РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ (РОЗВИТОК МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ У РАМКАХ РОЗБУДОВИ ТЕХНОЛОГІЇ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ)

1.1. КОНЦЕПЦІЯ ПІДГОТОВЧИХ ВПРАВ У ЗАСТОСУВАННІ ДО ТЕХНОЛОГІЗАЦІЇ ФОРМУВАННЯ ВМІННЯ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ФІЗИЧНІ ЗАДАЧІ

В історії методики навчання фізики був час, коли застосування задач у навчальному процесі не вважалося обов'язковим. У дисертаційному дослідженні А.К. Волошиної був проведений історико-методичний аналіз розвитку технології розв'язування фізичних задач у середній загальноосвітній школі. Автор простежила час появи різних методичних функцій задач. З дванадцяти виділених методичних функцій поява п'ятьох була віднесена до перших трьох періодів розвитку методики фізики, коли застосування задач вважалося необов'язковим (ці періоди тривали від першої половини XVIII ст. до 20-х років XX ст.).

Розв'язування задач стає методом навчання фізики, а формування вміння розв'язувати фізичні задачі — метою навчання учнів лише в роки п'ятого періоду (кінець 50-х років — кінець 80-х років XX ст.). В останній (шостий) період, який триває й нині і характеризується інноваційними процесами в дидактиці фізики, фізичні задачі визнаються як інструмент пізнання, розвитку фізичного мислення і творчих здібностей [25, с 7].

Може виникнути запитання: поява чергової методичної функції фізичних задач фіксується як поява в науково-методичній літературі відповідної *ідеї щодо* дидактичних *можливостей* задач чи як констатація факту *масового використання у педагогічній практиці* цієї нової методичної функції? На жаль, це запитання риторичне. Практика проведення фізичних олімпіад, контрольних робіт з фізики на конкурсах-захистах науково-дослідницьких робіт учнів – членів Малої академії наук, а також вступних іспитів на фізичні факультети університетів показує, що рівень сформованості вміння розв'язувати фізичні задачі далеко не найкращий.

Що ж заважає в повному обсязі використовувати неабиякий дидактичний потенціал фізичних задач? Розглянемо це питання лише з погляду розробки дидактичних засобів для технологізації процесу формування узагальненого вміння їх розв'язувати.

Процес розв'язування фізичної задачі складається, як відомо, з чотирьох необхідних етапів: 1) з'ясування (осмислення) умови; 2) фізичний аналіз і складання плану розв'язування; 3) реалізація плану; 4) перевірка і дослідження відповіді [117, с. 268]. Автори посібника, на який ми посилаємося, в кожному з цих етапів виділяють ще від трьох до шести операцій, про які також не можна сказати, що вони елементарні. Таким чином, уміння розв'язувати фізичні задачі виявляється досить складним, багатокомпонентним. Воно передбачає засвоєння великої кількості операцій і часткових умінь, як зазначають про це автори іншого посібника [134, с. 82].

Як організувати засвоєння учнями цієї великої кількості операцій і часткових умінь? Учителю рекомендують визначити послідовність у розв'язуванні задач з конкретної теми, щоб у процесі розв'язування перших задач відпрацьовувалися конкретні операції, а потім здійснювалося їх згортання в узагальнені дії [134, с. 87].

Дати таку рекомендацію набагато простіше, ніж нею скористатися. Вправи, на яких можна було б відпрацьовувати окремі операції, практично відсутні в сучасних збірниках. Де ж їх узяти вчителю? Складати самому? Досвід показує, що подібна робота забирає багато часу і потребує досить високої кваліфікації, тому її не можна перекладати на плечі вчителів. Цим мають цілеспрямовано зайнятися, в першу чергу, вчені-методисти. А вчителів-практиків, які готові поділитися своїми здобутками у складанні таких підготовчих вправ, треба заохочувати робити це на сторінках педагогічної преси.

Ми не випадково перейшли від словосполучення "фізична задача" до словосполучення *"підготовча вправа"*. У попередніх підрозділах обґрунтовувалася необхідність складання і використання підготовчих вправ для формування в учнів середньої школи вмінь, необхідних для виконання експериментальних робіт з фізики і оволодіння теоретичним матеріалом.

Психолого-педагогічну частину цього обґрунтування можна повністю перенести на випадок формування вміння розв'язувати фізичні задачі. Тому говоримо про *загальну концепцію* підготовчих вправ для формування складних умінь у процесі навчання фізики. У випадку експериментальних робіт ми пропонували розрізняти підготовчі вправи для формування окремих навичок і "повноцінні" експериментальні завдання з фізики, які не можна успішно виконувати, якщо *попередньо* не сформовані на належному рівні *елементарні* вміння. Так само треба виокремити підготовчі вправи для відпрацювання навичок, необхідних для успішного розв'язування тих фізичних задач, які не передбачають проведення експерименту [91].

Традиційно і виконання лабораторних робіт, і розв'язування задач були в першу чергу *ілюстрацією* теоретичної частини курсу. Відповідно, вони були досить жорстко з нею пов'язані. Практично всі збірники задач побудовані за розділами курсу фізики. Посібники з методики розв'язування фізичних задач традиційно мають невеличкий розділ, де викладаються загальні питання, а потім все йде у відповідності до розділів курсу фізики. Прихильники алгоритмічного підходу до розв'язування фізичних задач також намагаються створити алгоритми за кожним розділом курсу фізики [134, с. 89–92]. На загальному тлі виділяється посібник А.І. Шапіро і В.А. Бодика [151], в якому розглянуто понад 20 різних методів розв'язування фізичних задач, які, за невеличким винятком, не пов'язуються жорстко з темами шкільної програми. Автори мали на меті систематизувати саме методи, показати їхні переваги, закріпити правомірність їхнього існування. Вони вважають, що широта поглядів на запропоновану задачу, вміння пов'язати її із законами природи та іншими суміжними задачами мають бути рішуче протиставлені одноманітному ремісничому підходу — пошуку потрібної формули, що містить набір заданих величин. На думку авторів, для розвитку фізичного мислення важливим є вміння розв'язувати одну й ту саму задачу різними методами, а також ґрунтовно досліджувати розв'язки задачі [151, с. 3].

Поділяючи позицію щодо необхідності ознайомлювати учнів з оригінальними методами розв'язування фізичних задач, ми повинні зазначити, що це можна результативно робити лише на підґрунті відпрацьованих елементарних навичок. Гальмуючись на *технічних* деталях, важко побачити красиву ідею. Із психології відомо, що під час обмірковування якогось питання в оперативній пам'яті людини може бути суворо обмежена кількість елементів (7–9 одиниць). Якщо для розв'язування проблеми потрібно утримувати в оперативній пам'яті більшу кількість елементів, то процес розмірковування "розвалюється" і не дає результату. Таким чином, щоб мати можливість думати над складними речами, треба спочатку добре розібратися з простими, а потім "згорнути" здобуті знання і вміння, що стосуються цих простих речей, до невеликої кількості усвідомлених ідей і практично автоматизованих навичок.

Спроба "розгорнути" окремий елемент під час розмірковування над складною задачею руйнує розумовий процес. Після того як задача вже буде розв'язана, можна "розгорнути" й окремі елементи, якщо в цьому буде потреба.

Тут ми підійшли до питання про те, наскільки розгорнутими мають бути розв'язки задач, які наводять учні у своїх письмових роботах. Якщо звернутися до посібника [134, с. 89–91], то там можна знайти алгоритми розв'язування задач з окремих тем. Так, алгоритм розв'язування задач з кінематики містить 10 кроків, з динаміки — 14, на закон збереження імпульсу — 12. Скільки ж місця має займати розв'язок задачі? Автори згаданого посібника навели приклад розв'язування такої задачі: *"Тіло кинули вертикально вгору з початковою швидкістю* $20\,\text{м/с}$. *Визначте максимальну висоту підйому та час польоту"*. Розв'язок цієї задачі займає в них майже дві сторінки друкованого тексту [134, с. 104–105]. Скільки ж місця мають займати розв'язки задач, які пропонуються учням на фізичних олімпіадах? Чи може там не вимагають таких розгорнутих пояснень? Якщо не вимагають, то які саме елементи розв'язку слід вважати такими, що обов'язково мають бути відбиті в письмовій роботі? Відповідь на останнє запитання, напевно, повинна залежати від тих завдань, які ставлять перед собою вчителі, пропонуючи учням виконати ту чи іншу письмову роботу. А як дізнатися учням про ті завдання, які перед собою ставлять учителі? Наведемо конкретні приклади.

Чи може збагнути учасник IV етапу Всеукраїнської олімпіади, що він недорахується балів на правильно розв'язаній задачі лише через те, що не перевірив "правильність розв'язку в загальному вигляді шляхом операцій з найменуваннями одиниць величин, що входять до формули" [134, с. 90], а точніше, не став фіксувати ці операції на папері? Проведені нами спеціальні дослідження показали, що переможці IV етапу олімпіади виконують без проблем подібні операції усно у набагато складніших випадках порівняно з тими, які розглянуто в згаданому посібнику. Вони добре знають, що перевірка кінцевої формули на розмірність не гарантує правильності розв'язку, тому тестують отриману відповідь й іншими способами, про які автори [134] і не згадують. Але залишати записи про проведене тестування в олімпіадній роботі такі учні вважають недоречним. З іншого боку, деякі члени журі навіть IV етапу наполягали на зниженні оцінки лише на тій підставі, що вони самі завжди вимагають від своїх учнів обов'язково записувати операції з найменуваннями в кінці розв'язання задачі.

Був випадок на II етапі олімпіади, коли один із членів журі вимагав зняти бали за те, що учень не записав рівняння руху тіла у векторній формі, а відразу записав у проекціях на осі.

А скільки суперечок відносно необхідності малюнків! Якщо ж, наприклад, попросити переможця IV етапу фізичної олімпіади, який навчається хоча б у 9 класі, розв'язати задачу про прискорення тіла, що зісковзує з похилої площини, то є ризик наштовхнутися на здивований погляд. А якщо наполягати, то вам відразу запишуть готову відповідь, не вдаючись до побудови малюнка з розстановкою векторів діючих сил, написання рівняння руху спочатку у векторній формі, а потім у проекціях і далі за алгоритмом...

А як пояснити учневі, на якій підставі йому взагалі не зарахували красивий графічний розв'язок кінематичної задачі, якщо реальною підставою була така: член журі, який перевіряв роботу, отримав від експерта-консультанта олімпіади аналітичне розв'язання цієї задачі і не зміг співставити його з тим, що запропонував учасник олімпіади? Потім той член журі, пояснюючи свої дії, наполягав на тому, що на початку 9 класу (то був II етап) учні не вміють будувати квадратичні параболи, натякаючи на те, що учню хтось допоміг під час олімпіади.

Подібних прикладів можна було б наводити ще багато. Цікаво, що ті самі члени журі, які наполягають на знятті балів за те, що деякі етапи розв'язування не зафіксовано на папері, закликають не ставити "нулів" за фактично нерозв'язані задачі, якщо учасник олімпіади зробив скорочений запис умови або записав кілька формул з того розділу фізики, якого стосується умова задачі.

Наша позиція щодо цього питання полягає в тому, що "умови гри" мають бути відомі учасникам до її початку. Якщо подивитися на розв'язання задач, які опубліковані в посібниках і науково-методичних статтях, то побачимо, що в них відбиті далеко не всі етапи розв'язування. Може, треба зробити зауваження авторам, які не пишуть, наприклад, як вони робили операції з найменуваннями? А що робити з тими, хто не написав докладно, як він розв'язував отриману систему рівнянь, відразу навівши кінцеву формулу, а потім ще і не став її досліджувати на окремі та граничні випадки? Подібні запитання виглядають безглуздими, бо всім зрозуміло, що автор докладно розписує саме той етап процесу розв'язування задачі, на який хоче звернути увагу читача, а інші взагалі може випустити, щоб не заважали сприйняттю головної думки.

Тут можуть бути заперечення. Контрольна або олімпіадна робота, мовляв, далеко не те саме, що стаття або посібник: текстом статті або посібника автор має на меті чогось навчити потенційного читача, а в контрольній або олімпіадній роботі учень звітує про те, чого він сам навчився. По-перше, що стосується олімпіадних робіт, то тут іноді й членам журі є чого повчитися, коли вони стикаються з оригінальними і красивими розв'язаннями задач, які створили (саме *створили*!) учні. А, по-друге, щоб звітувати, треба чітко знати, про які здобутки хочуть дізнатися члени журі на олімпіаді або ті, хто перевірятиме контрольну роботу. Що цінуватиметься вище: оригінальність розв'язку чи наявність малюнка, який конкретному учню може й не потрібен для розв'язування, бо у нього достатньо розвинута уява? І що краще: взагалі нічого не писати з приводу задачі, яку не зміг розв'язати, бо у системі рівнянь, яку складаєш, бракує ще одного рівняння, і поки що не знаєш, звідки його взяти, чи зробити короткий запис умови і малюнок та записати всі рівняння, що вже отримав? Кожен "олімпієць" твердо знає, що на останнє запитання відповідь позитивна, бо в першому варіанті абсолютно точно отримаєш "нуль" за цю задачу, а другий варіант може принести кілька балів, які й будуть вирішальними для перемоги. Чи не виховуються такими правилами гри "переможці", які не можуть довести до кінця жодної серйозної справи? Правильніше, на нашу думку, було б чіткіше визначити, що саме підлягає перевірці та як вона здійснюватиметься. І якщо треба перевірити сформованість окремих навичок, то доцільніше це робити за допомогою спеціально сконструйованих вправ, а не "повноцінних" фізичних задач. Якщо ж перевіряється узагальнене вміння розв'язувати більш-менш стандартні задачі, то має сенс давати їх у достатньо великій кількості та під час перевірки орієнтуватися на отримання правильної відповіді, а не на розгорнутість пояснень виконання кожного етапу розв'язування. Перевірка творчих здібностей потребує створення нових оригінальних задач.

Займаючись технологізацією процесу формування вміння розв'язувати фізичні задачі, треба забезпечити можливість *пооперацiйного* контролю. Тому ми і пропонуємо розробляти спеціальні вправи, які можна використовувати і для відпрацювання навичок, необхідних для успішного розв'язування фізичних задач, і для контролю за рівнем їх сформованості. Поступово треба зменшувати час на виконання вправ певного типу і переходити від розгорнутого письмового виконання до усного з фіксацією на папері лише кінцевої відповіді.

Прикметник "підготовча" до дидактичного терміна "вправа" ми використовуємо, щоб підкреслити, що дидактичною метою є формування узагальненого вміння розв'язувати фізичні задачі, а підготовчі вправи — лише "сходинки", на яких засвоюються ті знання, часткові вміння і навички, без яких не можна відразу "застрибнути" на рівень узагальненого вміння, про яке йдеться.

Кількість типів підготовчих вправ, які використовуватимуться в конкретному випадку, суттєво залежатиме від загальної підготовки учнів і тих завдань, що стоять перед учителями. Так, коли нам необхідно було готувати учнів до олімпіад та вступних іспитів до МФТІ, виникла потреба у вправах, на яких відпрацьовувалися прийоми самоконтролю та навички пошуку ключових слів в умовах фізичних задач. Звертати особливу увагу на розв'язування систем рівнянь та підстановку числових значень фізичних величин у кінцеву формулу не було потреби. Коли ж необхідно було готувати всіх учнів, навіть фізико-математичного класу, до підсумкової державної атестації (ДПА), потрібними стали й інші типи вправ, які орієнтовано на відпрацювання досить примітивних навичок. Якщо такі вправи запропонувати учням, які "професійно" займаються олімпіадами, то вони можуть навіть образитися. З іншого боку, ці прості вправи дають змогу залучити до роботи інших учнів, які крок за кроком, сходинка за сходинкою підходять до повноцінних фізичних задач.

Методика навчання розв'язування фізичних задач, яка не передбачає застосування підготовчих вправ, виявилася малорезультативною, бо більшість учнів не в змозі опанувати таку складну діяльність без попереднього відпрацювання окремих операцій.

Нині є можливість проведення ДПА за курс фізики середньої школи у письмовій формі. Учням пропонується за 2,5 год виконати 17 завдань із заздалегідь відомого збірника [45], причому в 15 завданнях треба лише вибрати правильну відповідь, не пояснюючи в письмовій формі свій вибір, і тільки розв'язання двох задач *високого* рівня треба записати за традиційною схемою. Здавалося б, що це дуже зручна форма і для учнів, і для вчителів. Але нею в багатьох школах не поспішають скористатися, віддаючи перевагу традиційному екзамену з двома теоретичними питаннями і однією задачею або лабораторною роботою в білеті.

На нашу думку, така ситуація пояснюється тим, що, з одного боку, більшості вчителів легше примусити своїх учнів завчити напам'ять відповіді на теоретичні питання білетів і розв'язання досить обмеженої кількості задач, аніж сформувати в них узагальнене вміння розв'язувати фізичні задачі. А без такого вміння впоратися із 17 завданнями, які охоплюють 16 розділів шкільного курсу, за 2,5 год дуже проблематично. З іншого боку, тим випускникам середньої школи, в яких узагальнене вміння розв'язувати фізичні задачі сформовано, на таку роботу достатньо і 1,5 год, бо більшість із запропонованих завдань вони виконують практично усно.

Тут ми ще раз підкреслюємо думку, яка добре відома з педагогічної психології, але не набула належного поширення серед учителів фізики. Йдеться про необхідність поступового згортання розумової дії для включення її у складнішу розумову дію.

Якщо таке згортання не відбувається, то учні ніколи не навчаться складних видів діяльності, до яких, безперечно, належить розв'язування повноцінних фізичних задач. На жаль, у багатьох випускників середньої школи після занять з розв'язування задач залишаються лише "знання" про те, що треба записати у стовпчик скорочено умову задачі, перевівши числові значення фізичних величин у СІ. Про те, що переводити в СІ не завжди потрібно, такі випускники, як показує досвід, не знають, та й сформованих навичок виконання навіть цієї примітивної операції вони не мають.

У читача може виникнути запитання: що це за "повноцінні" фізичні задачі? Бувають і "неповноцінні"? Коли ми використовуємо прикметник "повноцінна", насправді маємо на увазі задачі, подібні до тих, які автори "Збірника різнорівневих завдань для державної підсумкової атестації з фізики" [45] віднесли до високого рівня. Чому ми не користуємося тією ж термінологією?

За нашими спостереженнями, назва рівня досягнень “високий”, який іде після “достатнього”, асоціюється у багатьох учителів і учнів зі словами “недосяжний”, “для обдарованих”. Якщо ж подивитися на задачі цього рівня, то вони не складніші за ті, що традиційно пропонуються на вступних іспитах у ВНЗ. Але, “достатній” рівень виявляється *недостатнім* для продовження освіти у ВНЗ, де за навчальним планом є фізика. Тут треба уточнити. В останньому реченні йдеться не про достатність для успішного складання вступних іспитів, а про успішне подальше навчання. Справа у тому, що частина ВНЗ взагалі не проводить вступних іспитів з фізики, не зважаючи на те, що студенти цього закладу (або факультету) мають вивчати фізику за навчальним планом, більш того, вона має стати підґрунтям їхньої фахової підготовки. А ті заклади, які залишили фізику на вступних іспитах, сьогодні часто-густо вимушені опускати планку рівня завдань, які вони пропонують своїм абітурієнтам, щоб не залишитися взагалі без студентів. У результаті — студенти є, але вчитися вони не можуть.

Повертаючись до “повноцінних” задач (або, за іншою термінологією, задач високого рівня), треба зазначити, що саме для таких задач і потрібна технологія формування вміння їх розв’язувати. Про них не можна сказати, що вони потребують від учнів якоїсь особливої обдарованості. Але вони вимагають спеціальної підготовки. Щоб їх розв’язувати, недостатньо вивчати напам’ять теоретичний матеріал.

Між задачами “достатнього” і “високого” рівнів існує досить помітний потенціальний бар’єр. Допомогти учням подолати його повинні вчителі, озброєні відповідною технологією. Задачі “високого” рівня ми назвали “повноцінними” тому, що вони справді вимагають виконання практично в повному обсязі тих етапів розв’язування, про які йшлося на початку підрозділу з посиланням на методичні посібники. У тих посібниках було багато правильних загальних слів, але під час застосування їх до конкретних прикладів останні явно не дотягували до “високого” рівня. А в тих посібниках, де наводяться розв’язання задач “високого” рівня, майже відсутнє методичне підкріплення у тому розумінні, що кроки розв’язування конкретної задачі не пояснюються з погляду загальної методики розв’язування фізичних задач. Такий стан справ призводить до того, що багато вчителів, які вміють розв’язувати задачі “високого” рівня, дуже скептично ставляться до методики як науки, бо вона їм не допомогла навчитися розв’язувати задачі. Вони навчилися це робити самотужки, наполегливо вивчаючи опубліковані розв’язання складних задач, або їм допомогли талановиті вчителі, які свого часу також пройшли подібним шляхом.

Виникає природне запитання: а чи можна поєднати текст розв’язання задачі “високого” рівня з докладними методичними вказівками до нього? Формально можна. Але чи є у цьому сенс? Для більшості читачів такий текст буде нудним. Щоправда, з різних причин. Для тих, хто вміє розв’язувати повноцінні фізичні задачі, важко буде у великому за обсягом тексті знайти цікавий для себе елемент, на який треба звернути увагу. А для тих, хто ніколи самостійно не розв’язував задачі такого рівня, в цьому тексті буде багато нового, чого не можна усвідомити відразу. І лише тим читачам він, можливо, стане корисним, хто буде готовий наполегливо, неодноразово його перечитувати. А таких не дуже багато серед учнів середньої школи. Може, нехай учителі почитають, а потім учням перекажуть? На це також сподіватися не варто, бо до тексту можна повернутися стільки разів, скільки кому потрібно, а з розповіддю вчителя так не вийде.

Де ж вихід? Може, треба добре навчитися виконувати завдання початкового рівня, потім середнього й достатнього, і тільки потім братися за високий? Може, вони і будуть тими сходинками, про які йшлося, і не треба нічого видумувати?

Завдання початкового, середнього і достатнього рівнів справді можуть безпосередньо або з нескладними переробками використовуватися як деякі види підготовчих вправ під час формування вміння розв’язувати задачі *високого* рівня. Але для цього і в учителів, і в учнів має бути чітка установка на те, що виконання цих завдань є підготовчим етапом, після якого вони матимуть справу з “повноцінними”, за нашою термінологією, задачами. Відповідно, за мету має бути такий стан підготовки, при якому завдання цих рівнів виконуються практично усно. Формуванню такої установки відверто протистоїть назва одного з підготовчих рівнів, який назвали *достатнім*. Для чого або для кого він достатній? Для переходу на *високий* рівень він не є достатнім, бо для цього потрібні додаткові вміння і навички, які треба відпрацьовувати на вправах принципово іншого типу. Може, він достатній для тих, для кого фізична освіта закінчується в середній школі? У такому разі, в завданнях перших рівнів забагато того, що ніколи не знадобиться їм у житті, а якщо випадково і стане у пригоді, то на той момент у них мало що залишиться від шкільних занять з фізики, де не розв’язувалися задачі, складніші від тих, що віднесені до достатнього рівня. Навчання, яке зупинилося на такому “достатньому” рівні, не може вважатися *завершеним*. А як свідчать спеціальні дослідження [106, с. 325], знання, вміння і навички, здобуті за такого *незавершеного* навчання, неминуче йдуть до розпаду.

Треба зазначити, що формуванню установки на усне виконання завдань перших рівнів має сприяти, з одного боку, відсутність вимоги розписувати розв’язування простих задач, а з іншого, — велика кількість завдань, які треба виконати під час ДПА за 2,5 години. Має підштовхувати до усного розв’язування розрахункових задач *достатнього* рівня і обрана авторами [45] форма наведених для вибору відповідей до тестових завдань, коли пропонуються не варіанти конкретних значень шуканої величини, а інтервали, в одному з яких міститься правильна відповідь. За такого підходу усні оціночні підрахунки можуть виконуватися навіть швидше, ніж “точні” з використанням калькулятора, якщо, звичайно, сформовано відповідні навички. А користь таких навичок для всього подальшого життя відома.

Це позитивне, на нашу думку, спрямування авторів [45] може бути зведене нанівець через використання їхнього збірника безпосередньо на іспитах. Досвід показує, що бувають випадки, коли учні приходять на іспит з маленькими папірцями, на яких виписано літери правильних відповідей усіх завдань перших трьох рівнів. І цього виявляється достатньо, щоб отримати оцінку *достатнього* рівня. Може, саме тут криється прихований зміст назви одного з рівнів навчальних досягнень? Як на нашу думку, то правильніше було б скористатися досвідом тестування десятирічної давності. Завдання (тексти, а не номери!) у роздрукованому вигляді передаються у школи безпосередньо перед іспитом. Самі завдання беруться з того ж збірника, але номери не вказуються, та і порядок відповідей у тестах нескладно змінити.

Ми мали нагоду випробувати подібний варіант іспиту під час атестації, яка проводилась у Запорізькому державному університеті в 2003 р. для учнів випускних класів середніх шкіл. Жодних скарг на необ'єктивність ми не отримали, хоча результати були помітно нижчими за ті, які бувають, коли іспити проводять безпосередньо з використанням збірників. Звичайно, цей підхід вимагає додаткових витрат на роздрукування текстів, але державна атестація, як нам здається, не має перетворюватися на фарс.

Якщо проводити ДПА з фізики за завданнями збірника [45], але з урахуванням наведених нами процедурних зауважень, то, як ми вважаємо, всіх, хто отримав оцінку *високого* рівня (10—12 балів), можна зараховувати на перший курс ВНЗ, де передбачений вступний іспит з фізики. Ми не обговорюємо технічних питань такого зарахування. Йдеться лише про те, що *високий* рівень, продемонстрований під час організованої таким чином ДПА, був би цілком *достатнім* для успішного продовження фізичної освіти в найвимогливішому до своїх абітурієнтів ВНЗ України.

Чому ж ми так довго зупиняємося на питанні ДПА з фізики за курс середньої школи і на вимогах до абітурієнтів ВНЗ?

Справа в тому, що технологізація процесу навчання передбачає чітке визначення цілей, причому не на рівні загальних декларацій, а у вигляді навчальних завдань, які учні мають навчитися виконувати. І в цьому розумінні завдання, розроблені авторами [45], ми вважаємо такими, що можуть розглядатися як конкретизація цілей навчання фізики у середній школі, принаймні, для тих учнів, які продовжуватимуть фізичну освіту. А ті, хто не буде, можуть вибрати для складання випускних іспитів інший навчальний предмет.

Визнання таких конкретизованих цілей ставило б у практичну площину розробку інших складових технології, зокрема, підготовчих вправ для формування вміння розв'язувати "повноцінні" фізичні задачі.

Для того щоб бути готовим на *високому* рівні скласти іспит за завданнями збірника [45], недостатньо вивчити напам'ять теоретичний матеріал і послідовність кроків алгоритмів розв'язування фізичних задач, які пропонуються в деяких методичних посібниках. Треба перейти на *якісно* інший рівень. Для цього і потрібна технологія, що *якісно* відрізняється від традиційної методики навчання учнів розв'язування фізичних задач. А для її розробки, у свою чергу, є потреба в новій ідеї, новій концепції. Тут обґрунтовувалася концепція підготовчих вправ, яка є результатом роботи автора як науковця-дослідника в галузі дидактики фізики і як учителя-практика з багаторічним стажем. У наступних параграфах концепція підготовчих і діагностичних вправ буде детально розроблятися саме у застосуванні до технологізації формування вміння розв'язувати фізичні задачі. Там будуть наведені й конкретні приклади розроблених нами вправ.

1.2. ВПРАВИ НА ВІДПРАЦЮВАННЯ ОПЕРАЦІЙ З НАЙМЕНУВАННЯМИ ОДИНИЦЬ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

У першому параграфі цього розділу обґрунтовувалася загальна *концепція підготовчих вправ*, яка у п. 2.4 була розглянута у застосуванні до технологізації процесу формування вміння розв'язувати фізичні задачі. Серед складових узагальненого вміння, про яке йдеться, є і навичка швидкого виконання операцій з найменуваннями одиниць фізичних величин.

Здавалося б, ця навичка не обділена увагою ані вчених-методистів, ані вчителів фізики. Перевірку на одиниці вимірювання кінцевої формули у розв'язку фізичної задачі часто вимагають робити у письмовій формі, а за відсутність відповідних записів можуть знизити оцінку не тільки на контрольній роботі, а й на олімпіаді чи вступному іспиті до ВНЗ. У збірнику завдань для державної підсумкової атестації [45] наводяться приклади оформлення розв'язків задач високого рівня, і там також робиться "перевірка" кінцевої формули у такий загальноприйнятий спосіб. Слово перевірка ми взяли у лапки не тільки тому, що зазначений спосіб є найпримітивнішим і виявляє лише надто грубі помилки. Справа у тому, що досить часто учні, від яких настирливо вимагають робити відповідні записи у розв'язку, лише *імітують* процес перевірки.

Дійсно, заздалегідь відомо, в яких одиницях вимірюється шукана в задачі фізична величина, не є секретом і в яких одиницях вимірюються величини, що входять до кінцевої формули. Навіщо ж витрачати час, щоб отримати відомий результат? Подібні міркування деяких учнів призводять до того, що у їхніх письмових роботах з перевіркою одиниць зовні майже завжди все гаразд, а насправді вони не володіють навіть цим найпримітивнішим способом тестування відповіді фізичної задачі.

Бувають усе ж таки випадки, коли імітація не спрацьовує через таку помилку, яка призводить до того, що відповідь не задовольняє вимоги щодо одиниць вимірювання. Але такі конфузні ситуації трапляються не дуже часто, а головне — подібна імітація суворо не переслідується. І юні імітатори можуть навіть глузувати з тих, хто намагається чесно виконувати необхідні операції з найменуваннями одиниць фізичних величин, витрачаючи на це чимало часу, якого потім не вистачає на розв'язування інших задач контрольної роботи чи олімпіади. На наш погляд, педагогічно доцільніше було б замість того, щоб вимагати від учнів письмового звіту про перевірку кінцевої формули на одиниці фізичних величин, не зараховувати розв'язок задачі, який не витримує критики на розмірність, навіть якщо помилка з'явилася десь наприкінці процесу розв'язування.

А як же навчити учнів *швидко* виконувати необхідні операції з найменуваннями одиниць фізичних величин, не вимагаючи відповідних записів у розв'язках задач, і не лише завдяки запропонованим нами репресивним заходам? Ось тут і знадобляться спеціальні підготовчі вправи, про які далі йтиметься. Зазначимо, що їх можна буде використовувати також і для діагностики сформованості відповідної навички.

Методика складання таких вправ надзвичайно проста, і нею можуть оволодіти не тільки вчителі, а й самі учні, що дозволить значно активізувати роботу з відпрацювання необхідних операцій. Складність завдань, які пропонуються, досить легко регулювати, що важливо для організації процесу формування навички. Умови вправ однотипні за формулюванням і забирають небагато місця на класній дошці. Це також неабияка практична зручність під час використання їх у навчальному процесі. Але, незважаючи на простоту процедури складання, дидактичний потенціал цих вправ досить великий.

Як відомо, міцність засвоєння певного смислового елементу навчального матеріалу залежить від того, скільки разів і яким чином він використовувався у діяльності учнів [101]. Якщо мова йде про такі важливі смислові елементи, як фізичні формули та найменування одиниць фізичних величин, то вправи, які нами пропонуються, дають можливість значно підвищити міцність засвоєння названих елементів, особливо, якщо учні будуть залучені не тільки до виконання цих вправ, а і до їх складання. Ці вправи можуть бути побудовані таким чином, щоб для свого виконання вимагати знання основних формул з декількох розділів фізики. Подібну вимогу досить важко задовольнити звичайними задачами, які переважно складалися для закріплення теоретичного матеріалу з певної теми.

Наразі ми розглянемо два типи вправ, які вже пройшли апробацію і продемонстрували свою ефективність і як навчальні, і як діагностичні засоби.

Вправи на перетворення виразів із одиниць SI. Хоча у сучасній школі на уроках фізики майже виключно користуються Міжнародною системою одиниць (SI), зустрічається чимало абітурієнтів фізичних факультетів університетів, котрі не знають, які одиниці у цій системі прийняті за основні, а які є похідними, та як вони пов'язані між собою.

Вже в основній школі достатньо фактичного матеріалу з фізики, який можна з успіхом повторювати за допомогою вправ з найменуваннями одиниць SI. Прикладом корисних завдань, до яких треба привчати учнів, є завдання на представлення похідних одиниць (Н, Па, Дж, Вт, В, Ом) через основні (кг, м, с, А). При подальшому навчанні список похідних одиниць, які можна виразити через ті ж самі чотири основні одиниці, буде розширюватися. Не згадані нами основні одиниці (К, моль, кд) використовуються досить рідко.

Для виконання таких зовні простих вправ учні мають знати цілу низку фізичних формул та правила оперування з показниками степенів. Наприклад, щоб представити Ом у вигляді $м^{\alpha}\cdot кг^{\beta}\cdot с^{\gamma}\cdot А^{\delta}$, треба згадати формули: $U=IR$, $A=Uq$, $q=It$, $A=Fl$, $F=ma$, одиниці фізичних величин: $[R]=\text{Ом}$; $[t]=\text{с}$; $[m]=\text{кг}$; $[l]=\text{м}$; $\text{Гн}=\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{А}^{-2}$; $[I]=\text{А}$, а потім без помилок виконати перетворення:

$$\text{Ом}=[R]=\left[\frac{U}{I}\right]=\left[\frac{A}{qI}\right]=\left[\frac{Fl}{I^2t}\right]=\left[\frac{mal}{I^2t}\right]=\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}\cdot\text{А}^{-2}.$$

Досвід показує, що подібні вправи виявляються складними для помітної частини випускників сучасної середньої школи, хоча необхідний для їх виконання фактичний матеріал курсів фізики і математики не виходить за межі програм восьмого класу. Недоліком такого підтипу вправ є неможливість їх тиражування.

Інший підтип вправ з одиницями SI можна досить легко тиражувати і регулювати за складністю. Він допомагає організувати повторення фізичних формул і привчає учнів шукати у кожному конкретному випадку найкоротший шлях виконання вправи, не вдаючись до "лобового" розписування через основні одиниці SI з використанням шпаргалок, в яких уже заздалегідь заготовлені представлення всіх похідних одиниць через основні.

Найпростіші вправи такого типу можуть вимагати знання лише однієї фізичної формули та одиниць вимірювання величин, які до неї входять. Наприклад: 1) виразіть Ом через А і В; 2) виразіть Па через Н і м; 3) виразіть А через Ом і Вт.

Якими примітивними не здавалися б ці вправи, практика свідчить, що з ними не може впоратися досить значна частка випускників сучасної середньої школи. Кожен учитель фізики має можливість швидко впевнитися у цьому.

Якщо давати учням на короткочасних самостійних роботах по декілька подібних вправ, поступово збільшуючи їхню кількість і зменшуючи час на виконання, то невдовзі можна буде перейти до дещо складнішого підтипу, який ілюструється наступним прикладом.

Виберіть до кожного виразу одну із поданих одиниць: м, кг, с, А, Гц, Н, Па, Дж, Вт, Кл, В, Ом, Ф, Тл, Вб, Гн.

$$1)\ \frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{Вт}}{\text{В}\cdot\text{Н}} = \quad;\qquad 2)\ \frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^3\cdot\text{Н}}{\text{Дж}} = \quad;\qquad 3)\ \frac{\text{Вб}^2\cdot\text{Н}}{\text{Гн}\cdot\text{Дж}\cdot\text{м}^2} = \quad;$$

$$4)\ \frac{\text{Гн}\cdot\text{А}^3\cdot\text{с}}{\text{Кл}} = \quad;\qquad 5)\ \frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{Кл}}{\text{Вб}\cdot\text{с}} = \quad;\qquad 6)\ \frac{\text{В}^3\cdot\text{А}}{\text{Вт}^2} = \quad.$$

Зрозуміло, що існує "машинний" варіант розв'язування подібних вправ. Дійсно, якщо відомі представлення всіх похідних одиниць через основні (тобто у вигляді $\text{м}^{\alpha}\cdot\text{кг}^{\beta}\cdot\text{с}^{\gamma}\cdot\text{А}^{\delta}$), то можна і весь вираз представити у такому ж вигляді, а потім з'ясувати, якій похідній одиниці буде відповідати отриманий вираз. Так, якщо для першого наведеного нами виразу відомо (зберігається у пам'яті), що $\text{Гн} = \text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{А}^{-2}$, $\text{Вт} = \text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}$, $\text{В} = \text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}\cdot\text{А}^{-1}$, $\text{Н} = \text{м}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}$, то нескладно отримати:

$$\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{Вт}}{\text{В}\cdot\text{Н}} = \text{м}^{2+2-2-1}\cdot\text{кг}^{1+1-1-1}\cdot\text{с}^{-2-3+3+2}\cdot\text{А}^{-2+1+1} = \text{м}.$$

У даному випадку ми одержали основну одиницю SI. А ось у другому виразі підстановка через основні одиниці дає такий результат: $\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}\cdot\text{А}^{-1}$. Хто пам'ятає, що це — Вб? Для комп'ютера тут немає проблеми. А для людини такий шлях — не кращий.

На жаль, часто-густо школярів намагаються навчити саме "машинним" методам розв'язування задач. Та ще й підводять під це "методичне підґрунтя" із гучних фраз типу “алгоритмічна культура мислення”. Звичайно, треба вчитися складати алгоритми для комп’ютера, щоб позбутися нецікавої, рутинної роботи, а для себе залишити більш творчу, дійсно людську. Але примушуючи учнів не складати алгоритми для машин, а вручну багаторазово діяти за готовими, створеними іншими людьми алгоритмами, ми мало чого досягаємо у розвитку їхніх розумових здібностей. Краще на конкретних прикладах учити знаходити за допомогою евристичних прийомів якомога коротший шлях до відповіді, впізнаючи у складі запропонованого виразу знайомі комбінації одиниць SI, пов’язані з конкретними фізичними формулами або навіть їхніми фрагментами (як кажуть психологи, вчити *виділяти фігуру з фону* [23]).

Розглянемо перший вираз: $\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{Вт}}{\text{В}\cdot\text{Н}}$. Якщо ми згадаємо, що Вт=В·А (бо $P=UI$), Гн·А^2=Дж (бо $\frac{LI^2}{2}=W$), а Дж=Н·м (бо $A=Fl$), то розв’язок знаходиться без проблем: $\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{Вт}}{\text{В}\cdot\text{Н}}=\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}^2\cdot\text{В}}{\text{В}\cdot\text{Н}}=\frac{\text{Дж}}{\text{Н}}=\text{м}$. Для такого розв’язку треба *активно* володіти формулами, знати одиниці фізичних величин і мати навички “добудовування” до відомих формул. Наприклад, ту саму вправу можна було б виконати, домноживши спочатку чисельник і знаменник на А:

$$\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{Вт}}{\text{В}\cdot\text{Н}}=\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}^2\cdot\text{Вт}}{(\text{В}\cdot\text{А})\cdot\text{Н}}=\frac{\text{Дж}\cdot\text{Вт}}{\text{Вт}\cdot\text{Н}}=\text{м}.$$

Другий вираз перетворюється ще простіше:

$$\frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^3\cdot\text{Н}}{\text{Дж}}=\frac{(\text{Тл}\cdot\text{м}^2)\cdot(\text{Н}\cdot\text{м})}{\text{Дж}}=\text{Вб}.$$

Для третього виразу $\frac{\text{Вб}^2\cdot\text{Н}}{\text{Гн}\cdot\text{Дж}\cdot\text{м}^2}$ корисно згадати, що $\frac{\text{Вб}^2}{\text{Гн}}=\text{Дж}$ (бо $W=\frac{\Phi^2}{2L}$), а $\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}=\text{Па}$ (бо $p=\frac{F}{S}$).

Останні три вирази перетворимо без таких розгорнутих пояснень:

$$\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}^3\cdot\text{с}}{\text{Кл}}=\frac{(\text{Гн}\cdot\text{А}^2)\cdot(\text{А}\cdot\text{с})}{\text{Кл}}=\text{Дж};$$

$$\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{Кл}}{\text{Вб}\cdot\text{с}}=\frac{(\text{Гн}\cdot\text{А})\cdot(\text{А}\cdot\text{с})}{\text{Вб}\cdot\text{с}}=\text{А};$$

$$\frac{\text{В}^3\cdot\text{А}}{\text{Вт}^2}=\frac{\text{В}^2\cdot(\text{В}\cdot\text{А})}{(\text{В}\cdot\text{А})\cdot(\text{В}\cdot\text{А})}=\frac{\text{В}}{\text{А}}=\text{Ом}.$$

Тиражування подібних вправ відбувається дуже легко. Візьмемо для прикладу хоча б останню з розглянутих нами рівностей: $\frac{\text{В}^3\cdot\text{А}}{\text{Вт}^2}=\text{Ом}$. Зрозуміло, що з неї можна отримати такі: 1) $\frac{\text{Ом}\cdot\text{Вт}^2}{\text{В}^3}=\text{А}$; 2) $\text{В}\sqrt{\frac{\text{А}\cdot\text{В}}{\text{Ом}}}=\text{Вт}$;

3) $\sqrt[3]{\dfrac{\text{Ом}\cdot\text{Вт}^2}{\text{А}}}=\text{В}$. Якщо тепер “сховати” від учнів праві частини отриманих рівностей, то нові вправи вже готові до використання. Щоправда, за такої технології тиражування ми будемо одержувати вправи, які можуть суттєво відрізнятися між собою за їхньою складністю для учнів. У наведеному прикладі складність, мабуть, буде помітно зростати від першої до третьої вправи. Що робити учню, скажімо, з третьою вправою?

Вираз, який треба спростити, має такий загрозливий вигляд, що так і хочеться все розписати через основні одиниці. Але не будемо поспішати і уважніше до нього придивимось. Якщо чисельник та знаменник дробу, який стоїть під кубічним коренем, домножити на А, то ситуація зміниться на краще, бо Ом·А=В і $\dfrac{\text{Вт}}{\text{А}}=\text{В}$. Отже,

$$\sqrt[3]{\frac{\text{Ом}\cdot\text{Вт}^2}{\text{А}}}=\sqrt[3]{(\text{Ом}\cdot\text{А})\cdot\left(\frac{\text{Вт}}{\text{А}}\right)^2}=\text{В}.$$

Як бачимо, вправа виявилася усною. А якщо б ми пішли шляхом розписування похідних одиниць через основні, то без паперу і олівця важко було б упоратися.

Хтось може сказати, що у реальних фізичних задачах не зустрічаються такі складні перетворення (аж з кубічним коренем!). Нагадаємо, що використання запропонованих вправ має на меті не тільки навчити учнів швидко перевіряти кінцеву формулу розв’язку фізичної задачі на розмірність. Для того, щоб учні звикли до нових для них фізичних формул, зазвичай пропонують розв’язувати тренувальні задачі, які зводяться до підстановки числових значень. На це витрачається багато часу, але формули швидко забуваються. Виконання запропонованих нами вправ набагато ефективніше сприяє запам’ятовуванню учнями фізичних формул. Але це буде вірним лише у тому випадку, якщо учні матимуть установку на відшукання *красивого* розв’язку, а не на “машинне” відпрацювання алгоритму з використанням шпаргалок або (ще гірше!) із заучуванням готових представлень похідних величин SI через основні. Для “машинного” варіанту знання фізичних формул не потрібне. А ось щоб знайти “людський” розв’язок, треба тримати в пам’яті формули у певному порядку і мати можливість швидко їх пригадувати. Крім того, необхідно усно робити хоча б нескладні перетворення фізичних формул, а також заміну в цих формулах позначень фізичних величин найменуваннями їхніх одиниць.

Вправи на перетворення виразів, що містять позначення фізичних величин і фізичні сталі. Завдання цього типу можуть формулюватися так само, як і у попередньому випадку: треба вибрати одну із запропонованих одиниць, яка відповідає заданому виразу. Але на відміну від розглянутих уже нами вправ, вирази тут мають такий вигляд:

1) $\left[\dfrac{m\upsilon_0^2}{qE}\right]=$; 2) $\left[\varepsilon_0 E^2 V\right]=$; 3) $\left[\dfrac{h}{LC}\right]=$,

де m — маса, υ_0 — швидкість, q — електричний заряд, E — напруженість електричного поля, ε_0 — електрична стала, V — об'єм, h — стала Планка, L — індуктивність, C — електрична ємність.

Необхідність наводити список використаних позначень є певною незручністю у цих вправах, якщо вони використовуються як діагностичний засіб під час атестації, олімпіади для абітурієнтів чи на вступних іспитах до ВНЗ. Якщо ж такі вправи складає учитель для своїх учнів з використанням позначень, до яких вони звикли, то список можна не наводити, а усно дати пояснення у разі виникнення запитань.

Згадаємо, що під час виконання вправ з одиницями SI ми робили перетворення, весь час посилаючись на формули, що містили позначення відповідних фізичних величин, тобто на звичайні фізичні формули, за якими і встановлюють зв'язок між одиницями. Тепер у нас вирази безпосередньо містять позначення фізичних величин. Отже, можна робити перетворення на мові фізичних величин і лише на останньому кроці перекласти результат на мову одиниць вимірювання. Таким чином:

1) $\left[\dfrac{m\upsilon_0^2}{qE}\right]=\left[\dfrac{W}{F}\right]=[l]=\text{м}$; 2) $\left[\varepsilon_0 E^2 V\right]=[wV]=[W]=\text{Дж}$;

3) $\left[\dfrac{h}{LC}\right]=\left[\dfrac{h\nu}{t^2\nu}\right]=\left[\dfrac{W}{t}\right]=[P]=\text{Вт}$.

Тут ми скористалися такими позначеннями: W — енергія (робота), F — сила, l — довжина, w — густина енергії, ν — частота, t — час. Для виконання перетворень треба було згадати принаймні дев'ять фізичних формул. Але слід зазначити, що навичка, про яку йдеться, має бути сформована до такого рівня, щоб подібні вправи виконувалися усно за лічені секунди. Зрозуміло, що вимога письмово фіксувати хід думки може бути доречною лише на початку процесу відпрацювання відповідних операцій, а потім вона буде заважати згортанню розумової дії.

Ми розглянули найпростіші вправи другого типу. Коли учні будуть без проблем виконувати завдання такого рівня, можна перейти до вправ, в яких вирази містять лише фізичні сталі. Умови таких вправ не потребують списку введених позначень, бо вони загальновживані. Це схоже на випадок, коли вирази містять лише позначення одиниць вимірювання, які також для всіх однакові. Але суттєва відмінність полягає в тому, що для "людського" виконання вправ з фізичними константами потрібне знання додаткових фізичних формул, без яких можна було обійтись у вправах з одиницями SI. Йдеться про формули, куди входять ці константи. А як відомо, фізичні сталі пов'язані з певними фізичними теоріями. Отже, якщо вираз, що використовується у вправі, містить константи декількох теорій, то з такою вправою не впорається той, хто полюбляє систему тематичних атестацій за те, що можна вчитися за схемою: вивчив – здав – забув. Крім того, цей підтип вправ завжди вимагає досить розвинутої здібності впізнавати фізичну формулу за її окремим фрагментом. Розглянемо конкретні приклади виразів, які можуть бути в таких вправах:

1) $\left[\dfrac{m_e^2 \cdot c^3}{h}\right] =$; 2) $\left[\dfrac{h \cdot c^6}{G^2 \cdot m_e^2}\right] =$;

3) $\left[\dfrac{G \cdot m_e \cdot \varepsilon_0 \cdot h}{e^2 \cdot c^2}\right] =$; 4) $\left[\dfrac{c^2 \cdot G \cdot m_e^3 \cdot \varepsilon_0}{e^2}\right] =$.

Для складання і розв’язування подібних вправ корисно згадати вирази, що містять фізичні константи і мають розмірність енергії. Оскільки,

$$\left[m_e c^2\right] = \left[h\nu\right] = \left[\frac{G m_e^2}{r}\right] = \left[\frac{e^2}{\varepsilon_0 r}\right] = \text{Дж},$$

то має сенс спробувати виділити ці комбінації у виразах, що входять до запропонованих вправ.

1) $\left[\dfrac{m_e^2 \cdot c^3}{h}\right] = \left[\dfrac{\left(m_e \cdot c^2\right)^2}{(h\nu)(ct)}\right] = \left[\dfrac{W}{l}\right] = [F] = \text{Н}.$

2) $\left[\dfrac{h \cdot c^6}{G^2 \cdot m_e^2}\right] = \left[\left(\dfrac{r}{G m_e^2}\right)^2 \cdot \dfrac{\left(m_e c^2\right)^2 \cdot (h\nu) \cdot (ct) \cdot c}{r^2}\right] = \left[\dfrac{W}{t}\right] = [P] = \text{Вт}.$

3) $\left[\dfrac{G \cdot m_e \cdot \varepsilon_0 \cdot h}{e^2 \cdot c^2}\right] = \left[\left(\dfrac{G m_e^2}{r}\right) \cdot \left(\dfrac{e^2}{\varepsilon_0 r}\right)^{-1} \cdot \dfrac{(h\nu) \cdot t}{m_e c^2}\right] = [t] = \text{с}.$

4) $\left[\dfrac{c^2 \cdot G \cdot m_e^3 \cdot \varepsilon_0}{e^2}\right] = \left[\left(\dfrac{G m_e^2}{r}\right) \cdot \left(\dfrac{e^2}{\varepsilon_0 r}\right)^{-1} \cdot (m_e c^2)\right] = [W] = \text{Дж}.$

Під час перетворень ми користувалися також тим, що $\left[\dfrac{1}{\nu}\right] = [t]$ і $[ct] = [r] = [l] = \text{м}$. Зазначимо принагідно, що останні вправи не так уже і далеко відійшли від потреб швидкої перевірки одержаних формул на розмірність. Наприклад, виконуючи завдання вивести з постулатів Бора формули для радіуса першої борівської орбіти і енергії основного стану атома водню, учні (або студенти) мають одержати такі вирази:

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \quad \text{і} \quad E_1 = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}.$$

Виявляється, що далеко не для всіх студентів навіть третього курсу фізичного факультету перевірка цих формул на розмірність проходить без проблем. А учні, які тренувалися, використовуючи наші вправи, роблять це швидко у такий спосіб:

$$\left[\frac{\varepsilon_0 h^2}{m_e e^2}\right] = \left[\left(\frac{\varepsilon_0 r}{e^2}\right) \cdot \frac{(h\nu)^2 \cdot (ct)^2}{(m_e c^2) \cdot r}\right] = [r] = \text{м};$$

$$\left[\frac{m_e\,e^4}{\varepsilon_0^2\,h^2}\right]=\left[\left(\frac{e^2}{\varepsilon_0\,r}\right)^2\cdot\frac{(m_e\,c^2)\cdot r^2}{(h\nu)^2\cdot(ct)^2}\right]=[W]=\text{Дж}.$$

Ми розглянули два типи вправ, які зарекомендували себе і як навчальні, і як діагностичні засоби. За формулюванням вони різняться тим, що у першому типі вираз, який треба спростити, складається з позначень одиниць фізичних величин, а у другому типі використовуються позначення самих фізичних величин і фізичні константи. Оскільки мета полягає у тому, щоб учні навчилися швидко виконувати потрібні операції та у більшості випадків усно, треба давати їм відповідну установку і не вимагати письмового звіту від тих, хто вийшов на необхідний рівень і може відразу записувати кінцеву відповідь.

Письмові звіти потрібні будуть в інших вправах, які пов'язані з одиницями фізичних величин, але в них вимагатиметься щось довести або аргументовано спростувати. Вони помітно складніші для учнів порівняно з тими, які були щойно розглянуті. Наведемо два приклади таких вправ:

1. Довести або спростувати твердження: “Усі одиниці системи МКС можна представити у вигляді $\text{Дж}^{\alpha}\text{Па}^{\beta}\text{Вт}^{\gamma}$”.

2. Виразити Тл через Кл, Н і Гн або довести, що це зробити неможливо.

Зрозуміло, що для виконання кожної такої вправи потрібно знати відповідні фізичні формули та уміти швидко і правильно оперувати ними. Розглянемо підхід до виконання подібних вправ, який ґрунтується на використанні добре розробленого апарату лінійної алгебри. Він полягає у наступному.

Міжнародну систему одиниць SI можна розглядати як лінійний простір, “векторами” якого є одиниці фізичних величин. Основні одиниці цієї системи (м, кг, с, А, К, моль, кд) будемо вважати базисними векторами. Похідні одиниці SI можна представити у вигляді добутку відповідних степенів основних одиниць, тоді зручно вважати показники цих степенів координатами “вектора” конкретної одиниці фізичної величини.

У Міжнародній системі одиниць можна виділити систему МКС (метр–кілограм–секунда), яка використовується у механіці. У нашому розумінні це є тривимірний лінійний простір. Основні одиниці системи — м, кг, с — складають базис (так само вектори $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ складають ортонормований базис у звичайному тривимірному просторі, про який ідеться в курсі шкільної геометрії). Оскільки у системі МКС кожну одиницю можна представити у вигляді $\text{м}^{\alpha}\text{кг}^{\beta}\text{с}^{\gamma}$, то їй у відповідність можна поставити вектор із координатами $(\alpha;\beta;\gamma)$. Так, наприклад, м=$(1;0;0)$, кг=$(0;1;0)$, с=$(0;0;1)$,

Дж=$(2;1;-2)$, Па=$(-1;1;-2)$, Вт=$(2;1;-3)$.

Система МКСА (до попередніх одиниць додається ампер), яка використовується у електродинаміці, являє собою чотиривимірний лінійний простір, де “вектор” одиниці фізичної величини має чотири координати $(\alpha;\beta;\gamma;\delta)$ у відповідності до показників степенів у виразі $\text{м}^{\alpha}\text{кг}^{\beta}\text{с}^{\gamma}\text{А}^{\delta}$. Тоді:

Тл=$(0;1;-2;-1)$, Гн=$(2;1;-2;-2)$, Кл=$(0;0;1;1)$ тощо .

Повернемося до першого завдання. На мові “векторів” одиниць фізичних величин його можна переформулювати так: “Довести або спростувати твердження, що “вектори” Дж, Па, Вт можуть складати базис у просторі системи МКС”. У такому формулюванні це нагадує стандартну задачу з курсу аналітичної геометрії та лінійної алгебри, що розв’язується за допомогою поняття мішаного добутку векторів. Якщо три вектори складають базис, то вони не знаходяться в одній площині, а, отже, їх мішаний добуток відмінний від нуля. Тут ідеться про геометричний зміст мішаного добутку: його модуль дорівнює об’ємові паралелепіпеда, побудованого на трьох векторах як на ребрах. Якщо вони належать одній площині, мішаний добуток дорівнюватиме нулю.

Мішаний добуток векторів визначається через їхні координати наступним чином: $\left(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$. У нашому випадку маємо $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -3 \neq 0$, отже, *усі одиниці системи* МКС *можна представити у вигляді* Дж$^{\alpha}$Па$^{\beta}$Вт$^{\gamma}$.

Друге завдання аналогічне такому: “Представити “вектор” Тл у вигляді лінійної комбінації “векторів” Кл, Н і Гн або довести, що це неможливо”. Для цього необхідно з’ясувати, чи існують такі числа *x*, *y*, *z*, що

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = x \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + z \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Цей запис можна представити у вигляді системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} 0 \cdot x + 1 \cdot y + 2 \cdot z = 0, \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y + 1 \cdot z = 1, \\ 1 \cdot x - 2 \cdot y - 2 \cdot z = -2, \\ 1 \cdot x + 0 \cdot y - 2 \cdot z = -1, \end{cases}$$

яку у матричному вигляді можна записати так:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Згідно з теоремою Кронекера-Капеллі для того, щоб система лінійних алгебраїчних рівнянь була сумісною, тобто мала хоча б один розв’язок, необхідно і достатньо, щоб ранг основної матриці даної системи r_0 дорівнював рангу її розширеної матриці *r*. Не заглиблюючись зараз у поняття рангу матриці, зазначимо, що у нашому випадку r_0=3, *r*=4, тобто дана система рівнянь не має розв’язків. Отже, *неможливо виразити* Тл *через* Кл, Н *і* Гн.

Критичний аналіз кінцевої формули розв’язку фізичної задачі не зводиться лише до перевірки розмірності. Але перед тим, як оцінювати вірогідність відповіді за іншими параметрами, треба спочатку з’ясувати, що від неї чекати. Прогнозування властивостей відповіді фізичної задачі — окремий етап у процесі розв’язування задачі. Щоб учні успішно виконували цей етап, їх треба у більшості випадків спеціально цього навчати.

1.3. ПРОГНОЗУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВІДПОВІДІ ФІЗИЧНОЇ ЗАДАЧІ

Зараз ми зосередимо увагу лише на одному з часткових умінь, що входить як складова до узагальненого вміння розв’язувати задачі, та на вправах, які допомагають його формувати. Мова йде про вміння прогнозувати властивості відповіді, яка очікується в результаті розв’язування фізичної задачі.

Може виникнути питання: а чи потрібно взагалі формувати таке вміння? Традиційні методики не виділяють прогноз властивостей відповіді як окремий етап розв’язування задачі. Навіщо ж вчити його робити?

Хоча такий етап явно і не виділяють, він все ж таки присутній у неявному вигляді у складі інших етапів, які визнаються всіма методистами. Усі погодяться з тим, що після розв’язування задачі треба хоча б якось упевнитись у вірогідності отриманої відповіді. А як це зробити без попередньої інформації про неї?

Стандартна вимога — проходження тестування кінцевої формули на одиниці вимірювання. Безумовно, така перевірка корисна, але її замало. Вона виявляє надто грубі помилки у розв’язанні: якщо не витримують критики на розмірність вихідні формули, або неправильно виконані математичні перетворення.

Часто рекомендують оцінити реальність числового значення отриманої відповіді. Але, по-перше, ця рекомендація практично не стосується задач, в яких числові значення відомих величин не наводяться, а відповідь вимагається лише у загальному вигляді. По-друге, для оцінки реальності треба знати, які значення є реальними, а які ні. А з цим є проблеми не тільки в учнів, а й у професіональних фізиків, якщо мова заходить про ті розділи фізики, якими вони безпосередньо не займаються.

Існують рекомендації перевіряти результати, отримані при розв’язуванні теоретичних задач, експериментально. Але такою порадою принципово не можна скористатися на контрольній роботі, на теоретичному турі фізичної олімпіади чи під час вступного іспиту до ВНЗ.

Сама ж ідея експериментальної перевірки теоретично отриманого результату може бути дуже плідною. Але не стільки як засобу з’ясування правильності теоретичних розрахунків на основі моделі фізичної реальності, обраної при розв’язуванні задачі або запропонованої безпосередньо в її умові, скільки засобом оцінки адекватності самої моделі. Зараз ми не можемо заглиблюватися у цю цікаву тему, яка заслуговує на окремий розгляд.

Що ж стосується інших методів тестування кінцевої формули, вони згадуються в літературі помітно рідше, і з ними знайомі лише окремі випускники середньої школи. Мова йде, перш за все, про перевірку відповіді на окремі та граничні випадки, на її симетричність або антисиметричність відносно певних величин, що в неї входять, тощо. Уміння робити таку перевірку включає в себе як уміння досліджувати математичні функції, так і вміння створювати на основі фізичної задачі її спрощені варіанти, які можна швидко розв'язати. Відповідна математична підготовка учнів дозволить їм дослідити кінцеву формулу, але результати цього дослідження треба порівняти з тими, які отримані з фізичних міркувань. Отримання *попередньої* інформації про відповідь ми і називаємо прогнозуванням її властивостей. Саме про перші кроки у формуванні вміння такого прогнозування і піде далі мова.

Створення навіть спрощеного варіанту запропонованої задачі все ж таки є творчою роботою, яку не можна повністю алгоритмізувати. Тому починати треба з конкретних прикладів, які б учні могли наслідувати. Одночасно на цих прикладах можна відпрацьовувати навички швидкого розв'язування спрощених задач.

Щоб виявити, наскільки сформовані такі навички у випускників середніх шкіл, ми дали абітурієнтам фізичного факультету Запорізького державного університету завдання, які містили таку інструкцію: "Не розв'язуючи повністю задачу, вкажіть відповідь у тому конкретному випадку, який запропонований у дужках після умови". Потім ішов текст звичайної фізичної задачі та вказівка на те, який саме конкретний випадок треба розглянути. Наприклад: "*Паралельно з'єднані конденсатор ємністю C і резистор опором R під'єднані до джерела струму з ЕРС ε і внутрішнім опором r. Визначте заряд на обкладках конденсатора* ($\frac{R}{r} \to 0$)".

Оскільки вихідні задачі були нескладними, деякі абітурієнти повністю їх розв'язували, а потім знаходили відповіді у тих конкретних випадках, які були зазначені у дужках після умови, демонструючи своє вміння математично досліджувати отриману формулу. Більшість абітурієнтів не робили і цього. І лише у поодиноких випадках завдання правильно сприймалися і виконувалися.

Були проблеми навіть з таким граничним випадком відомої задачі: "*Стержень довжиною l і масою m підвішено до стелі на двох легких проводах однакової довжини. Проводи закріплені на кінцях стержня і паралельні один до одного. Система розміщена в однорідному вертикальному магнітному полі з індукцією B. Чому дорівнюватиме натяг кожного проводу, якщо по стержню пропустити струм силою I?* ($I \to 0$)".

Здавалося б, що відповідь очевидна: за відсутності електричного струму магнітне поле не буде діяти на стержень, натяг проводів має компенсувати лише силу тяжіння, отже, для кожного з них він становитиме $\frac{mg}{2}$.

Як виявилося, не для всіх, хто зібрався продовжити свою фізичну освіту в університеті, подібні міркування є очевидними. Такі результати нашого констатуючого експерименту свідчать про те, що треба проводити спеціальну роботу з формування в учнів відповідних навичок.

Для створення необхідних для цього вправ можна безпосередньо скористатися задачами зі “Збірника різнорівневих завдань для державної підсумкової атестації з фізики” [45]. Візьмемо для прикладу задачу з першого ж розділу (“Основи кінематики”): “*Катер проходить по річці відстань між двома пунктами А та Б за час* t_1*, а пліт – за час* t_2*. Скільки часу* t_3 *витратить катер на зворотний шлях?*”.

Така задача формально не виходить за рамки програми основної школи. Але, як показує досвід, проблеми з її розв’язуванням виникають не тільки у тих, хто щойно розпочав вивчати фізику. Скільки різних відповідей можна отримати від учнів, запропонувавши для розв’язування цю задачу! Корисно виписати їх на дошку, щоб у подальшому було добре видно, як відкидаються ті з них, які не витримують перевірку на окремі та граничні випадки.

Як доповнити цю задачу додатковими вимогами, щоб вона перетворилася у вправу, яка б сприяла формуванню вміння, про яке йде мова?

Якщо попрацювати з учнями над вправами, в яких до тексту звичайної фізичної задачі додаються умови, що її спрощують, а потім запропонувати самостійно скласти подібні вправи, то для багатьох таке завдання не буде дуже простим, до того ж не всі зможуть виконати ті вправи, які самі ж придумали.

Нагадаємо, що наша мета полягає в тому, щоб навчити учнів самостійно прогнозувати властивості відповідей звичайних фізичних задач. Вони мають навчитися знаходити такі спрощення вихідної задачі, які дозволяють зробити її для них майже усною. Працюючи тільки з готовими вправами зазначеного типу, далеко не всі учні розуміють, як придумувати додаткові умови, які спрощували б вихідну задачу. Це призводить до того, що учні намагаються скласти вправи, які схожі за зовнішніми ознаками на ті, з якими вони працювали, але не розуміють фізичного змісту тих спрощень, що вони самі ж пропонують розглянути.

Так, у задачі з катером такі учні можуть запропонувати розглянути як випадок $t_1 << t_2$, так і $t_1 >> t_2$, не розуміючи, що другий варіант суперечить вихідній умові, бо за фізичним змістом обов’язково має виконуватися нерівність $t_2 > 2t_1$. У протилежному випадку катер не зможе повернутися до пункту *А*. Останнє твердження є очевидним далеко не для всіх учнів. Тому має сенс складати і такі підготовчі вправи (а фактично, контрольні запитання на розуміння умови задачі), які б допомогли учням самостійно дійти до подібних тверджень. Треба звернути їхню увагу на те, що часто доцільно розглянути фізичні величини і співвідношення між ними, про які в умові задачі взагалі нічого не сказано. Така порада може здатися банальною, але досвід показує, що зустрічається чимало учнів, які пробують виконати всі знайомі їм арифметичні дії з тими величинами, що задані в умові, але вперто “не хочуть” переобтяжувати свої роздуми новими величинами, про які в умові задачі не згадується.

У даному прикладі має сенс подумати про швидкості. Перш за все, треба зрозуміти, що швидкість плота відносно берега υ_2 — це і є швидкість течії річки. Індекс “2” обраний з тих міркувань, що $\upsilon_2 = \dfrac{S}{t_2}$, де S — відстань між пунктами *А* і *Б*, яку пліт за умовою вихідної задачі проходить за час t_2. Тоді швидкість катера за течією буде дорівнювати $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \upsilon_2$, а на зворотному шляху (проти течії) становитиме $\upsilon_3 = \upsilon_0 - \upsilon_2$, де υ_0 — швидкість катера відносно води (плота).

Тепер можна поставити таке запитання: якому співвідношенню між t_1 і t_2 відповідає умова $\upsilon_2 << \upsilon_0$ (тобто швидкість течії значно менша за власну швидкість катера)? На нього зможе відповісти значна кількість учнів: $t_1 << t_2$ (або $\dfrac{t_1}{t_2} \to 0$). Після цього не викличе ускладнень і питання про те, до якого значення прямуватиме відповідь вихідної задачі за умови $t_1 << t_2$, бо вже зрозуміло, що у цьому випадку швидкістю течії можна знехтувати. Отже, $t_3 \to t_1$, тобто на зворотний шлях катеру треба практично стільки ж часу, скільки він витратив на поїздку від *А* до *Б*.

За якої умови катер зможе повернутися до пункту *А*? Другий граничний випадок для багатьох учнів помітно складніший. Але на мові швидкостей це питання досить просте. Дійсно, швидкість катера відносно води υ_0 має бути більше за швидкість течії υ_2. А з урахуванням того, що $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \upsilon_2$, виходить, що $\upsilon_1 > 2\upsilon_2$. А як це записати через величини, що входять до умови вихідної задачі? Тепер неважко зрозуміти, що має виконуватися нерівність $t_2 > 2t_1$, бо швидкість катера відносно берега, коли він іде за течією, повинна перевищувати швидкість плота більше ніж у два рази. У протилежному випадку він не зможе йти проти течії.

Складність цього граничного випадку полягала в тому, що відповідь вихідної задачі має прямувати до нескінченності за умови, що відношення $\dfrac{t_1}{t_2}$ прямує до конкретного числа, яке не можна вказати без попереднього аналізу.

Порівняймо два запитання: 1) До якого значення прямуватиме час на зворотний шлях t_3 при $\dfrac{t_1}{t_2} \to 0{,}5$? 2) При якому відношенні $\dfrac{t_1}{t_2}$ час на зворотний шліх t_3 буде прямувати до нескінченості? Хоча обидва запитання стосуються однієї фізичної ситуації, друге з них краще, бо звертає увагу учнів на те, що треба розглядати не тільки очевидні особливі значення величин, які за умовою задачі вважаються відомими, а й особливі значення відповіді (прямує до нуля або до нескінченності, має максимальне або мінімальне значення). Перше ж запитання виглядає явно штучним, воно не може бути сформульоване без попереднього розгляду питання подібного до другого. Відповідати на нього учням також важко, не розв’язуючи повністю вихідну задачу. Отже, таких запитань при складанні вправ треба уникати. Учні мають відчувати природність запропонованих спрощень вихідної задачі або запитань, які виникають під час аналізу умови. Особливо це зауваження стосується вправ, які використовуються на початку формування вміння прогнозувати властивості відповідей фізичних задач.

Окрім граничних випадків корисно розглянути хоча б один окремий випадок співвідношення між відомими за умовою вихідної задачі величинами, при якому можна швидко отримати відповідь. Наведемо приклад. Якщо власна швидкість катера (відносно води) буде вдвічі більша за швидкість течії ($\upsilon_0 = 2\upsilon_2$), то його швидкість відносно берега буде $\upsilon_1 = 3\upsilon_2$, коли він іде за течією, і $\upsilon_3 = \upsilon_2$ на зворотному шляху, бо у першому випадку швидкість течії υ_2 додається до υ_0, а в другому віднімається. Перекладемо ці міркування на мову тих величин, які фігурують в умові вихідної задачі. Тоді отримаємо: підстановка в правильну кінцеву відповідь замість t_1 значення $\frac{t_2}{3}$ має привести до того, що t_3 буде дорівнювати t_2.

Звернемо ще раз увагу на те, що попередні міркування легше було вести на мові величин, які безпосередньо в умову задачі не входили (на мові швидкостей, які тут можна додавати і віднімати на відміну від значень часу t_1 і t_2).

Підсумовуючи сказане, наведемо можливий варіант доповнення до умови розглядуваної задачі про катер, яке б допомогло учням вчитися прогнозувати деякі властивості шуканої відповіді. Воно може бути таким:

1) Очевидно, що за відсутності течії мала б виконуватися рівність $t_3 = t_1$, *тобто для катера шлях від Б до А займав би стільки ж часу, що і від А до Б. При якому співвідношенні* t_1 *і* t_2 *відповідь задачі буде прямувати до* t_1*?*

2) Очевидно, що власна швидкість катера (відносно води і, відповідно, плота) має бути більшою за швидкість течії, щоб він зміг повернутися до пункту А. Які обмеження на відношення $\frac{t_1}{t_2}$ *накладає вимога повернення катера, якщо припустити, що час на зворотний шлях* t_3 *може бути набагато більшим за* t_1*? При якому відношенні* $\frac{t_1}{t_2}$ *час* t_3 *прямуватиме до нескінченності?*

3) У скільки разів власна швидкість катера має бути більшою за швидкість течії, щоб час на зворотний шлях становив t_2*, тобто дорівнював часові, за який пліт пройшов відстань від А до Б? У скільки разів у цьому випадку швидкість катера, що йде за течією, відносно берега буде більша за швидкість плота? Як при цьому* t_1 *виразити через* t_2*?*

Такі розгорнуті доповнення допомагають учням прослідкувати за ходом думки під час вибору тих чи інших окремих та граничних випадків, які має сенс розглянути, щоб мати попередню інформацію про очікувану кінцеву відповідь вихідної задачі для її тестування на можливу хибність.

Які ж висновки мають бути зроблені щодо виразу t_3 через t_1 і t_2? Коротко їх можна подати так:

1) Якщо $t_1 << t_2$ (або $\frac{t_1}{t_2} \to 0$), то $t_3 \to t_1$.

2) Відповідь матиме сенс, коли $t_2 > 2t_1$, причому, якщо $\frac{t_1}{t_2} \to 0{,}5$, то $t_3 \to \infty$.

3) Якщо у правильну відповідь замість t_1 підставити $\frac{t_2}{3}$, то маємо одержати, що $t_3 = t_2$.

Як показує досвід, такої інформації про кінцеву формулу в розв’язанні розглянутої задачі буває достатньо, щоб відкинути всі хибні відповіді, запропоновані учнями. Треба наголосити, що проходження формулою тестування на окремі та граничні випадки не гарантує її правильності, але така перевірка дає можливість досить швидко (коли відповідні навички достатньо сформуються) помічати значну частку помилок і своєчасно виправляти їх.

Ми навмисно так докладно зупинилися на одному прикладі, щоб продемонструвати той темп роботи, який є доцільним на перших заняттях з формування вміння прогнозувати властивості відповіді фізичної задачі. Поступово час на розгляд однієї задачі буде скорочуватися, а доповнення до тексту звичайної задачі стануть не такими розгорнутими. Але на першому етапі головне — створити установку в *кожного* учня на те, що йому потрібно навчитися *самостійно* оцінювати результати своєї діяльності. Крім того, *кожен* має відчути, що цього *можна* навчитися.

Швидкість просування у цій справі дуже відрізняється у різних учнів. Тому треба мати напоготові вправи, які диференційовані за складністю. Наша практика свідчить про те, що формування вміння, про яке йдеться, вимагає від багатьох учнів кардинальної перебудови їхніх поглядів на навчання. Вони вперше стикаються з тим, що їм пропонують *самостійно* підготувати засоби для *самоконтролю*. Раніше самоконтроль асоціювався в них з порівнянням з “правильною” відповіддю, з перевіркою одиниць вимірювання, з підстановкою кінцевої відповіді у вихідні рівняння. А тепер їм пропонують *перед* тим, як розв’язувати задачу, подумати, що чекати від кінцевої відповіді, щоб *потім* перевірити її на наявність спрогнозованих властивостей. До цього треба психологічно звикнути, не кажучи вже про відпрацювання відповідних навичок.

Математична складова вміння перевіряти відповідь фізичної задачі на граничні випадки теж потребує окремої уваги, особливо, враховуючи недостатню підтримку шкільного курсу фізики з боку математики, якщо вона викладається за діючими нині програмами [154]. Зараз ми зробимо лише одне зауваження, що безпосередньо торкається так докладно розглянутого нами прикладу.

Той самий граничний випадок, який практично ніколи не викликає ускладнень у процесі прогнозування однієї з властивостей відповіді (якщо $t_1 << t_2$, то $t_3 \to t_1$), для багатьох учнів виявляється важким, коли треба зробити необхідні математичні перетворення кінцевої формули, щоб упевнитися, що вона витримує відповідну перевірку. Правильна відповідь ($t_3 = \dfrac{t_1 t_2}{t_2 - 2t_1}$) містить як добуток $t_1 t_2$, так і різницю $t_2 - 2t_1$ двох величин, одна з яких у цьому граничному випадку набагато менша за іншу. Часто учні, які щойно розпочали вчитися відповідних математичних дій, "відкидають" малу величину як у знаменнику, так і у чисельнику кінцевої формули, навіть не звертаючи уваги на те, що після таких маніпуляцій не буде збігатися розмірність у правій та лівій частинах формули. Зіткнувшись з подібними діями, учителю фізики треба не пошкодувати часу і вивести учнів навідними запитаннями і додатковими завданнями на правильне розуміння того, як поводитися у подібних випадках. Якщо просто сказати, що тут можна "відкидати" малу величину, а там не можна, то наступного разу знайдеться такий, хто зробить усе навпаки і при цьому буде всіх запевняти, що саме так його навчили на уроці фізики.

Тільки тоді, коли учні приймуть на себе відповідальність за результати своїх дій, а не будуть перекладати її на тих, хто їх навчає і за своїми службовими обов'язками має оцінювати їхню роботу, можна сподіватися на те, що у них будуть успіхи у вивченні фізики. А щоб свідомо взяти на себе відповідальність за свої дії, вони мають навчитися самостійно будувати засоби самоконтролю. І вчителю витратити на своїх уроках на це певний час незрівнянно корисніше, ніж намагатися "вичитати" весь програмний матеріал шкільної фізики, вперто не звертаючи уваги на те, що учні, які не навчилися себе контролювати, все одно не просуваються у вивченні фізики. Весь матеріал, який вони пройшли, дуже швидко перетворюється в таку мішанину, в якій вони не в змозі розібратися. З іншого боку, учні, в яких сформовані навички критичного мислення, здатні свідомо засвоїти і той матеріал, який є у підручнику, а на уроці взагалі не "вичитувався".

Вправи на прогнозування властивостей відповідей фізичних задач не тільки сприяють розвиткові здібностей критично оцінювати результати власної діяльності, а й допомагають побудувати раціональний план розв'язування вихідної задачі. Дійсно, виконуючи вправу на прогнозування, учень заглиблюється в умову задачі та проводить її аналіз. Той самий аналіз, необхідність якого визнають усі методисти, але конструктивних вказівок щодо його проведення фактично не дають.

Повертаючись до розглянутої задачі, можна сказати, що попередня робота з прогнозування властивостей її відповіді дає можливість учням збагнути, що має сенс ввести позначення для швидкостей та відстані між пунктами *А* і *Б*, а потім записати умову такими рівняннями, щоб при розв'язуванні отриманої системи було легко позбавитися від додатково введених величин. Наприклад, так:

$$\begin{cases} \dfrac{S}{t_1} = \upsilon_0 + \upsilon_2 & (1) \\ \dfrac{S}{t_3} = \upsilon_0 - \upsilon_2 & (2) \\ \dfrac{S}{t_2} = \upsilon_2 & (3) \end{cases}$$

Такий запис системи дозволяє одразу перейти до рівняння, яке не містить введених величин:

$$\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_3} - \frac{2}{t_2} = 0 .$$

Для цього потрібно лише “відняти” від рівняння (1) рівняння (2) і подвоєне рівняння (3), а потім скоротити на S. З останнього рівняння без проблем отримуємо вираз для t_3 через t_1 і t_2.

Зауваження щодо раціонального запису системи рівнянь, а також методів швидкого, практично усного її розв’язування дуже важливі, бо відсутність в учнів відповідних навичок може суттєво обмежувати їхні успіхи у вивченні фізики.

Зрозуміло, що після перших кроків у формуванні вміння прогнозувати властивості відповідей фізичних задач потрібні й наступні. Але зараз ми докладніше зупинимося на формуванні вміння, яке дозволяє скористатися результатами попереднього прогнозу властивостей відповіді фізичної задачі.

1.4. ВПРАВИ НА КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВІДПОВІДІ ФІЗИЧНОЇ ЗАДАЧІ

Одним з важливих етапів розв’язування задач з фізики є оцінка вірогідності одержуваних відповідей. Найчастіше школярів навчають перевіряти, чи витримує остаточна формула критику на розмірність, а також чи є правдоподібним отримане числове значення шуканої фізичної величини. Набагато рідше їм рекомендують звертати увагу на очікувану симетричність або антисиметричність відповіді, а також перевіряти її на очевидні окремі і граничні випадки. Існують і більш тонкі методи критичного аналізу результатів, отриманих при розв’язуванні фізичних задач.

Однак, коли аналіз відповіді не є *обов’язковим* етапом розв’язування задачі, привчити учнів здійснювати його виявляється надзвичайно важко. При цьому втрачається чудова можливість виховати таку важливу якість мислення, як його *критичність*. А разом з цим ускладнюється й становлення такої особистісної якості, як *самостійність*. Адже людина, що не вміє оцінити правильність своїх дій, відчуває потребу в зовнішньому контролі і не може вважатися самостійною.

У зв’язку з цим виникла дидактична задача: розробити спеціальні вправи, у яких основна увага була б приділена опануванню прийомів оцінки вірогідності одержуваних результатів засобами фізики як навчального предмета. І хоча ці прийоми досить специфічні (відбивають специфіку фізики), на наш погляд, не позбавлена логіки гіпотеза про те, що оволодіння ними буде позитивно позначатися не тільки на правильності розв'язування фізичних задач, але й у цілому на здатності критично мислити.

Вправи інтегрального типу. Перші розроблені нами вправи містили тексти фізичних задач і набори відповідей до кожної з них. Треба було, не розв'язуючи цілком задачу, аргументовано відкинути неправильні остаточні формули. Які прийоми використовувати в кожному конкретному випадку — не вказувалося. Рекомендовано було мінімізувати кількість прийомів при виконанні окремої вправи. Іншими словами, використовувати такі, які виявлялися найбільш ефективними в даній ситуації і дозволяли за один раз відкидати більше неправильних відповідей. Продемонструємо це на конкретному прикладі.

Приклад. На скільки зменшиться глибина занурення дерев'яної шайби з площею основи S у воду при переносі її з олії, якщо маса шайби m, а густина води й олії ρ_1 і ρ_2 відповідно?

Пропоновані відповіді: 1) $\Delta h = \frac{m}{S} \cdot \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2}$; 2) $\Delta h = \frac{m}{S} \cdot \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{\rho_1^2 \rho_2}$;

3) $\Delta h = \frac{m}{S} \cdot \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{\rho_1 \rho_2^2}$; 4) $\Delta h = \frac{m}{S} \cdot \frac{\rho_1}{(\rho_1 - \rho_2)^2}$; 5) $\Delta h = \frac{m}{S} \cdot \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2^2}$.

Розглянемо два з можливих варіантів виконання цього завдання.

Варіант 1. Він заснований на перевірці відповідей на очевидні окремі і граничні випадки і складається з трьох етапів.

1) Якщо густини ρ_1 і ρ_2 однакові, то Δh=0. Цьому суперечать відповіді (1) і (4).

2) Якщо $\rho_1 >> \rho_2$, то відповіддю буде глибина занурення в рідину з густиною ρ_2 (тому що глибиною занурення в першу рідину можна знехтувати), тобто $\Delta h = \frac{m}{S\rho_2}$. Таким чином, відповіді (3) і (5) неправильні.

3) Якщо $\rho_1 = 2\rho_2$, то відповідь повинна вийти вдвічі меншою від попередньої, що не задовольняє (2).

Варіант 2. Можна зрозуміти, що відповідь у розглянутій задачі повинна змінювати знак при перестановці індексів, тобто буде антисиметричною щодо перестановки індексів. Дійсно, якщо шайбу переносити не з олії у воду, а навпаки, то глибина занурення не зменшиться, а збільшиться на ту саму величину. Легко побачити, що жодна з пропонованих відповідей не задовольняє цю вимогу.

Другий варіант виконання запропонованого завдання явно кращий: у ньому використовується лише один прийом, і не треба розв'язувати допоміжні задачі.

Водночас відзначимо, що всі запропоновані формули проходять перевірку на розмірність. А про реальність числового значення шуканої фізичної величини говорити взагалі не доводиться, оскільки відповіддю задачі є формула. Таким чином, найбільш розповсюджені у шкільній практиці прийоми оцінки вірогідності отриманої відповіді в даному випадку виявляються принципово неприйнятними.

Досвід застосування вправ зазначеного типу показав, що на початковому етапі опанування прийомів самоконтролю для більшості учнів навіть фізико-математичного ліцею вони виявилися занадто важкими.

Надалі такі вправи стали використовуватися нами після досить ретельного відпрацьовування окремих прийомів за допомогою вправ, що ми віднесли до *диференціального* типу. А історично перший для нас тип ми назвали *інтегральним*, оскільки для виконання завдань цього типу потрібно вже знати всю сукупність прийомів і до того ж уміти порівнювати їхню ефективність у конкретній ситуації. Як показали подальші дослідження із застосуванням вправ обох типів як контролюючого засобу, інтегральні завдання дають більший діапазон результатів у конкретній вибірці випробуваних. Це ми пов'язуємо саме з тим, що для виконання вправ описаного типу потрібні ґрунтовні знання *всіх* прийомів, тому що відсутність навички застосування будь-якого окремого прийому може призвести до проблем при виконанні завдань інтегрального типу.

Вправи диференціального типу. Для того, щоб успішно справлятися з оцінкою вірогідності отриманої відповіді фізичної задачі (і, відповідно, із вправами інтегрального типу), треба, насамперед, навчитися, спираючись на фізичні закони, передбачати особливості шуканої відповіді. А для цього, у свою чергу, слід навчитися перетворювати вихідну задачу в більш прості, відносно легко розв'язувані, які являють собою її окремі або граничні випадки. Крім того, треба буде вміти передбачати такі властивості відповіді (тобто функції заданих в умові величин), як область визначення, монотонність, парність, симетричність щодо окремих пар змінних.

Коли учні вже мають досвід у формулюванні вимог до шуканої відповіді, треба навчити їх з'ясовувати питання про те, чи задовольняє отримана або запропонована остаточна формула ці вимоги.

Цей етап навчання пов'язаний з відпрацьовуванням необхідних навичок при використанні математичних формул. Як показує досвід, у більшості випадків такі навички відсутні, і необхідні спеціальні завдання для їхнього прищеплювання.

Зокрема, важливо навчити користуватися наближеними формулами (такими як $\mathrm{tg}\,x \approx \sin x \approx \mathrm{arctg}\,x \approx \arcsin x \approx \ln(1+x) \approx \mathrm{e}^x - 1 \approx x$; $(1+x)^n \approx 1 + nx$; $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$ при $x << 1$), а також знаходити область визначення і ділянки монотонності функції.

Приклад. Нехай при розв'язуванні фізичної задачі була отримана формула $t = \frac{\upsilon}{g}\operatorname{ctg}\alpha\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2gl\,\operatorname{tg}\alpha}{\upsilon^2\cos\alpha}}\right)$. До якого значення наближається t (час) при наближенні α (кута) до нуля?

Зазначимо, що при розв'язуванні відповідної спрощеної фізичної задачі учні дають відповідь відразу: $t = l/\upsilon$. А от показати, що наведена вище формула дає той самий результат при $\alpha \to 0$, виявляється спочатку непростою справою. Питання стосовно тієї ж формули: як буде виглядати асимптотична залежність $t(\upsilon)$ при $\upsilon\cos\alpha >> \sqrt{gl\sin\alpha}$? Користуючись формулою $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ для $\upsilon = c\frac{\left(\sin^2\alpha + \cos^2\beta - 1\right)^2}{\cos(\beta - \alpha)}$, легко (але не для початківців!) одержати $t \approx \frac{l}{\upsilon\cos\alpha}$. Ще одне питання: при яких υ визначена функція $t(\upsilon)$? Очевидно, що при $\upsilon\cos\alpha < \sqrt{2gl\sin\alpha}$ під радикалом у досліджуваній формулі буде від'ємне число. Це може свідчити про те, що відповідь у такій фізичній задачі повинна виражатися не однією формулою. Іншими словами, при $\upsilon\cos\alpha < \sqrt{2gl\sin\alpha}$ остаточний вираз буде мати інший вигляд, відбиваючи якісно інший режим протікання фізичного явища. І якщо при розв'язуванні відповідної фізичної задачі цей режим не був помічений, то при уважному аналізі відповіді можна знайти цей недолік і позбавитися його.

Далі ми наведемо як приклад завдань диференціального типу тест, що використовувався в конкурсі "Самоконтроль" під час проведення Запорізького літнього фізичного марафону (13-19 липня 1998 року).

Для участі у фізичному марафоні крім восьми школярів із Запоріжжя, що закінчили десятий клас, були запрошені десять учнів з інших міст України. Усі гості на той час уже мали успіхи на Всеукраїнських олімпіадах.

Практично для всіх учасників марафону конкурс "Самоконтроль" виявився досить простим. Їх інтерв'ювання показало, що постійних учасників олімпіад навчає прийомам самоконтролю саме життя: прикрі помилки на олімпіадах занадто дорого коштують.

Що ж стосується інших школярів, які рідко беруть участь в олімпіадах, і навіть студентів фізичного факультету Запорізького університету, то тут виявилася не настільки райдужна картина.

Конкурс "Самоконтроль" Запорізького літнього фізичного марафону.

1. Чи витримують наведені формули перевірку на розмірність? Позначте вірну відповідь біля кожної формули.

1) $\upsilon = 2\sqrt{(l-h)\cdot\frac{T}{m}}$: *так/ ні,*

2) $B = \frac{m\upsilon}{eR} + \frac{e}{16\pi\varepsilon_0\upsilon R^2}$: *так/ ні,*

3) $m = \pi r^2\left(\rho h + \frac{2R\sigma}{g}\right)$: *так/ ні,*

4) $M = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)SdE^2\sin\alpha}{2\varepsilon}$: *так/ ні,*

5) $\omega = q\sqrt{\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8\pi\varepsilon_0 ml^3}}$: *так/ ні,*

де d, h, l, r, R — відстань; υ — швидкість; g — прискорення; ω — кутова швидкість; S — площа; m — маса; ρ — густина; T — сила; M — момент сили; σ — коефіцієнт поверхневого натягу; B — магнітна індукція; e, q — заряд; ε_0 — електрична стала; ε — діелектрична проникність; E — напруженість електричного поля; α — кут.

2. Чи входять до наведених формул α і β симетрично (якщо α і β поміняти місцями, вираз для υ не зміниться)? Позначте вірну відповідь біля кожної формули.

1) $\upsilon = c\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\operatorname{ctg}(\alpha-\beta)}$: *так/ ні*;

2) $\upsilon = c\sqrt{\left(\dfrac{1}{\sin^2\beta} - \operatorname{ctg}^2\alpha\right)^2 + 1}$: *так/ ні*;

3) $\upsilon = \dfrac{c\sin(\alpha+\beta)/\sin\beta - \upsilon}{\sin\alpha/\sin\beta}$: *так/ ні*;

4) $\upsilon = c\dfrac{\left(\sin^2\alpha + \cos^2\beta - 1\right)^2}{\cos(\beta-\alpha)}$: *так/ ні*

5) $\upsilon = c\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin\alpha + \sin\beta}$: *так/ ні*;

3. Позначте правильні вирази для окремих випадків або запишіть свої варіанти, якщо правильних немає.

$$E = E_0\frac{a^2 f^2}{[xf - (a-x)(x-f)]^2}$$

$x = \dfrac{a}{2}$	$x = \dfrac{f}{2}$	$f >> a, f >> x$	$a >> f, a >> x$
$\dfrac{E_0}{\left(1-\dfrac{a}{4f}\right)^2}$	$\dfrac{4E_0}{\left(1+\dfrac{f}{2a}\right)^2}$	E_0	$\dfrac{E_0}{\left(\dfrac{x}{f}-1\right)^2}$
$16E_0\left(\dfrac{f}{a}\right)^2$	$\dfrac{4E_0}{\left(\dfrac{3f}{2a}-1\right)^2}$	$E_0\left(\dfrac{a}{x}\right)^2$	$E_0\left(\dfrac{f}{x}\right)^2$

4. Позначте біля формули, зростає (↑) чи спадає (↓) функція з ростом указаного параметра при сталості всіх інших параметрів. Значення всіх величин, що входять до формул, додатні; кут α лежить у межах від 0 до $\pi/2$.

$\upsilon = \sqrt{\dfrac{q^2 m(2R-l)}{2\pi\varepsilon_0 RlM(M+2m)}}$ 1) m: ↑ ↓; 2) R: ↑ ↓; 3) l: ↑ ↓;

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\alpha}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)^2}}$$

4) n: ↑↓; 5) α: ↑↓.

5. Позначте правильний вираз для граничних випадків або запишіть свій варіант, якщо правильного немає.

1) $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha\sqrt{1+\frac{2qEd}{m\upsilon^2\sin^2\alpha}}$, $\alpha \to 0$

$\sqrt{\frac{2qEd}{m\upsilon^2}}$	∞	$1+\frac{qEd}{m\upsilon^2}$	

2) $t = \frac{\upsilon}{g}\operatorname{ctg}\alpha\left(1-\sqrt{1-\frac{2gl\operatorname{tg}\alpha}{\upsilon^2\cos\alpha}}\right)$, $\alpha \to 0$

$\sqrt{\frac{2l}{g}}$	$\frac{l}{\upsilon}$	0	

3) $\upsilon = \operatorname{tg}\alpha\sqrt{\frac{2Mgh}{M+m\operatorname{tg}^2\alpha}}$, $\alpha \to \pi/2$

0	$\sqrt{2gh}$	$\sqrt{\frac{2Mgh}{m}}$	

4) $x = \frac{R}{2}\left(\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\mu mgR^2}-1\right)$, $R \to 0$

0	$\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\mu mg}$	∞	

5) $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{2\omega CR}{(\omega CR)^2-1}$, $\omega \to \infty$

0	π/2	arctg 2	

6. Позначте правильні апроксимуючі функції або запишіть свої, якщо правильних немає.

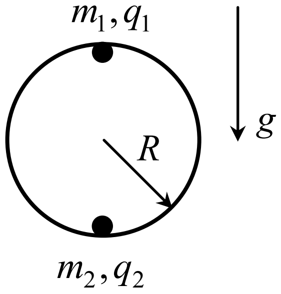

Рис. 3.1. Ілюстрація до сьомого завдання конкурсу “Самоконтроль”

1)	$B=\frac{1}{2}\mu_0 i\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+(R/x)^2}}\right),\ R<<x$	
$\frac{1}{2}\mu_0 i(R/x)$	$\frac{1}{4}\mu_0 i(R/x)^2$	
2)	$B=\frac{\mu_0 M}{\sqrt{1+4(r/l)^2}},\ r>>l$	
$\frac{\mu_0 Ml}{2r}$	$\frac{\mu_0 Mr^2}{2l^2}$	
3)	$B=\mu_0 M\left(\frac{1}{\sqrt{1-4(r/l)^2}}-1\right),\ r<<l$	
$\frac{\mu_0 Mr^2}{2l^2}$	$\frac{2\mu_0 Mr^2}{l^2}$	

7. Чи зміниться результат, отриманий при розв’язуванні задачі, від перестановки індексів 1 і 2? Позначте правильну відповідь.

Дві маленькі кульки знаходяться у верхній і нижній точках гладенької сферичної порожнини в полі сили тяжіння (див. рис. 3.1). При якому співвідношенні між параметрами рівновага системи буде стійкою?

1) $m_1 \leftrightarrow m_2$: *так/ ні*; 2) $q_1 \leftrightarrow q_2$: *так/ ні*.

8. Позначте правильні вирази для окремих і граничних випадків або запишіть свої варіанти, якщо вірних немає.

У плоскому конденсаторі з площею обкладок S_1 і відстанню між ними d_1 розміщено діелектричну пластинку площею S_2 і товщиною d_2. Діелектрична проникність пластинки ε. Знайдіть ємність конденсатора.

$d_2<<d_1$	$\frac{\varepsilon_0 S_1}{d_1}$	$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{d_1}$	

$S_2 << S_1$	$\dfrac{\varepsilon_0 S_1}{d_1}$	$\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{d_1}$	
$d_2 = d_1$	$\dfrac{\varepsilon_0 (S_1 + \varepsilon S_2)}{d_1}$	$\dfrac{\varepsilon_0 [(S_1 - S_2) + \varepsilon S_2]}{d_1}$	
$S_2 = S_1$	$\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{\varepsilon(d_1 - d_2) + d_2}$	$\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{\varepsilon d_1 + d_2}$	

9. Чи зростає частота генератора, зображеного на рис. 3.2:

1) зі зростанням R: *так / ні*;
2) зі зростанням C: *так / ні*;
3) зі зростанням U_0: *так / ні*;
4) зі зростанням U_1: *так / ні*.

Позначте вірну відповідь.

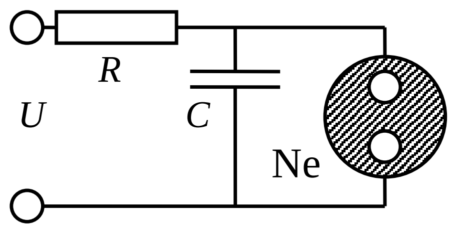

Рис. 3.2. Ілюстрація до дев’ятого завдання конкурсу “Самоконтроль”

Як залежить частота генератора, зображеного на рис. 3.2, від напруги U? Неонова лампа загорається при напрузі U_1 і гасне при напрузі $U_0 < U_1$. Опором лампи знехтувати.

10. Позначте правильні асимптотичні вирази або запишіть свої, якщо вірних немає.

Точковий заряд q розташований на осі незарядженого металевого циліндра радіуса r і висотою $l << r$. Заряд знаходиться поза циліндром на відстані x від його найближчої основи. Знайти силу, з якою взаємодіють заряд і циліндр.

$x << r$	$\dfrac{1}{16\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2}{x^2}$	$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2}{x^2}$	
$x >> r$	$\dfrac{1}{16\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2 r^2}{x^4}$	$\dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2 l r^2}{x^5}$	

Дамо невеликий коментар всього конкурсу.

Завдання 2-6 вимагають в основному математичної підготовки. Але йдеться тут саме про ту математичну підготовку, без якої не можна сподіватися на скільки-небудь пристойні результати у вивченні фізики.

Завдання 7-10 містять умови фізичних задач. Але їх повністю розв’язувати не треба. Необхідно зрозуміти без розв’язування задачі, чого варто очікувати від остаточної відповіді. Зазначимо, що подібні дії часто допомагають і в момент виникнення необхідності розв’язати власне вихідну задачу.

Завдання 1 є нібито дуже звичним для всіх учнів. Але якщо його виконувати так, як звичайно навчають у школі (підставляючи найменування одиниць вимірювання), то на нього буде витрачено занадто багато часу. Варто навчитися виділяти з формул окремі “блоки”, розмірність яких добре відома.

Як показав досвід, спеціальне навчання школярів і студентів прийомів оцінки вірогідності відповідей фізичних задач з використанням розроблених нами вправ дає очевидний результат. Хочу із вдячністю відзначити, що у проведенні занять зі школярами, на яких вони навчалися прийомам самоконтролю, авторові допомагала С.В. Бітюцька (під час своєї педагогічної практики), а в підготовці завдань фізичного марафону — М.М. Циганок (який на той момент був аспірантом кафедри фізики та методики її викладання ЗДУ).

Зазначимо, що ми тут не торкалися двох цікавих питань. Зробимо лише посилання: застосування так званих задач з розвитком змісту для навчання учнів прийомів самоконтролю розглянуто у нашій спільній статті [15], а нетрадиційні прийоми дослідження розв’язків фізичних задач — у [14].

Дослідні роботи школярів. Чудовим результатом навчання школярів прийомів критичного аналізу відповідей фізичних задач є, на наш погляд, те, що вони почали їх застосовувати навіть у тих випадках, коли є можливість звіритися з відповіддю наприкінці підручника. Коли ж відповідь не витримує їхньої критики, але збігається з “правильною”, починається найцікавіше. Ведеться справжня дослідна робота, причому досить високого рівня.

Наведемо приклад такої ситуації.

Задача. *Знайти кількість теплоти, що виділилася на резисторі R після замикання ключа (див. рис. 3.3).*

Здавалося б, що від відповіді варто очікувати, що вона буде наближатися до нуля при наближенні до нуля *R*. Але “правильна” відповідь прямує до певного додатного значення. Дослідженню цього парадокса була присвячена робота Олександра Багрійчука (на той час одинадцятикласника ліцею № 105 м. Запоріжжя), з якою він виступав на обласній конференції школярів.

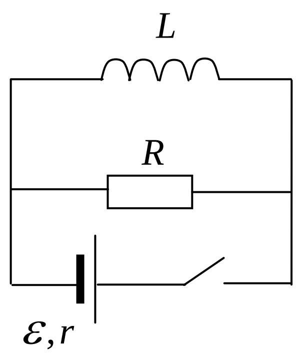

Рис. 3.3. Ілюстрація до задачі, яка стала поштовхом до цікавого дослідження

Тут немає докладного опису власне прийомів критичного аналізу відповідей фізичних задач. Передбачається, що потенційний читач з ними в цілому знайомий. Звертається увага на корисність виконання спеціальних вправ на відпрацьовування навичок застосування цих прийомів. Що ж стосується докладного їх опису, то йому, на нашу думку, пора уже з’явитися на сторінках шкільних підручників фізики.

До дослідних робіт учнів, пов’язаних з аналізом опублікованих розв’язків, ми ще повернемося, а наразі перейдемо до технології формування вміння, без якого дуже часто неможливо не лише знайти шлях до розв’язку більш-менш складної задачі, а й навіть пройти етап прогнозування властивостей відповіді.

1.5. НАВЧАННЯ МОВИ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Вивчаючи фізику, школярі розв’язують чимало тренувальних задач. Це дозволяє їм закріпити в пам’яті теоретичний матеріал, відпрацювати навички застосування отриманих знань у деяких стандартних ситуаціях. Для багатьох такими тренувальними задачами фізична освіта і закінчується. Всі інші задачі оголошуються “нестандартними”, “олімпіадними”, або, у крайньому випадку, “підвищеної складності”, розв’язувати які можуть не всі.

Ця пасивна установка розхолоджує основну масу учнів, не дає розвиватися їхнім розумовим здібностям, орієнтує тільки на заучування алгоритмів розв’язків типових задач. Тому не дивно, що дуже мало тих, хто не боїться так званих нестандартних задач.

Тут хотілося б звернути увагу на специфічну мову фізичних задач, навчання якій дозволяє дуже широкий клас задач перевести з розряду “нестандартних” у розряд “стандартних”, і тим самим хоча б частково зняти страх перед такими задачами у школярів. Йдеться про задачі, розв’язування яких не вимагає знань якихось спеціальних прийомів, але істотно спирається на розуміння значення і призначення ключових слів в умові задачі.

Випадок, коли ключовими словами в умові задачі виступають фізичні терміни, у деякому розумінні, є простим. Якщо не знаєш відповідного терміна, то треба звернутися до теоретичного матеріалу і з’ясувати, що цей термін означає. Інша річ, коли словами, важливими для розв’язання задачі є такі, котрі не привертають до себе уваги, бо є словами повсякденного лексикону. У цьому випадку учні їх просто “не помічають” в умові задачі, а якщо спеціально звернути на ці слова їхню увагу, то на початку навчання мови фізичних задач це практично не допомагає. Треба на досить великій кількості прикладів розібрати, як з таких слів можна отримувати конкретні рівняння, необхідні для розв’язання задачі, щоб кращі учні почали робити це самостійно.

Іншими словами, існує певна задачна культура зі своєю специфічною мовою, якої треба навчати, бо залучення до цієї культури є необхідною справою, коли мають на меті навчити учнів розв’язувати фізичні задачі. Знання теоретичного матеріалу і певних алгоритмів розв’язування стандартних задач не є достатнім. І якщо необхідність навчати алгоритмів і навіть оригінальних методів розв’язування задач усвідомлюється багатьма вчителями і вченими-методистами, то проблема навчання специфічної “задачної” мови тільки зараз піднімається у науково-методичній літературі [8]. А ця мова, яка склалася за часи існування фізичних задач, має свої певні закони і тенденції розвитку. З’являються нові задачі, які ламають усталене сприйняття деяких ключових слів. Так, слово “пружний” не завжди означає, що можна вважати незмінною механічну енергію, а тіла, які “непружно зіткнулися”, не завжди полетять після зіткнення як одне тіло. Навіть традиційне сприйняття слів “відірвалося від поверхні” може привести до відповіді, що не витримує перевірки на граничні випадки.

Всі ці речі не є секретом для людей, які професійно займаються розв’язуванням задач, готуючи своїх учнів на високому рівні до олімпіад та вступних іспитів до вищих навчальних закладів. А ті школярі, хто не має можливості особисто спілкуватися з такими професіоналами, у більшості випадків не будуть залученими до “задачної” культури. Залишаючи справу на рівні “усної народної творчості”, ми фактично стримуємо розвиток здібностей до фізичних наук у великої кількості учнів.

Ми вже мали нагоду звернути увагу фахівців з дидактики фізики на необхідність навчання мови фізичних задач майбутніх учителів [8]. Але закликами, доведенням необхідності та навіть переробкою програми практикуму з розв’язування фізичних задач в окремо взятому університеті справу не вирішити. Потрібні більш масові заходи: статті різних авторів у доступних для школярів і вчителів виданнях, лекції і практичні заняття в інститутах післядипломної освіти, окремі посібники, спеціально присвячені фізичній мові, зокрема, мові фізичних задач.

Тут треба наголосити, що засвоєння мови, про яку йдеться, не є кінцевою метою. Але це необхідний етап на шляху до серйозної творчої роботи в галузях, де фізика є фундаментом. Тому цей етап треба пройти у досить високому темпі. А для цього потрібна дійова допомога школярам з боку дорослих. І не тільки в усній формі, а й у вигляді текстів з відповідним чином написаними розв’язками задач, зі спеціальними завданнями і вказівками до них. Це, безумовно, велика робота. Але її треба виконати. У протилежному випадку великий клас фізичних задач, уся складність яких полягає в недоступності для широкого загалу їхньої мови, так і залишиться у розряді “нестандартних”, “олімпіадних” і таке інше. І тоді навіть найздібніші учні, витративши багато часу на те, щоб самотужки навчитися розв’язувати такі задачі, надто пізно прийдуть до дійсно дослідних задач.

Може скластися враження, що краще за все просто “відмінити” такий клас задач. Але подібний заклик був би схожим на заклик до “відміни” культури і повернення до природи. Культуру треба не відміняти, а засвоювати, щоб далі її розвивати. Якщо, звичайно, ми хочемо залишитися людьми.

Метод ключових слів як евристика при розв’язуванні фізичних задач. Існує багато класифікацій фізичних задач за різними ознаками. Так, Б.С. Бєліков, розглядаючи тільки теоретичні фізичні задачі, поділяє їх на непоставлені та поставлені, а останні, у свою чергу, — на елементарні, стандартні та нестандартні задачі [11, с. 14]. Остання класифікація ґрунтується на досить важливій особливості самого процесу розв’язування. Мова йде про засоби, необхідні і достатні для одержання розв’язку тієї чи іншої задачі з фізики [11, с. 31].

За означенням Б.С. Бєлікова, нестандартна — це поставлена задача, але застосування у процесі її розв’язування лише “звичайних” законів і методів не приводить до мети: система рівнянь виявляється незамкненою.

Коментуючи це означення, його автор пише: “Залишається неврахованим якесь “дещо” (що і робить задачу нестандартною), деяка “родзинка”, про яку треба якось догадатися. Безумовно, про те, як догадатися, як її відшукати, ніяких загальних і універсальних практичних порад, мабуть, тут дати не можна” [11, с. 33].

Розглядаючи підходи до діяльності з розв'язування фізичних задач, виокремлюють алгоритмічний і евристичний [104, с. 114].

Зрозуміло, що розв'язання нестандартної задачі без евристичного підходу неможливе. Як потужну евристику при розв'язуванні фізичних задач ми пропонуємо метод, який можна було б назвати методом ключових слів. Наш досвід показує, що привчаючи школярів і студентів уважно ставитись до тексту умови, робити його ретельний аналіз, виділяти ключові слова, ми сприяємо переходу наших учнів на якісно новий рівень умінь, необхідних для розв'язування фізичних задач.

Продемонструємо, як цей метод дозволяє знайти те саме "дещо", ту саму "родзинку", про які пише Б.С. Бєліков. Зробимо це, скориставшись задачею, що наведена в цитованому посібнику як приклад нестандартної [11, с. 33].

Приклад "нестандартної" задачі. *Дві матеріальні точки масами* m_1 *і* m_2 *(причому* $m_1 > m_2$*) зв'язані невагомою і нерозтяжною ниткою, як показано на рис. 3.4. Блоки невагомі. Знайти силу натягу нитки у процесі руху тіл.*

Для розв'язання цієї задачі автор посібника застосовує метод, який він називає методом аналізу фізичної ситуації. Після з'ясування (не дуже короткого) того, що задача пов'язана з основною задачею динаміки матеріальної точки, до тіл m_1 і m_2 застосовується другий закон Ньютона:

$m_1 g - T = m_1 a_1$,

$2T - m_2 g = m_2 a_2$,

де T — сила натягу нитки.

Далі автор констатує, що конкретні закони динаміки вичерпані, і застосовує конкретні закони кінематики:

$$S_1 = a_1 t^2 / 2, \qquad S_2 = a_2 t^2 / 2.$$

Після цього йдуть нові спроби проаналізувати умову і знайти те саме "дещо". Але вони ні до чого не призводять. Далі, за текстом, іде дуже емоційний опис інсайту: "І раптом як блискавка — здогад: адже ж $S_1 = 2S_2$! Чому? Але це ж так просто! Здогад насправді вірний, і це співвідношення можна обґрунтувати. Далі розв'язок задачі вже дійсно очевидний" [11, с. 34].

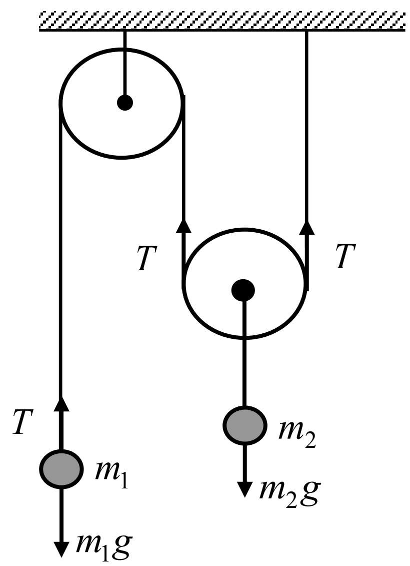

Рис. 3.4. Ілюстрація до "нестандартної" задачі із [11]

Обґрунтування зазначеного співвідношення у посібнику так і не наводиться. Вважається, мабуть, що читач і сам це без проблем зробить. Але наша практика свідчить, що для багатьох школярів та студентів тут є над чим замислитися. Непростими виявляються і такі запитання:

1) З яких слів в умові задачі випливає, що натяг буде однаковим уздовж усієї нитки?

2) Чому на тіло m_2 діє сила натягу $2T$?

З нашої точки зору, всі ці запитання подібні, бо всі три (включаючи запитання про обґрунтування співвідношення $S_1 = 2S_2$) стосуються ключових слів в умові задачі: нитка невагома і нерозтяжна, блоки невагомі. Щоправда, є обставина, яка в умові задачі в явному вигляді не представлена, але її треба враховувати для отримання наведених вище рівнянь: відсутність тертя.

Яка ж причина того, що для автора згаданого посібника існує принципова різниця між запитаннями про натяг і про співвідношення між шляхами, що пройшли тіла за певний час? Чому запитання про натяг і не виникали, а для з'ясування співвідношення між шляхами знадобився інсайт?

На наш погляд, це може бути пов'язано з тим, що до рівнянь, куди входять натяг нитки, просто “звикли” (згадаємо про “звичайні” закони і методи в означенні нестандартної задачі, що дає Б.С. Бєліков). Дійсно, такі самі рівняння пишуть і у стандартних задачах, не обговорюючи питань про натяг нитки, про те, як відповіді на них пов'язані з відповідними ключовими словами. При цьому учні привчаються *не звертати* увагу на такі слова в умові задачі, як ***невагома*** і ***нерозтяжна*** та інші, що є ключовими для розв'язку. Ці слова виступають в умові як якийсь фон, про призначення якого не мають уявлення, за нашими спостереженнями, не тільки учні, а й деякі вчителі фізики. А що буде, скажімо, якщо блок або нитка будуть мати ненульову масу? Від таких запитань відвертаються.

А яке співвідношення між прискореннями тіл витікає з нерозтяжності нитки? Так питання не ставлять, бо не пов'язують співвідношення між прискореннями з нерозтяжністю нитки. Коли розглядають стандартну задачу про два тіла, що зв'язані ниткою, перекинутою через нерухомий блок, то всім зрозуміло, що коли одне тіло йде вниз з певним прискоренням, то друге буде йти догори з таким самим за модулем прискоренням. Це очевидно, бо розглядуваний процес руху легко наочно собі уявити. І ця наочна очевидність відкидає потребу формального виведення рівності величин прискорень у цьому простому випадку з ключового слова умови задачі, а саме з нерозтяжності нитки.

Коли система трохи ускладнюється, то задача оголошується нестандартною, і при її розв'язуванні ми чекаємо на інсайт. Складається таке враження, що та блискавка, про яку пише Б.С. Бєліков, знов допомогла наочно уявити всю ситуацію і записати шукане співвідношення. А якщо система блоків буде набагато складнішою, то скільки часу нам доведеться чекати на ту блискавку, яка зробить нам очевидним співвідношення між прискореннями? З іншого боку, рівняння, яке накладає обмеження на прискорення, автоматично витікає з нерозтяжності нитки. Таким чином, виведення необхідного співвідношення можна зробити стандартною операцією.

У чому ж полягає та евристика, яку ми пропонуємо назвати методом ключових слів? Фактично, вона зводиться до рекомендації приділяти серйозну увагу тексту умови задачі і “чіплятися” до кожного слова як під час самостійного розв'язування, так і при ознайомленні з уже готовими розв'язками. З одного боку, це буде сприяти накопиченню усвідомленого досвіду і, відповідно, переводу задач з розряду “нестандартних” до розряду “стандартних”. З іншого боку, метод ключових слів можна розглядати як евристику, бо він спрямовує пошук, хоча не дає алгоритму. Зрозуміло, що запитання “Яке рівняння випливає з того, що нитка не змінює своєї довжини?” дає більш спрямований поштовх тому, хто розв’язує задачу, ніж знання про те, що потрібно знайти якесь “дещо”, яке дозволить зробити систему рівнянь замкненою.

Труднощі мови фізичних задач, що пов’язані з неоднозначністю деяких ключових слів. Досвід показує, що багато учнів при відтворенні умови задачі демонструють прекрасну пам’ять на часом несуттєві числові значення величин, але пропускають слова, без урахування яких задачу розв’язати неможливо. Особливо часто це відбувається, якщо останні входять до повсякденного лексикону і тому не привертають до себе уваги. Іноді ситуація ускладнюється тим, що деякі слова тільки маються на увазі автором задачника, але в умові в явному вигляді відсутні. Наприклад, у багатьох задачах, якщо не сказано протилежного, нитки, що зв’язують важки, потрібно вважати легкими і нерозтяжними, стержні — жорсткими, блоки — невагомими і без тертя.

Навчання мови фізичних задач найпростіше проводити на конкретних прикладах. Треба продемонструвати на ряді задач, як вони стають простими після розбору значень ключових слів і одержання рівнянь, що за ними стоять.

Потім варто дати можливість учням самостійно спробувати знайти відсутні для розв’язування задачі рівняння, направляючи їхню увагу на ключові слова в умові питаннями типу:

– Що можна сказати про потенціали ***металевих*** куль, якщо відомо, що їх з’єднали ***провідником***? Навіщо сказано, що провідник ***тонкий***?

– Який висновок можна зробити з того, що джерело ***напруги*** залишилося ***під’єднаним***? Чи буде при цьому змінюватися заряд на конденсаторі? Чи буде змінюватися напруга на ньому?

– Які обмеження на швидкість кінців ***стержня*** накладає та обставина, що його довжина не змінюється? Що можна сказати про проекції швидкостей його кінців на вісь, що спрямована уздовж стержня?

– Які сили діють на тіло, якщо відомо, що воно ***відірвалося*** від поверхні півсфери? Яке прискорення вони надають тілу? Як знайти нормальну складову цього прискорення, якщо відомі швидкість тіла і радіус півсфери?

Варто звернути увагу на те, що деякі слова в різних задачах спричиняють різні рівняння. Так, в одному випадку прикметник ***гладенький*** дозволяє використовувати закон збереження енергії, у другому — вказати напрямок дії сили, у третьому — напрямок швидкості після зіткнення. Слово ***непружний*** не завжди означає, що тіла рухаються після зіткнення разом, або що не можна записати закон збереження енергії. З іншого боку, не завжди можна записати закон збереження енергії, якщо удар ***пружний***.

Наведемо конкретні приклади.

Задача. *Важкий куб масою M знаходиться на поверхні гладенького горизонтального столу. Важок масою m торкається до його бічної*

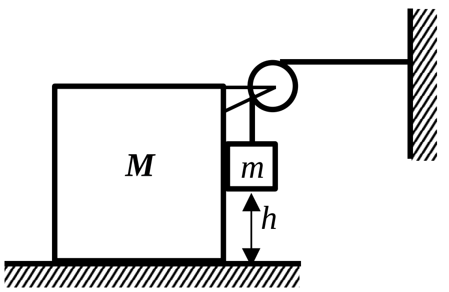

Рис. 3.5. Ілюстрація до задачі з “традиційними” ключовими словами

поверхні, звисаючий кінець нитки вертикальний (рис. 3.5). Спочатку систему утримують, важок висить на висоті h над столом. Знайти швидкість куба перед ударом важка об стіл після того, як систему відпустили.

Розв'язок: Оскільки куб ***важкий***, то він не буде перекидатися під час руху системи. Умова ***торкання*** важка бічної поверхні куба означає, що горизонтальна складова його швидкості дорівнюватиме швидкості куба. Нитка у задачі передбачається ***нерозтяжною***, незважаючи на відсутність цієї характеристики в умові. Отже, швидкість скорочування горизонтальної частини нитки дорівнюватиме швидкості подовження її вертикальної частини. Це означає, що будуть однаковими вертикальна і горизонтальна складові швидкості важка.

Позначимо шукану швидкість куба перед ударом важка об стіл через υ. Тоді з проведеного аналізу ключових слів за допомогою теореми Піфагора отримаємо, що швидкість важка у цей момент буде $\sqrt{2}\upsilon$, тому що вона складається з горизонтальної і вертикальної складових, кожна з яких дорівнює υ.

В умові сказано, що поверхня столу ***гладенька***, і мовчки передбачається ***відсутність тертя*** у блоці, а також між важком і кубом. Отже, втрати енергії у системі відсутні, і можна застосувати закон збереження енергії:

$$mgh = m\upsilon^2 + \frac{M\upsilon^2}{2},\text{ звідки}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2mgh}{2m+M}}.$$

Як бачимо, розбір ключових слів зробив задачу практично усною.

Задача. *Гладенька непружна кулька з м'якого свинцю налітає на таку ж кульку, що знаходиться у стані спокою. Швидкість першої кульки в момент удару спрямована під кутом α до лінії центрів куль. Під яким кутом розлетяться кулі після удару?*

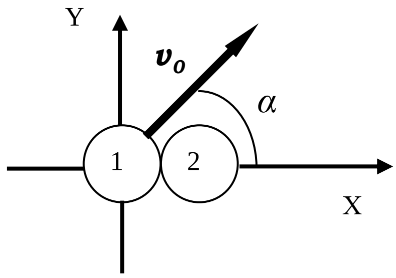

Рис. 3.6. Непружне зіткнення гладеньких кульок

Розв'язок: Якщо орієнтуватися на розв'язок попередньої задачі, то треба було б записати закон збереження енергії, тому що кульки ***гладенькі.*** Але в умові є вказівка на те, що вони також ***непружні***. Виходить, що в одній задачі між ключовими словами протиріччя! Як бути? Треба зрозуміти, що не завжди можна записати закон збереження енергії, лише побачивши в умові задачі слово ***гладенький.*** Варто подумати, яку інформацію ми можемо витягти з цього слова у конкретній задачі. Розглянемо докладніше характер взаємодії між кульками у момент удару. Розкладемо силу, яка діє на кульку, що знаходилася спочатку у стані спокою, з боку кульки, що налітає, на нормальну і силу тертя. Але остання відсутня внаслідок того, що кульки ***гладенькі***, отже, вони взаємодіють лише вздовж лінії, що проходить через їхні центри. Звідси висновок: кулька, що раніше знаходилася у стані спокою, полетить уздовж осі

X (рис. 3.6), що проходить через центри кульок у момент їхнього зіткнення, а кулька, що налітає, збереже свою проекцію швидкості на вісь *Y*, що перпендикулярна до осі *X*.

Таким чином, як наслідок того, що кульки гладенькі, ми встановили *Y*-ові проекції швидкостей кульок після удару:

$$\upsilon_{1y} = \upsilon_0 \sin\alpha, \qquad \upsilon_{2y} = 0.$$

Тут індекс "1" введений для кульки, що налітає, а "2" — для кульки, яка спочатку була нерухомою. Початкова швидкість кульки, що налітає, позначена як υ_0. Що ж буде з *X*-овими проекціями швидкостей? Розібратися у цьому нам допоможе ключове слово ***непружний***, а також вказівка на те, що нерухома кулька ***така ж*** як і та, що налітає.

Поки у кульки, що *налітає, X*-ова компонента швидкості буде більшою, ніж у тієї, яка була нерухомою до удару, вона буде «штовхати» останню.

При вирівнюванні *X*-ових компонент швидкостей ***непружних*** кульок, їхня досягнута максимальна деформація не буде у подальшому зменшуватися, як це було б при пружному зіткненні. Отже, проекції швидкостей на вісь *X* в обох кульок після непружного удару будуть однаковими:

$$\upsilon_{1x} = \upsilon_{2x}.$$

Якщо нерухома кулька ***така ж***, як і та, що налітає, то їхні маси однакові. Використовуючи закон збереження імпульсу в проекції на вісь *X,* одразу одержимо *X*-ові проекції швидкостей обох кульок:

$$\upsilon_{1x} = \upsilon_{2x} = \frac{\upsilon_0 \cos\alpha}{2}.$$

Оскільки друга кулька після удару полетить уздовж осі *X*, шуканий кут розльоту — це кут, що утворить з віссю *X* швидкість першої кульки після удару. Позначимо цей кут через β. Тоді,

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{\upsilon_{1y}}{\upsilon_{1x}} = 2\,\mathrm{tg}\,\alpha,$$

або, остаточно,

$$\beta = \mathrm{arctg}(2\,\mathrm{tg}\,\alpha).$$

У наведеному розв'язку передбачається, що час удару настільки малий, що кульки не встигають помітно зсунутися одна відносно іншої. Це і дозволяло нам вважати, що напрямки сил, що діють на кожну з кульок, не змінюються під час удару (взаємодія відбувається вздовж осі *X*).

Розглянемо випадок, коли можна записати закон збереження механічної енергії, незважаючи на те, що удар непружний.

Задача. *На пружині, що має коефіцієнт жорсткості k, нерухомо висить дуже легка чашка. На чашку з висоти h падає без початкової швидкості пластилінова кулька масою m (рис. 3.7). Визначити амплітуду A коливань, що виникають.*

Розв'язок: Оскільки чашка ***дуже легка***, можна зробити висновок, що швидкість чашки з кулькою

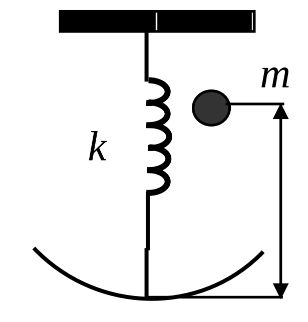

Рис. 3.7. Випадок збереження енергії при непружному зіткненні

безпосередньо після удару практично дорівнює швидкості кульки у момент удару. Таким чином, незважаючи на те, що зіткнення кульки з чашкою непружне (кулька ***пластилінова***), можна скористатися законом збереження енергії, який зручно записати наступним чином:

$$\frac{k}{2}(x_0 + A)^2 = mg(h + x_0 + A).$$

У лівій частині рівняння записана потенціальна енергія пружини при максимальному розтягненні. У цей момент кінетична енергія кульки дорівнює нулю, а потенціальна енергія кульки у полі тяжіння зменшиться порівняно з початковою на величину, що стоїть у правій частині рівняння.

Максимальне розтягнення пружини знаходиться як сума двох доданків: x_0 (відстань між початковим положенням чашки і новим положенням рівноваги) і A (шукана амплітуда коливань). Величина x_0 визначається без проблем:

$$x_0 = \frac{mg}{k}.$$

Після розкриття дужок лінійні за A доданки скорочуються. З огляду на те, що за визначенням амплітуда є величиною додатною, остаточно одержимо

$$A = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2mgh}{k}}.$$

Розглянемо ще одну задачу, у якій, навпаки, удар пружний, але механічна енергія не зберігається.

Задача. *Пластина налітає на таку ж нерухому пластину. Площини пластин паралельні. Коефіцієнт тертя між поверхнями пластин μ. Швидкість пластини, що налітає, у момент удару утворює кут α з нормаллю до її поверхні. Під яким кутом розлетяться пластини після пружного удару?*

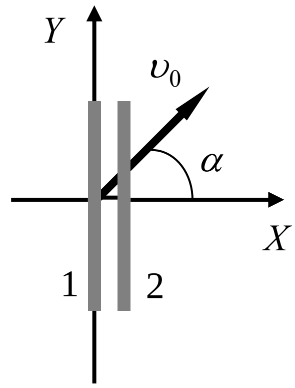

Рис. 3.8. Пружне зіткнення із втратами сумарної кінетичної енергії

Розв'язок: Незважаючи на те, що удар пластин пружний, ми не можемо скористатися законом збереження енергії. Це пов'язано з тим, що поверхні пластин шорсткуваті і частина кінетичної енергії під час взаємодії переходить у внутрішню енергію. Що ж у даному випадку означає прикметник ***пружний***? Щоб відповісти на це питання, спростимо задачу, поклавши $\alpha = 0$. У цьому окремому випадку втрат сумарної кінетичної енергії не буде, тому що відсутнє ковзання однієї пластини відносно іншої з виділенням тепла. І ми переходимо до добре відомої задачі про ***пружне лобове*** зіткнення двох ***однакових*** частинок, одна з яких ***спочатку знаходилася у стані спокою***. При такому зіткненні частинка, яка налітає, зупиняється, а та, що спочатку знаходилася у стані спокою, летить далі зі швидкістю першої частинки. Легко бачити, що така відповідь задовольняє і закон збереження енергії, і закон збереження імпульсу: частинка, що налітає, цілком передає свою енергію та імпульс раніше нерухомій частинці.

Повертаючись до вихідної задачі, можна зрозуміти, що відносне ковзання пластин не впливає на нормальні складові їхніх сил взаємодії. Виходить, що нормальні складові швидкостей будуть змінюватися як і у випадку $\alpha = 0$, тобто вони ними "обміняються". Отже, після удару будемо мати:

$$\upsilon_{1x} = 0,\ \upsilon_{2x} = \upsilon_0 \cos\alpha .$$

Тут позначення аналогічні тим, що були введені при розв'язуванні задачі з гладенькими непружними кульками (рис. 3.8).

Що ж стосується тангенціальних складових сил взаємодії (тобто сил тертя), то $F_{\text{тр}} = \mu N$, якщо є відносне ковзання, і $F_{\text{тр}} = 0$, якщо ковзання немає. Тут N, як звичайно прийнято, позначає нормальну складову.

Розглянемо спочатку випадок, коли ковзання не припиняється протягом усього часу удару. Тоді зміна Y-ових складових імпульсів пластин буде дорівнювати з точністю до знака зміні X-ових складових, помноженій на коефіцієнт тертя μ. Це безпосередньо випливає з того, що швидкість зміни імпульсу дорівнює силі (другий закон Ньютона), і того, що $F_{\text{тр}} = \mu N$. Таким чином, з урахуванням напряму сил тертя і рівності мас, маємо:

$$\upsilon_{1y} = \upsilon_0 \sin\alpha - \mu\upsilon_0 \cos\alpha, \quad \upsilon_{2y} = \mu\upsilon_0 \cos\alpha .$$

Перший доданок у правій частині першої формули — значення Y-ової складової першої пластини до удару, а другий пов'язаний з імпульсом сили тертя. У правій частині другої формули мається тільки один доданок, тому що початкова швидкість другої пластини дорівнює нулю.

Звичайно, ці формули виведені у припущенні, що $F_{\text{тр}} = \mu N$, а отже, що є відносний рух. Зрозуміло, що для цього повинна виконуватися умова $\upsilon_{1y} \ge \upsilon_{2y}$, тому що перша пластина може за рахунок тертя збільшувати Y-ову складову другої тільки в тому випадку, якщо її власна Y-ова складова більша. Звідси одержуємо обмеження на застосування формул, отриманих для Y-ових проекцій швидкостей пластин після удару:

$$\upsilon_0 \sin\alpha - \mu\upsilon_0 \cos\alpha \ge \mu\upsilon_0 \cos\alpha ,$$

або

$$\mathrm{tg}\,\alpha \ge 2\mu .$$

У протилежному випадку ($\mathrm{tg}\,\alpha < 2\mu$) Y-ові складові зрівняються ще до закінчення удару і сила тертя "вимкнеться" (стане дорівнювати нулю). Із закону збереження проекції імпульсу на вісь Y з урахуванням рівності мас пластин будемо мати:

$$\upsilon_{1y} = \upsilon_{2y} = \frac{1}{2}\upsilon_0 \sin\alpha .$$

Для наочності отримані результати, що стосуються Y-ових проекцій швидкостей пластин після удару, представлені на рис. 3.9.

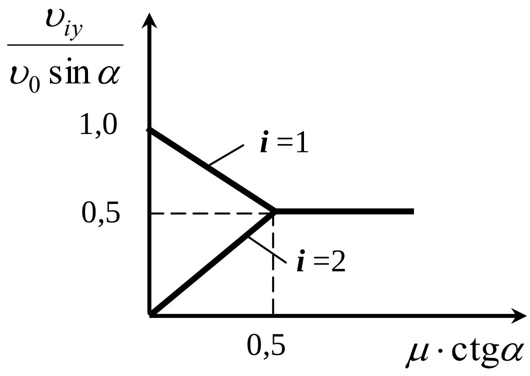

Рис. 3.9. Залежність *Y*-ових проекцій швидкостей після удару від коефіцієнта тертя

Шуканий кут розльоту пластин (позначимо його φ) — це кут між швидкістю другої пластини і віссю *Y*, тому що швидкість першої пластини після удару не має *X*-ової складової. Отже, $\mathrm{ctg}\varphi = \frac{\upsilon_{2y}}{\upsilon_{2x}}$, або остаточно:

$$\varphi = \begin{cases} \mathrm{arcctg}\mu, & \mu \le \frac{1}{2}\mathrm{tg}\alpha, \\ \mathrm{arcctg}\left(\frac{1}{2}\mathrm{tg}\alpha\right), & \mu > \frac{1}{2}\mathrm{tg}\alpha. \end{cases}$$

Коли учні зможуть у цілому самостійно розв’язувати задачі розглянутого тут класу, контроль за усвідомленістю дій можна здійснювати за допомогою питань типу:

– Де у Вашому розв’язку використовується те, що робота ***максимальна***?

– Чи є важливим те, що нитка ***невагома***?

– Яке рівняння у Вашому розв’язку істотно спирається на те, що зіткнення було ***пружним***?

– З яким ключовим словом в умові задачі пов’язане те, що ми маємо право швидкість електрона і збудженого атома вважати однаковими?

Такі питання допомагають глибше усвідомити не тільки розв’язок конкретної задачі, але і загальні підходи до розв’язування так званих нестандартних задач.

Звернемо увагу на ту обставину, що наведені нами розв’язки відомих задач займають багато місця. Може, саме це і змушує авторів методичних посібників із розв’язування фізичних задач обходити стороною порушену тему. Дійсно, чи не буде більше користі, якщо на тому ж місці написати розв’язки не чотирьох, а, принаймні, двадцяти, якщо не сорока, задач?

Однак, наші спеціальні спостереження за роботою школярів і студентів, які знайомляться з розв’язками фізичних задач за такими посібниками, показали, що в більшості випадків відбувається примітивне механічне заучування готових розв’язків. Після цього вони спроможні, у кращому випадку, відтворити ці розв’язки, якщо відтворення не дуже відстрочене. Пояснити ж, чому при розв’язуванні задачі потрібно писати саме такі рівняння, а не інші, можуть лише найздібніші з них. До речі сказати, саме такі школярі і студенти задають багато запитань за готовими розв'язками, бо далеко не завжди можуть простежити за логікою авторів. А найстаранніші з інших учнів і не намагаються це робити, вони просто заучують розв'язок як усякий навчальний текст, з яким зіштовхує їх життя.

Наші дослідження показали, що відстрочене відтворення розв'язків задач відбувається добре лише у тих, хто входив в усі тонкощі умови, усвідомлюючи, які слова у ній є ключовими, і які рівняння з них випливають. Що ж стосується розв'язування незнайомих задач, то контраст між учнями, що дотримуються різних стратегій при знайомстві з готовими розв'язками, ще більш приголомшливий.

Таким чином, вивчення готових розв'язків, що написані дуже стисло, конспективно, далеко не всім іде на користь. Стислість розв'язку ускладнює його розуміння і підштовхує багатьох школярів і студентів до механічного заучування. Тому поряд із традиційними збірниками задач з короткими розв'язками необхідні посібники, які б були спеціально орієнтовані на послідовне навчання прийомів пошуку рішень. Зокрема, треба допомогти учням засвоїти мову фізичних задач і навчити їх бачити за ключовими словами умови відповідні рівняння, необхідні для розв'язування.

До питання про те, як доцільно використовувати у навчальному процесі посібники з готовими розв'язками фізичних задач, ми ще повернемося у п. 3.6. а зараз розглянемо, як розумові дії, які відпрацьовувалися за допомогою підготовчих вправ, згортаються й інтегруються в узагальнене вміння усного розв'язування досить складних задач.

1.6. УСНЕ РОЗВЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ВИСОКОГО РІВНЯ

Для проведення в письмовій формі державної підсумкової атестації (ДПА) з фізики в загальноосвітніх навчальних закладів Міністерство освіти і науки України затвердило використання збірника різнорівневих завдань [45]. Для атестації, яка проводиться в усній формі, рекомендовано формувати набори задач також із цього збірника. У такий спосіб цілі шкільної фізичної освіти стають якоюсь мірою діагностично поставленими.

Як уже зазначалося, щоб бути готовим скласти іспит за завданнями із вказаного збірника на *високому* рівні, недостатньо лише завчити напам'ять теоретичні положення і послідовність кроків алгоритмів розв'язування задач. Необхідно перейти на *якісно* інший рівень. Допомагати учням здійснювати такий перехід мають учителі фізики, озброєні відповідною технологією, яка побудована на науково обґрунтованій концепції.

При обґрунтуванні *концепції підготовчих вправ* для формування складних умінь у процесі навчання фізики підкреслювалася відома з педагогічної психології думка про необхідність поступового згортання розумових дій з метою включення їх у складніші розумові дії. У застосуванні до навчання учнів розв'язувати задачі з фізики ця думка має сприяти формуванню установки на поступовий перехід від письмового розв'язування задач з розгорнутими коментарями до усного з фіксацією ключових ідей.

Багаторічний позитивний досвід залучення учнів до усного розв'язування досить складних за звичайними мірками фізичних і математичних задач дозволяє нам говорити про експериментальне підтвердження доцільності цього методичного прийому. Можна стверджувати, що правильне його використання дійсно сприяє переведенню учнів на якісно новий рівень. Через певний час вони навчаються обмірковувати і обговорювати цікаві задачі або складні теоретичні питання на перервах між уроками, дорогою від дому до школи, на прогулянках і в транспорті, відчуваючи при цьому задоволення від розумової діяльності.

У традиційній методиці навчання фізики якось не прийнято говорити про отримання задоволення від інтелектуальної праці. В основному йдеться про сумлінне ставлення до своїх обов'язків. Але ми впевнені, що смак до розумової діяльності можна прищепити, якщо це робити вчасно і обережно. Розглянемо на деяких прикладах з розділу "Механіка", як можна, поступово ускладнюючи усні підготовчі вправи, доходити до задач, які автори рекомендованого для державної підсумкової атестації збірника відносять до *високого* рівня.

Рух у полі тяжіння. Характерною ознакою теоретичного матеріалу цієї теми є наявність у ньому великої кількості пов'язаних між собою формул. Але часто-густо у свідомості випускників середніх шкіл ці формули не пов'язані ані між собою, ані з загальними формулами кінематики. Про це свідчать результати, які ми отримали під час олімпіади для абітурієнтів 2004 року, що проводилася на фізичному факультеті Запорізького державного університету. Одне із завдань складалося з п'яти запитань про тіло, кинуте під кутом до горизонту:

1) Максимальна висота, на яку піднялося тіло, що кинули під кутом $30°$ *до горизонту, дорівнює* 2 м. *Яке прискорення мало тіло на висоті* 1 м*? 2) Тіло кинули під кутом* $20°$ *до горизонту. Як зміниться дальність польоту тіла, якщо кут збільшити у* 3,5 *рази? 3) Тіло кинули з висоти* h *з початковою швидкістю* υ_0 *під кутом* α *до горизонту. З якою швидкістю воно впаде на землю? 4) Тіло зі швидкістю* υ_0 *кинули під кутом* α *до горизонту. Який радіус кривизни траєкторії у верхній точці? 5) Під яким кутом кинули тіло, якщо при збільшенні цього кута у* 2 *рази висота підйому тіла збільшилась у* 3 *рази?*

Відповіді на ці запитання можна отримати усно. Проте це завдання викликало в абітурієнтів чималі труднощі. Це означає, що відповідний теоретичний матеріал вони не розуміють.

З психологічної точки зору, розуміння передбачає можливість за словами побачити "картинку" (перекласти інформацію з мови одновимірних сукцесивних мовленнєвих структур на мову симультанно-просторових гештальтів) [Веккер Л.М., 1976]. Таке "одномоментне вхоплення" всієї фізичної ситуації дозволяє побачити в умові задачі зайві дані та одночасно виділити важливу інформацію.

Так, у першому запитанні всі числові значення величин зайві, бо під час всього польоту тіло має однакове прискорення, яке спричиняється силою тяжіння. Розуміння цього факту (саме розуміння, а не просто пасивне знання!) допомагає відповісти і на четверте запитання. Дійсно, у верхній точці траєкторії швидкість тіла має лише горизонтальну складову, яка не змінюється під час всього польоту (бо прискорення направлене вниз) і дорівнює $\upsilon_0 \cos\alpha$. Отже, прискорення вільного падіння у цій точці буде співпадати з доцентровим (нормальним) прискоренням, яке виражається через швидкість тіла і радіус кривизни траєкторії. Відповідь на третє запитання очевидна з точки зору закону збереження енергії і не залежить від кута α. Для швидкої відповіді на друге запитання треба було звернути увагу на числові значення величин. Після збільшення кута у 3,5 рази (з початкових 20°) він становитиме 70°. Оскільки дальність польоту залежить від $\sin 2\alpha$, то вона не зміниться при заміні α з 20° на 70° (це стає очевидним, якщо уявити, де знаходяться точки на одиничному колі, що відповідають 40° і 140°). Для відповіді на п'яте запитання треба розв'язати нескладне тригонометричне рівняння: $\sin^2 2\alpha = 3\sin^2\alpha$ за умови $0^\circ < \alpha \le 45^\circ$. Але знову ж таки, якщо звернути увагу на числа, то можна відразу сказати, що $\alpha = 30^\circ$.

Як показує досвід, навчити усно знаходити відповіді на подібні запитання можна і дев'ятикласників. Але починати треба з простіших вправ-запитань, які усно виконуються на уроці. Зазначимо, що теоретичний матеріал теми, про яку йдеться, — це фактично приклад застосування загальних теоретичних понять і законів механіки до конкретного важливого випадку руху тіла в силовому полі. Оскільки тут використовується відносно нескладна математика, вивчення теоретичного матеріалу можна побудувати на виконанні послідовності усних вправ. Склад цієї послідовності не треба жорстко визначати. Він залежатиме і від контингенту учнів, і від конкретної ситуації на уроці. Інколи навіть доводиться переходити на задачі "про цукерки", коли учні, наприклад, ніяк не можуть збагнути, як усно підрахувати час, за який тіло, кинуте під кутом до горизонту, досягне найвищої точки траєкторії. Дійсно, прискорення вільного падіння тут виконує ту ж саму роль, що і швидкість поїдання цукерок, якщо замість початкової кількості цукерок буде початкова вертикальна проекція швидкості тіла $\upsilon_0 \sin\alpha$. А знайти час, який потрібен на те, щоб з'їсти 10 цукерок, якщо швидкість поїдання становить 2 цукерки на хвилину, можуть всі. Після такої "солодкої" задачі знайти шукану формулу $\left(\dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}\right)$ зможуть практично всі. А тут уже недалеко і до формул дальності та максимальної висоти польоту.

Якщо в учнів немає великих проблем з відповідною математикою, то через декілька вправ можна буде перейти і до усного виведення рівняння траєкторії тіла, кинутого під кутом до горизонту. Такі вправи на теоретичний матеріал допомагають у подальшому усно розв’язувати задачі на цю тему зі збірника для ДПА, які віднесені навіть до *високого* рівня. Розглянемо конкретні приклади.

● *З висоти* 40 м *вертикально вгору з деякою швидкістю кинули тіло, яке потім впало на землю. Яку швидкість мало тіло, пройшовши половину свого повного шляху? Вважайте* g=10 м/с^2, *опір повітря не враховуйте* (№1.54 [45]).

Розіб’ємо траєкторію тіла на дві нерівні частини: вище 40 м та нижче. Точка, що відповідає половині шляху для першої частини, — це точка максимального підйому тіла. Половина шляху другої частини дорівнює 20 м. Отже, точка, де нам необхідно знайти швидкість тіла, знаходиться на 20 м нижче точки максимального підйому тіла. Тепер результат легко отримати. Дійсно, швидкість тіла, що падає без початкової швидкості, з висоти 20 м, дорівнює $\sqrt{2\cdot 10\ \text{м/с}^2\cdot 20\ \text{м}} = 20\ \text{м/с}$ $(\upsilon=\sqrt{2gh})$. Ключовим моментом для усного розв’язування цієї задачі було створення за текстом її умови уявної “картинки”.

● *З однієї точки з інтервалом* 3 с *вертикально вгору кидають два тіла з однаковою початковою швидкістю* 40 м/с. *Через який час та на якій висоті від точки кидання тіла зустрінуться?* (№1.58 [45]).

Головне для усного розв’язування цієї задачі — уявити собі, який вигляд має графік залежності від часу вертикальної координати для кожного з тіл, а також як такі графіки розташовані один відносно іншого.

Після підготовчих вправ на теоретичний матеріал учні мають розуміти, що цими графіками будуть ділянки однакових квадратичних парабол, гілки яких спрямовані вниз. Ці параболи будуть зміщені одна відносно іншої уздовж осі часу на τ=3 с. Точка перетину парабол і буде визначати час зустрічі тіл та висоту, на якій вона відбудеться. Через цю точку можна провести уявну вертикальну пряму, яка стане віссю симетрії для “картинки”, що складається з двох парабол. Оскільки параболи зміщені одна відносно іншої в горизонтальному напрямку на τ, то точка їхнього перетину, що знаходиться на осі симетрії загальної “картинки” з двох парабол, буде мати абсцису на $\tau/2$ більшу за абсцису вершини лівої параболи. Якщо відлік часу ведеться від моменту кидання першого тіла, то абсциса вершини лівої параболи дорівнює часові, упродовж якого перше тіло рухалося вгору, тобто $\frac{\upsilon_0}{g}=\frac{40\ \text{м/с}}{10\ \text{м/с}^2}=4\ \text{с}$.

Отже, час, який пройшов від моменту кидання першого тіла до моменту його зустрічі з другим, дорівнює $t=\frac{\upsilon_0}{g}+\frac{\tau}{2}=5{,}5\ \text{с}$.

Знайти висоту, на якій відбудеться зустріч, можна у два таких етапи: спочатку визначити максимальну висоту підйому першого тіла ($\frac{\upsilon_0^2}{2g}$), а потім — на скільки воно опуститься за час τ/2. У такий спосіб легко отримати відповідь $h = \dfrac{\upsilon_0^2}{2g} - \dfrac{g\tau^2}{8} \approx 69\,\text{м}$. Нагадаємо, що у цій формальній задачі опором повітря нехтують.

- *Камінь кидають зі швидкістю υ_0 під кутом α до горизонту. Через який час його швидкість буде становити кут з горизонтом β, і чому буде дорівнювати модуль цієї швидкості?* (№ 2.66 [45]).

Оскільки у горизонтальному напрямку жодна з сил не діє (опором повітря ми нехтуємо), то відповідна складова швидкості не буде змінюватися (з цим ми вже зустрічалися!). Отже, відповісти на друге запитання задачі (про модуль швидкості) можна відразу: нам відомо, що горизонтальна складова дорівнює $\upsilon_0 \cos\alpha$, а вектор швидкості утворює з горизонтом кут β. Таким чином, отримуємо, що $\upsilon = \dfrac{\upsilon_0 \cos\alpha}{\cos\beta}$.

Відповідь на перше запитання також можна отримати без проблем: за час *t*, який нам необхідно знайти, вертикальна складова швидкості тіла зменшилася від $\upsilon_0 \sin\alpha$ до $\upsilon_0 \cos\alpha \cdot tg\beta$. Отже, $t = \dfrac{\upsilon_0(\sin\alpha - \cos\alpha \cdot tg\beta)}{g}$ (задача про "поїдання цукерок"!).

Зробимо деякі загальні зауваження до трьох розібраних нами задач *високого* рівня зі збірника для ДПА. Наведені розв'язання демонструють можливий хід думки учня, який має вже чималий досвід, набутий під час виконання усних підготовчих вправ. Якщо спробувати розв'язувати ці задачі за алгоритмами, які наведені у методичних посібниках, то без ручки і паперу не обійтися. Ту кількість проміжних формул, які доведеться використовувати, в оперативній пам'яті не втримаєш. Цільова установка розв'язувати задачі за заданим кимось алгоритмом не тільки гальмує розвиток інтелектуальної ініціативи, креативність, критичність мислення, але й негативно впливає на об'єми уваги і пам'яті, на швидкість обробки інформації. Вимога знайти усне розв'язання задачі стимулює учня до самовдосконалення, до пошуку власного стилю інтелектуальної роботи, який би враховував індивідуальні особливості нервової системи. Але навчити усно розв'язувати досить складні фізичні задачі не можна, просто висунувши цю вимогу. Усне розв'язування суттєво спирається на здібність до перекодування інформації з мовленнєвої форми у "картинки" (симультанно-просторові гештальти) і навпаки. Тому на початку вчитель має закласти в головах учнів певну елементну базу для конструювання таких "картинок". Для цього корисно використовувати спеціальні вправи на розпізнавання і побудову зображень, включаючи графіки математичних функцій. Перші спроби усного розв'язування фізичних задач обов'язково мають супроводжуватися адекватною жестикуляцією і побудовою необхідних зображень. І лише після встановлення відповідності між базовими "картинками" і словами треба поступово (але наполегливо) переводити їх у внутрішній (ментальний) план. Якщо, наприклад, учневі, який не мав досвіду усного розв'язування задач, відразу розказати розв'язання трьох розібраних задач у такий спосіб, як це зроблено нами, то ймовірність того, що він зможе відтворити їх, дуже мала. З іншого боку, ті, хто пройшов відповідну підготовку, роблять це без проблем, бо навчилися вхоплювати на слух головну думку, ідею. Вони навчилися бачити на "ментальному екрані" те, про що чують або читають, коли мова йде не тільки про побутові речі, а й про фізику.

Паралельне і послідовне з'єднання пружин. У задачах з механіки паралельно і послідовно з'єднують пружини, в електродинаміці – резистори, конденсатори, котушки індуктивності. Як підрахувати ефективну характеристику об'єкту, яким можна замінити систему послідовно або паралельно з'єднаних однойменних об'єктів, тобто коефіцієнт жорсткості еквівалентної пружини, опір еквівалентного резистора, ємність еквівалентного конденсатора? Досвід показує, що майже всі випускники середньої школи можуть згадати, що у деяких випадках треба додавати відповідні величини, а в інших чомусь додаються величини, обернені до тих, які характеризують окремі елементи системи. Але впевнено обрати один з можливих варіантів під силу далеко не всім. Про виведення необхідної формули мова вже не йде. Хоча при деякому досвіді відновити потрібні доведення можна за хвилину і подумки, а збагнути, яку відповідь обрати з двох можливих, ще швидше.

Для здобуття необхідного досвіду треба тренуватися, *неодноразово* "прокручуючи" в голові відповідні думки. Цьому сприятиме виконання достатньо великої кількості усних вправ. Особливо важливим є усвідомлення того, як ставити запитання, що наводять на необхідний результат. Спочатку такі *навідні* запитання ставить учитель, а потім підключаються і учні, намагаючись допомогти товаришу і одночасно дати йому можливість самостійно пройти якомога більшу частку шляху у пошуку правильної відповіді. А згодом з'явиться здатність перенести подібний діалог у внутрішній план. Учень, який ніколи не здобував істину разом із кимось, не навчиться це робити і самостійно. Ми вимушені повторювати положення, загальновідомі у психології [27], бо ними часто нехтують під час навчання фізики. Вчителі рідко залучають учнів до спільних роздумів, а підручники та посібники часто-густо нагадують збірники текстів для бездумного заучування. З вихованими у таких традиціях абітурієнтами вже практично нічого не можна зробити, коли вони стають студентами університету. Спроба залучити їх до роздумів над проблемами, яким присвячена лекція з загальної або теоретичної фізики, викликає у них негативну реакцію, бо вони прийшли *писати* лекцію, а не слухати її та думати над тим, що говорить лектор, встигаючи до того ж занотувати головне у конспект. Тому, як ми вже зазначали, смак до розумової діяльності треба прищеплювати своєчасно, у сенситивний період.

Повернемося до того, як навчити учнів пригадувати, наприклад, яка формула для коефіцієнта жорсткості двох послідовно з'єднаних пружин є правильною: $k = k_1 + k_2$ чи $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$. Можна запропонувати не один спосіб вибрати вірну відповідь. Треба вислухати всіх бажаючих висловитися з цього приводу, коректно відхиляючи ті варіанти, в яких порушується логіка умовиводів. На момент першого знайомства з механікою дуже мала частка учнів уже перейшла у своєму когнітивному розвиткові на стадію формальних операцій (за Піаже), інші ж у своїх умовиводах ще не вміють користуватися формальною логікою. Тому на уроках фізики вчителі мають враховувати цей факт і вбачати своє головне завдання у тому, щоб допомогти учням перейти на новий для них рівень мислення. Без такого переходу вивчення фізики унеможливлюється [4].

Учень може сказати: “Вірною є друга формула, бо перша використовується для паралельного з’єднання”. Така відповідь, яка досить часто зустрічається, свідчить про те, що він не зрозумів завдання або готовий говорити банальні речі, аби не мовчати. Якщо б можна було спиратися на те, що для паралельного з’єднання вірною є перша з наведених формул, то запитання втрачало би сенс. Виявляється, що навіть про це доводиться вести мову зі старшокласниками.

Можна задати навідне запитання: “Що легше розтягнути на 1 см: дві послідовно з’єднані пружини чи одну з них?” Здавалося б, це має знати кожен молодший школяр, бо тут цілком достатньо конкретного мислення, яке спирається на емпіричний досвід. Але відповідний досвід не набувається під час перегляду телевізійних рекламних роликів та ігор на комп’ютері. У результаті — далеко не всі дев’ятикласники можуть відповісти на поставлене запитання. Доводиться набувати необхідний емпіричний досвід безпосередньо на уроці фізики. Після того, як з’ясовано, що легше розтягувати дві послідовно з’єднані пружини, а також те, що цьому відповідає *менший* ефективний коефіцієнт жорсткості, можна впевнено відкинути першу відповідь, бо сума двох додатних чисел *більша* за кожне з них.

У нашій практиці був випадок, коли один дев’ятикласник запропонував таку формулу: $k = \dfrac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2}$. Як потім з’ясувалося, у цьому був “винен” вираз для середньої швидкості у відомій задачі, в якій першу половину шляху проходять зі швидкістю υ_1, а другу — зі швидкістю υ_2. З яких міркувань можна відкинути запропоновану відповідь? Довести, що у загальному випадку $\dfrac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ більше $\min\{k_1, k_2\}$, можна за допомогою нерівності $\sqrt{ab} \le \dfrac{a+b}{2}$ для додатних *a* і *b*, але така математична вправа не для всіх буде простою. А ось збагнути, що при $k_1 = k_2$, запропонована формула буде давати результат, який дорівнюватиме коефіцієнтові жорсткості кожної з двох пружин, що не відповідає емпірично відомому результату, не так вже і важко.

А як відкинути неправильні варіанти, не спираючись на емпіричний досвід? Учні, які вже знайомі з методом перевірки відповіді на граничні випадки, досить часто пропонують розглянути випадок, коли жорсткість однієї пружини буде набагато більшою за жорсткість другої (нехай, для визначеності, $k_1 >> k_2$). За цієї умови видовження системи буде фактично дорівнювати видовженню другої пружини, а першу пружину можна взагалі замінити на нерозтяжну нитку. Отже, при $k_1 >> k_2$ коефіцієнт жорсткості еквівалентної пружини має прямувати до k_2. Лише одна з наведених формул витримує перевірку на такий граничний випадок.

Звичайно, добре, коли учні вміють швидко відкидати невірні відповіді, але хотілося б, щоб вони могли і *вивести* правильну формулу. А для цього у даному випадку треба розуміти, що сила, з якою розтягнута система двох послідовно з'єднаних пружин, дорівнює силам, які розтягують кожну з пружин. Довести це твердження не так уже і просто для початківців, бо воно ґрунтується на припущенні, про яке майже ніколи не згадують. Йдеться про нехтування масами пружин. Для масивних пружин указаної рівності не буде, якщо вони розтягуються в полі тяжіння або під час прискореного руху. Навіть фраза "сила, з якою розтягнута пружина" формально не може бути вірною за відсутності маси у пружини. Сума сил, що діють на таку пружину, має дорівнювати нулеві, бо у протилежному випадку вона отримає нескінченне прискорення (за другим законом Ньютона). Безмасову пружину розтягує пара однакових за модулем сил, спрямованих у різні боки. А коли ми не дуже коректно говоримо про силу, з якою розтягнута пружина, то маємо на увазі модуль однієї з сил, що складають таку пару.

Усвідомлення того факту, що видовження системи послідовно з'єднаних пружин дорівнює сумі видовжень цих пружин, не викликає ускладнень. Залишається лише усно зробити висновок з системи трьох однотипних рівнянь: $F=k_1x_1$; $F=k_2x_2$; $F=k(x_1+x_2)$. Не можна сказати, що це дуже проста задача для всіх учнів сучасної середньої школи, але й не така, щоб вони не змогли з нею впоратися під керівництвом учителя.

Що ж до паралельного з'єднання пружин, то цей випадок викликає менше ускладнень, бо і вихідні положення прозоріші, і математичні перетворення простіші ($kx=k_1x_1+k_2x_2$; $x=x_1=x_2$).

Розглянемо конкретну задачу *високого* рівня зі збірника для ДПА, яка стає усною після попередньої роботи над вправами-запитаннями.

- *Тіло масою* 2 кг *рухається по горизонтальній площині з прискоренням* 3 м/с^2 *під дією двох послідовно з'єднаних пружин з коефіцієнтами жорсткості відповідно* 1 кН/м *та* 2 кН/м. *Визначте сумарне видовження цих пружин, якщо коефіцієнт тертя дорівнює* 0,2 (№2.75 [45]).

Щоб протидіяти силі тертя $\mu m g$ і забезпечувати прискорення a, система двох послідовно з'єднаних пружин має діяти на тіло з силою $\mu m g + m a$. Оскільки коефіцієнт жорсткості еквівалентної пружини визначається з рівняння $\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$, шукане видовження становитиме $\Delta l = m(a+\mu g)\cdot\frac{k_1+k_2}{k_1 k_2}$. Вважаючи, що g=10м/с^2, знаходимо необхідну силу, яка дорівнюватиме 10 Н, та ефективний коефіцієнт жорсткості $k=\frac{1\cdot 2}{1+2}\cdot 10^3$ Н/м. Отже, сумарне видовження $\Delta l = 1{,}5\cdot 10^{-2}\,\text{м} = 1{,}5\,\text{см}$.

Закони збереження. Продемонструємо на прикладі двох завдань *високого* рівня з теми "Закони збереження", яких пояснень було цілком достатньо на передекзаменаційних консультаціях для учнів, котрі навчалися за технологією, що активно використовує у своєму арсеналі усні вправи.

● *На гладенькій підлозі стоїть візок масою M та довжиною L. На скільки зміститься візок, якщо людина масою m перейде з одного кінця візка на протилежний?* (№3.43 [45]).

Оскільки спочатку візок був нерухомим (стоїть!), а зовнішніх сил у горизонтальному напрямку немає (підлога гладенька!), центр мас системи "людина – візок" залишиться на місці. Він знаходиться між центрами мас людини і візка на відстанях $\frac{Lm}{2(m+M)}$ і $\frac{LM}{2(m+M)}$ від початкових положень центрів мас візка і людини відповідно. Тут ми припустили, що у візка центр мас розташований посередині, а розмірами людини у горизонтальному напрямку можна знехтувати. Після переходу людини з одного кінця візка на протилежний, центр мас візка буде на тій самій відстані від нерухомого центру мас усієї системи, що і у початковий момент, але знаходитиметься з іншого боку від нього (аналогічне твердження справедливе і для центру мас людини). Отже, центр мас візка зміститься на $\frac{Lm}{(m+M)}$. Це і буде шукана відстань. Зрозуміло, що центр мас людини при цьому зміститься відносно підлоги на $\frac{LM}{(m+M)}$. Як і треба було очікувати, $\frac{Lm}{(m+M)}+\frac{LM}{(m+M)}=L$, бо ця сума і є відстанню, яку пройшла людина відносно візка.

Зауважимо, що текст, написаний після умови задачі, проговорюється вчителем у спокійному темпі. Ніяких записів на дошці при цьому робити не доводиться. Вся процедура, включаючи повільне читання умови, не займає більше декількох хвилин.

● *Куля масою m підвішена на нитці. Її відхилили від положення рівноваги так, що нитка стала горизонтальною, і відпустили. Коли куля проходила положення рівноваги, середина нитки зачепилася за гвіздок. Визначте натяг нитки в той момент, коли нижня половина нитки буде горизонтальною* (№3.49 [45]).

У момент, що нас цікавить, тангенціальне прискорення кульки забезпечується силою тяжіння mg, а нормальне (доцентрове) – силою натягу *T*, яку і треба знайти. Отже, якщо ми знайдемо доцентрове прискорення, то за другим законом Ньютона знайдемо і натяг. Позначивши довжину нитки через *l*, отримуємо $a_n=\frac{2\upsilon^2}{l}$, бо куля на той момент буде рухатися по коловій траєкторії радіуса *l*/2. Відношення $\frac{\upsilon^2}{l}$ легко знайти із закону збереження енергії. Дійсно, потенціальна енергія зменшилася на $mgl/2$, за рахунок чого з'явилася кінетична енергія $\frac{m\upsilon^2}{2}$. Отже, $\frac{\upsilon^2}{l} = g$. Відповідно, $T=2mg$.

Наприкінці хотілося б ще раз звернути увагу на поєднання наполегливості та обережності у використанні усного розв'язування задач як дидактичного прийому при навчанні фізики. Починати треба з нескладних підготовчих вправ, які дозволяють краще усвідомити необхідний теоретичний матеріал та набути навичок усного перетворення математичних формул. Зайве форсування процесу може призводити до того, що деякі учні будуть з нього випадати. На початку необхідно вимагати обов'язкового письмового відтворення усно розібраних задач. Про корисність подібної процедури добре написано у В.Ф. Шаталова [153], хоча він вимагав в основному повторити ті записи, що були зроблені вчителем на дошці. *Письмово* ж відтворити те, про що лише *говорили*, для початківців виявляється ще складнішою справою. Але саме така робота дозволяє навчитися відрізняти те, що *дійсно* усвідомлене, від того, що *здається* зрозумілим.

Як ми вже зазначали, усне розв'язування фізичних задач передбачає вміння користуватися "ментальним екраном". А для цього потрібен певний запас базових "картинок", яким поставлені у відповідність мовленнєві структури. Це означає, що вивчення нового розділу фізики вимагає поповнення цього запасу.

Але, з іншого боку, для розв'язування задач на новий, малознайомий матеріал виключно важливо пов'язувати його з уже добре засвоєним, відшукуючи відповідні аналогії.

Зараз ми звернемося до того, як доцільно використовувати у навчальному процесі посібники, які містять готові розв'язки фізичних задач. нагадаємо, що головна мета технології критичного мислення – виведення учнів на рівень самокерування, принаймні, у питаннях власної освіти.

1.7. РЕФЛЕКСИВНИЙ АНАЛІЗ РОЗВ'ЯЗКІВ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ І ПЕРЕХІД ДО САМООСВІТИ

Після пояснення вчителем розв'язку задачі, з якою ніхто в класі не зміг упоратися, у деяких учнів виникає запитання: "А як же до нього можна було самостійно додуматися?" Таке саме запитання з'являється і після знайомства з готовим розв'язком, знайденим у навчально-методичній літературі. Не отримавши на нього задовільної відповіді від учителя, школярі можуть прийти до висновку, що той, хто буде пам'ятати більшу кількість розв'язків, буде і краще розв'язувати складні задачі.

І цей висновок не такий уже безглуздий. По-перше, якщо хтось з учнів, на відміну від своїх товаришів, починає цілеспрямовано читати і запам'ятовувати розв'язки задач, які наведені у навчальних посібниках, він дійсно досить швидко отримує переваги на контрольних роботах і навіть олімпіадах у порівнянні з однокласниками, які обмежуються лише тим, що отримують у школі на уроках фізики. По-друге, учні, які дуже добре розв'язують фізичні задачі та мають успіхи на олімпіадах з фізики, насправді пам'ятають набагато більше розв'язків задач, ніж їхні однолітки.

Але існує і такий факт: далеко не всі, хто був попереду у 7-8 класах, залишаються лідерами у розв'язуванні нестандартних задач до закінчення школи. З іншого боку, у групі лідерів можуть з'явитися учні, у яких свого часу були певні труднощі з розв'язуванням фізичних задач. Безумовно, подібне може спричинятися різними обставинами. Проте ми хотіли б звернути увагу на те, що серед учнів, які читають розв'язки, наведені у посібниках, можна виділити дві крайні категорії. Представники першої категорії намагаються запам'ятати розв'язок, не надто переймаючись питанням, чому вони не змогли дійти до нього своїм розумом. Такі учні не будуть довго себе мучити складною задачею, якщо можна подивитися розв'язок у посібнику чи розпитати про нього у товариша або вчителя. Досить часто вони без проблем відтворюють розв'язок, а разом з тим не можуть відповісти на елементарні запитання, що безпосередньо стосуються розглядуваної задачі. У письмових роботах таких учнів можна одночасно знайти абсолютно вірний розв'язок досить складної задачі та повну нісенітницю з приводу іншої об'єктивно простішої задачі. Але, оскільки додаткових запитань на контрольних роботах і олімпіадах не ставлять, а за нісенітницю штрафних балів не нараховують, то нагромадження у пам'яті готових розв'язків надає учню певні формальні переваги. Щоправда, безпорадність під час зустрічі з незнайомою задачею все ж таки залишається, та й у розв'язках знайомих задач із часом щось забувається.

Представники другої крайньої категорії знайомляться з готовим розв'язком задачі лише після того, як розв'язали її самостійно або принаймні досить довго про неї думали, намагаючись розв'язати. У цьому випадку наведений у посібнику розв'язок досить докладно аналізується і порівнюється з власним розв'язком або спробами його одержати. Такий аналіз можна назвати *рефлексивним*, бо учень повертається у думках до певних моментів процесу розв'язування і аналізує правильність та доцільність своїх розумових дій.

Зрозуміло, що за браком досвіду подібний аналіз може забирати досить багато часу, що призводить до відставання за формальними показниками від представників першої категорії читачів навчально-методичної літератури. Але згодом середній час, який витрачається на одну задачу, скорочується, й учень уже досить швидко може зрозуміти причину своєї невдачі та засвоїти новий для себе прийом чи метод. Інколи представникам другої виділеної нами категорії вдається констатувати, що їхній власний розв'язок красивіший за той, що міститься у посібнику, або навіть знайти суттєві недоліки в опублікованому варіанті. Такі випадки підвищують віру у власні сили, і учні, які через це пройшли, здатні потім ще наполегливіше самостійно шукати підхід до чергової складної задачі, не маючи бажання зазирнути у книжку з готовим розв'язком. Вони відмовляються від надто швидкої допомоги з боку вчителя і виявляють незадоволення, якщо він, на їхню думку, поспішає зі своїм готовим розв'язком.

Саме учні другої категорії, які схильні до рефлексивного аналізу розв'язків, можуть згодом поповнити групу лідерів у розв'язуванні складних фізичних задач. З іншого боку, ті, хто покладався лише на свою гарну від природи пам'ять, поступово здають свої позиції. Цікаво, що представники цієї першої категорії через деякий час програють не тільки на олімпіадах, а й у розв'язуванні, здавалося б, знайомих задач. Якщо у випускному класі запропонувати розв'язати за 1,5-2 години 10-15 задач високого рівня з різних тем із збірника для підсумкової державної атестації [45], то "лідери механічного запам'ятовування" програють тим, хто у 7-8 класі відставав від них за формальними показниками, але наполегливо відшукував у готових розв'язках саме ті моменти, на які треба звернути увагу, і поповнював за рахунок цього свій власний арсенал ідей, методів і прийомів розв'язування нестандартних фізичних задач.

Рефлексивний аналіз розв'язків допомагає підліткам перейти від механічної (біологічної) пам'яті дитини до більш досконалої логічної пам'яті дорослої культурної людини. Але, як показали наші попередні дослідження [6], без спеціального навчання, самотужки на логічну пам'ять переходить лише незначна частина випускників середньої школи. Отже, постає проблема розробки технології навчання фізики, яка б сприяла такому переходу. Крім того, необхідно, щоб випускники середньої школи не тільки мали знання з фізики, але й могли їх використовувати у незнайомій ситуації.

Часто у роботах з дидактики фізики такий рівень засвоєння знань називають творчим і вважають необов'язковим для всіх учнів. Ми обстоюємо ту точку зору, згідно з якою фізичні знання, засвоєні не на творчому рівні, досить швидко забуваються. Крім того, якщо вони не можуть бути використані у нових життєвих ситуаціях, то їхня цінність у сучасному динамічному світі стрімкими темпами падає. Не випадково, що останнім часом дослідники у галузі психолого-педагогічних наук усе більше уваги приділяють проблемі формування і розвитку в учнів критичного мислення, яке пов'язують зі здатністю використовувати наявні знання у нових нестандартних умовах [143].

Займаючись проблемою підготовки учнів середньої школи до продовження фізичної освіти у ВНЗ, ми дійшли висновку, що краще мати справу з абітурієнтами, які володіють лише частиною шкільного курсу фізики, але на творчому рівні, ніж з такими, котрі знають навчальний матеріал у повному обсязі, але лише на "середньому" або навіть "достатньому" (за сучасною термінологією) рівнях.

Для успішного продовження фізичної освіти необхідно мати навички вибудовування власної системи знань з використанням наявної навчально-методичної та наукової літератури. Механічне заучування текстів не може замінити творчої переробки зовнішньої інформації у внутрішні ментальні структури, які можуть довго зберігатися за рахунок самовідновлення і легко доступні для використання у нестандартних ситуаціях. У зв'язку з цим, важливо створювати такі технології навчання, які спрямовані на підвищення самостійності учнів у здобуванні знань за допомогою вже існуючих навчально-методичних засобів. Зокрема, необхідно навчити школярів читати з користю для себе підручники, навчально-методичні посібники, науково-популярну літературу.

Зараз ми зосередимо увагу на використанні у навчальному процесі збірників фізичних задач, які містять більш-менш розгорнуті розв'язки. Зазвичай розв'язки задач мають форму розповідного тексту. А розмірковування над задачею більше нагадує діалог, який проходить у внутрішньому (ментальному) плані. Розв'язувач задачі сам ставить собі запитання, і сам на них шукає відповідь. Але, як відомо з психології [27], такий внутрішній діалог з'являється в онтогенезі як наслідок перенесення у внутрішній план діалогу зовнішнього, діалогу між людьми. Саме у результаті такого перенесення з'являється здібність до рефлексії, до роздумів про роздуми.

Навіть дорослій культурній людині, яка розпочинає засвоювати нову для себе галузь теоретичних знань або практичної діяльності, дуже корисно не тільки читати книжки, а й спілкуватися з іншими людьми з приводу прочитаного. Що ж до учнів, які розпочинають у школі вивчати фізику, то мало хто з них уже вийшов на той рівень когнітивного розвитку, коли людина здатна вести внутрішній діалог, здатна до рефлексії. Отже, технологія, яка спрямована на розвиток здібностей учнів середньої школи до розв'язування фізичних задач, має передбачати організацію відповідного зовнішнього діалогу, який згодом може перейти у внутрішній план, де і буде відбуватися самостійне розмірковування над новою проблемою та рефлексивний аналіз її розв'язків.

Треба сказати, що тексти розв'язків фізичних задач, які наводяться у багатьох збірниках, є досить зручними об'єктами для організації обговорення як з усім класом, так і в малих групах та у парах (де діалог відбувається у прямому смислі цього слова). Ці тексти невеликі за розміром, і читання їх не займає багато часу. З іншого боку, вони інформаційно насичені, вимагають зосередження уваги.

Після того, як текст розв'язку прочитаний, зазвичай у частини учнів з'являються запитання, і обговорення розпочинається. Якщо всім усе ясно, то треба докласти зусиль, щоб з'ясувати, чому ж нікому з учнів не вдалося розв'язати задачу самостійно. Це у багатьох випадках дуже непроста справа, й учителю корисно мати напоготові свої гіпотези з цього приводу, підкріплені контрольними запитаннями, які допомагають з'ясувати, чи дійсно так уже все усім ясно, бо для значної частини школярів останнє слово означає "можу повторити".

Найскладніша, мабуть, ситуація для вчителя, коли учні мовчки сидять, приголомшені незрозумілістю тексту. Тут уже доводиться виводити їх із ступорозного стану навідними запитаннями. Для цього, звичайно, від учителя вимагається неабияка майстерність. Тому вчителю-початківцю краще розпочинати здобувати відповідний досвід з невеличкою більш-менш однорідною групою учнів, які мають бажання навчитися розв'язувати фізичні задачі. Мати таку групу корисно і досвідченому вчителю, бо вона згодом стає групою помічників на звичайних уроках. Заняття з такою групою спрямовані не лише на підвищення знань і вмінь цих учнів у розв'язуванні задач з фізики, вони стають своєрідними комунікативними тренінгами для всіх їх учасників. Саме там можна здобути навички постановки осмислених запитань і доступного викладу своїх ідей.

Егоцентризм дитячого мислення, на який свого часу звернув увагу Піаже, полягає у тому, що учень не може подивитися на себе з боку, в нього ще відсутня здатність до рефлексії [23, с. 202]. Беручи участь у дискусіях, школярі навчаються аналізувати судження, висловлені іншими її учасниками, помічати вади в умовиводах. І лише після одержання певного досвіду в цьому поступово з'являється здатність до аналізу власних думок.

Відомий фахівець у галузі психології інтелекту, пізнавальних стилів, понятійного мислення М.О. Холодна спеціально підкреслює повільність, поступовість процесів становлення інтелектуальної обдарованості. Вона вважає, що головні зусилля треба спрямувати не стільки на виявлення обдарованих дітей і підлітків, скільки на створення умов прояву і становлення їхньої можливої обдарованості [144, с. 185]. Така позиція ґрунтується на теорії інтелекту, в якій він розглядається як форма організації ментального (розумового) досвіду. Ця теорія вказує напрямок розвитку шкільної освіти, який би сприяв збільшенню кількості інтелектуально обдарованих людей. На прикладі навчання математики учнів 5-9 класів він реалізований у так званій "збагачувальній моделі" [144, с. 214]. Велике значення у цій моделі надається шкільному підручнику як інтелектуальному самовчителю.

Розглянемо одну з вимог до конструювання текстів у такому підручнику, що безпосередньо стосується викладених нами думок. Головна частина навчальних текстів у ньому має бути організована у вигляді прямих або опосередкованих діалогів (спілкуються між собою персонажі сюжетних історій, через текст ідуть постійні звернення до учня як до читача тощо). Дитина звикає враховувати точку зору співрозмовника (героя з "іншим" поглядом на навчальну проблему), добирати точні та зрозумілі формулювання для своїх думок.

Автори "збагачувальної моделі" передбачають, що у старших класах діалог має перерости у полілог (коли треба вміти думати над проблемою в умовах існування великої кількості точок зору), який, у свою чергу, повинен у подальшому розвиткові перейти у здібність до конструктивного монологу (здібності обговорювати проблему із самим собою у режимі діалогу і полілогу). Отже, діалогічність як базова інтелектуальна характеристика сприяє формуванню такого різновиду метакогнітивного досвіду, як відкрита пізнавальна позиція, водночас руйнуючи егоцентричний, суб'єктивований погляд на світ [144, с. 220].

Як бачимо, мова йде про те ж саме переведення зовнішнього діалогу у внутрішній план. Але автори "збагачувальної моделі" організовують такий зовнішній діалог на сторінках підручника. Не заперечуючи доцільність такого кроку, треба визнати два таких моменти. По-перше, учень-читач усе ж таки залишається у ролі спостерігача, а не реального співрозмовника. А по-друге, створення таких підручників надто складна справа, щоб можна було сподіватися на їхню появу в Україні найближчим часом, принаймні, якщо йдеться про підручники фізики. Хоча спроби створити у такому стилі посібники для додаткового читання були [131].

Повертаючись до питання про темпи становлення інтелектуальної обдарованості, маємо зазначити, що вона не відноситься до розряду спеціальних здібностей, тому робити висновки про те, чи є конкретний суб'єкт інтелектуально обдарованим, можна лише на достатньо відстроченій від моменту народження стадії його розвитку [144, с. 185]. Іншими словами, наявність або відсутність інтелектуальної обдарованості можуть більш-менш вірогідно фіксуватися лише тоді, коли відповідні ментальні структури або вже склалися, або сподівання на те, що вони з'являться, вже не мають підстав.

Свого часу ми запропонували математичну модель нагромадження знань з певного навчального предмета [83] (див. п. 1.4). Там були розглянуті два шляхи поповнення так званого "гаманця предметних знань" — за рахунок навчання вчителем і за рахунок самоосвіти. Швидкість поповнення за рахунок самоосвіти вважалася пропорційною вмісту так званого "банку метазнань". Передбачалося, що зусилля вчителя спрямовуються у тій чи іншій пропорції на поповнення вмісту або безпосередньо "гаманця предметних знань", або "банку метазнань". Швидкість зменшення обсягу предметних знань за рахунок процесів забування вважалася пропорційною вмісту "гаманця". Щодо "банку метазнань", то було зроблене припущення, що він може лише поповнюватися, бо його вміст постійно використовується для самоосвіти і, відповідно, не забувається. Був розглянутий випадок нульових початкових умов, тобто у початковий момент часу і знання, і метазнання вважалися відсутніми. Аналіз такої досить простої моделі дозволив порівняти темпи росту обсягу предметних знань для різних за спрямуванням технологій навчання.

Орієнтація виключно на *передавання предметних знань* (з експлуатацією біологічної пам'яті) призводить до швидкого росту обсягу знань на початку процесу нагромадження з подальшою стабілізацією на певному рівні (поповнення за рахунок навчання компенсується забуванням раніше засвоєних знань). Припинення процесу навчання неминуче веде до зменшення обсягу предметних знань з плином часу.

Орієнтація на збільшення вмісту "банку метазнань" (фактично — на формування ментальних структур, які використовуються в процесі самоосвіти) дає дуже повільне нагромадження предметних знань на початковому етапі. Але швидкість цього нагромадження з ростом обсягу метазнань поступово збільшується, і через певний час така *розвивальна* технологія починає давати кращі результати за обсягом предметних знань, ніж та, що спирається на механічну пам'ять. Після припинення процесу навчання поповнення "гаманця предметних знань" ведеться за рахунок "банку метазнань" (тобто за рахунок сформованих ментальних структур).

У згаданій роботі ми зазначали, що звичайні тести досягнень, які використовуються у педагогічній практиці, більш-менш вірогідно можуть діагностувати лише вміст "гаманця предметних знань", а вміст "банку метазнань" залишається "прихованим параметром". Це призводить до того, що робота за розвивальною технологією навчання для стороннього спостерігача протягом досить тривалого часу залишається непомітною за своїми результатами і, відповідно, складає враження неефективної.

Якщо стороннім спостерігачем є особа, яка приймає рішення стосовно доцільності використання певної технології навчання, то таке спотворене враження може ініціювати припинення відповідного педагогічного експерименту на тому початковому етапі, коли формальні результати, які фіксують лише обсяг предметних знань, і мають поки що бути гіршими у порівнянні з традиційною методикою.

Щоб уникнути подібних поспішних рішень, треба на теоретичному рівні з'ясувати закономірності когнітивного розвитку учнів у залежності від типу технології навчання, що пропонується для експериментальної перевірки і впровадження.

Ми розглянули психологічні засади технології, у якій учні залучаються до обговорення опублікованих розв'язків нестандартних фізичних задач, щоб у подальшому вони могли самостійно робити відповідний рефлексивний аналіз, поповнюючи свій індивідуальний арсенал корисних методів і прийомів. Така технологія не може дати швидких результатів щодо кількості складних задач, які учні можуть розв'язати. На початковому етапі обговорення розв'язків задач проходить не дуже просто. Кожен з учнів говорить щось своє, не слухаючи ні товаришів, ні себе. Навички критичного мислення практично відсутні. Навіть в умовах фізико-математичного ліцею треба витратити рік-два на те, щоб обговорення у класі розв'язків задач набуло цивілізованих форм і стало поступово переходити у внутрішній план кожного з учнів. Зате потім навчання можна перевести у самокерований режим, при якому вчитель підключається лише в особливо складних випадках. Учні стають здатними до самоосвіти.

Ще раз підкреслимо ту думку, що для успішного продовження фізичної освіти у ВНЗ сформованість ментальних структур, які дозволять самостійно поповнювати "гаманець предметних знань" і використовувати їх у нестандартних ситуаціях, виявляється набагато важливішою, ніж наявність на момент вступних іспитів певної суми декларативних знань з фізики.

Не повинно складатися таке враження, що ментальні структури, про які йде мова, абсолютно універсальні й можуть використовуватися для самоосвіти і діяльності у будь-якій галузі. Але досвід їх побудови на матеріалі конкретного навчального предмета дозволяє людині швидше створювати відповідні структури для нової сфери діяльності. Якщо ж такі структури не з'являються до закінчення середньої школи у жодній галузі, то можливість їхньої появи у подальшому житті здається нам малоймовірною.

Використання вищими навчальними закладами на вступних іспитах з фізики достатньої кількості складних задач дозволяло виявити тих абітурієнтів, у яких і сформовані відповідні ментальні структури, і не бракує знань фактичного матеріалу. У сучасних умовах, які склалися в Україні, належним чином підготовлених абітурієнтів явно не вистачає на всі ВНЗ, де передбачається за навчальними планами вивчення фізико-математичних дисциплін. У зв'язку з цим актуальним стає завдання розробки діагностичних засобів, які б дозволяли з високою імовірністю фіксувати наявність або відсутність необхідних для продовження фізичної освіти ментальних структур незалежно від повноти знань фактичного матеріалу.

ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ

Розв'язуванню фізичних задач традиційно приділяється особлива увага під час підготовки абітурієнтів до вступних іспитів до ВНЗ. Нині й підсумкова державна атестація за курс середньої школи може проводитися у вигляді письмового іспиту, на якому пропонується досить велика кількість тестових завдань-запитань і задач. Але досвід вступних іспитів до ВНЗ та олімпіад з фізики свідчить про вельми низький рівень уміння розв'язувати фізичні задачі у більшості випускників сучасної середньої школи.

У відповідності до загальної концепції підготовчих і діагностичних вправ ми пропонуємо конкретні типи вправ, які дозволять відпрацювати окремі вміння і навички, необхідні для формування узагальненого вміння розв'язувати фізичні задачі. Особлива увага приділяється тим етапам розв'язування, які пов'язані з прогнозуванням властивостей відповіді задачі та з критичним аналізом розв'язку.

Обґрунтовується необхідність навчати учнів специфічної мови фізичних задач. Пропонується метод ключових слів, який є потужною евристикою для розв'язування багатьох задач, що традиційно відносять до класу "нестандартних".

Показано, як навчати учнів усно розв'язувати досить складні фізичні задачі, використовуючи навички, отримані під час виконання підготовчих вправ.

Розглянуто питання про залучення учнів до самостійного збагачення особистого арсеналу методів і прийомів розв'язування фізичних задач за рахунок рефлексивного аналізу розв'язків, які опубліковані в навчально-методичній літературі.