u^2 x_t' (X'X)^{-1} x_t, \quad (10.2)$$

де x_t - вектор регресорів у прогнозному періоді, $\hat{\sigma}_u^2$ - дисперсія обурень,

визначається, як $\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}{T - K}$.

Відповідно оцінена стандартна похибка прогнозу, яка нам потрібна при побудові інтервального прогнозу для $E(Y_t)$, дорівнює:

$$\hat{\sigma}_e = \sqrt{\hat{\sigma}_e^2}. \quad (10.3)$$

Розглянемо розрахунок похибки прогнозу індивідуального значення y_t регресанда Y_t (випадок б). Помилку точкового прогнозу індивідуального значення регресанда визначимо наступним чином:

$$e(i)_t = y_t - \hat{\beta}'x_t. \quad (10.4)$$

Оскільки в класичній моделі y_t та $\hat{\beta}$ не корелюють між собою, то одержимо наступну формулу для оцінки дисперсії похибки прогнозу:

$$\hat{\sigma}_{e(i)}^2 = \hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma}_e^2 = \hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma}_u^2 x_t'(X'X)^{-1}x_t. \quad (10.5)$$

Відповідно оцінену стандартну похибку визначають так:

$$\hat{\sigma}_{e(i)} = \sqrt{\hat{\sigma}_{e(i)}^2}. \quad (10.6)$$

Інтервальний прогноз математичного сподівання регресанда (довірчий інтервал) визначається виразом:

$$[\hat{y}_t - t(\alpha; FG) \cdot \hat{\sigma}_e; \hat{y}_t + t(\alpha; FG) \cdot \hat{\sigma}_e], \quad (10.7)$$

де - $t(\alpha, FG)$ - значення t-критерію Стьюдента при рівні значущості α та числі ступенів свободи $FG = T - K$.

Інтервальний прогноз індивідуального значення регресанда знаходиться по аналогічній формулі, тільки замість $\hat{\sigma}_e$ обирається значення $\hat{\sigma}_{e(i)}$. Таким чином,

прогнозний інтервал індивідуального значення регресанда буде завжди більше прогнозного інтервалу для математичного очікування регресанда.

Геометрична інтерпретація інтервальних прогнозів представлена на рис. 10.1, суцільна крива позначає межі прогнозного інтервалу індивідуального значення регресанда, а пунктирною лінією позначені межі прогнозного інтервалу математичного очікування регресанда.

Практичне завдання

1. Оцінити параметри моделі залежності пропозиції товару (шт.) від його ціни (грн.).
2. Визначити точковий прогноз пропозиції на товар, якщо його ціна буде 62 грн.
3. Розрахувати прогнозний інтервал математичного сподівання $E(Y_t)$.
4. Обчислити прогнозний інтервал індивідуального значення y_t .
5. Результати побудови прогнозів для кожного значення ціни відобразити графічно.

Приклад.

1. Оцінити параметри моделі залежності пропозиції товару (шт.) від його ціни (грн.) по даним, що представлено нижче.

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
220	55
222	56
218	53
225	54
230	57
235	58
240	60
230	55
250	63
252	64

Оцінку параметрів лінійної регресії знайдемо за допомогою МНК.

Емпірична функція регресії, буде мати вигляд:

$$\hat{Y}_t = 55.38 + 3.08x_{t2}. \quad (10.8)$$

2. Необхідно розрахувати точковий прогноз регресанда якщо його ціна буде 62 грн.

$$\hat{Y}_t = 55.38 + 3.08 * 62 = 246.34 \approx 246$$

Одержане значення може інтерпретуватись як прогнозна величина математичного сподівання і як прогнозне індивідуальне (точкове) значення регресанда. Тобто, якщо ціна на товар на рику буде складати 62 грн., то його пропозиція складе 246 шт.

3. Для розрахунку прогнозного інтервалу математичного сподівання $E(Y_t)$, необхідно, по-перше, визначити за (10.2) дисперсію похибки прогнозу, по-друге, - стандартну похибку за (10.3). Далі, використовуючи вираз (10.7), обчислимо прогнозний інтервал.

$$\hat{\sigma}_e^2 = 12.17 * (1 \quad 62) * \begin{pmatrix} 26.24 & -0.45 \\ -0.45 & 0.008 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 62 \end{pmatrix} = 3.166;$$

$$\hat{\sigma}_e = \sqrt{3.166} = 1.779$$

Обчислимо межі інтервального прогнозу:

$$- \text{нижня межа: } \hat{y}_t - t(0.05;8) * \hat{\sigma}_e = 246.34 - 2.306 * 1.779 = 242.237;$$

$$- \text{верхня межа: } \hat{y}_t + t(0.05;8) * \hat{\sigma}_e = 246.34 + 2.306 * 1.779 = 250.443$$

Прогнозний інтервал математичного сподівання: $E(Y_t) \in [242.237; 250.443]$.

4. Обчислення прогнозного інтервалу індивідуального значення y_t потребує додатково оцінити стандартну похибку прогнозу $\hat{\sigma}_{e(i)}$ (формула 10.6). За (10.5) визначимо дисперсію похибки прогнозу:

$$\hat{\sigma}_{e(i)}^2 = 12.17 + 3.166 = 15.336 \quad \hat{\sigma}_{e(i)} = \sqrt{15.336} = 3.917$$

Інтервальний прогноз індивідуального значення регресанда знаходиться аналогічно як і в п.3, тільки замість $\hat{\sigma}_e$ обирається значення $\hat{\sigma}_{e(i)}$.

Обчислимо межі інтервального прогнозу:

$$- \text{нижня межа: } \hat{y}_t - t(0.05;8) * \hat{\sigma}_{e(i)} = 246.34 - 2.306 * 3.917 = 237.308;$$

- верхня межа: $\hat{y}_t + t(0.05;8) * \hat{\sigma}_{e(i)} = 246.34 + 2.306 * 3.917 = 255.372$

Прогнозний інтервал для індивідуального значення регресанда:
 $y_t \in [237.308; 255.372]$.

5. Відобразимо результати побудови прогнозів для кожного значення ціни графічно.

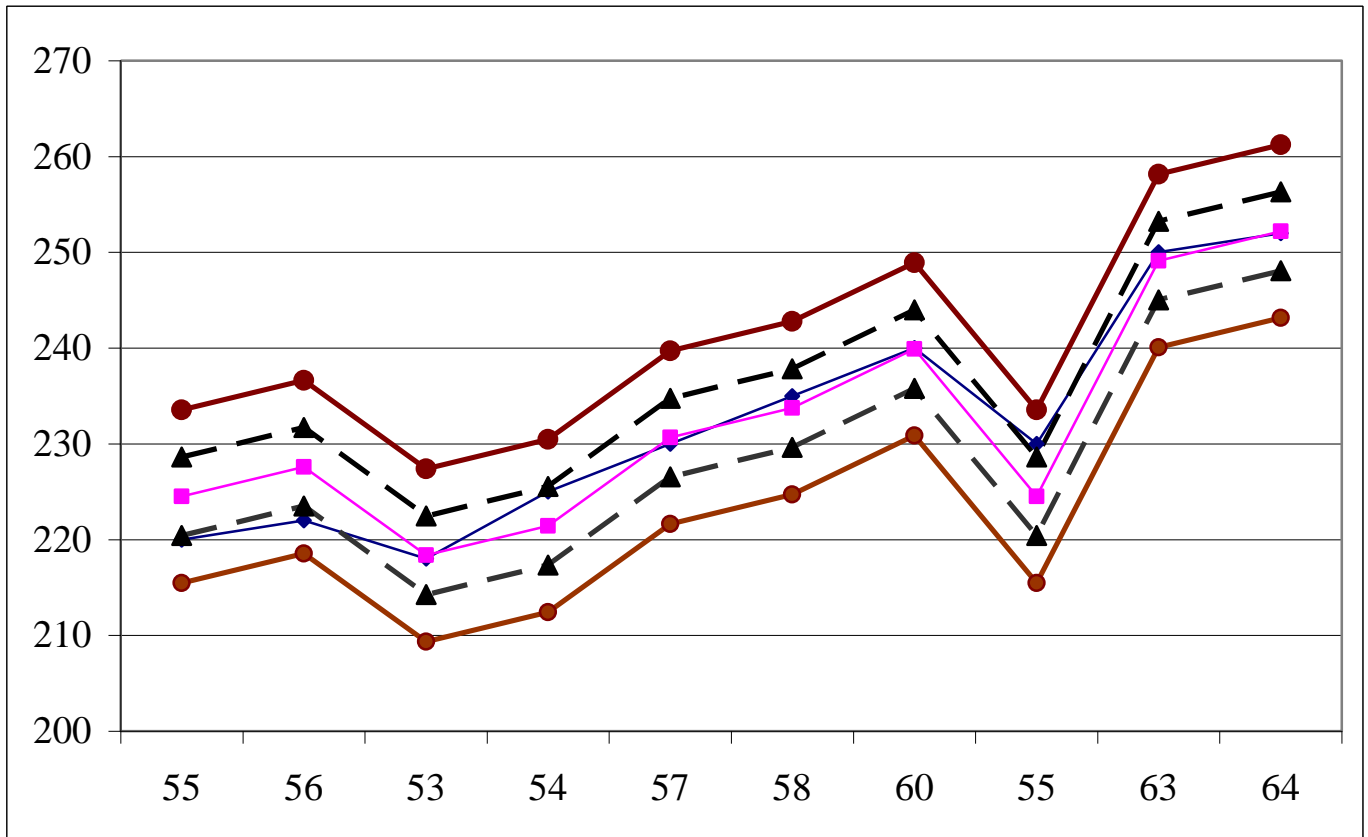


Рис. 10.1. Інтервальні прогнози для лінійної регресії (10.8).

Суцільна крива позначає межі прогнозного інтервалу індивідуального значення регресанда, а пунктирною лінією позначені межі прогнозного інтервалу математичного очікування регресанда.

Варіанти практичного завдання

Варіант № 1		Варіант № 2		Варіант № 3		Варіант № 4	
Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)	Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)	Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)	Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
220	55	225	60	224,5	59,5	226,8	61,8

222	56
218	53
225	54
230	57
235	58
240	60
230	55
250	63
252	64

Варіант № 5

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
147	37
148	37
145	35
150	36
153	38
157	39
160	40
153	37
167	42
168	43

Варіант № 9

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
176	44
178	45
174	42
180	43
184	46
188	46
192	48
184	44
200	50
202	51

Варіант № 13

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
235	59
237	60
233	57

227	61
223	58
230	59
235	62
240	63
245	65
235	60
255	68
257	69

Варіант № 6

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
150	40
151	41
149	39
153	39
157	41
160	42
163	43
157	40
170	45
171	46

Варіант № 10

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
180	48
182	49
178	46
184	47
188	50
192	50
196	52
188	48
204	54
206	55

Варіант № 14

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
240	64
242	65
238	62

226,5	60,5
222,5	57,5
229,5	58,5
234,5	61,5
239,5	62,5
244,5	64,5
234,5	59,5
254,5	67,5
256,5	68,5

Варіант № 7

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
150	40
151	40
148	38
153	39
156	41
160	42
163	43
156	40
170	45
171	46

Варіант № 11

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
180	48
181	48
178	46
184	47
188	49
192	50
196	52
188	48
204	54
205	55

Варіант № 15

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
239	63
242	65
237	61

228,8	62,8
224,8	59,8
231,8	60,8
236,8	63,8
241,8	64,8
246,8	66,8
236,8	61,8
256,8	69,8
258,8	70,8

Варіант № 8

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
151	41
153	42
150	40
155	41
158	43
161	43
165	45
158	41
171	47
173	47

Варіант № 12

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
181	49
183	50
180	48
185	49
189	51
193	52
197	53
189	49
205	56
207	57

Варіант № 16

Пропозиція товару (шт.)	Ціна товару (грн.)
242	66
244	67
240	64

240	58
245	61
251	62
256	64
245	59
267	67
269	68

245	63
251	66
256	67
261	69
251	64
272	73
274	74

245	62
250	66
255	67
261	69
250	63
271	72
274	73

247	65
253	68
258	69
263	71
253	66
274	74
276	76

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ КУРСУ

Адитивна модель – це модель, в якій загальний ефект факторів дорівнює сумі ефектів всіх факторів.

Аналітичне вирівнювання динамічного ряду – це метод обробки часових рядів, метою якого є знищення випадкових коливань та побудова аналітичної функції, яка характеризує залежність рівнів ряду від тренду.

Вимірювання - це процес одержання даних, що характеризують економічну систему.

Динамічний ряд – це впорядкована за часом послідовність спостережень.

Зіткнення рядів динаміки – об'єднання в один ряд двох та більше рядів, рівні яких розраховані за різною методологією або не відповідають територіальним межах.

Економетрика - це наука, що вивчає методи побудови прогнозів в економіці.

Економетрична модель – модель факторного аналізу, параметри якої оцінюються засобами математичної статистики. Така модель виступає як засіб аналізу та прогнозування конкретних економічних процесів на основі реальної статистичної інформації.

Експертиза - це спосіб одержання інформації при аналізі складних неформалізованих проблем. Сутність методу експертних оцінок полягає в раціональній організації проведення експертами аналізу проблеми з кількісною оцінкою суджень і обробкою їхніх результатів.

Метод експоненційного згладжування - метод короткострокового прогнозування. Використовується для прогнозування динаміки показників, заданих у вигляді динамічних рядів, шляхом екстраполяції тенденцій минулих років. Для побудови прогнозу необхідно задати лише початкову оцінку прогнозу. В експоненційному згладжуванні значення ваг убувають згодом.

Метод ковзного середнього – метод короткострокового прогнозування. В методі ковзного середнього для прогнозування майбутнього значення показника усереднюється n його минулих значень.

Міри точності прогнозу: стандартне відхилення (MDA), середня абсолютна процентна помилка (MAPE), середня процентна помилка (MPE), середня помилка (ME), середній квадрат помилки (MSE), сума квадратів помилок (SSE).

Мультиплікативна модель – це модель, в якій загальний ефект факторів дорівнює добутку ефектів всіх факторів.

Ранжування – це розміщення показників (факторів, об'єктів тощо) в порядку зростання (убування) деякого загального признаку.

Сезонні коливання характеризують зміни, які виникають протягом певного періоду часу (місяць, рік).

Специфікація моделі – формування виду моделі, виходячи з типу зв'язку між факторами.

Тренд – напрям зміни економічних показників, що визначається за допомогою обробки статистичних даних та виявлення основних тенденцій. Тренд може бути: мультиплікативний чи адитивний.

Шкала - це сукупність емпіричної системи, числової системи і відображення.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна:

1. Винн Р., Холден К. Введение в прикладной эконометрический анализ. -М.: Финансы и статистика, 2006. - 294с.
2. Грубер Й. Эконометрия: Том 1. Введение в эконометрию Том 2. Эконометрические прогнозные и оптимизационные модели. - Киев: Астарта, 1996-1997, 397 с.
3. Гурова К.Д., Сивый В.Б. Эконометрия / Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов и преподавателей. – Харьков: Константа, 2003. – 92 с.
4. Доугерти К. Введение в эконометрику. М.: ИНФРА-М, 2005. – 457 с.

Додаткова:

1. Гранберг А.Г. Статистическое моделирование и прогнозирование. - М.: Финансы и статистика, 2000. - 378 с.
2. Джонстон Дж. Эконометрические методы. - М.: Статистика, 2004. - 444 с.
3. Клейнер Г.Б. Производственные функции. - М.: Финансы и статистика, 1986. - 221 с.
4. Маленво Э. Лекции по микроэкономическому анализу. М.: Наука. 1985. - 422 с.
5. Маленво Э. Статистические методы в эконометрии. М.: Статистика. 1976. - 325 с.
6. Математическая экономика на персональном компьютере. - М.: Финансы и статистика, 1991. - 303 с.
7. Моделирование экономики: Учеб.пособие / Клебанова Т. С., Забродский В.А., Полякова О.Ю., Петренко В.Л. - Х.: ХГЭУ, 2006. – 140 с.
8. Теория и практика статистического моделирования экономики. - М.: Финансы и статистика, 1985. - 271 с.
9. Четыркин Ч.М., Клас А. Теория и практика статистического моделирования. - М.: Финансы и статистика, 1986. - 335 с.

Навчальне видання
(українською мовою)

СЕРГЕСЬВА Людмила Нільсівна
МАКАРЕНКО Олена Іванівна

ЕКОНОМЕТРИКА
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ТА ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
для студентів II курсу економічного факультету

Рецензент

В.З. Бугай

Відповідальний за випуск

О.І. Макаренко