**ЛЕКЦІЯ 6**

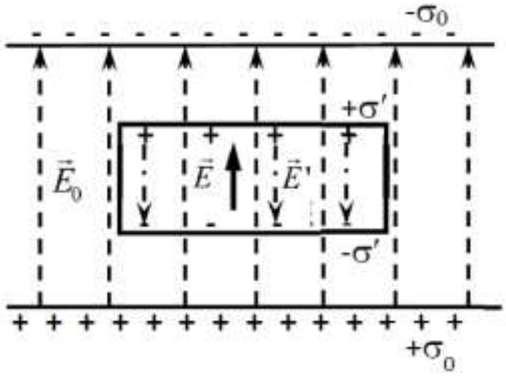
**Діелектрична проникність та діелектрична сприйнятливість**

Здатність діелектриків змінювати (послаблювати) електричні поля характеризують фізичною величиною, яку називають діелектричною проникністю і позначають ε. Вона дорівнює відношенню величини напруженості зовнішнього електричного поля до напруженості електричного поля в діелектрику

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Коли джерелом однорідного поля є дві різнойменні площини, то отримаємо, що діелектрична проникність діелектрика пластини, розміщеної паралельно до заряджених зовнішніх площин, може бути знайдена з відношення густин поверхневих зарядів:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E_0 - E'} = \frac{\sigma_0}{\sigma_0 - \sigma'}$$




Діелектрична проникність пропорційна діелектричній сприйнятливості:

$$\varepsilon = 1 + æ,$$

тобто діелектрична проникність середовища дорівнює діелектричній сприйнятливості, збільшеній на одиницю. Завдяки поляризації напруженість електричного поля точкового заряду q в оточуючому його просторі, заповненому однорідним діелектриком, зменшиться в ε разів і набуде вигляду:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$$

де $e_r$ – орт (одиничний вектор), r – модуль радіус-вектора r .

Потенціал електричного поля точкового заряду q в оточуючому його просторі, заповненому однорідним діелектриком, зменшується в ε разів і набуває вигляду:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

Сила взаємодії між двома точковими зарядами, розташованими в однорідному діелектрику, завдяки поляризації зменшується:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

**Вектор електричної індукції**

Напруженість електричного поля E в діелектрику пропорційна напруженості $E_0$ зовнішнього електричного поля і зменшується на величину діелектричної проникності

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}$$

Напруженості електричного поля в різних діелектриках, якщо їх розмістити в однаковому зовнішньому електричному полі, будуть різними:

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_1},\ \ldots\ \vec{E}_i = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_i},\ldots\ \vec{E}_n = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_n}$$

бо діелектрики відрізняються величинами проникненостей

На поверхні діелектрика певна частка силових ліній зовнішнього поля розривається, вони замкнуться на поляризаційних зарядах. Фізичною величиною, лінії якої не розриваються на діелектрику, є вектор електричної індукції, який визначають формулою:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$$

Модуль вектора D в діелектриках, розміщених в однаковому зовнішньому електричному полі, є однаковим. Для кожного з діелектриків маємо:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_i\vec{E}_i = \varepsilon_0\varepsilon_i\frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_i} = \varepsilon_0\vec{E}_0\,.$$

Коли джерелом однорідного поля є дві різнойменно заряджені площини,

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

то величина вектора індукції, утвореного зарядом цих площин, буде дорівнювати густині заряду:

$$D = \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon_0 \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \sigma_0$$

Таким чином, модуль вектора електричної індукції не залежить від типу діелектрика і визначається тільки зарядами пластин, які є джерелами зовнішнього електричного поля. Щоб відокремити заряди $\sigma_0$ , які є джерелами зовнішнього поля, від поляризаційних, індукованих зовнішнім полем, їх називають сторонніми зарядами.
В системі СІ одиницею електричної індукції є 1 Кл/м2.

У векторній формі зв'язок між векторами D, E та P можна записати у вигляді:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Ця формула поєднує в кожній точці діелектрика вектор електричної індукції, вектор напруженості електричного поля та вектор поляризації.

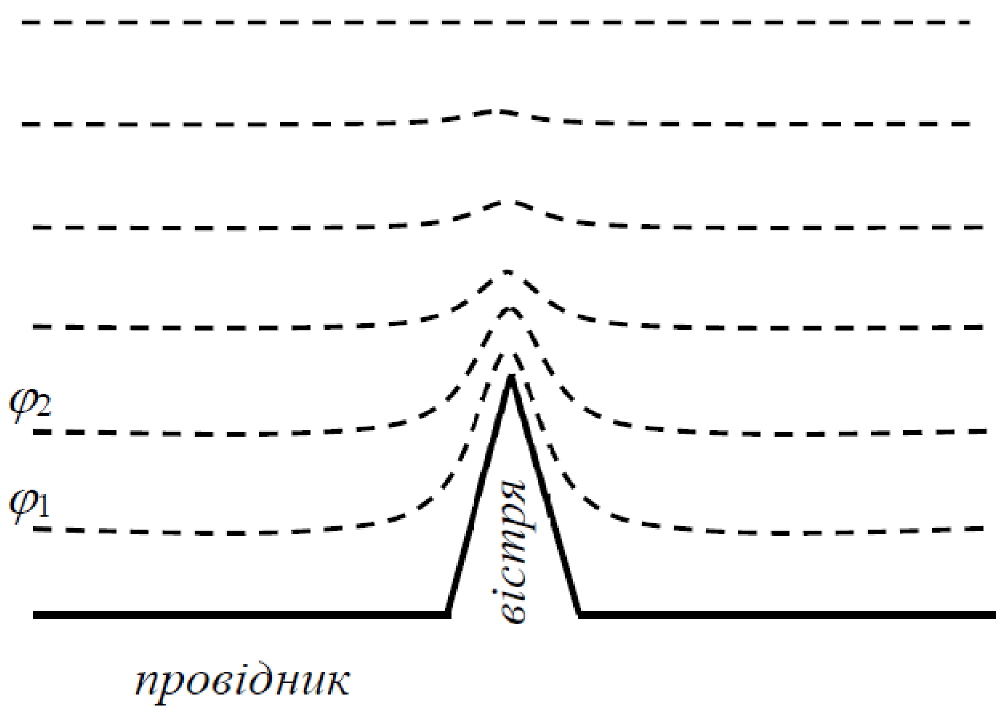
## Провідники в електричному полі
## Поверхневий розподіл заряду провідника

Провідники – це речовини, які містять велику кількість вільних носіїв заряду. На відміну від діелектриків, провідники не є ізоляторами і добре проводять електричний струм. В металах валентні електрони слабко зв'язані з додатно зарядженими ядрами атомів, і, оскільки такі електрони здатні рухатись в межах об'єму всього провідника, їх називають вільними. Вільні електрони є носіями струму в металах. Якщо заряджати діелектрик, то заряди в ньому будуть знаходитись в місцях, де вони були створені при поляризації. Наприклад, один кінець ебонітової палички може мати від'ємний заряд, а інший – додатний. У провідниках заряди, які здатні вільно переміщуватися по провіднику, впливають на розподіл заряду. Для прикладу розглянемо металеву кулю. В ній вільними є електрони, заряд яких скомпенсовано зарядом іонів. Припустимо, що в середині кулі є певна кількість нескомпенсованих однойменних зарядів, утворених, наприклад, надлишковими електронами. Між ними виникне сила відштовхування, тому заряди будуть переміщуватися і, як наслідок, розподіляться на поверхні кулі.

Куля є сферично симетричним тілом, всі точки її поверхні є еквівалентними, тому заряди розподіляються рівномірно на поверхні кулі і не створюють електричного поля в середині провідника. Якби таке поле було, то під його дією, вільні електрони мали б узгоджено рухатись, і мав би виникати електричний струм, тому наявність електростатичного поля в середині провідника суперечить закону збереження енергії. Адже, коли тече струм, то має виділятися енергія, що можливо тільки за присутності джерела струму.

Таким чином, у випадку металевої кулі електричні заряди рівномірно розподіляються по поверхні кулі, в середині кулі електричне поле відсутнє.

Отже, у стані рівноваги електричний заряд розподіляється на поверхні провідника, або, якщо точніше, – на зовнішній поверхні провідника. Поверхнева густина розподілу електричного заряду залежить від кривизни поверхні, вона найбільша в місцях найбільшої опуклості поверхні провідника. Тому найбільшою буде напруженість електричного поля на вістрях провідника. Незалежно від форми провідника, його заряд знаходять інтегруванням поверхневої густини заряду:




$$q = \oint_{(S)} \sigma dS,$$

де σ – густина поверхневого заряду.

На рис. зображено вістря, яке розташоване на плоскій металевій поверхні. Пунктиром на рисунку зображені еквіпотенціальні поверхні. У випадку зарядженої площини еквіпотенціальними поверхнями є площини, які паралельні площині заряду. Тому на великій відстані від вістря еквіпотенціальні поверхні є паралельними площинами. Біля вістря еквіпотенціальні поверхні викривляються, і відстань між ними зменшується.

Відповідно, біля вістря зростає напруженість електричного поля. Величина напруженості біля вістря зростає у стільки разів, у скільки разів зменшується відстань між еквіпотенціальними поверхнями. Якщо поверхня провідника має додатний заряд, то для потенціалів ізоповерхонь виконується умова $\varphi 1 > \varphi 2$ як на рис.

Всередині заряджених провідників електричне поле відсутнє, тому напруженість електричного поля всередині провідників дорівнює нулю, тобто E=0. Звідси випливає, що потенціал всередині провідника має бути однаковим в усіх його точках. Справді,

$$\vec{E} = -grad\,\varphi = 0$$

тому в провіднику $\varphi$= const .

Поверхня провідника є еквіпотенціальною поверхнею, а лінії напруженості електростатичного поля поблизу поверхні провідника перпендикулярні до його поверхні.

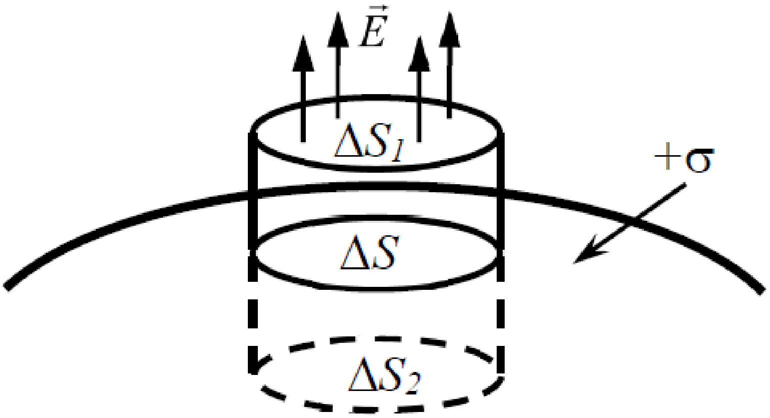
**Поле біля поверхні провідника**

Знайдемо зв'язок між напруженістю електричного поля біля поверхні провідника E і поверхневою густиною заряду $\sigma$. Розглянемо невелику ділянку провідника $\Delta S$, як на рис. В межах малої ділянки густина заряду майже незмінна, $\sigma$=const. Заряд ділянки дорівнює $q=\sigma\Delta S$.

Проведемо через цю малу поверхню $\Delta S$ твірні, як на рис. Вони утворюють циліндр з основами $\Delta S1$ і $\Delta S2$, які паралельні ділянці $\Delta S$ всередині циліндра. Застосуємо теорему Гауса, яка в загальному випадку записується у вигляді:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

де інтегрування здійснюється по замкнутій поверхні циліндра, а q – охоплений нею заряд




Всередині провідника E = 0, тому потік через частину поверхні циліндра, що знаходиться в провіднику, дорівнює нулю. Бічна частина циліндра, що знаходяться зовні провідника, паралельна силовим лініям E .

Отже, ненульовий внесок в потік буде отримано лише на основі циліндра, яка лежить над поверхнею провідника:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \int_{\Delta S_1} \vec{E}d\vec{S} = \int_{\Delta S_1} EdS = E\Delta S_1 = E\Delta S$$

Величина охопленого циліндром заряду дорівнює q=σΔS.
Таким чином, з теореми Гауса маємо рівняння:

$$E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

З цього рівняння знаходимо вираз для напруженості електричного поля біля поверхні провідника:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Отже, напруженість електричного поля біля та на поверхні провідника прямо пропорційна поверхневій густині електричного заряду і направлена перпендикулярно до поверхні провідника. Якщо провідник оточений діелектриком, то величина напруженості електричного поля на поверхні провідника буде дорівнювати

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

тобто буде зменшеною в ε разів, де ε – діелектрична проникність діелектрика

## Електризація провідника в електричному полі

Розглянемо електростатичне поле. Внесемо в це поле незаряджений металевий провідник. Вільні електрони провідника під дією зовнішнього електричного поля почнуть переміщуватися проти його силових ліній. Внаслідок цього на поверхні провідника, куди входять силові лінії зовнішнього поля, з'являться надлишкові електрони. Ця частина провідника зарядиться від'ємно. Навпаки, на протилежному боці провідника, звідки виходять силові лінії зовнішнього поля, не вистачатиме вільних електронів, і там виникне додатний заряд.

Перерозподіл зарядів у провіднику триватиме до тих пір, поки в кожній його точці потік вектора напруженості електричного поля поверхневих зарядів не зрівняється за абсолютною величиною з потоком вектора напруженості зовнішнього електричного поля. Урівноваження протилежно направлених потоків силових ліній призведе до повної компенсації електричного поля всередині провідника. Коли всередині провідника напруженість стане рівною нулю, $E = 0$, то процес перерозподілу зарядів припиниться. Утворені поверхневі заряди також перебуватимуть у рівновазі. Явище виникнення у провіднику поверхневих зарядів під впливом зовнішнього електричного поля називають електризацією, а поверхневі заряди називають індукованими, або наведеними.

Отже у провіднику, розміщеному в зовнішньому електричному полі, індуковані заряди компенсують зовнішнє електричне поле, напруженість електричного поля всередині провідника дорівнює нулю, $E=0$.

Скориставшись залежністю між напруженістю поля і потенціалом, легко довести, що поверхня провідника, внесеного в електричне поле, є еквіпотенціальною. Як і у випадку зарядженого провідника, для всіх точок провідника в електричному полі виконується рівняння

$$E =-\mathrm{grad}\varphi= 0$$

З цього рівняння слідує, що в провіднику, розміщеному в електричному полі, $\varphi=\mathrm{const}$ . Потенціал поверхні провідника називають потенціалом провідника.

Всі точки провідника, розміщеного в зовнішньому електричному полі, мають однаковий потенціал і його поверхня є еквіпотенціальною. На поверхні провідника тангенціальна уздовж поверхні складова вектора напруженості електричного поля дорівнює нулю. Не рівною нулю на поверхні провідника є тільки перпендикулярна до неї складова поля, $E_n \neq 0$
або $\mathrm{grad}\varphi_n \neq 0$. Це – так звані граничні умови для напруженості поля на поверхні провідника.

Ефект відсутності електростатичного поля всередині провідника або на його внутрішніх поверхнях використовують для захисту (екранування) людей та електронної апаратури від сильних зовнішніх електричних полів.

## Електроємність віддаленого провідника

Віддаленим називають провідник, що знаходиться на великій відстані від інших провідників чи тіл, які можуть мати заряди. Якщо інші заряди знаходяться на великій відстані, то вони не спотворюють розподіл заряду на віддаленому провіднику.

Заряд q, якого надано провіднику, розподіляється на його поверхні, причому всередині провідника електричне поле відсутнє. Якщо провіднику додатково надати ще такого ж самого заряду q, то характер просторового розподілу заряду на поверхні не зміниться, але у два рази зросте поверхнева густина заряду.

Електричні заряди розподіляються в такий спосіб, щоб відношення поверхневої густини зарядів у двох різних точках поверхні провідника було однаковим, незалежно від повного заряду провідника.

Якщо збільшувати заряд провідника, то в кожній точці його поверхні пропорційно до величини заряду буде зростати густина поверхневого заряду, і в стільки саме разів буде зростати напруженість електричного поля. Потенціал провідника також буде зростати пропорційно зростанню його заряду. Якщо провіднику надати n зарядів, $q1$ ,… $q2$ ,…, $qn$ то його потенціал, відповідно, буде рівним $\varphi1$, $\varphi2 \ldots \varphi n$.

Відношення заряду провідника до його потенціалу є постійною величиною, яку називають електроємністю, або просто ємністю провідника:

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

де С – ємність.

Чисельно електроємність провідника дорівнює заряду, якого треба надати провіднику, щоб його потенціал зріс на 1 вольт.

В системі СІ одиницею ємності є фарад (Ф), [С]=Ф. Ємність 1 Ф має провідник, який має заряд 1 Кл і потенціал якого 1 В, 1Ф=1Кл/1В

Електроємність провідника не залежить від природи його речовини, вона залежить лише від його геометричних параметрів, його розмірів, форми і діелектричної проникності навколишнього середовища.

## Конденсатори

Конденсатор – це пристрій для накопичення заряду та електричної енергії. Складається конденсатор з провідників, розділених діелектриком.

Конструктивно конденсатори мають дві чи більшу кількість провідників (часто у вигляді пластин), які називають обкладками. Обкладки розділені діелектриком. У конденсатора з двома обкладками одна з них заряджається додатно, +q, інша – від'ємно з зарядом –q. Модуль заряду однієї з обкладинок називається зарядом конденсатора.

Електричне поле конденсатора зосереджене між його обкладками. Тому наявність інших тіл біля конденсатора практично не впливає на його ємність.

Різниця потенціалів між обкладками конденсатора називається напругою конденсатора, U =Δφ = φ1–φ2.

Електроємність конденсатора C визначають з відношення зарядуконденсатора до різниці потенціалів Δφ (напруги U) між його обкладками:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}, \text{ або } C = \frac{q}{U}$$

Ємність конденсаторів також вимірюють у фарадах. Фарад – одиниця ємності, яка дорівнює ємності такого конденсатора, кожній обкладці якого потрібно надати різнойменні заряди 1 Кл, щоб змінити різницю потенціалів між обкладками на 1 В. За формою обкладок конденсатори бувають плоскі, циліндричні, сферичні та ін. Залежно від типу діелектрика, конденсатори поділяють на паперові, слюдяні, керамічні, електролітичні.

## Електроємність конденсаторів

Визначимо електроємність плоского, циліндричного та сферичного конденсаторів.

А) Плоский конденсатор утворюють дві металеві пластинки, паралельні одна одній і розділені ізолятором, як на рис. 2.10. Відстань між обкладками d, площа кожної з обкладок S.

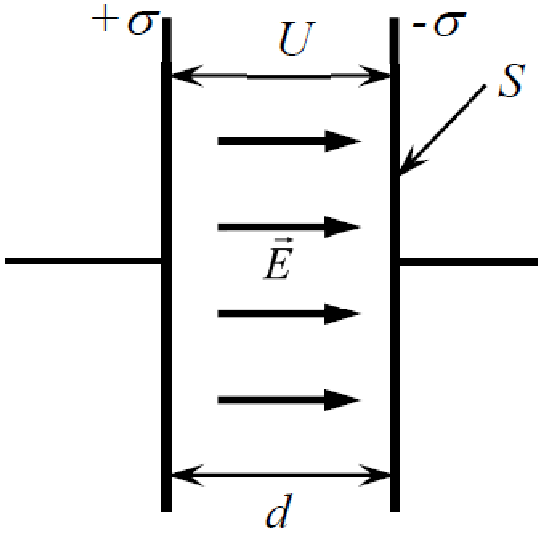
Розміри обкладок конденсатора значно перевищують відстань між ними, тому електричне поле між обкладками плоского конденсатора можна вважати однорідним. Заряд на обкладках розподілений рівномірно з поверхневою густиною σ=q / S .

Електричне поле між обкладками плоского конденсатора однорідне.

Його напруженість дорівнює подвоєній напруженості електричного поля, утвореного однією обкладкою:

$$E = 2\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Різниця потенціалів між обкладками дорівнює добутку напруженості електричного поля в конденсаторі на відстань між обкладками:




$$U = \int_0^d \vec{E}d\vec{l} = \int_0^d Edl = E\int_0^d dl = Ed$$

Тут інтегрування здійснюється уздовж силової лінії – відрізку прямої від додатно зарядженої пластини до від'ємно зарядженої пластини, тому вектори співнаправлені, E ↑↑ dl.
Крім того враховано, що поле однорідне.
Ємність конденсатора:

$$C = \frac{q}{U}$$

Підставимо значення напруги, U = Ed , та заряду, q =σS , у вираз для електроємності, отримаємо:

$$C = \frac{\sigma S}{Ed}.$$

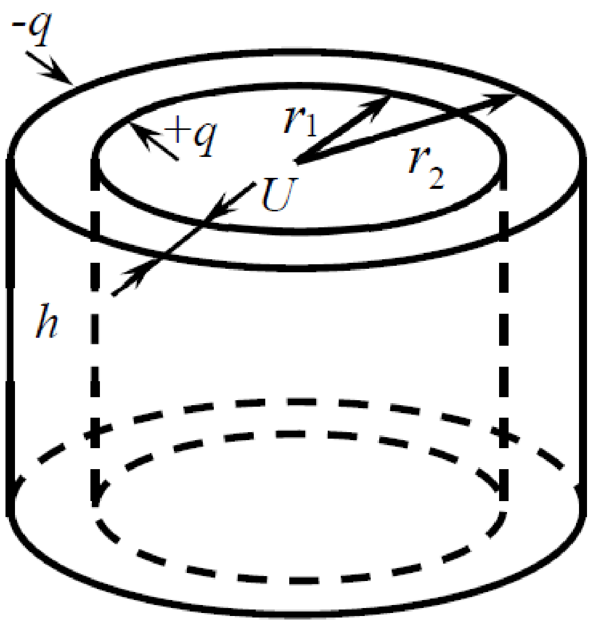
Тепер скористаємось виразом для напруженості електричного поля,
$E = \sigma / \varepsilon\varepsilon_0$ , з якого маємо $\sigma = \varepsilon\varepsilon_0 E$ . Як результат отримаємо формулу для ємності плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 ES}{Ed} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Величина ємності плоского конденсатора прямо пропорційна площі S обкладок, обернено пропорційна відстані d між ними та прямо пропорційна діелектричній проникності діелектрика між його обкладками.

Б) Циліндричний конденсатор утворюють дві тонкі металеві розділені шаром ізолятора циліндричні трубки, вставлені одна в одну так, що їх осі збігаються, як показано на рис. Позначимо радіус внутрішньої циліндричної обкладки r1, і нехай вона буде зарядженою, наприклад, додатно з поверхневою густиною заряду σ. Радіус зовнішньої обкладки позначимо r2, і вона заряджена від'ємно. Згідно з теоремою Гауса для вектора напруженості електричного поля, від'ємний заряд, що знаходиться на зовнішній циліндричній поверхні, не створює електричного поля всередині конденсатора. Джерелом електричного поля всередині циліндричного конденсатора є внутрішня обкладка. За теоремою Гауса, напруженість поля між обкладками циліндричного конденсатора для r1<r< r2 описується виразом:

$$E = \frac{\sigma r_1}{\varepsilon\varepsilon_0 r},$$




Отримаємо вираз для ємності циліндричного конденсатора:

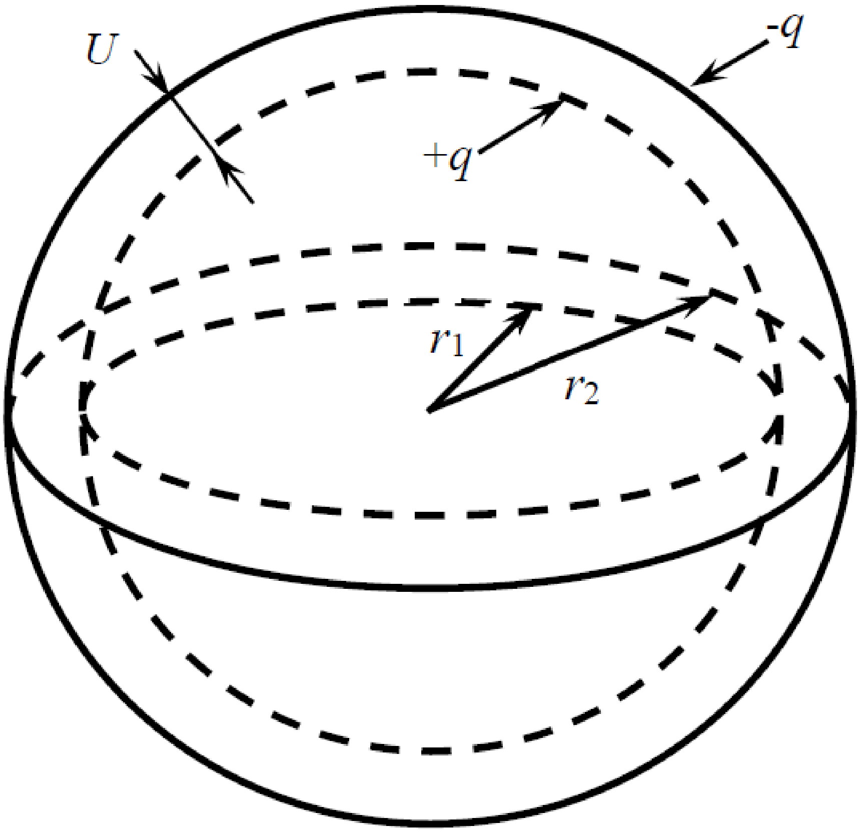
$$C = \frac{\sigma 2\pi r_1 h}{\frac{\sigma r_1}{\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h}{\ln\frac{r_2}{r_1}}.$$

Звідси маємо, що для циліндричного конденсатора, у якого відстань між циліндричними обкладками нескінченно мала, d/r1<<1, для ємності виконується наближення плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 2\pi r_1 h}{d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

В) Сферичний конденсатор утворюють дві концентричні сферичні обкладки. Обкладки тонкі, виготовлені з провідника і розділені шаром діелектрика. Позначимо радіуси сферичних обкладок r1 та r2
Нехай внутрішня обкладка має додатній заряд +q, а зовнішня – від'ємний заряд –q. Електричне поле в просторі між обкладками сферичного конденсатора утворює тільки додатній заряд внутрішньої обкладки.
Напруженість електричного поля точок, що лежать між обкладками на відстані r від їх центра, r1 <r < r2 , визначають, як і для точкового заряду, за формулою

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2},$$




де q – заряд сфери. За межами конденсатора, коли r < r1 та r > r2 напруженість електричного поля відсутня, E = 0.

Коли відстань між обкладками, d = r2 – r1, мала, d/r1<<1, то вираз для ємності сферичного конденсатора буде таким самим, як і у випадку плоского конденсатора:

$$C=\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1\ (r_1\ +d)}{d}=\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2(1+\dfrac{d}{r_1})}{d}\approx\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2}{d}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

**Основні формули для розв'язку задач**

1. Дипольний момент електричного диполя:

$$\vec{p}=q\vec{l}\ ,\qquad p=ql,$$

де $q$ – заряд диполя $l$ – плече диполя.

2. Енергія диполя в електричному полі:

$$W=-\vec{p}\vec{E}\,,\qquad W=-pE\cos\alpha\,.$$

3. Момент сили, що діє на електричний диполь в електричному полі:

$$\vec{M}=[\vec{p}\vec{E}],\qquad M=pE\sin\alpha\,.$$

4. Вектор електричної індукції:

$$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon\vec{E}\,.$$

5. Теорема Гауса для вектора електричної індукції:

$$\oint_s \vec{D}d\vec{S}=q\,.$$

6. Ємність віддаленого провідника:

$$C=\frac{q}{\varphi}.$$

7. Енергія електричного поля провідника:

$$W = \frac{\varphi q}{2},\ W = \frac{q^2}{2C},\ W = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

8. Ємність конденсатора:

$$C = \frac{q}{U}.$$

9. Ємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

10. Ємність при паралельному та послідовному з'єднанні конденсаторів:

$$C = \sum_i C_i\ ,\quad \frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}.$$

11. Напруженість електричного поля в конденсаторі:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

де $\sigma = q / S$.

12. Енергія конденсатора:

$$W = \frac{Uq}{2},\quad W = \frac{q^2}{2C},\quad W = \frac{CU^2}{2}.$$

13. Густина енергії електричного поля:

$$w_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$