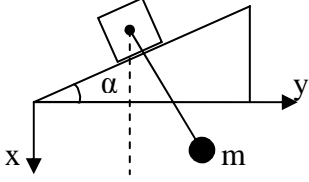
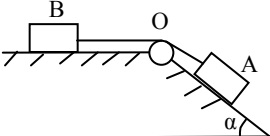


Тематика контрольних робіт з класичної механіки (для студентів заочного відділення)

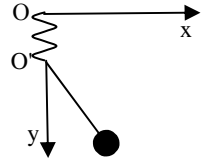
- вар. 1
- Функція Лагранжа просторового ротатора в сферичних координатах має вигляд

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\Theta}^2 + r^2 \sin^2 \Theta \dot{\Phi}^2) - \frac{kr^2}{2}$$
. Знайти перші інтеграли руху.
 - Як швидкість точок системи пов'язаний з узагальненими швидкостями?
- вар. 2
- Знайти функцію Гамільтона для частинки маси m , що знаходиться в силовому полі $\vec{F} = -\vec{k}mg$.
 - Визначити число ступенів вільності та узагальнені сили для математичного маятника, точка підвісу якого здійснює гармонічні коливання у вертикальній площині, нахилений під кутом α до горизонту.
- 
- вар. 3
- Знайти канонічні рівняння руху математичного маятника.
 - Дві точки, маси яких m_1 і m_2 з'єднані між собою гладкою нерозтягнутою ниткою, перекинutoю через блок (невагомий). Знайти функцію Лагранжа і закон руху системи.
- вар. 4
- Скласти рівняння Гамільтона-Якобі для вільної матеріальної точки, що знаходиться в потенціальному полі $U(x, y, z) = mgz$.
 - Знайти узагальнені сили для подвійного математичного маятника.
- вар. 5
- Знайти узагальнені сили для сферичного маятника.
 - Обчислити дужку Пуассона (L_x, L_y) ; (P_x, L_x) .
- вар. 6
- знайти функцію Лагранжа для сферичного маятника.
 - Визначити обмеження на швидкості точки у випадку плоского математичного маятника.
- вар. 7
- Обчислити функцію Лагранжа в сферичних координатах для вільної матеріальної точки в полі тяжіння.
 - На точку масою m діє сила $\vec{F} = -k\vec{r}$. Скласти канонічні рівняння руху.
- вар. 8
- Знайти функцію Лагранжа для математичного маятника, точка підвісу якого рухається по колу по закону $a \cos \mathcal{U}$.
 - Обчислити дужку Пуассона (L_x, L_z) ; (L_x, L_x) .
- вар. 9
- Знайти функцію Лагранжа для подвійного математичного маятника.
 - Знайти число ступенів вільності математичного маятника, точка підвісу якого може здійснювати рух по горизонтальній прямій.
- вар. 10
- Знайти функцію Гамільтона для математичного маятника, точка підвісу якого рухається по горизонтальній прямій.
- 

- Тягар А масою m_1 переміщується по гладкій похилій площині, а тягар В масою m_2 – по шерохватій горизонтальній поверхні, коефіцієнт тертя об яку f . Тягари зв'язані ниткою, перекинutoї через блок О. Знайти узагальнені сили.

вар. 11

- Скласти рівняння Лагранжа II роду маятника, точка підвісу якого закріплена на пружині жорсткості якої C .
- Скільки ступенів вільності має тіло що обертається навколо нерухомої осі, вільне тверде тіло?

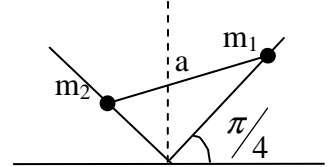


вар. 12

- Знайти узагальнені імпульси для сферичного маятника ($q_1 = \varphi$, $q_2 = \Theta$).
- Визначити число ступенів вільності системи (вир.131). Скласти рівняння для варіацій координат.

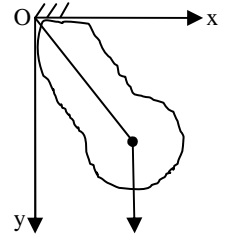
вар. 13

- Дві точки масами m_1 і m_2 з'єднані стержнем довжиною a , масою якого можна знехтувати, переміщується по гладким сторонам нерухомого прямого кута, розташованого у вертикальному положенні (сторони кута утворюють кут $\frac{\pi}{4}$ з горизонтом). Знайти число ступенів вільності та узагальнені сили.
- Скласти канонічні рівняння і знайти їх перші інтеграли при прямолінійному русі матеріальної точки під дією сили $F = C|x|$, x – відстань точки до центра притягання.



вар. 14

- Скласти канонічні рівняння для плоского руху матеріальної точки, що притягається до нерухомого центра силою, пропорційною віддалі точки до центра.
- Про інтегрувати рівняння руху фізичного маятника. Момент інерції маятника відносно осі обертання I , відстань від центра мас до осі обертання a .



вар. 15

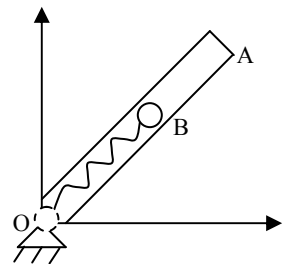
- Скласти рівняння Гамільтона для вільної матеріальної точки, що рухається в консервативному полі $U(x, y, z)$ в декартових координатах.
- Знайти закон руху частинки, функція Гамільтона якої $H(x, p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{\omega_0^2 x^2}{2}$.

вар. 16

- Скласти рівняння Гамільтона для вільної матеріальної точки, що рухається в консервативному полі $U(x, y, z)$ в циліндричних координатах.
- Знайти узагальнені імпульси для математичного маятника, точка підвісу якого рухається по колу радіуса R з постійною швидкістю v_0 . Довжина маятника l .

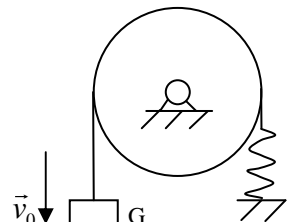
вар. 17

- Визначити узагальнений інтеграл енергії для сферичного маятника.
- Трубка ОА обертається в горизонтальній площині навколо осі О. В трубці рухається кулька В масою m , сполучена пружиною з точкою О. Коефіцієнт жорсткості пружини C . Знайти функцію Лагранжа системи.



вар. 18

- Диск радіуса R може вільно обертатись навколо горизонтальної осі. Диск охоплює гнучка стрічка до лівого кінця якої підвішено тягар G . Правий кінець стрічки скріплено з пружиною жорсткістю C . Нехтуючи масою пружини і стрічки, а також тертям, скласти рівняння Лагранжа системи.



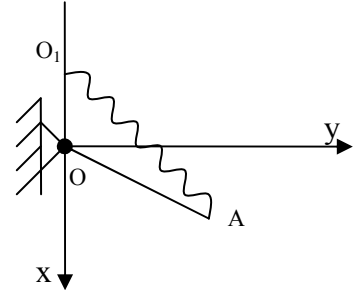
- Визначити дужки Пуассона, складені із декартових проекцій імпульсу \vec{p} і момента імпульсу L : (L_y, L_x) .

вар. 19

- Скласти рівняння Гамільтона для вільної матеріальної точки, що рухається в консервативному полі $U(x, y, z)$ в сферичних координатах.
- Знайти узагальнені імпульси сферичного маятника.

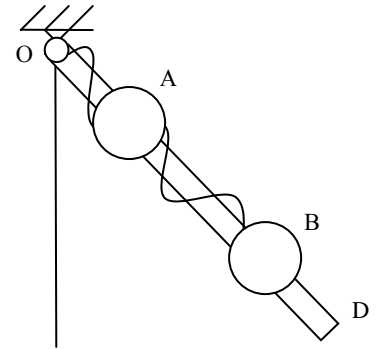
вар. 20

- Однорідний стержень OA вагою G може обертатися навколо перпендикулярної йому горизонтальної осі Oz без тертя. До кінця A стержня прикріплена пружина $O_1A=l$. Точка O_1 знаходиться від точки O по вертикалі вгору на віддалі $O_1O=OA=r$. Довжина пружини в ненапруженому стані l_0 , коефіцієнт пружності C . Знайти узагальнену силу.
- Знайти узагальнені імпульси частинки, яка знаходиться в центральному силовому полі.



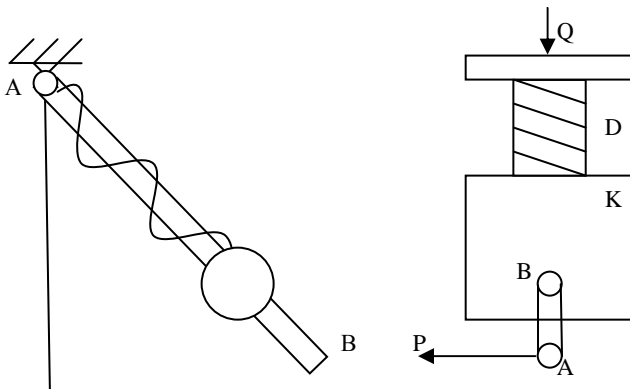
вар. 21

- Скласти рівняння Гамільтона і знайти перші інтеграли для тіла, скинутого з літака, який летить на висоті h зі швидкістю v_0 .
- Знайти узагальнені сили для системи, яка складається з двох тягарів A і B , маси яких m_1 і m_2 . Тягарці A і B сполучені між собою і з нерухомою точкою O пружинами. В нерухомому стані довжини пружин a_1 і a_2 , коефіцієнти пружності C_1 і C_2 . Тягарі можуть ковзати вздовж стержня без тертя, а сам стержень може качатися в вертикальній площині навколо осі O .



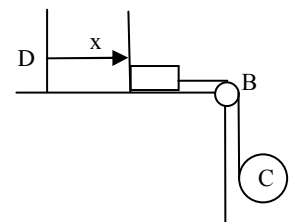
вар. 22

- Нехтуючи тертям знайти узагальнені сили для системи, зображеної на малюнку: однорідний стержень AB довжиною l , вагою p може обертатися навколо осі A в вертикальній площині. Нанизана на нього кулька має вагу p . Довжина пружини в ненапруженому стані a , коефіцієнт жорсткості C .
- Знайти залежність між силами P і Q в механізмі підйомника, деталі якого сховані в коробці K , якщо відомо, що при кожному повороті рукоятки AB ($AB=l$) гвинт D просувається на величину h .



Вар. 23

- Скласти рівняння Лагранжа для фізичного маятника і знайти закон руху маятника.
- Знайти число ступенів вільності і узагальнені сили для системи, зображеної на рис. Тягар A вагою G_2 переміщується по горизонтальній площині. До нього прикріплена нитка, перекинута через блок B і намотана на циліндр C вагою G_1 . Коефіцієнт тертя тіла A f .



Вар. 24

1. Знайти узагальнені імпульси для матеріальної точки, на яку діє сила $\vec{F} = -k\vec{r}$ в сферичних координатах.
2. Обчислити дужку Пуассона (L_z, L_x) , де L_x, L_z - компоненти моменту імпульсу частинки.

Вар. 25

1. Скласти рівняння Гамільтона-Якобі для матеріальної точки, що рухається в силовому полі $U(x, y, z)$.
2. Записати функцію Гамільтона в задачі двох тіл та інтеграли канонічних рівнянь руху.

Вар. 25

1. Записати функцію Гамільтона для матеріальної точки в декартових координатах.
2. Про інтегрувати рівняння руху плоского маятника, точка підвісу якого може здійснювати рух по горизонтальній прямій.