МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Л.О. Кєсова, В.І. Промоскаль, В.В. Червоний

МЕТРОЛОГІЯ ТА СТАНДАРТИЗАЦІЯ В ТЕПЛОЕНЕРГЕТИЦІ

*Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як підручник для студентів
які навчаються за спеціальністю 144 «Теплоенергетика»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2018

Рецензенти: Єфімов О.В., д.т.н., проф.
Косач Н.І., д.т.н., проф.

Відповідальний редактор Побіровський Ю.М., к.т.н., доц.

Гриф надано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (Протокол № 9 від 1 жовтня 2018 р)

Електронне мережне навчальне видання

Кєсова Любов Олександрівна, д.т.н., проф. (КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ)
Промоскаль Василь Іванович, к.т.н., доц. (УІПА, м. Харків)
Червоний Володимир Вікторович (УІПА, м. Харків)

МЕТРОЛОГІЯ ТА СТАНДАРТИЗАЦІЯ В ТЕПЛОЕНЕРГЕТИЦІ

Метрологія та стандартизація в теплоенергетиці [Електронний ресурс] : підручник для студ. спеціальності 144 «Теплоенергетика»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського / УІПА (м. Харків); уклад.: Л.О. Кєсова, В.І. Промоскаль, В.В. Червоний. – Електронні текстові данні (1 файл: 4,54 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 451 с.

Визначено місце метрології в системі наук та вимірювань серед інших загальнонаукових емпіричних методів пізнання. Базові поняття теоретичної, законодавчої та прикладної метрології розглядається з позицій сучасного стану її розвитку.

Важливі властивості об’єктів енерготехнології на ТЕС та АЕС класифіковані за ознаками їх найзагальніших проявів у відношеннях еквівалентності, порядку та адитивності. Розглядаються шкали вимірювань властивостей з різною інформативною насиченістю: неметричні (шкали назв, шкали порядку) та метричні (шкали інтервалів, шкали відношень). Висвітлюються системи фізичних величин та систем їх одиниць (вибір основних і утворення похідних величин та їх одиниць). Акцентується увага на прикладних аспектах базових понять «розмірність величини» і «аналіз розмірностей» та використання останнього поряд з теорією подібності в дослідженнях енерготехнологічних процесів. Наведено класифікація і аналіз видів (прямі і непрямі вимірювання), методів (опосередкованого і безпосереднього порівняння вимірюваних величин з мірами) та похибок (методів, засобів і результатів) вимірювань. Розглянуто сучасний підхід до оцінки похибок вимірювань та їх невизначеностей, стандартизовані методи оброблення результатів спостережень під час прямих та непрямих вимірювань, а також загальні відомості про стандартизацію, її органи та основні положення державної системи стандартизації.

ЗМІСТ

Перелік скорочень

АЕС – атомна електрична станція;
АІГТШ – абсолютна ідеальна газова температурна шкала;
АТТШ – абсолютна термодинамічна температурна шкала;
АЧТ – абсолютне чорне тіло;
БРМ – багатозначна регульована міра;
БЩУ – блоковий щит управління;
ВЗ – вогнищеві залишки;
ВП – вимірювальний прилад;
ВТІ – всесоюзний теплотехнічний інститут;
ГТУ – газотурбінна установка;
ГОСТ – міждержавний стандарт;
ДГ – димові гази;
ДСТУ – державний стандарт України;
ЕРС – електрорушійна сила;
ЗВ – засіб вимірювання;
ЗВТ – засіб вимірювальної техніки;
ЗУ – золоуловлювач;
ЗШМ – золошлаковий матеріал;
ISO – міжнародна організація зі стандартизації;
ККД – коефіцієнт корисної дії;
КМС – комплекс міжнародних стандартів;
КУ – котельна установка;
ЛЗ – летюча зола;
МБП – метод безпосереднього порівняння;
МВВ – методика виконання вимірювання;
МЕС – магнітоелектрична система;
МНК – метод найменших квадратів;
МОП – метод опосередкованого порівняння;
МСМ – метрична система мір;
МТШ – міжнародна температурна шкала;
НСП – невилучена систематична похибка;
НМП – нескінченно мале прирощення;
НТД – нормативно-технічний документ;
О(Б)НМ – однозначна(багатозначна)нерегульована міра;
ПГУ – парогазова установка;
П(Т)ЧЕ – пружний (термометричний) чутливий елемент;
ПТП – первинний термоперетворювач;
РМГ – рекомендації з міждержавної стандартизації;
СКВ – середнє квадратичне відхилення;
СП – скінченне прирощення;
СЕЯ – спектральна енергетична яскравість;
СЗП – стандартний звужувальний пристрій;
SI – система міжнародна.

У процесі вивчення наук
приклади не менш навчальні, ніж правила.
І. Ньютон

Вступ

Ефективність управління виробництвом теплоти і електричної енергії на ТЕС та АЕС багато в чому визначається якістю вимірювальної інформації. Для її отримання використовують такі інструменти технічного регулювання як метрологія, стандартизація та сертифікація. Метрологія як наука про вимірювання створює інформаційну та технічну основи стандартизації і сертифікації, на яких ґрунтується управління якістю продукції, технологічних процесів та режимів експлуатації обладнання.

Якість виробництва електроенергії і теплоти на ТЕС та АЕС обумовлюється рівнем технічної досконалості основного і допоміжного обладнання, механізацією, автоматизацією, оптимізацією його роботи та безпекою, Складовими технологічними процесами є: одержання і перетворення теплоти палива (підготовка, спалення, генерація пари, транспортування та видалення у довкілля технологічних відходів – газових та твердих вогнищевих залишків тощо).

Відповідність режимів роботи енергетичного обладнання, характеристик технологічних процесів ТЕС та АЕС вимогам нормативно-технічної документації (НТД), безпеки праці та екологічної безпеки визначається завдяки вимірювальній інформації. Параметри пари (тиск 23,54 МПа, температура 540 °С), значні одиничні потужності енергоблоків та неперервне виробництво обумовлюють необхідність впровадження сучасних систем управління. Такі системи потребують великих обсягів вимірювання технічних, технологічних, техніко – економічних та екологічних показників (для енергоблоків потужністю 200 та 300 МВт – на рівні 600–750 та 1000–1200 одиниць, відповідно).

Досвід експлуатації енергоблоків показує, що необхідний рівень якості вимірювальної інформації досягається через залучення широкого кола технічних працівників основних цехів та технічних служб електростанції, зокрема інженерів-теплоенергетиків. Ефективність їх роботи визначається рівнем інтеграції знань енерговиробництва та його метрологічних основ.

У відповідності з діючими освітніми стандартами у складі професійних дисциплін навчального плану підготовки спеціалістів-теплоенергетиків з 2000 року передбачена дисципліна «Метрологія та стандартизація». Так створилась класична дидактична закономірність опанування знань, умінь і навичок через логічні операції дедукції та індукції шляхом послідовного вивчання дисциплін «Метрологія та стандартизація» та «Теплотехнічні вимірювання та прилади». Однак в Україні навчальна-методична література з метрологічних основ теплоенергетичної галузі майже повністю відсутня.

Дисципліна «Метрологія та стандартизація» є науковою основою метрологічного забезпечення енерготехнології на електростанціях і рівень метрологічної підготовки інженера – теплоенергетика має відповідати його провідній ролі на ТЕС і АЕС як технолога енерговиробництва. Галузева теплоенергетична направленість дисципліни досягається її широкими дисциплінарними зв'язками із спеціальними дисциплінами, які формують науково-теоретичні основи спеціальності.

Підручник «Метрологія та стандартизація в теплоенергетиці» сприятиме майбутньому інженеру-теплоенергетику після опанування спеціальних дисципліни не лише грамотно користуватись вимірювальною технікою та дотримуватись правил і норм метрологічного забезпечення енерготехнології, а й брати активну участь в його удосконаленні із урахуванням досягнень метрологічної науки, вимірювальної техніки та енерготехнології.

Підручник містить 13 глав, підготовлених колективом авторів:

Л.О. Кєсовою, В.І. Промоскалем, В.В. Червоним. Загальне редагування проведено Л.О. Кєсовою.

По главах матеріал підручника подається таким чином:

Перша глава – визначення понять метрології, стандартизації і сертифікації (потрійного союзу управління якістю), предмету, методу, засобів і принципів метрології та її місця в системі наук.

Розглянуто емпіричні методи пізнання, зв'язки між ними та місце вимірювань серед них. Наведено базові метрологічні терміни з міжнародних (ISO), міждержавних (ГОСТ) та державних (ДСТУ) стандартів у відповідності до сучасного стану метрології.

Друга глава дає поняття властивості об'єктів та їх класифікацію. Визначаються основні поняття метрології: фізична величина (ФВ), її рід, розмір, значення, числове значення, одиниця. Розглядаються неархімедові, векторні та скалярні (пропорційні, адитивні, інтервальні та відносні) фізичні величини; на загальносмисловому рівні наведено їх класифікація за характером виявлень розмірів ФВ, належності до різних груп фізичних процесів тощо.

Третя глава містить найзагальніші виявлення властивостей у відношеннях еквівалентності, порядку та адитивності, у комбінаціях таких відношень класифікуються реалізації різних емпіричних методів їх пізнання. Наводяться приклади класифікацій за дихотомічними ознаками вогнищевих залишків, летучої золи, теплоти спалення палива, приклади використання результатів лічби (вимірювання), об'єктів із класів еквівалентності для розрахунку технологічних, техніко-економічних та екологічних показників роботи складових та енергоблоку в цілому.

Четверта глава надає шкали вимірювань, які сприяють вивченню як кількісних, так і якісних властивостей. Приділяється увага неметричним шкалам, які досить широко використовуються в енерготехнологіях на ТЕС та АЕС: шкали назв (вогнищевих залишків, вугільних кусків та частинок пилу, частинок летючої золи та золошлакових матеріалів (ЗШМ), радіонуклідів тощо); шкали порядку: (оцінки закругленості частинок ЗМШ, міжнародна шкала оцінки небезпеки подій на АЕС, шкала твердості чорних і кольорових металів тощо).

Метричні шкали репрезентовані шкалами інтервалів (шкали часу, шкали умовних температур), шкалами відношень (термодинамічна температурна шкала ТТШ, абсолютна АТТШ, міжнародна температурна шкала МТШ-90, та шкала потужності поглиненої дози іонізуючого випромінювання). На прикладі поширеної в теплоенергетиці шкали помелоздатності кам'яного вугілля, більш докладно розглядається абсолютна шкала. Наведено порівняльний аналіз шкал вимірювання.

П’ята глава містить інформацію про системи ФВ та системи їх одиниць. Розглядаються вибір ФВ, утворення метричної системи мір величин та основні етапи історії метричної системи. Показано використання в метрологічній практиці регламентованих рівнянь зв’язків між ФВ і між числовими значеннями ФВ, а також основного рівняння вимірювання для утворення похідних величин та одиниць SI і переходу від однієї системи мір до іншої. Наведено позасистемні одиниці та правила утворення десяткових та часткових одиниць. Суттєво розширено розгляд аналізу розмірностей, який використовується в дослідницькій практиці багатьох областей фізики та складових теплоенергетики (механіка, тепломасообмін, гідрогазодинаміка). Визначено умови використання теорії розмірностей та теорії подібності.

Шоста глава надає класифікацію видів вимірювань за різними ознаками. Наголошується на принципових відмінностях між прямими та непрямими, опосередкованими та сукупними (сумісними), а також між сумісними та сукупними вимірюваннями. Надані основні характеристики (принцип, метод, похибка, невизначеність) вимірювання та цілий ряд понять, що визначають характеристики якості вимірювань згідно з ДСТУ 2681-94 та ДСТУ ГОСТ ИСО 5725-1…6:2005.

Сьома глава присвячена методам вимірювання та їх класифікації. Наведені приклади методів вимірювання в теплоенергетиці (рівня води в барабані котла, деаераторах і підігрівачах, швидкості та витрати рідин (газу, пари, повітря, мазуту) звужувальними та напірними пристроями тощо).

Виконані класифікація методів вимірювання за різними ознаками. Більш детально розглянута класифікація методів за способом порівняння вимірюваної ФВ з одиницею: методи опосередкованого порівняння (МОП) та методи безпосереднього порівняння (МБП) вимірюваної величини з мірою. За наявністю чи відсутністю зрівноваження методи МБП поділяються на методи зіставлення та методи зрівноваження вимірюваної величини з мірою.

У восьмій главі викладаються загальні відомості про похибки вимірювання та невизначеності вимірювання результатів, які водночас запроваджуються в сучасній вітчизняній метрологічній практиці; надаються їх класифікації за різними класифікаційними ознаками.

Глава дев'ята присвячена оцінюванням випадкових похибок та результатів вимірювання через їх розподіли (нормальний розподіл, розподіл Стьюдента); аналізуються статистичні вибірки та підсумовуються складові випадкових похибок.

У десятій главі розглядаються оцінювання систематичних похибок, їх виявлення (графічні та статистичні), усунення причин похибок, їх вилучення в процесі вимірювання та корекцією результату останнього.

У главі XI розглядаються методичні та нормативні аспекти об'єднання (підсумовування) систематичних та випадкових похибок, знехтування однією із них в процесі оброблення результатів прямих (однократних, багатократних і їх рядів), а також непрямих (опосередкованих та сумісних) вимірювань.

У главі XII наводяться методи оцінювання складових невизначеностей (стандартної, сумарної, розширеної та відносної), їх форми та подання.

У главі XIII надані загальні засади стандартизації і, зокрема, її загальновизнані поняття сутності, теоретичні і методичні основи, категорії і види стандартів та міжнародні організації зі стандартизації.

В основу підручника покладені навчально-методичні розробки авторів із методичного забезпечення лекційних, практичних та лабораторних занять, а також самостійної роботи студентів з дисциплін «Метрологія та стандартизація» і «Теплотехнічні вимірювання та прилади», передбаченими навчальним планом підготовки інженерів-теплоенергетиків по спеціальності «Теплові електричні станції та установки».

Розділ 1. Предмет «Метрологія та стандартизація»

1.1. Метрологія та її місце в системі наук

Метою будь-якого виробництва являється випуск якісної продукції (товару, виробу, послуги, науково-обґрунтованої ідеї, професійно оформленого документу, підготовленого інженера тощо). Міжнародний стандарт ISO 8402 визначає *якість як сукупність характеристик об'єкта, які відносяться до його здібності задовольняти обумовлену або передбачену потребу*. Терміном «об'єкт» тут визначено усе, що може бути індивідуально розглянуто та описано, тобто товар (виріб), послуга, процес, система. Для ТЕС та АЕС таким об'єктом є енергоблок, як складна технічна система, в якій реалізується процес перетворення теплоти палива в кінцевий товар. Товар енерговиробництва на енергоблоці – це відпущені споживачу теплота та електроенергія, характеристиками якості яких є їх параметри (температура, тиск, кількість теплоти, електрична напруга, частота, кількість електроенергії тощо).

Сьогодні дедалі знаходить визнання концепція загального управління якістю TQM (Total Quality Management), головним принципом якої є стратегічна орієнтація на споживача. Управління якістю ґрунтується на потрійному союзі *метрології*[1], *стандартизації*[2] та *сертифікації*[3] (підтвердження відповідності) [1].

Управління якістю товару (виробу) неможливо уявити без контролю його виробництва, який ґрунтується на обліку багаточисельних результатів *вимірювань* параметрів технологічного процесу перетворення теплоти палива в його кінцевий товар. Вимірювання, методи та засоби забезпечення їх *єдності*[4], а також способи досягнення необхідної точності вимірювань вивчає

[1]*Метрологія* – (гр. metron – міра + logos – наука) наука про вимірювання[2].
[2]*Стандарт* – (англ. standart) – взірець, еталон, модель.
[3]*Сертифікат* – (фр. certificate – лат. certum вірно + facere – робити) – документ, який підтверджує якість товару [3].
[4]*Єдність вимірювань* – стан вимірювань, за якого їх результати виражаються в узаконених.

наука, яка називається метрологією.

Предмет метрології – здобуття кількісної інформації з заданими точністю і достовірністю про властивості об'єктів і процесів.

Методи метрології – це методи вимірювання, відтворення величин із заданими розмірами, порівняння величин, вимірювальних перетворень, оброблення спостережень, планування вимірювального експерименту.

Засоби метрології – сукупність засобів вимірювань, контролю та метрологічних стандартів, які забезпечують їх раціональне використання.

Принципи метрології реалізуються в діяльності, яка забезпечує необхідну якість вимірювань, зокрема, їх єдність та достовірність.

Метрологія створює *інформаційну та технічну основу* для управління якістю продукції; *нормативну базу* систем якості складають стандарти.

Стандарт – це нормативно-технічний документ (НТД), розроблений з метою досягнення оптимального ступеня упорядкування у визначеній ситуації, в якому установлюються загальні правила для багатократного використання та принципи (характеристики), що стосуються різних видів і результатів діяльності.

Стандартизація – це діяльність, яка направлена на досягнення упорядкування у сферах виробництва та обігу продукції і підвищення конкурентної здібності робіт (послуг) шляхом установлення правил і характеристик для їх багатократного використання.

Постійне ускладнення продукції та зростання різноманітних послуг, проблеми захисту інтересів споживачів і контролю безпеки продукції, робіт та послуг виявили необхідність в гарантіях відповідності їх якості заявленим нормам.

Сертифікація (підтвердження відповідності) – це документальне підтвердження відповідності вимогам нормативних документів продукції, процесів виробництва, експлуатації, зберігання, перевозки, реалізації, утилізації, виконання робіт, надавання послуг.

одиницях і похибки вимірювань відомі із заданою ймовірністю[2, 3].

Метрологія та стандартизація виникли практично водночас і розвивались паралельно. Коли в якій-небудь країні установлювався достатньо сильний державний апарат, він брав під свій контроль національні одиниці вимірювань та міри, які їх матеріалізували. Це обумовило необхідність установлення єдиних норм і правил, тобто створення нормативних документів, в тому числі стандартів. Реалізація вимог стандартів неминуче пов’язана з виконанням вимірювань. Разом с тим, метрологія наскрізь пронизана стандартизацією: одиниці вимірювань та правила їх застосування, методи передавання розмірів одиниць від державних еталонів і парку установок вищої точності, засоби вимірювань стандартизовані. Діяльність метрологічних служб регламентована стандартами Державної системи забезпечення єдності вимірювань [3].

Система сертифікації спирається на єдність вимірювань в країні, оскільки у процесі реалізації процедури підтвердження відповідності проводиться перевірка виконання вимог стандартів та інших нормативних документів, які звичайно утримують метрологічні норми.

Тісні і багатогранні взаємозв’язки метрології, стандартизації та сертифікації, обумовили по меншій мірі два результати. *По-перше, державна політика формується та реалізується єдиним органом виконавчої влади – Департаментом технічного регулювання при Міністерстві економічного розвитку і торгівлі України, за всіма трьом напрямами; згідно з Указом Президента України (№634/2011 від 31.05.2011 року) він є спеціально уповноваженим центральним органом виконавчої влади у сфері захисту прав споживачів, метрології, стандартизації та сертифікації.* По-друге, у відповідності з діючими освітніми стандартами у навчальних планах підготовки багатьох спеціалістів ВНЗ України, в тому числі і інженерів-теплоенергетиків, передбачена навчальна дисципліна «Метрологія та стандартизація».

Звичайно метрологію представляють як науку та галузь діяльності, яка складається з трьох взаємопов’язаних розділів – теоретичного, законодавчого та прикладного.

Теоретична (фундаментальна) метрологія вивчає та розробляє наукові основи (теорія вимірювань, їх шкал, проблеми установлення систем величин та одиниць, теорія первинних засобів вимірювання (еталонів), точності вимірювань тощо).

Законодавча метрологія включає взаємопов’язані юридичні та науково-технічні питання, що потребують регламентації зі сторони держави з метою забезпечення єдності вимірювань.

Прикладна (практична) метрологія розробляє питання практичного застосування положень теоретичної та законодавчої метрології.

В останні десятиліття метрологія активно проникає в нові для себе області: випробування і контроль якості продукції, кібернетика і системотехніка, охорона здоров’я та довкілля, соціологія і психологія, педагогіка і спорт та ін. На черзі вимірювання таких властивостей, як блиск, глянець, запах, смак тощо. Стали вимірювати не тільки величини, які включені в Міжнародну систему одиниць (SI), але й властивості, що не описуються фізичними законами. Деякі із вимірюваних властивостей не є величинами, тому що носять не кількісний, а якісний характер [4].

Багатогранність метрології визначила її особливе місце в системі наук. Головною особливістю метрології, яка виділяє її серед інших прикладних наук, являється велика кількість принципових положень, установлених умовно, по угоді: вибір системи одиниць, розміри основних одиниць, методики виконання вимірювань (МВВ), нормальні (стандартні) умови вимірювань тощо. Для забезпечення єдності вимірювань у державі і захисту інтересів споживачів розроблені юридичні акти, які мають правову основу. Забезпечення єдності вимірювань завжди було і залишається природною державною монополією і здійснюється за підтримки і під наглядом державних органів управління. Саме тому, на відміну від більшості інших наукових дисциплін, метрологія має у своєму складі законодавчий розділ.

Метрологія стала такою наукою, на досягнення, засоби та методи якої спираються у своєму розвитку як фундаментальні, так і прикладні наукові направлення. Розвиток наукових теорій та їх практичне застосування без первинної інформації, яку одержують шляхом вимірювання у процесі наукового емпіричного пізнання неможливі. Тому метрологія має зв'язок зі всіма науковими дисциплінами. В цьому відношенні слід відзначити взаємозв'язок та взаємообумовленість розвитку теплоенергетики та її метрологічного забезпечення. З одного боку, фундаментальні основи теплоенергетики (термодинаміка, теорія теплоти та гідрогазодинаміка) використовується в теоретичній і прикладній метрології. За їх допомогою опрацьовані методи вимірювання температури (контактна та безконтактна термометрія) і теплових величин, які підлягають обліку чи контролю енергозбереження (тепловий потік, кількість теплоти, витрати і маси рідинних та газових середовищ). З іншого боку, досягнення з метрологічного забезпечення температурних та теплових вимірювань, результати більшості яких є режимно-технологічними параметрами чи показниками енерговиробництва на ТЕС та АЕС, сприяють подальшій оптимізації та підвищенню його якості.

У метрології багато загального з кібернетикою. Сучасні вимірювальні інформаційні системи – це складний комплекс обладнань, який виконує функції сприйняття інформації про досліджуваний об'єкт, оброблення, зберігання та видачі вимірювальної інформації. Науковий розвиток таких комплексів ґрунтується, з одної сторони, на досягненнях кібернетики, а з іншої – на успіхах радіоелектроніки, вимірювальній та обчислювальній техніці. Взаємозбагачуючий вплив метрології і кібернетики обумовлений єдністю цілей, рішенням проблем надійності та якості.

Сукупність досягнень методів та засобів метрології по суті є технологією для одержання точної і достовірної інформації про властивості досліджуваних об'єктів та явищ. Метрологія, вимірювання, одержання вимірювальної інформації є початковою частиною багатьох технологій вже на початку розвитку направлень діяльності, які об'єднуються поняттям «інформаційні технології». Вимірювальна інформація являється вхідною для різних систем її передавання та оброблення.

1.2. Місце вимірювань серед загальнонаукових методів пізнання

Згідно з матеріалістичною теорією пізнання (гносеологією) джерелом пізнання, сферою, звідки воно отримує свій зміст, є об’єктивна реальність, існуюча незалежно від свідомості (як індивідуальної так і суспільної). Пізнання реальності – є процесом творчого *відображення* її в свідомості людини. Принцип відображення виражає сутність матеріалістичного розуміння процесу пізнання.

Метод наукового пізнання – це спосіб побудови та обґрунтування системи наукових знань або сукупність і послідовність прийомів і операцій, за допомогою яких вони здобуваються.

Методи наукового пізнання за ступенем їх спільності, тобто за широтою застосування в процесах наукового дослідження прийнято розділяти на три групи:

- загальні методи пізнання – це загально філософські методи закони (діалектичний та метафізичний), що використовуються в усіх науках;
- загальнонаукові методи пізнання поширюються на споріднені групи фундаментальних суспільних і технічних наук;
- методи конкретної науки, наприклад, методи метрології.

Змістом діалектичного методу є широке узагальнення накопичених людством наукових знань. Він формує методологічну основу пізнання усіх предметів та явищ, які вивчаються природними, соціальними та технічними науками і визначає логічну і філософську сутність суспільно-наукових методів пізнання. Метафізичний метод в середині XIX ст. почав все більше витіснятися з природознавства діалектичним методом. Загальнонаукові методи мають досить широкий міждисциплінарний спектр застосування. Класифікація таких методів тісно пов’язана з розумінням рівнів наукового пізнання, включає два рівня наукового пізнання: емпіричний і теоретичний.

До емпіричних методів пізнання належать спостереження, порівняння, лічба, контроль, вимірювання, ідентифікація та науковий експеримент [5].

Спостереження – цілеспрямоване та організоване *відбиття* зовнішніх структурних характеристик об’єкту. Воно є найбільш доступним і простим методом пізнання, реалізується як органами чуття людини (дотику, нюхання, слуху, зору, смаку), так і спеціальними технічними засобами. Спостереження – це початковий метод емпіричного пізнання, який дозволяє одержати певну первинну інформацію про об’єкт, що вивчається, і завжди супроводжується його описом. Такі описи утворюють емпіричну базу відповідної науки, спираючись на яку дослідники складають емпіричне узагальнення об’єктів, здійснюють їх класифікацію. Таким чином спостереження є складовою частиною усіх емпіричних методів пізнання. Основна умова наукового спостереження – це об’єктивність.

Порівняння – зіставлення об’єктів по їх схожості чи відмінності. Методом порівняння виявляють те, що є загальним і більш суттєвим для ряду об’єктів. В метрології порівняння – це вимірювальна операція, що полягає у *відображенні* співвідношення між розмірами двох однорідних фізичних величин відповідним властивостям: більша, менша чи однакова за розміром.

Контроль-відбиття якісної сторони властивості об’єкта, під час якого виявляється відповідність між його станом за даною властивістю і нормою. Результатом контролю є якісна характеристика як висновок про знаходження об’єкту в нормі чи поза неї.

Лічба – відбиття кількісної властивості сукупності якісно однакових емпіричних об’єктів. Лічбою виявляється взаємно однозначна відповідність між сукупністю об’єктів по їх кількості і числом з натурального ряду чисел. При здійсненні лічби необхідно відрізняти окремо кожний об’єкт.

Вимірювання -відображення вимірюваних кількісних властивостей обмеженим рядом іменованих натуральних чисел. Таке відображення властивостей робить їх суттєво інформативнішими в порівнянні з іншими методами пізнання. Вимірювання забезпечує безпосередній зв'язок між експериментом і теорією, високу достовірність наукових досліджень та якість продукції сучасного виробництва. Вимірювання і контроль близькі за своєю інформаційною сутністю, мають ряд загальних операцій (наприклад, порівняння, вимірювальне перетворення), тісно пов’язані між собою та доповнюють одне одним. Контроль є попередник вимірювання. Процедури вимірювання та контролю багато в чому суттєво різняться і першу за все результатом: результат вимірювання є кількісна, а контролю – якісна характеристика об’єктів.

Спорідненні за своєю інформаційною сутністю є процедури вимірювання та лічби. Вони являються джерелом кількісної інформації про об’єкти. Кількісною стороною результатів лічби (кількість об’єктів) та вимірювання (розмір, інтенсивність властивості) є число.

Відмінності вимірювання та лічби:

- лічба – це визначення кількості однорідних об’єктів, а не їх властивостей; вимірювання – це визначення властивості об’єктів, а не їх кількості;
- одиниця лічби характеризує кожний із об’єктів тільки з якісної сторони (назви об’єкту), наприклад, 5 енергоблоків; одиниця вимірювання має якісну (назва одиниці) та кількісну (розмір одиниці – м, км) сторони;
- на відміну від вимірювання та контролю, похибки яких теоретично неминучі, лічба являє собою безпохибкову процедуру.

Ідентифікація (від. лат. identificare – ототожнювати) являється *відбиттям* залежностей між величинами числовими аналітичними моделями, які характеризують емпіричний об’єкт. Це поширена інформаційна процедура, метою якої є віднесення на основі виявлення і аналізу характерних можливостей об’єкта до того чи іншого класу. Ідентифікація починається з класифікації даного емпіричного об’єкту та тісно пов’язана і перемежовується з процедурами вимірювання. Наприклад, ідентифікація випадкового процесу на етапі виявлення характеру його розподілу може буди реалізовано шляхом порівняння ординат відповідних кривих розподілу даного процесу та найбільш поширених законів (наприклад нормального закону); таким порівнянням визначається з яким законом розподілу ідентичний розподіл «розпізнавального» процесу.

Науковий експеримент передбачає цілеспрямований контрольований вплив дослідника на об'єкт з метою виявлення і вивчення його властивостей, зв'язків. Таким чином, емпіричні методи пізнання поділяються на методи якісних (спостереження, порівняння, контроль) та кількісних (лічба, вимірювання, ідентифікація та науковий експеримент) оцінок. Найбільш важливе значення серед усіх експериментальних методів пізнання має вимірювання, за допомогою якого одержують важливу кількісну вимірювальну інформацію і забезпечують ефективну реалізацію усіх емпіричних методів пізнання. експерименту.

1.3. Базові метрологічні терміни та їх визначення

Багато положень метрології узаконені міжнародними конвенціями та діють у вигляді міжнародних, міждержавних та національних стандартів, до яких відносяться, наприклад:

- затверджені міжнародною організацією зі стандартизації (ISO) понад 13 тисяч міжнародних стандартів, один з них ISO 5168:2005. «Вимірювання потоку рідини і газу. Процедура оцінки невизначеності»;
- міждержавний стандарт, наприклад, ДСТУ 3401-97 (ГОСТ 30486-97) «Енергозбереження. Методи та засоби вимірювання теплових величин»;
- рекомендації по міждержавній стандартизації наприклад, РМГ 29-99:2001. ГСИ Метрологія. Основні терміни та визначення;
- державний стандарт України наприклад, ДСТУ 3518-97. Термометрія. Терміни та визначення.

Розширення сфери застосування метрології у нових областях вимірювань показали, що деякі основні поняття метрології потребують переусвідомлення, узагальнення, актуалізації.

За останні роки розгорнулась широка дискусія щодо розширення поняття «вимірювання» на будь-які величини, параметри, показники, котрі підлягають не тільки фізичному (на основі об'єктивно існуючих закономірностей), а й *тестовому*[5] *«шкалюванню*[6]» [6].

За допомогою такого тестування визначається клас відношень еквівалентності та порядку (наприклад, шкала *градацій*[7] здібностей або почуттів людини тощо). Так проходить формування метрологічного підходу до вивчення та опису біологічних, психологічних, соціальних (в тому числі економічних) систем. Ряди градуювальник протиставлень використовуються і у теплоенергетиці (характеристики плавкості золи, гранулометричного (фракційного) складу вугілля, його пилу, летючої золи, ефективності золоуловлювачів тощо). Пропонується навіть поширити поняття «вимірювання» на лічбу та нумерацію подій, факторів, об'єктів, не дивлячись на те, що *вимірювання – це визначення властивостей об'єктів, а не їх кількості, а лічба – це визначення кількості об'єктів, а не їх властивостей*. З'явився термін «вимірювання в широкому розумінні», яким охоплюється будь-які операції приписування об'єкту числа незалежно від його характеру та змісту таких операцій. За таких умов поєднування операцій приписування об'єктам числа проводиться за єдиним правилом: число, відповідне визначеному об'єкту, знаходиться по визначеній *шкалі вимірювання*, яка установлюється спеціально (див. табл. 1.1).

Аналіз апарату метрологічних понять, які використовуються в НТД Державної системи забезпечення єдності вимірювань, показує, що він помітно відстає від потреб практики, яка сьогодні реалізує системи вимірювань. Більш того, багато з яких документально зафіксованих понять

---

[5]*Тест* (англ. test – дослідження, випробовування, випробування) – завдання у стандартній формі, за результатом якого можна судити про психофізіологічні та особисті характеристики, а також про знання, вміння, навички випробуваного.
[6]*Шкалювання* – процедура чи методика, що використовується під час вимірювання (ідентифікується з поняттям шкали вимірювання).
[7]*Градація* (лат. gradatio – поступове підвищення, gradus – ступень, східець) – послідовність, поступовість в розташуванні (розміщенні) чого-небудь, при переході від одного до іншого.

не відповідають суті концептуальних положень теорії вимірювань. Це, перш за все, відноситься до рекомендацій РМГ 29-99 та до стандарту ДСТУ 2681-94.

В табл. 1.1 наведені терміни та визначення з РМГ 29-99 та ДСТУ 2681-94. Однак у випадках, коли вони недостатньо коректні чи явно застарілі, рядом надані відповідні формулювання, які відповідають сучасному стану метрології. У своїй більшості ці матеріали запозичені з рекомендацій РМГ 83-2007.

Таблиця 1.1. **Базові метрологічні терміни та їх визначення**

Нормативний документ	
1	**2**
а) ДСТУ 2681-94; б) РМГ 29-99	в) РМГ 83-2007
1а. *Вимірювання* – відображення вимірюваних величин їх значенням шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів. 1б. *Вимірювання фізичної величини* – сукупність операцій застосування технічного засобу, який зберігає одиницю ФВ, забезпечує знаходження співвідношення (в явному чи неявному вигляді) вимірюваної величини з її одиницею та одержання значення цієї величини.	1в. *Вимірювання* – порівняння конкретного виявлення вимірюваної властивості (вимірюваної ФВ) зі шкалою (частиною шкали) вимірювань цієї властивості (величини) з метою одержання результату вимірювання (оцінки властивості чи значення величини).
2а. *Кількісний принцип вимірювання* – рівноінтервальність відображення розміру адитивної вимірюваної величини її числовим значенням. 2б. *Принцип вимірювань* – фізичне явище чи ефект, яке покладене в основу вимірювань.	
3а. *Метод вимірювання* – сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципу вимірювання для створення вимірювальної інформації. 3б. *Метод вимірювань* – прийом або сукупність прийомів порівняння вимірюваної величини з її одиницею у відповідності з реалізованим принципом вимірювання.	3в. *Метод вимірювання* – прийом або сукупність прийомів порівняння конкретного виявлення вимірюваної властивості (вимірюваної величини) зі шкалою вимірювань цієї властивості (величини).
4а. *Об’єкт вимірювання* – матеріальний об’єкт, одна чи декілька властивостей якого підлягають вимірюванню. 4б. *Об’єкт вимірювання* – тіло (фізична система, процес, явище тощо), яке	4в. *Об’єкт вимірювання* – об’єкт діяльності, конкретне виявлення *кількісних* чи *якісних* властивостей якого підлягають вимірюванню.

1	2
характеризується однією чи декількома вимірюваними величинами.	
5а. *Вимірювана величина* – фізична величина чи параметри її залежності, що підлягають вимірюванню. 5б. *Вимірювана фізична величина* – ФВ, яка підлягає вимірюванню або вимірюється чи вимірювана у відповідності з основною метою вимірювальної задачі.	5в. *Вимірювана величина* – вимірювана властивість, яка характеризується кількісними відмінностями.
6а. *Результат вимірювання* – значення ФВ, знайдено шляхом її вимірювання. 6б. *Результат вимірювання ФВ* – значення величини, яке одержане шляхом її вимірювання.	6в. *Результат вимірювання – значення величини* чи *оцінка властивості*, яка одержана шляхом вимірювання.
	7в. *Оцінка властивості* – вираження місця положення якісної властивості конкретного об'єкта вимірювань на відповідній шкалі назв.
8а. *Значення (фізичної) величини* - відображення ФВ у вигляді числового значення величини з позначення її одиниці. 8б. *Значення ФВ* – вираження розміру ФВ у вигляді деякого числа прийнятих для неї одиниць.	8в. *Значення величини* – вираження розміру величини по відповідній шкалі у вигляді деякого числа прийнятих одиниць, чисел, балів чи інших знаків (позначок).
9а. *Істинне значення ФВ* – значення ФВ, яке ідеально відображало б певну властивість об'єкта. 9б.*Істинне значення ФВ* – значення ФВ, яке ідеально характеризує в якісному та кількісному відношеннях відповідну ФВ.	9в. *Істинне значення величини* – значення величини, яке ідеальним чином відображає положення на відповідній їй шкалі реалізації кількісної властивості конкретного об'єкта діяльності.
10а. *Дійсне значення (фізичної величини)* – значення ФВ, знайдене експериментальним шляхом і настільки наближене до істинного значення, що його можна використати замість істинного для даної мети. 10б. *Дійсне значення ФВ* – значення ФВ, знайдено експериментальним шляхом і настільки наближене до істинного значення, що у постановленій вимірювальній задачі може бути використане замість нього.	10в. *Дійсне значення величини* - значення величини, настільки наближене до істинного значення, що для даної мети може бути використане замість нього.
11б. *Похибка результату вимірювання* – відхилення результату вимірювання від істинного (дійсного) значення вимірюваної величини.	
12а. *Невизначеність вимірювань* – оцінка, що характеризує діапазон значень, в якому є істинне значення вимірюваної величини. 12б. *Невизначеність вимірювань* – параметр, пов'язаний з результатом вимірювань, який характеризує розсіювання значень, котрі можна приписати вимірюваній величині.	12в. *Невизначеність (результату) вимірювань* – відповідна можливому розсіюванню результатів вимірювань область (ділянка) шкали вимірювань, в якій можливо знаходиться оцінка властивості чи значення вимірюваної величини.

1	2
13а. *Єдність вимірювань* – стан вимірювання, за якого їх результати виражаються в узаконених одиницях і похибки вимірювань відомі із заданою ймовірністю. 13б. *Єдність вимірювань* – стан вимірювань, який характеризується тим, що їх результати виражаються в узаконених одиницях, що відтворюються первинними еталонами, а похибки результатів вимірювань відомі та із заданою ймовірністю не виходять за установлені межі.	13в. *Єдність вимірювань* – стан вимірювань, за якого їх результати виражені в узаконених одиницях вимірювань (величин) або шкалах вимірювань та оцінені невизначеності або границі похибки результатів вимірювань.
14а. *Шкала ФВ* – послідовний ряд однорідних ФВ, які присвоєні цим величинам відповідно до узгоджених правил. 14б. *Шкала ФВ* – упорядкована сукупність значень ФВ, яка служить початковою основою для вимірювання даної величини.	14в. *Шкала (вимірювань)* – відображення множини різних виявлень кількісної чи якісної властивості на прийняту за згодою опорядковану множину чисел чи другу систему логічно пов’язаних знаків (позначок).

Контрольні запитання

1. Метрологія, її склад та місце в системі наук.
2. Класифікація емпіричних методів пізнання.
3. Місце вимірювань серед емпіричних методів пізнання.
4. Вимірювання і контроль як емпіричні методи пізнання; що їх узагальнює та розрізнює?
5. Вимірювання і лічба як емпіричні методи пізнання; що їх узагальнює та розрізнює?

Розділ 2. Властивості об’єктів вимірювання. Класифікація властивостей

Різноманітність та складність сучасних енерготехнологій на ТЕС та АЕС потребують величезних масивів інформації про стан їх технологічних елементів. В термінах метрології такими елементами (об’єктами діяльності майбутнього інженера – теплоенергетика) являються:

- тіла (основне та допоміжне обладнання на ТЕС та АЕС);
- речовини (технологічні середовища – паливо, вода, повітря тощо);
- процеси (термодинамічні цикли ТЕС, АЕС, ГТУ, ПГУ та процеси спалювання, теплопередачі, видалення відходів та їх утилізації);
- явища, ефекти (радіоактивність палива та відходів АЕС, термоелектричний ефект тощо).

Для відзнаки одного об’єкту від іншого або знаходження їх спільності використовують філософську категорію, яка має назву *властивість об’єкта***.**

Властивість – це ознака, яка притаманна об’єкту та відрізняє його від інших або робить його схожими на них (твердість металу, шершавість його поверхні, колір). Сукупність суттєвих властивостей конкретного об’єкту виражає його якісну визначеність. Сукупність виявлень яких-небудь властивостей утворює множину, елементи якої знаходяться у визначених логічних відношеннях.

Одержання якісної або кількісної інформації про властивість об’єктів діяльності шляхом вимірювання є предметом метрології. Саме *властивості об’єктів діяльності підлягають вимірюванням*, тому поняття “властивість“ використовується у визначеннях багатьох сучасних метрологічних термінів (табл. 1.1).

На загальнозмістовому рівні властивості можна згуртувати в чотири класи, що об’єднують якісні і кількісні властивості та їх комбінації з докорінними властивостями матеріального світу: просторові-часові та комбіновані властивості (рис. 2.1) [1].

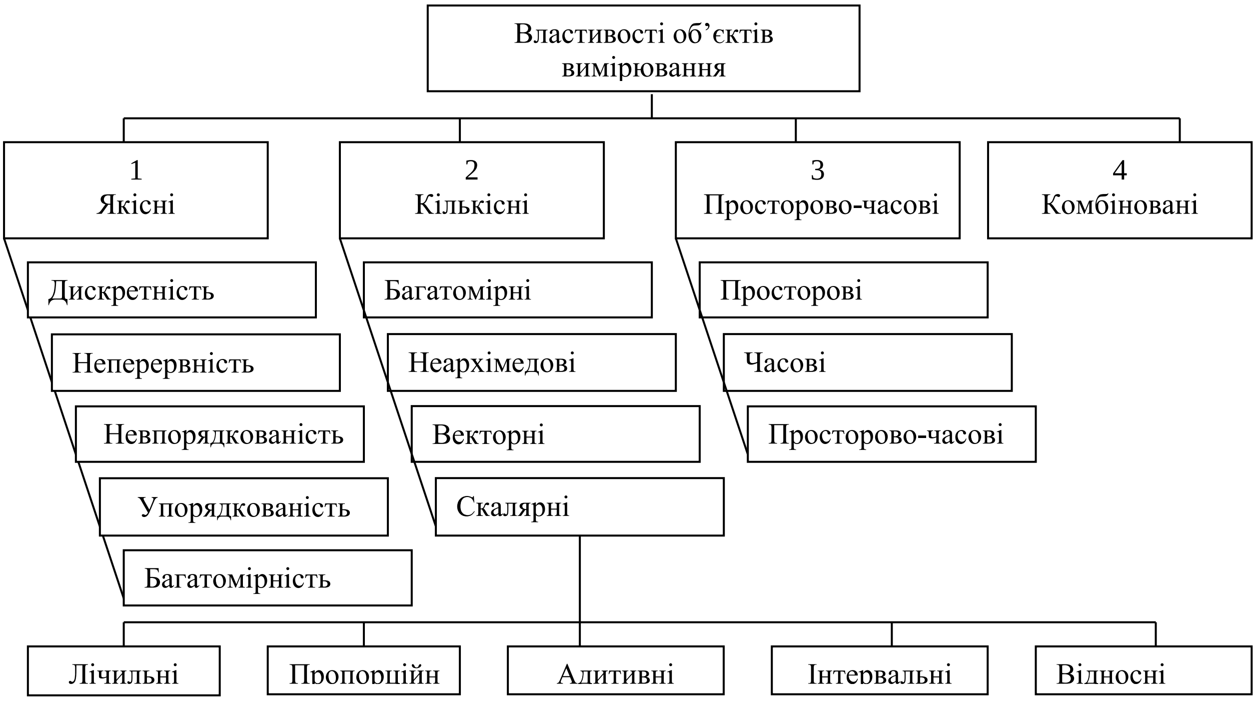


Рис.2.1. Класифікація властивостей об'єктів вимірювання

2.1. Якісні властивості об'єктів

Якісна властивість описується множиною її виявлень, які не мають кількісної характеристики. Конкретні виявлення якісної властивості прийнято називати *оцінкою властивості*. У якісних властивостей виділяють такі ознаки: дискретність, неперервність, невпорядкованість, упорядкованість по схожості та багатомірність.

Дискретність електрична – фундаментальна якісна властивість, одна із найбільших загадок природи, що інтригує: існує мінімальний електричний заряд (заряд електрона), якому кратні усі електричні заряди.

Прикладом *неперервної* ознаки об'єкту вимірювання є плавкість золи енергетичного вугілля, яка залежить від її складу та густини характеристик складових, функціонально пов'язаних з температурою. Плавна зміна останньої обумовлює неперервну зміну плавкості золи та *органолептичної*[1] ознаки (деформації експериментальної золової пірамідки).

[1]*Органолептичний* (орган + гр. lepticos – здатний взяти, сприйняти) – виявлений за допомогою органів чуття людини.

Так, вугільний пил як результат помелу вугілля в кульових барабанних млинах ТЕС – *злічення невпорядкована* за крупністю множина частинок вугілля. Той же вугільний пил, розсіяний через сита з різними лінійними розмірами вічок, становиться *зліченною упорядкованою* за крупністю множиною частинок вугілля.

Багатомірними якісними властивостями з деякими кількісними ознаками є:

• *шум парової турбіни*, як будь – який небажаний звуковий процес, являє собою нерегулярні коливання, що виникають в результаті складання численних коливань з близькими амплітудами (гучностями), але з різними частотами (висотами). Складний спектральний вміст його формується двома принципово різними за природою складовими:

- механічна складова з низькочастотним інтервалом спектру (50–500) Гц, обумовлена залишковим дисбалансом роторів турбіни та несоосністю і зломом її валів;
- аеродинамічна складова з високочастотним інтервалом спектру (2–20) кГц, обумовлена шумом турбулентності, який виникає при обтіканні потоком пари елементів проточної частини турбіни та її лабіринтових ущільнень.

Оскільки людське вухо сприймає частоти 16 Гц–20 кГц, то увесь частотний діапазон шуму парової турбіни (50 Гц–20 кГц) під час дії на органи слуху людини здібний викликати звукові відчуття, в тому числі і болісні;

• фотохімічний (Лос-Анджелеський) смог (англ. smog від smoke – дим та fog туман) – тип забрудненої атмосфери великих міст, яка є результатом взаємодії сонячного випромінювання з оксидами азоту (NO, NO_2), котрі містяться у викидах до атмосфери димових газів ТЕС. В результати такої взаємодії виникають фотохімічні оксиданти – сильні окислювачі (наприклад, озон – O_3). Усі вони відповідні за деяке забарвлювання тканин та мають цілий комплекс інших небезпечних, в тому числі і органолептичних властивостей: сильно подразнюють очі та носоглотку за умов високої концентрації спричиняють сильний кашель, призводять до спазми грудної клітки та до неможливості зосередитися. Крім того, смог помітно зменшує видимість та придає атмосфері жовто-коричневий відтінок.

Якісні властивості використовуються в різних моделях ідентифікації та класифікації: розпізнання образів; якісного хімічного та хроматографічного аналізу; технічної діагностики[2]; ремонтів енергетичного обладнання тощо.

Слід мати на увазі принципову непереводимість якісних властивостей в кількісні, яка обумовлена відсутністю у якісних властивостях кількісного відношення «більше – менше».

2.2. Кількісні властивості (величини)

Кількісна властивість описується множиною її кількісних виявлень. Конкретне виявлення кількісної властивості прийнято називати *величиною*. Поняття “величина”є фундаментальним поняттям метрології. Одне з перших його визначень надано у “Алгебрі” Л. Ейлером, яка вийшла в світ у 1766 році: «…зветься величиною все те, що здібне зростати чи зменшуватись, або те, до чого можна дещо додати, або від чого можна дещо відняти. Таким чином, сума грошей є величиною, тому що допускає додавання до себе або віднімання від себе. Також і вага є величиною за тих же причин». Однак таке визначення величини занадто широке, охоплює фізичні (масу, об’єм) та нефізичні (розум, честь, совість, апетит) величини та поширюється на такі поняття, як державний бюджет, родючість ґрунтів тощо. Таке широке поняття ускладнювало вивчення величин та створення теорії вимірювань.

Зараз розрізняють фізичні величини, притаманні матеріальним об’єктам, і нефізичні величини, властиві нематеріальним об’єктам, які розглядаються у філософії, соціології, психології. Поняття фізичні величини (ФВ) це

[2]*Діагностика* (від гр. diagnöstikos – здатний розпізнати) *технічна* – контроль, перевірка та прогнозування стану технічних систем (котлів, турбін, реакторів, енергоблоків).

найзагальніше поняття у фізиці та метрології. У «Международном словаре основных и общих понятий метрологии» (VIM, 2-е изд., 1993 г) замість ФВ використано поняття “величина (вимірна), як характерна ознака (атрибут) явища, тіла або речовини, що може вирізнятися якісно та визначатися кількісно“. Таким чином, ФВ – це, перш за все властивість, яку можна прямо або опосередковано піддавати вимірюванням. Завдяки цьому закони фізики, пов’язуючи між собою такі ФВ, набувають вигляду математичних рівнянь, що уможливлює проведення розрахунків за загальними правилами математики. У ДСТУ 2681-94 *фізичну величину визначено як властивість, спільну в якісному відношенні у багатьох матеріальних об’єктів та індивідуальну в кількісному відношенні у кожного з них.*

Спільні в якісному відношенні властивості характеризуються родом ФВ[1.]; вони можуть бути і різними за назвами (різнойменні) ФВ: чи довжина, ширина, висота, глибина, відстань, чи електрорушійна сила (ЕРС), електрична напруга, електричний потенціал, чи робота, енергія, кількість теплоти. Про такі ФВ кажуть, що вони одного роду, чи *однорідні*[2]. Фізичні величини, які не являються однорідними, називають *різнорідними*, чи *неоднорідними*.

Кількісно індивідуальні властивості характеризують розміром[3] ФВ, який вводиться для встановлення різниці кількісного вмісту властивостей у кожному об’єкту. Наприклад, швидкість, температура, в’язкість – властивості притаманні самим різним об’єктам, але у одних об’єктів даної властивості більше, у інших менше. Отже і розміри швидкості, температури, в’язкості у одних ФВ більші, ніж у інших.

Розміри ФВ можуть змінюватись неперервно або стрибкоподібно (дискретно). *Неперервними (аналоговими) величинами* називають величини, можливі розміри яких у скінченному проміжку часу, змінюючись, утворюють незліченну множину, а дискретними (квантованими) величинами – такі, що

[3]*Рід ФВ* – це якісна визначеність ФВ.
[4]*Однорідні ФВ* – це величини, які можна зрівнювати між собою кількісно.
[5]*Розмір ФВ* – це кількісна визначеність ФВ, притаманна конкретному матеріальному об’єкту.

утворюють зліченну множину.

Натомість на практиці поняття “розмір” для кількісної оцінки місткості ФВ не використовується через те, що не містить прямої кількісної оцінки. Для цього використовують поняття *«значення ФВ»* (див. табл. 1.1). Значення ФВ (x_N) визначається через *числове значення*[4] (N_x) та *одиницю*[5] ($\Delta x_к$) як $x_N = N_x \Delta x_к$ і представляє собою іменоване число.

Усі величини поділяються на *неархімедові, скалярні, векторні та багатомірні*.

Неархімедова величина являється упорядкованою за розміром, але до неї немає сенсу вживати поняття пропорційності: одне проявлення конкретної властивості може бути більше чи менше іншого, але визначити у скільки разів – неможливо. Принципово неможливість установлення відношення пропорційності не дозволяє переводити неархімедову величину в більш звичну скалярну, яка має одиницю вимірювання**.**

Прикладом дискретних неархімедових величин можуть служити: числа твердості мінералів (за Моосом), бали сили вітру (по Бофорту), бали сили землетрусу за спостереженим руйнуванням, числа закругленості частинок золошлакових матеріалів (ЗШМ) ТЕС, числа п’ятибальної системи оцінки знань учнів тощо. Неперервні неархімедові величини – числа твердості по Бринеллю (НВ), Віккерсу (HV), як відношення навантаження (в ньютонах) до площі (в метрах квадратних), а також числа температурної характеристики плавкості золи вугілля, як відображення деформації пірамідального зразка золи під час його нагрівання, числа світлочутливості (для фотоматеріалів) тощо.

Розрізняють також *скалярні та векторні величини*. Скалярні величини**,** які мають тільки розмір, можуть бути неполярними, тобто мати лише розмір (маса, об’єм), або полярними, тобто мати, крім розміру, ще й знак (електричний заряд). Векторні величини (сила, швидкість, прискорення)

---

[6]*Числове значення ФВ* – це абстрактне (рос. отвлеченное) число, що входить до значення ФВ.
[7]*Одиниця вимірювання (ФВ)* – це величина фіксованого розміру, для якої умовно (по визначенню) прийняте числове значення, рівне одиниці.

мають не лише розмір, а й напрямок.

Скалярні величини – це головна та найбільш різноманітна група величин. Серед скалярних величин є лічильні (цілочисельні), пропорційні, адитивні, інтервальні, відносні.

Лічильні величини дискретні, вони виражаються цілими позитивними числами. Об'єкти лічби можуть бути *однорідними* (електрони, молекули, енергоблоки, політичні партії) або *різнорідними*- елементи теплової схеми енергоблоку (основне та допоміжне обладнання – котел, турбіна, конденсатор, підігрівачі технологічних середовищ тощо).

Пропорційні та адитивні величини виражаються неперервною множиною позитивних дійсних чисел. Для пропорційної величини притаманні операції арифметичного віднімання, множення та ділення, для адитивних – ще й додавання (складання). Прикладом пропорційної величини може служити термодинамічна температура, адитивної – маса, об'єм. Деяким скалярним величинам в різних ситуаціях притаманні різні ознаки. Так, електричний опір ділянки ланцюга при послідовному з'єднанні резисторів являється адитивною величиною, а при паралельному – пропорційною.

Інтервальні величини відзначаються тим, що для них неможливо логічно обґрунтовано визначити нульову кількість. Одною найбільш знаною інтервальною величиною є поточний час, відлік якого проводиться від умовного нуля в будь-яку сторону (позитивну чи негативну). Інтервал часу між двома подіями може бути рівними нулю, якщо такі події сталися водночас. Другим прикладом інтервальної величини є температура, як результат відліку по шкалі Цельсія рідинного термометра розширення. В ній за початок відліку (за домовленістю) приймається температура танення льоду, з якою зрівнюється вимірювана температура.

Відносними величинами являються різноманітні коефіцієнти (пропускання, відображення, підсилення, корисні дії тощо), ймовірність, критерії подібності, числа Рейнольдса, Нуссельта тощо. Відносна величина за визначенням є відношенням двох кількісних виявлень однієї і тієї ж властивості. Таке відношення виражається дійсним числом, для якого логічно зумовленою одиницею вимірювання є арифметична одиниця. Натомість у російській метрології усі відносні величини називаються «безразмерными», тобто такими, що не мають розмірів. Насправді, як показано у главі 5, вони безрозмірні, що мають нульову розмірність.

Багатомірні величини можуть бути двомірними, тримірними та іншої мірності. В цьому ряді скалярні величини слід відносити до одномірних. Для багатомірних величин логічне співвідношення "більше – менше" в загальному випадку немає сенсу. Операції складання та множення мають для них специфічний характер. Так, сума декількох нульових векторів може бути рівна нулю, а добуток векторів буває скалярним та векторним. Прикладом двомірних величин є: сукупність повного та статичного тиску газу як результат динамічної дії вимірювального зонду (наприклад, напірних трубок Піто, Прандтля) на його потік; тиск крові людини як сукупність верхнього систолічного (гр. cystoe – стискання, скорочення) та нижнього діастоличного (гр. diastole – розтягнення) артеріального тиску, частота і напруга синхронного генератора, які водночас змінюються при зміні швидкості обертання ротора. Тримірні величини (вектори) – це переміщення, швидкість, прискорення просторового руху точки, сила, напруженість електричного поля тощо.

Багатомірним являється оточуючий нас простір та його властивість – протяжність, загальноприйнятою характеристикою якої є довжина. Однак протяжність реального фізичного простору – складна властивість, яка не може характеризуватися лише довжиною. Для повного опису простору розглядається його протяжність по декількох направленнях (координатах) або використовуються такі властивості (ФВ) як кут, площа, об'єм.

Просторово-часові властивості виділяються в окремий клас, враховуючи фундаментальність характеру філософських та природничо-наукових уявлень про час та простір. Властивості, віднесені до просторово-часової категорії, мають особливі характеристики та поділяються на три групи.

Просторові властивості включають величини взаємного розташування, направлення, просторовій симетрії, структури і поляризації. Просторовими величинами являються: відстань (довжина відрізка), площа, об'єм тощо.

Для *часових властивостей* в загальноприйнятій моделі часу характерні безмежність в минуле та майбутнє, однонаправленість, неперервність, рівномірність бігу часу. Виділяються часові величини, власно час (хронологія подій, котрі відлічуються від прийнятого по згоді нуля - початку літочислення) та інтервали часу (скалярна адитивна величина в інерційній системі відліку). Такі інтервали часу, як правило, мають спеціальні назви, наприклад *час релаксації*[6], *період напіврозпаду*[7], *пуску та зупину енергоблоку, котла, турбіни* тощо.

Якщо розміри скалярних або розміри та напрямок векторних величин не змінюється, їх називають сталими (незмінними), якщо змінюються – змінними величинами. Сталість чи змінність може розглядатися як функції часу або функція простору. Залежність ФВ як функції часу є процесом, а як функції простору (координат) – утворює поле. Таким чином, і час релаксації, і період напіврозпаду є тими сталими інтервалами часу, від яких залежить процес досягнення рівноваги системи та зниження радіоактивності хімічних елементів. А залежність від координат температури робочої лопатки турбіни чи вихідної швидкості пари в поперечному перетину її вихідного патрубка – це приклади температурного поля чи поля швидкості пари в елементах конструкції турбіни.

Третю групу складають властивості, яким водночас притаманні як часові, так і просторові характеристики, які теорія відносності визначає єдиним просторово – часовим *континуумом*[8]. Такому матеріальному середовищу властиві відносносні просторові протяжності (довжини) та інтервали часу в рухомій системі відліку.

---

[8]*Час релаксації* (від лат. relaxation – ослаблення, зменшення) інтервал часу, за який відхилення якого небудь параметра системи (процесу) від його рівноважного значення зменшуються в e = 2,718 рази.
[9]*Період напіврозпаду* – інтервал часу, за який розпадається половина здібних до розпаду ядер елементу.
[10]*Континуум* (від лат. continuum – неперервне) –це суцільне матеріальне середовище, властивості якого змінюються у просторі неперервно.

Комбіновані властивості об'єднують різні види якісних кількісних та просторово-часових властивостей; усі вони, як правило, багатомірні. Наприклад, стан погоди характеризується сукупністю показників, серед них – атмосферний тиск, температура, швидкість і напрямок вітру, кількість та види опадів, вологість, ступень та вид хмарності, концентрація та вид аерозолів тощо. Другий приклад – кількісні показники надійності енергоблоку, серед яких коефіцієнт готовності ($K_г$), коефіцієнт технічного використання ($K_{тв}$) та коефіцієнт оперативної готовності ($K_{ог}$) [7]:

$$K_г = \frac{\tau_р}{\tau_р + \tau_з}, \quad K_{тв} = \frac{\tau_р}{\tau_р + \tau_з + \tau_{пл}}, \quad K_{ог} = \frac{\tau_р + \tau_{рез}}{\tau_р + \tau_з + \tau_{пл} + \tau_{рез}},$$

де $\tau_р$, $\tau_з$, $\tau_{пл}$, $\tau_{рез}$ – інтервали часу, відповідно, роботи енергоблоку, змушеного чи планового простою та простою у резерві.

2.3. Класифікації властивостей (величин) за іншими ознаками

Заслуговують уваги класифікації ФВ за такими ознаками:

- характер виявлень розмірів під час виконання досліджень;

- належність до різних груп фізичних процесів;

- ступень умовної незалежності від інших величин даної групи ФВ (ієрархічний принцип).

За характером виявлень розмірів у процесі дослідження ФВ поділяються на енергетичні (активні), речовинні (пасивні), та такі, що характеризують протікання процесів у часі.

Енергетичні (активні) ФВ – це величини, які описують енергетичні характеристики процесів виробництва, перетворення, передавання та використання енергії в умовах ТЕС та АЕС. До них відносяться витрати теплоти в тепловій мережі, електричний струм та напруга в електричній мережі, потужність двигунів та генераторів, витрати електроенергії тощо. Ці ФВ називають активними, оскільки вони можуть бути перетворені в сигнал вимірювальної інформації без використання допоміжних джерел енергії (наприклад, вимірювання напруги вольтметром магнітоелектричної системи).

Речовинні (пасивні) ФВ – це величини, які описують фізичні та фізико-хімічні властивості речовин (паливо, гази, рідинні технологічні середовища); до цієї групи відносяться маса, об’єм. Такі ФВ називаються пасивними, тому що для їх вимірювання необхідно використовувати допоміжні джерела енергії живлення. За їх допомогою пасивні ФВ перетворюються на активні, які й вимірюються.

До групи ФВ, що характеризують протікання процесів у часі, відносяться різного роду залежності ФВ від часу, наприклад, розгінні характеристики об’єкту регулювання, графіки завдання пуску енергоблоку тощо.

По відношенню до різних груп фізичних процесів ФВ поділяються на механічні, теплові, електричні, магнітні, світлові, фізико-хімічні, іонізаційних випромінювань, атомної та ядерної фізики.

Розподіл ФВ *за ознакою їх умовної залежності від інших ФВ* даної групи обумовлений великою різноманітністю властивостей (ФВ) об’єктів виміру, що спонукає необхідність зведення їх в певну систему. Так, наприклад, якщо як незалежні величини вибрати довжину, масу та час, то усі величини механіки можна послідовно виразити через вказані три незалежні величини, створивши таким чином *систему ФВ*[9]. *По ступеню умовної незалежності від інших величин* даної системи ФВ розподіляють на *основні*[10] та *похідні*[11]. Вибір ФВ, які приймаються за основні, та їх числа в принципі довільні, однак практичне розуміння приводять до деякого обмеження свободи вибору. Так, Міжнародна система SI (System International) має 7 основних та 113 похідних величин. Кожній основній ФВ надається символ у вигляді літери латинського чи грецького алфавіту: довжина – L, маса – M, час – T, сила електричного струму – I, температура – Ө, кількість речовини – N, сила світла – J, тому система величин SI називається «система величин LMTIӨNJ».

---

[11] *Система ФВ* – це сукупність ФВ, яка створена відповідно з прийнятими принципами, коли одні ФВ приймаються як незалежні, а інші визначаються як функції незалежних величин.

[12] *Основна ФВ* – це ФВ, яка умовно прийнята як незалежна від інших величин системі.

[13] *Похідна ФВ* – ФВ, яка визначається через основні величини системи

В метрологічній практиці використовується ще одна класифікація ФВ, яка обумовлена широким використанням в метрології такої вимірювальної операції, як *вимірювальне перетворення ФВ,* коли вхідна ФВ перетворюється у вихідну, функціонально з нею пов'язаною. Ця операція проводиться вимірювальним перетворювачем. Залежно від того, перетворюються чи ні під час вимірювання усі ФВ поділяють на дві групи:

- безпосередньо вимірювані ФВ, які в процесі вимірювання порівнюються з собі подібними, наприклад, довжина, час, маса тощо.
- величини, які перетворюються в процесі вимірювання в безпосередньо вимірювані, наприклад, температура, густина, концентрація тощо.

Контрольні запитання

1. Визначити якісні властивості об'єктів вимірювання. Якісні властивості яких об'єктів теплоенергетики визначають такі прикметники: крупні, тонкі, фракційні, капітальні, плавкі, вугільні, газові тощо?

2. Визначити багатомірні, неархімедові та векторні кількісні властивості (величини) та навести приклади таких величин в теплоенергетиці.

3. Надати скалярні властивості (величини) та навести приклади таких величин в теплоенергетиці.

4. Визначити неархімедові та фізичні величини; що їх узагальнює та розрізнює?

5. Дати визначення понять «розмір величини», «числове значення величини» та обумовити їх використання.

Розділ 3. Найзагальніші виявлення властивостей об’єктів

3.1. Відношення однорідних властивостей як основа їх проявів

Кожна властивість об’єкту має бути відкритою, явною, тобто виявленою. Після виявлення властивості (величини), її опису та класифікації можна приступати до її кількісного вивчення. Притаманні тому чи іншому об’єкту властивості *виявляються* в їх *відношенні* до однорідних властивостей інших об’єктів. *Відношення*, як філософська категорія і одне з головних понять сучасної математики, являє собою результат зіставлення (порівняння) однорідних властивостей різних об’єктів чи різних сторін конкретного об’єкту. Наприклад: відношення «менше» $a<в$ (теплопровідність дерева менше, ніж металу; товщина пластини менше її довжини), відношення «знаходиться між» (точка А знаходиться між точками В і С, потужність енергоблоку обмежений від 75 до 100% його номінальної потужності), відношення пропорційності $N_A = n \cdot N_B$ (потужність блоку N_A в n раз більша (менша), потужності блоку N_B).

Приклади свідчать, що об’єкт виявляє свої властивості під час відповідного відношення до інших об’єктів або через зіставлення з ними. Таким чином, філософська вагомість такої категорії, як відношення, котре характеризує взаємозалежність елементів певної системи. В об’єктивній реальності властивості та їх відношення існують як речі і явища, визначеними в часі та просторі, як речі та явища, які знаходяться у певних відношеннях. Відношення також різноманітні як різноманітні речі та властивості.

Різноманітність проявів конкретної властивості об’єкту (об’єктів) утворює множину, елементи якої знаходяться у визначених логічних відношеннях між собою.

Серед множини специфічних проявів властивостей є й декілька загальних. Кемпбелл Н.Р. [8] установив для всієї різноманітності властивостей Х об’єкта наявність трьох найбільш загальних проявів у відношеннях *еквівалентності* R(≈), *порядку* R(<) та *адитивності* R(+), які в математичній логіці аналогічно описуються найпростішими постулатами.

Відношення еквівалентності R(≈) – це відношення, в якому дана властивість X у різних об’єктів A, B, C виявляється однаковою або неоднаковою; постулати відношення еквівалентності:

- дихотомії [гр. dichotomia < dicha на дві частини + tome переріз] (подібність і відмінність): чи X(A)≈X(B), чи X(A)≉X(B);
- симетричності: якщо X(A)≈X(B), то X(B)≈X(A);
- транзитивності [< лат. transitus перехід] з якості (перехід відношення R(≈)): якщо X(A) ≈ X(B) та X(B) ≈ X(C), то X(A) ≈ X(C).

Відношення порядку R(<) – це відношення, в якому дана властивість X у різних об’єктів A і B виявляється більше або менше; постулати відношення порядку:

- антисиметричності: якщо X(A)>X(B), то X(B)<X(A);
- транзитивності з інтенсивності властивості (перехід відношення R(<)): якщо X(A)>X(B) та X(B)>X(C), то X(A)>X(C).

Відношення адитивності R(+) – це відношення, коли однорідну властивість різних об’єктів можна підсумовувати; постулати відношення адитивності:

- монотонності (односпрямованості адитивності): якщо, то X(A)=X(C) та X(B)>0, то X(A)+X(B)>X(C);
- комутативності (переміщеності складових): X(A)+X(B)=X(B)+X(A);
- дистрибутивності (розподілу): X(A)+X(B)=X(A+B);
- асоціативності (сполученості): [X(A)+X(B)]+X(C)=X(A)+[X(B)+X(C)];

Кемпбелл Н.Р. показав, що, залежно від комбінацій найбільш загальних проявів, розрізняють такі види вимірюваних властивостей об’єктів, як:

$X_{екв}$ – якісні властивості, які виявляються лише у відношенні еквівалентності;

$X_{інт}$ – неархімедові (інтенсивні) величини, які виявляються у відношеннях еквівалентності та порядку;

$X_{екс}$ – екстенсивні величини, які виявляються у відношеннях еквівалентності, порядку та адитивності.

3.2. Виявлення властивостей у відношенні еквівалентності

Якщо властивості об'єктів виявляють себе тільки у відношенні еквівалентності R(≈), то вони не є величинами і термін «розмір» для них не можна застосовувати. Але ці властивості можуть бути виявлені, ідентифіковані (ототожнені) та класифіковані. Вони можуть мати назву, їм можна присвоїти якусь цифру, що не говорить про розмір, а характеризує лише дану властивість з точки зору пред'явлених до них вимог. Такі властивості притаманні різним видам сигналів (світловий чи звуковий), та тварин (травоїдні чи хижаки), стать людини (жіноча чи чоловіча), а також багатьом каталогам і навіть таблиці Д.І. Менделєєва, якщо її розглядати як перелік найменувань хімічних елементів і використовувати для ідентифікації останніх. Кожна група таких об'єктів відрізняється характерними властивостями та відповідними найменуваннями і розпізнається по еквівалентності шляхом органолептичного аналізу чи технічними засобами, виявлення, контролю та класифікації. Властивості об'єктів, що виявляють себе тільки у відношенні R(≈), *відбиваються* у філософських термінах теорії пізнання або *відображаються* в термінах сучасної математичної логіки залежно від кількості їх різновидів відповідною кількістю різних чисел. *Така форма віддзеркалення* з кількісним числовим результатом широко використовується, наприклад, *нумерація* ідентичних об'єктів.

Відомо, що *відображення* множини A у множині B (функція на A зі значеннями у B) – це правило, по якому кожному елементу множини A зіставляється один елемент множини B; якщо таке зіставлення взаємно однозначне в обох напрямках (тобто φ: A>B і φ: B>A), то *відображення ізоморфне*, інакше – *гомоморфне* (від гр. morphё форма). Очевидно, що властивості об'єктів, які виявляють себе лише у відношенні R(≈)

відображаються ізоморфно, оскільки даному емпіричному об'єкту x_1 відповідає тільки один даний формальний об'єкт N_1, наприклад, у вигляді числа з множини натуральних чисел $N_н$ і навпаки: φ: $x_1 \in X_{екв} \rightarrow N_1 \in (1, \ldots, N_н)$.

Таким чином, основним інформативним параметром сукупності об'єктів, властивості яких проявляється лише у відношенні $R(\approx)$, є їх *кількість* або *чисельність*, що визначаються шляхом *лічби*. *Лічба* – це емпірико-математичний метод, який установлює число елементів сукупності (множини, класів) об'єктів з одною загальною властивістю. Об'єкти, які допускають підрахунок, складають множини дискретних індивідуальних об'єктів, що значно розрізнюються, або множину таких об'єктів, з якими можна поводитись як з дискретними. Наприклад, число крапель важко підрахувати поки ми не домовимось про те, що розуміється під терміном «крапля води» та не використаємо якийсь пристрій, скажемо піпетку, яка дозволить масу води розділить на відносно однакові частинки (краплі).

Сукупність об'єктів, чисельний склад яких треба виявити, не обов'язково має бути однорідною. Це можуть бути не тільки об'єкти, одинакові за своїм типом, але й дуже різнорідні предмети, наприклад, допоміжне обладнання теплової схеми енергоблоку (помпи, підігрівачі, конденсатори, деаератори тощо).

Нумерація (цифрове найменування) об'єктів, тобто їх позначення послідовними номерами, виконує на практиці ту ж функцію, що і назва. Вона застосовується як до окремих об'єктів, так і до класу об'єктів, наприклад, телефонних абонентів, будинків, вулиць, квартир, енергоблоків, котлів, турбін тощо. Цифрові позначки мають ряд переваг: наочність, інформаційна цінність, полегшене запам'ятовування назв оцифрованих об'єктів, розширювання їх кількості. Приклади об'єктів з притаманними властивостями, які виявляються у відношенні еквівалентності і являються об'єктами енерготехнологій на ТЕС та АЕС, наведені в табл. 3.1.

Аналіз даних таблиці дозволяє зробити такі висновки.

Характерним для підмножин проявів (реалізацій) класифікаційних ознак (*класів еквівалентності*[1]) об'єктів є те, що у відповідності з постулатом *дихотомії* усі вони виявлені на альтернативній основі – шляхом класифікації по наявності чи відсутності властивості та присвоєння їм імен (найменувань, назв) – *антонімів* (від гр. anti – проти + onyma – ім'я), тобто слів з протилежним змістом (значенням).

Відомо, що логічну основу антонімії створюють протилежні видові поняття. Вони входять в об'єм родового поняття, яке віддзеркалює єдину і разом з тим диференційовану «роздвоєну» сутність: білий – чорний (колір), крупні – дрібні (частинки), гаряча – холодна (вода), робочий – резервний (енергоблок) тощо.

Визнають два види протилежностей: *контрарну* (від contrarius – протилежний, чи лат. contra – проти) та *комплементарну* (від лат. complementum – доповненість (додаток).

Контрарна протилежність виражається видовими поняттями $A_т$ та $A_н$, між якими можливе бути третє, среднє $A_с$, і які не тільки заперечують одне одному, але й характеризуються своїм позитивним змістом. контрарну протилежність реалізують слова, які дають уявлення про поступову зміну якості властивості: крупні – середні – дрібні (частинки), гаряча – тепла – холодна (вода) тощо.

[1]*Клас еквівалентності* – підмножина виявлень вимірюваної властивості, прийнятих умовно нерозрізненними у шкалі вимірювань цієї властивості.

Таблиця 3.1. **Деякі об'єкти енерготехнології на ТЕС та АЕС, властивості яких виявляються у відношенні еквівалентності [9]**

Об'єкти діяльності	Класифікаційна ознака об'єкту	Назви класів еквівалентності
Енергоблоки	Номінальна потужність енергоблоків.	Блоки потужністю 200 та 300 МВт.
	Число котлів в енергоблоці.	Моно- та дубль блоки.
	Стан енергоблоків.	Робочі та резервні енергоблоки.
	Режим роботи енергоблоків.	Базовий та змінний режими.
Парові турбіни Лопатки турбін Ступені турбін	Рухомі чи ні лопатки турбіни.	Робочі та напрямні лопатки.
	Кут установки відносно осі турбіни профілю робочих лопаток ступені.	Активні та реактивні ступені парової турбіни.
	Функціональне призначення котла.	Парові та водогрійні котли.
Котли	Вид палива.	Вугільні та газові котли.
	Вид циркуляції води у контурі котла.	Природна та вимушена циркуляція.
	В розплавленому чи твердому стані шлак видаляється із топки.	Топки з рідким та твердим шлаковидаленням.
Топки котлів	Параметри гріючої пари.	Підігрівачі низького та високого тиску, (ПНТ) та (ПВТ).
Регенеративні підігрівачі	Наявність чи відсутність стінки між середовищами теплообміну.	ПНТ поверхневі та змішувальні.
Регенеративні підігрівачі низького тиску (ПНТ)	Використовується чи ні вода в ЗУ.	Мокрі та сухі ЗУ.
Золоуловлювачі (ЗУ)	Природа сил механізму уловлення частинок золи в ЗУ.	Механічні та електричні ЗУ.
	Розмірна характеристика кусків вугілля після дробарки.	Куски надрешітного та підрешітного вугілля.
Куски кам'яного вугілля	Розмірна характеристика частинок вугільного пилу після млина.	Тонкість вугільного пилу надситового та підситового.
Вугільний пил після вугільного млина	В якому стані ВЗ видаляються з топки.	Донна зола (шлак) та летюча зола (винос).
Вогнищеві залишки (ВЗ) у топці котла	Вигляд частинок золи, які залишають ЗУ.	Уловлені та неуловлені ЗУ частинки.
Частинки летючої золи (ЛЗ) після ЗУ	Форма частинок ЗШМ.	Нескруглені та скруглені частинки.
Частинки золошлакового матеріалу (ЗШМ)	Період напіврозпаду радіонуклідів ($T_{1/2}$).	Довгоживучі ($T_{1/2}$>24год) та короткоживучі радіонукліди.
Радіонукліди АЕС	Енергія нейтронів та властивості речовин, які ними опромінюються в активній зоні реактору.	Продукти ділення та продукти активації ядер елементів.
	Потрапляють чи ні радіонукліди разом з повітрям та їжею в організм людини.	Внутрішнє та зовнішнє опромінення людини.
	У атмосферу чи гідросферу видаляються відходи.	Викиди та скиди технологічних відходів ТЕС та АЕС у довкілля.
Технологічні відходи ТЕС та АЕС, що потрапляють у довкілля	Використовується чи втрачається складова ТСП у енергоблоці та його елементах (котел, паропровід, турбіна).	Використана та втрачена складова ТСП в енергоблоці і його елементах.
Процеси виробництва, транспортування та перетворення теплоти спаленого палива (ТСП) у ТЕУ ТЕС		

Комплементарна протилежність також виражається видовими поняттями $А_т$ та $А_н$, які (на відміну від контрарної) доповнюють один одного так, що між ними неможливе третє, середнє поняття: моно-дубль (енергоблок), водогрійний – паровий (котел), уловлена – неуловлена (частинка) тощо.

Як видно з табл. 3.1, назви більшості класів еквівалентності – це різнокорінні антоніми, які реалізують комплементарну протилежність.

Більшість об’єктів (енергоблоки, котли, турбіни, регенеративні підігрівачі тощо) входять до складу основного та допоміжного обладнання енергоблоку. Вони виявляються, класифікуються за визначеними якісними ознаками візуально, без будь-яких технічних засобів. Сукупність таких однорідних об’єктів утворюють множину, а їх класи еквівалентності – власні підмножини об’єктів. Тому їх можна перелічити, одержавши загальну кількість об’єктів (А) та кількість об’єктів в кожному класі еквівалентності ($А_т$ та $А_н$). Балансове рівняння кількості (чисельності) об’єктів буде:

у абсолютній формі $А = А_т+А_н$,

у відносній формі $1 = a_т + a_н$,

де $a_т = \frac{А_т}{А}$ та $a_н = \frac{А_н}{А}$ – частка об’єктів класу еквівалентності відповідно «так» та «ні». В психології та соціології такі відношення звуться «частотами зустрічаємості» назв класів еквівалентності.

Приклад 3.1. Основу парку енергоблоків енергосистеми складають енергоблоки номінальної потужності $N_e = 300$ МВт *загальною чисельністю А=37 блоків, із яких $А_т$=20 дубль-блоків (з двома котлами на кожну турбіну), $А_н$=17 моноблоків (з однокорпусним котлом на кожному блоці).*

Тоді частка енергоблоків енергосистеми буде:

- *для класу дубль-блоків* $a_т$ *=20/37=0,54*
- *для класу моноблоків* $a_н$ *=17/37=0,46*

Більш частіше повторюється назва «дубль-блоки», тому клас еквівалентності цих блоків являється модальним, або найбільш багаточисельним класом. Таким чином виявлення властивості енергоблоків дає змогу провести їх класифікацію за якісною ознакою, присвоїти назви класам еквівалентності (дубль, моноблок) та визначити кількісну характеристику кожного класу і модальний клас.

Таким чином, виявлення властивості енергоблоків лише у відношенні еквівалентності простим шляхом дозволяє одержати (лічбою енергоблоків) важливу інформацію про склад парку енергоблоків енергосистеми.

Інша група об’єктів (вугілля, вугільний пил, вогнищеві залишки тощо) складаються з кусків вугілля чи шлаку, або з частинок вугільного пилу чи летючої золи, тобто містять в собі добре розділені, але різні за розміром елементи. Так, наприклад, діапазон коливань розмірів кусків вугілля та шлаку – (0,1–100) мм, частинок вугільного пилу та летючої золи – (0,1–1000) мкм. Ця особливість об’єктів обумовлює впровадження інших способів виявлення властивостей у відношенні еквівалентності та визначення кількості об’єктів в порівнянні з вже розглянутими, як-от:

- оскільки візуальне виявлення розмірних характеристик вугільного пилу неможливе, то в умовах енерговиробництва на ТЕС вони виявляються методом ситового аналізу. Сито з визначеними розмірами вічків, як технічний засіб, використовується для просіювання (розділення) сукупності частинок матеріалу з метою виявлення за дихотомічною ознакою двох класів еквівалентності: клас крупних кусків (частинок), які не пройшли через вічки сита (надситовий продукт), та клас дрібних кусків (частинок), що пройшли через них (підситовий продукт);
- визначення лічбою кількості (чисельності) кусків вугілля та шлаку, або частинок вугільного пилу та летючої золи візуально можливе, але воно дуже трудомістке. Це спонукало заміну операції лічби кількості об’єктів на операцію вимірювання їх маси. Результатом таких вимірювань є значення відповідних мас: загальної маси відібраної проби матеріалу та маси матеріалу кожного класу еквівалентності. Як буде показано далі (Глава 3), результат вимірювання (значення ФВ) – це величина квантована, що складається з цілого ряду одиниць вимірювання (наприклад, загальна маса частинок 2,75 кг=2750 г). Іншими словами, за допомогою одиниці розмір ФВ об’єкта порівнюється з визначеною кількістю індивідуалізованих та однакових за розміром елементів. Тоді такі елементи, як специфічний вид дискретних

об’єктів, можна перелічити і одержати їх кількість (результат лічби об’єктів), яка дорівнює числовому значенню ФВ. Мабуть так можна поступати як з ФВ, які мають матеріально створену одиницю (наприклад, 1 кг маси), так і з ФВ, одиниця яких не матеріалізується (наприклад, одиниця роботи, енергії, теплоти 1 Дж).

Таким чином, після просіювання через окреме сито балансове рівняння по масі чи по числу дискретних об’єктів буде [11]:

у абсолютній формі $M=M_R+M_D$

у відносній формі $1=R+D$,

де $R=\frac{M_R}{M}$ та $D=\frac{M_D}{M}$ – частка по масі чи по числу індивідуалізованих елементів відповідно надситового (від нім. Rückstand – залишок) та підситового (від нім. Durchgang – прохід) продукту.

«Залишок» – це частка крупних частинок, «прохід» – частка дрібних частинок матеріалу. Незважаючи на те, що вони віддзеркалюються числами, (крупність та дрібність) як властивість матеріалу не є фізичними величинами об’єктів (див. визначення поняття «фізична величина» в п. 2.2).

Особливо важливе значення має група таких об’єктів, як вогнищеві залишки (ВЗ), до складу яких, як правило, входять домішки важких металів, в тому числі і небезпечних для здоров’я людини. А оскільки ВЗ, як відходи енерговиробництва на ТЕС, повністю видаляються у довкілля, чим суттєво ускладнюють його екологічну безпеку, є нагода показати можливості впливу метрологічних виявлень таких залишків на взаємодії ТЕС з компонентами навколишнього середовища (атмосферою та літосферою) через оцінки викидів до них летючої золи та шлаку.

Як показано на рис. 3.1, після згоряння вугілля ВЗ по масі чи по числу дискретних елементів $\mathrm{M}_{\mathrm{ВЗ}}$ за станом видалення із топки КУ технологічно та у відповідності з постулатом дихотомії поділяються на два класи еквівалентності: клас видалення ВЗ у вигляді летючої золи (виносу) – ($M_{вин}$) ВЗ, що виноситься із топки як тверда дисперсна фаза димових газів, та клас видалення у вигляді донної золи (шлаку) $M_{шл}$ – ВЗ, що видаляється із топки як рідкий чи твердий шлак.

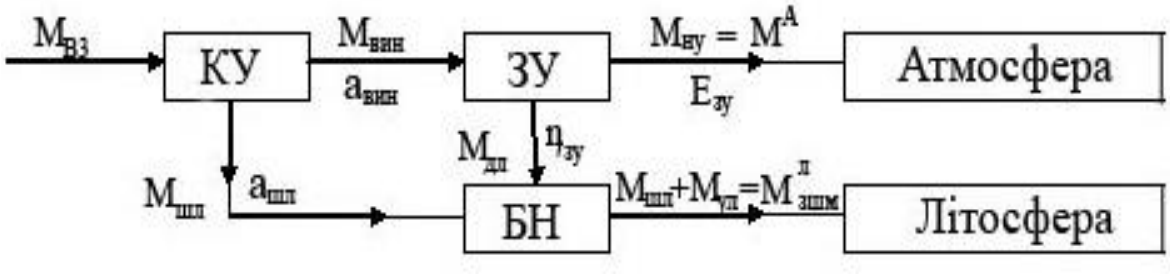


Рис. 3.1. Структурно-технологічна схема видалення летючої золи та золошлакових матеріалів у довкілля

КУ – котельна установка, БН – багерна помпова, ЗУ – золоуловлювач; $M_{вз}$ – маса вогнищевих залишків, які утворюються в топці КУ; $M_{вин.}$, $\alpha_{вин}$ та $M_{шл.}$ – абсолютна чи відносна маса $M_{вз}$ класів летючої та донної золи (шлаку), відповідно; $M_{у}$, $\eta_{зу}$ та $M_{н}$, $\varepsilon_{зу}$ – абсолютна та відносна маса $M_{вин}$ класів уловлених та неуловлених частинок золи, відповідно; $M^{А}$, $M^{л}_{зшм}$ – маса $M_{вз}$, що видаляються до атмосфери чи літосфери, відповідно

Згідно зі схемою, донна зола (шлак) безпосередньо потрапляє до багерної (від гол. bagger – бруд, мул) помпової (БП), а летюча зола $M_{вин}$ (винос) після ЗУ технологічно та дихотомічно розділяється на два протилежні класи: клас уловлених частинок золи $M_{у}$ та клас неуловлених частинок золи $M_{ну}$. Перші направляються до БП, а другі – через димову трубу до атмосфери. До літосфери (золошлаковідвалу) поступає шлак та уловлена в ЗУ летюча зола.

Виявлені таким чином якісні властивості ВЗ та летючої золи у відношеннях еквівалентності формалізуються їх балансовими рівняннями маси чи кількості сукупності дискретних об’єктів:

• для вогнищевих залишків (топка)	• для летючої золи (золоуловлювач)
$M_{ВЗ} = M_{вин} + M_{шл}$,	$M_{вин} = M_{у} + M_{н}$,
$1 = a_{вин} + a_{шл}$,	$1 = \eta_{зу} + \varepsilon_{зу}$,
$a_{вин} = \dfrac{M_{вин}}{M_{ВЗ}} \to M_{вин} = a_{вин} M_{ВЗ}$	$\eta_{зу} = \dfrac{M_{ул}}{M_{вин}} \to M_{ул} = \eta_{зу} M_{вин}$
$a_{шл} = \dfrac{M_{шл}}{M_{ВЗ}} \to M_{шл} = a_{шл} M_{ВЗ}$	$\varepsilon_{зу} = \dfrac{M_{ну}}{M_{вин}} \to M_{ну} = \varepsilon_{зу} M_{вин}$

Частки $\eta_{зу}$ у техніці золоочищення димових газів іменуються як «ефективність золоочистки чи ЗУ», та $\varepsilon_{зу}$ як «коефіцієнт проскоку золи» чи просто «проскок золи».

Частки $a_{вин}$ та $\eta_{зу}$ – це важливі режимно-технологічні показники. Як показує експлуатація сучасних вугільних енергоблоків, $a_{вин}$ та $\eta_{зу}$ тривалий час мають сталі значення, які мають лише незначні коливання і корегуються за результатами випробувань чи окремих спеціальних досліджень за стандартними методиками котельних агрегатів та золоуловлювачів. Тому в практиці енерговиробництва вони використовуються, перш за все, для визначення екологічної безпеки енергоблоку за умов забруднення довкілля викидами вогнищевих залишків.

Приклад 3.2. Енергоблок спалює вугілля зольністю $A^r = 10\%$*, годинна масова витрата якого B=120 т/год. За результатами останніх випробувань одержані значення* $a_{вин}$ *=0,8;* $\eta_{зу}$*=0,95. Оцінити масові викиди вогнищевих залишків у довкілля.*

Рішення:

•*До атмосфери згідно зі схемою рис. 3.1 видаляються неуловлені частинки летючої золи (*$M_{ну}$*), масовий викид яких визначається через вирази* $a_{вин}$ *та* $\varepsilon_{зу}$*:*

$$a_{вин} = \frac{M_{вин}}{M_{ВЗ}} \to M_{вин} = a_{вин} \cdot M_{ВЗ} \; \varepsilon_{зу} = \frac{M_{ну}}{M_{вин}} \to M_{ну} = M^A = \left(1 - \eta_{зу}\right) \cdot M_{вин}$$

Таким чином одержимо: $M^A = \left(1 - \eta_{зу}\right) \cdot a_{вин} \cdot M_{ВЗ}$.

А оскільки загальна масова витрата вогнищевих залишків визначається як:

$$M_{ВЗ} = \frac{A^r}{100} \cdot B = \frac{20}{100} \cdot 120 = 24 \text{ т/год},$$

то масовий викид летючої золи до атмосфери буде:

$$M^A = \left(1 - 0{,}95\right) \cdot 0{,}8 \cdot 24 = 0{,}96 \text{ т/год.}$$

•*До літосфери (золошлаковідвалу) видаляються:*

- уловлені частинки летючої золи, масовий викид яких ($M_{ул}$*) визначається через вираз* $\eta_{зу}$ *як:*

$$\eta_{\text{зу}} = \frac{\text{М}_{\text{ул}}}{\text{М}_{\text{вин}}} \to \text{М}_{\text{ул}} = \eta_{\text{зу}} \cdot \text{М}_{\text{вин}} = \eta_{\text{зу}} \cdot a_{\text{вин}} \cdot \text{М}_{\text{ВЗ}} = 0,95 \cdot 0,8 \cdot 24 = 18,24 \text{ } т/год;$$

- куски та частинки шлаку, масовий викид яких ($M_{шл}$) визначається через вираз $a_{\text{шл}}$ як:

$$a_{\text{шл}} = \frac{\text{М}_{\text{шл}}}{\text{М}_{\text{ВЗ}}} \to \text{М}_{\text{шл}} = \left(1 - a_{\text{шл}}\right) \cdot \text{М}_{\text{ВЗ}} = \left(1 - 0,8\right) \cdot 24 = 4,8 \text{ } т/год.$$

Таким чином масовий викид золошлакових матеріалів (ЗШМ) до літосфери буде складати:

$$\text{М}^{\text{Л}}_{\text{зшм}} = \text{М}_{\text{ул}} + \text{М}_{\text{шл}} = 9,12 + 4,8 = 13,92 \text{ } т/год.$$

Не менш важливі для енерговиробництва на ТЕС є показники енергетичної ефективності енергоблоку та його елементів, визначення яких ґрунтується на класифікації теплоти спаленого палива (ТСП) за дихотомічною ознакою (використовується чи втрачається теплота) [10]. Згідно з нею, ТСП в процесах її виробітку (котельна установка), транспортування (паропровід свіжої пари) та перетворення у механічну та електричну енергію (турбогенераторна установка) поділяється на два класи еквівалентності: клас використаної теплоти та клас втраченої теплоти рис. 3.2. Частка використаної теплоти в теплоенергетиці називається коефіцієнтом корисної дії (ККД) – η, а частка втраченої теплоти – коефіцієнтом втраченої теплоти – ε, які позначаються відповідно для процесу виробітку теплоти котельною установкою через $\eta_{\text{ку}}$ та $\varepsilon_{\text{ку}}$, для процесу транспортування теплоти свіжої пари паропроводом через $\eta_{\text{пп}}$, $\varepsilon_{\text{пп}}$ та процесу перетворення у механічну та електричну енергію турбогенераторною установкою через $\eta^{a}_{ту}$, $\varepsilon_{\text{ту}}$ (тут $\eta^{a}_{ту}$ – це ККД перетворення ТСП турбогенераторною установкою з урахуванням ККД електрогенератора) [12].

Згідно зі схемою рис. 3.2 ККД складових елементів енергоблоку визначаються через балансові рівняння кількості ТСП, як-от:

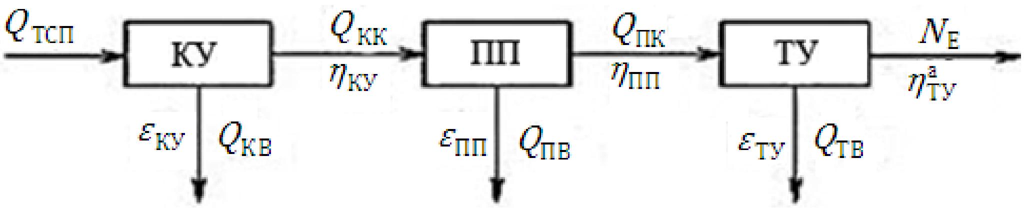


Рис. 3.2. Структурно-технологічна схема використання теплоти спаленого палива
КУ – котельна установка, ПП – паропровід, ТУ – турбінна установка

ПП – паропровід, яким вироблена КУ пара подається до ТУ; $Q_{\text{ТСП}}$ – кількість теплоти спаленого палива; $Q_{кк}$, $\eta_{\text{КУ}}$ та $Q_{кв}$, $\varepsilon_{ку}$ – абсолютна чи відносна кількість $Q_{\text{ТСП}}$ класів використаної та втраченої в КУ, відповідно; $Q_{пк}$, $\eta_{\text{пп}}$ та $Q_{пв}$, $\varepsilon_{пп}$ – абсолютна чи відносна кількість $Q_{кк}$ класів переданої паропроводом та втраченої в ньому, відповідно; N_e, $\eta^{a}_{ту}$ та $Q_{тв}$, $\varepsilon_{ту}$ – абсолютна та відносна кількість $Q_{пк}$ класів перетвореної ТУ та втраченої в ній, відповідно:

• для котельної установки $Q_{\text{ТСП}} = Q_{\text{КК}} + Q_{\text{КВ}}$ $\eta_{\text{КУ}} + \varepsilon_{\text{КУ}}$, де $\eta_{\text{КУ}} = \dfrac{Q_{\text{КК}}}{Q_{\text{ТСП}}} \to Q_{\text{КК}} = \eta_{\text{КУ}} Q_{\text{ТСП}}$ $\varepsilon_{\text{КУ}} = \dfrac{Q_{\text{КВ}}}{Q_{\text{ТСП}}} \to Q_{\text{КВ}} = \varepsilon_{\text{КУ}} Q_{\text{ТСП}}$	• для паропроводу $Q_{\text{КК}} = Q_{\text{ПК}} + Q_{\text{ПВ}}$ $\eta_{\text{ПП}} + \varepsilon_{\text{ПП}}$, де $\eta_{\text{ПП}} = \dfrac{Q_{\text{ПК}}}{Q_{\text{КК}}} \to Q_{\text{ПК}}$ $\varepsilon_{\text{ПП}} = \dfrac{Q_{\text{ПВ}}}{Q_{\text{КК}}} \to Q_{\text{ПВ}} = \varepsilon_{\text{ПП}} Q_{\text{КК}}$	• для турбінної установки $Q_{\text{ПК}} = N_{\text{е}} + Q_{\text{ТВ}}$ $\eta^{\text{а}}_{\text{ТУ}} + \varepsilon_{\text{ТУ}}$, де $\eta^{\text{а}}_{\text{ТУ}} = \dfrac{N_{\text{е}}}{Q_{\text{ПК}}} \to N_{\text{е}} = \eta^{\text{а}}_{\text{ТУ}} Q_{\text{ПК}}$ $\varepsilon_{\text{ТУ}} = \dfrac{Q_{\text{ПВ}}}{Q_{\text{ПК}}} \to Q_{\text{ТВ}} = \varepsilon_{\text{ТУ}} Q_{\text{ПК}}$

Скориставшись виразами для $Q_{кк}$, $Q_{пк}$, та ККД енергоблоку можна визначити як:

$$\eta_{бл} = \frac{N_e}{Q_{тсп}} = \frac{\eta^{a}_{ту} Q_{ту}}{Q_{тсп}} = \frac{\eta^{a}_{ту} \eta_{пп} Q_1}{Q_{тсп}} = \frac{\eta^{a}_{ту} \eta_{пп} \eta_{ку} Q_{тсп}}{Q_{тсп}} = \eta^{a}_{ту} \eta_{пп} \eta_{ку}.$$

Тоді коефіцієнт втраченої теплоти енергоблоку буде:

$$\varepsilon_{бл} = 1 - \eta_{бл} = 1 - \eta^{a}_{ту} \eta_{пп} \eta_{ку}$$

Приклад 3.3. Якої потужності досягне енергоблок під час спалення вугілля, масова годинна витрата якого становить B=120 т/год, а питома теплота згоряння $Q^{r}_{i} = 21$ МДж/кг. По результатам останніх випробувань ККД елементів енергоблоку знаходяться на рівні: $\eta_{ку}$=0,9, $\eta_{\text{пп}}$=0,99, $\eta^{a}_{ту} = 0{,}46$.

Рішення

Одержимо ККД енергоблоку: $\eta_{\text{бл}} = \eta_{\text{ку}} \cdot \eta_{\text{пп}} \cdot \eta_{\text{ту}}^{a} = 0,9 \cdot 0,99 \cdot 0,46 = 0,40986$

Теплота спаленого палива буде:

$$Q_{тсп} = BQ_i^r = 120 \cdot 10^3 \cdot 21 = 2.52 \cdot 10^6 \frac{МДж}{год} = 2,52 \cdot 10^6 \frac{МДж}{3600\,с} = 700 \frac{МДж}{с}$$

Використану ТСП (електричну потужність енергоблоку – N_e) визначимо із виразу:

$$\eta_{бл} = \frac{N_e}{Q_{тсп}} \rightarrow N_e = \eta_{бл} Q_{тсп} = 0,40986 \cdot 700 = 286,9 \frac{МДж}{с} = 286,9\ МВт.$$

Як бачимо, виявлення якісних властивостей об’єктів у відношенні еквівалентності дозволяє провести лише їх класифікацію по класам еквівалентності за дихотомічними ознаками та присвоїти їм назви. Перехід від назв об’єктів до числа проводиться шляхом лічби загальної чисельності (кількості) об’єктів і об’єктів кожного класу. Заміна інформаційної операції лічби чисельності (кількості) специфічних об’єктів (куски вугілля, шлаку та частинок вугільного пилу, летючої золи) на інформаційну операцію вимірювання їх властивостей (маси сукупності частинок) суттєво спрощує одержання кількісного відображення об’єктів.

Об’єкти, якісні властивості яких виявляються у відношенні еквівалентності, широко використовуються у енерговиробництва на ТЕС від основного та допоміжного обладнання (котли, турбіни, підігрівачі тощо), специфічних об’єктів технологій підготовки та спалення вугілля до процесів виробітку, транспортування та перетворення підведеної у термодинамічному циклу ТЕУ теплоти спаленого палива. Класифікація ТСП у таких процесах за дихотомічною ознакою уможливила одержання важливих самодостатніх режимно-технологічних та екологічних показників роботи енергоблоку. За їх допомогою оцінюються енергетична ефективність енергоблоку та його екологічна безпека за умов викиду у довкілля вогнищевих залишків.

3.3. Виявлення властивостей у відношеннях еквівалентності та порядку

Відносно багатьох об'єктів часто можна сказати, що вони не тільки відрізняються один від іншого, але й те, що якої-небудь ознаки у одних більше, ніж у інших. Так, якщо класифіковані вище однорідні об'єкти розташувати в черзі зростання чи убування класифікаційної ознаки, то такі класи об'єктів будуть виявлятися по цій ознаці у відношенні еквівалентності R(≈) і порядку R(<). Але це відноситься лише до об'єктів протиставлення (антонімів даного класу еквівалентності), які виражають контрарну протилежність, яка на відміну від комплементарної виявляє градуальні (ступеневі) протиставлення, тобто поступову зміну якості (інтенсивності властивості). Наприклад, крупні частинки пилу можна ще поділити за тією ж ознакою на менш крупні, середні тощо, чого не можна зробити з уловленими частинками за ознакою уловлені-неуловлені.

Об'єкти протиставлення, яким притаманна наявність крайніх ступенів даної ознаки (мінімальної чи максимальної), називаються крайніми або зовнішніми, останні – середніми. Крайні об'єкти, на відміну від середніх, виявляють симетричні відношення і відстоять один від одного на однаковій семантичній (змістовій) відстані від середнього (нормального) об'єкта (див. рис. 3.3).

Температурний стан води як органолептична властивість, виявляється наприклад, на дотик. Багаточисельні досліди показують, що людина більш правильно (з меншими утрудненнями) відповідає на питання якісного (порівняльного) характеру, ніж кількісного. Так, легше визначити, який із двох об'єктів тепліший, ніж зазначити на скільки, або у скільки разів один тепліше іншого. Тому об'єкти з виявленою на дотик якісною ознакою (холодна-гаряча) можна розташувати по ранжиру (нім. Rangierung – фр. ranger – ставити в ряд) зростання ознаки, що надає властивостям об'єктів кількісний зміст. Тобто властивість кожного об'єкту у ранжирі виявляється у відношеннях еквівалентності R(≈) і порядку R(<).

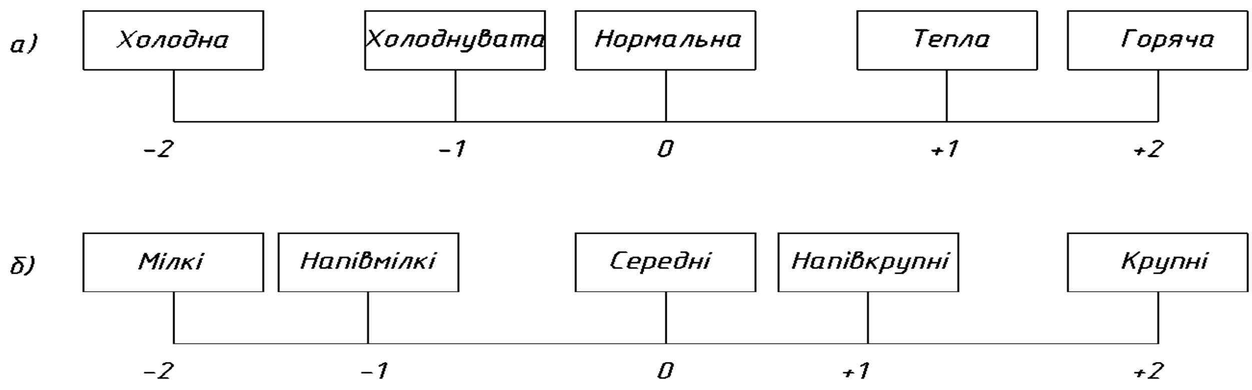


Рис. 3.3. Ряди градуальних протиставлень якісних властивостей
а) температури води; б) розмірних характеристик кусків (частинок) вугілля

Історичним прикладом виявлення органолептичної властивості є контроль процесу випалу фарфору у стародавньому Китаю по плавленню пірамідок, які виготовляли із шихти різного складу і поміщали у піч разом з фарфоровими виробами. Температура в печі підвищувалась до тих пір, поки не починала змінюватись форма (осідати, нахилятися) відповідної пірамідки. Сучасна оцінка температури за фактом плавлення матеріалів складає похибку на рівні ±5% [1].

В теплоенергетиці “шихтою” є зола вугілля, яка суттєво ускладнює технологічний процес його спалення на ТЕС (ошлакування поверхонь нагріву котлів, топок, тракту шлаковидалення тощо). Запобігання ускладнень починається з контролю температурних характеристик золи.

Зола вугілля – це суміш оксидів різних металів, температура плавлення яких знаходиться в дуже широкому діапазоні від 900 до 2800 ^{0}С. Більш того, під час нагрівання золи має місце взаємодія її компонентів з утворенням проміжних з’єднань, температура плавлення яких може значно відрізнятись від температури плавлення початкових речовин. Внаслідок цього плавлення золи проходить у певному інтервалі температур. А якщо врахувати суттєвий вплив на такий інтервал складу газового середовища, в якому зола нагрівається, то стане ясно, чому поняття «температура плавлення», властиво лише для чистих речовин, а для золи непридатне. Замість нього в котельній техніці використовується поняття «*температура плавкості*» золи [11].

У вітчизняній практиці велике поширення одержав стандартний прямий візуальний метод визначення плавкості золи (ГОСТ 2057-94), згідно з яким, плавкість золи визначається шляхом нагрівання у спеціальній печі в напіввідновному газовому середовищі зразка золи у вигляді пірамідки, яку формують із дрібнороздрібленої проби золи. Під час нагрівання візуально спостерігають за змінами форми та стану зразка і вимірюють відповідні таким змінам температури. Температурні характеристики плавкості золи, залежні від її складу та складу газового середовища, оцінюються по трьом характерним формам та стану зразка золи (див. рис. 3.4), які він приймає в процесі послідовного зростанні температури до:

t_A – температури початку деформації (спостерігаються перші ознаки розм'якшення зразка золи – зміна поверхні, закруглення країв чи нахил взірця);

t_B – температури напівсфери (зразок приймає форму напівсфери чи вигинається так, що його вершина торкається підставки);

t_C – температури рідкоплавкого стану (зразок золи розтікається по підставці).

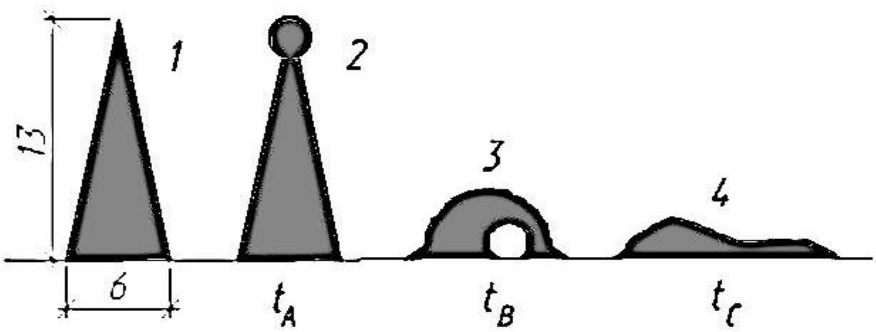


Рис. 3.4. До визначення плавкості золи по формі та стану взірця золи
1 – до нагрівання; 2 – початкова деформація; 3 – розм'якшення; 4 –рідкоплавкий стан

Таким чином, згідно до умов оцінки плавкості золи, неперервність та упорядкованість за схожістю (близькістю) змін органолептичних властивостей (форма та стан) золової пірамідки обумовлені упорядкованістю змін її температури.

Залежно від рівня температури рідкоплавкого стану зола енергетичного вугілля поділяється на: середньоплавку $(1200\,°C \le t_C \le 1425\,°C)$, легкоплавку, якщо t_C<1200 ^{0}C та тугоплавку t_C>1425 ^{0}C [13].

Із наведених прикладів видно, що об’єкти (вода та зразок золи) свої органолептичні властивості (температурний стан води та зразка золи) виявляють не лише у відношенні еквівалентності (холодна та гаряча вода або легкоплавка та тугоплавка зола). Їх властивості виявляються також у відношенні наявності у них кількісної ординати властивості – інтенсивності, наприклад, монотонно зростаюча температура води чи золи. При розчленуванні такого об’єкту його властивості звичайно залишаються незмінними і називаються *інтенсивними (неархімедовими) величинами*. Порівняннями інтенсивних величин можна визначити їх співвідношення, упорядкувати за інтенсивністю даної властивості і кількісно оцінити монотонно зростаючими або числами, що убувають.

Ряди градуювальних протиставлень розмірних характеристик кусків (частинок) вугілля на рис. 3.3 б) виявляються просіюванням через сита. Але, на відміну від просіювання матеріалу через одне сито, для виявлення властивості лише у відношенні еквівалентності (див. п. 3.2), просіювання через два сита з різними розмірами вічків виявляє властивість у відношеннях еквівалентності і порядку.

Розглянемо приклад такого просіювання, який використовується на ТЕС для контролю роботи дробарок та вугільних млинів у технологічному процесі підготовки вугілля до спалення.

Контроль є різновидом процедури розпізнання стану об’єкта: (нижче норми, норма, вище норми). Контролем називається процедура установлення відповідності між станом об’єкта та нормою. Для реалізації процедури найпростішого однопараметрового контролю необхідні взірцеві об’єкти, характеризуючи параметри яких рівні, відповідно, $x_н$ – нижній границі норми і $x_в$ – верхній границі норми та засіб порівняння. Результатом контролю є характеристика про знаходження об’єкту в нормі чи поза неї, яка виражається нерівностями:

- вище норми $x>x_в$,

- норма $x_н<x<x_в$,
- нижче норми $x_н>x$.

Після просіювання, наприклад, проби вугільного пилу через два сита з вічками розміром 200 мкм (δ_{200}) та 90 мкм (δ_{90}), залишок на кожному ситі зветься фракційним (або фракцією) і позначається F_{200} та F_{90}. Прохід через друге сито (D_{90}) зветься дно. Фракційний залишок на другому ситі, складений з залишком на першому ситі, зветься повним залишком, тобто $R_{90}=F_{200}+F_{90}$. Залишок на першому ситі являється і фракційним, і повним, тобто $F_{200}=R_{200}$. Таким чином, після просіювання відібраної проби вугільного пилу кількістю М через два сита будемо мати балансове рівняння кількості (чисельності) чи маси частинок пилу:

- у абсолютній формі $M=M_{F200}+M_{F90}+M_{D90}$
- у відносній формі $1=F_{200}+F_{90}+D_{90}$, або $1=R_{90}+D_{90}$,

де $F_{200}=\dfrac{M_{F200}}{M}$, $F_{90}=\dfrac{M_{F90}}{M}$ та $D_{90}=\dfrac{M_{D90}}{M}$ – частка по числу чи масі частинок надситового (фракційні залишки $F_{200}=R_{200}$ *і* F_{90}) та підситового (прохід D_{90}) відповідно.

Таким чином, просіювання пилу через два сита обумовило його поділ за розміром на три сукупності частинок:

- крупних (залишок на першому ситі F_{200}) розміром – $\delta_{F200}>\delta_{200}$.
- середніх (фракційний залишок на другому ситі F_{90}) розміром $\delta_{90}<\delta_{F90}<\delta_{200}$.
- дрібних (прохід через друге сито D_{90}) розміром $\delta_{D90}<\delta_{90}$.

Постулат транзитивності з інтенсивності властивості об’єднує розміри частинок сукупностей нерівностями $\delta_{F200}>\delta_{F90}>\delta_{D90}$, які виражають властивість упорядкування їх розмірів. Якщо прийняти, що розмір частинок фракційного залишку на ситі δ_{F90} є нормальним розміром цієї сукупностей частинок, то одержані нерівності розмірів частинок після просіювання пилу через два сита збігаються з нерівностями, одержаними вище із загальних уявлень про контроль як метрологічну процедуру.

Параметр R_{90} є важливим режимно-технологічним показником, за допомогою якого оцінюється тонкість помелу вугільного пилу. Оптимальне значення його під час спалювання вугілля знаходиться на рівні R_{90}=7–10 %. Оптимальним значенням показника крупності вугільної дробенки, яка просіюється через два сита з розмірами вічок 5×5 та 10×15 мм, є R_5=19–27 %.

В наведеному прикладі сита виконують два важливих метрологічних призначення. Перше сито – це технічний засіб для виявлення властивості сипучих матеріалів, яким притаманна якісна протилежність (назви класів крупних-дрібних) з градуальними змінами – поступовим убуванням розмірів частинок, тобто з деякими кількісними, але до кінця не визначеними властивостями. Вугільний пил – це сукупність різних за розміром частинок вугілля, кожна з яких має неправильну форму, несхожу на форму куба чи кулі. Тому під час просіювання пилу через сито максимальний розмір частинки приймається рівним розміру квадратного вічка сита, через яке частинка не може пройти, а мінімальний – будь-який розмір частинок, що уможливлює їх проходження через вічко даного сита. Таким чином, просіювання пилу не визначає фактичний розмір частинок пилу в залишках F_{200} чи F_{90} та проході D_{90} і не дає відповіді, наскільки (або у скільки разів) розміри частинок залишків різняться між собою. Але просіювання виявляє кількісні властивості, які характеризують розміри частинок сукупностей F_{200}, F_{90} та D_{90} як величини, що поступово убувають, згідно з нерівностями $\delta_{\mathrm{F200}} > \delta_{\mathrm{F90}} > \delta_{\mathrm{D90}}$.

Друге призначення сит з вічками – виконання ролі взірцевих об’єктів певних розмірів в процесі порівняння з розмірами частинок вугільного пилу. Така роль вічок обумовлена матеріалами та технологією виготовлення сит. Вони входять до набору каліброваних сит, виготовлених згідно зі стандартами (ГОСТ 3584-73; 3826-82; 6613-86) з дротяних, тканих або металевих плетених сіток з квадратними вічками розмірами (0,045–40) мм (для кусків вугілля та шлаку) та (40–1000) мкм (для вугільного пилу та летючої золи). Сита з розмірами вічок, меншими за 40 мкм, в енерготехнології не використовуються, оскільки частинки таких розмірів погано проходять через сито, замазуючи його сітку. Розміри таких частинок визначають або традиційним методом седиментації за швидкістю осідання частинок в скаламученій воді під впливом гравітаційного поля, або мікроскопічним аналізом з використанням спеціальних скануючих систем в поєднанні з ЕОМ, що уможливлюють визначення кількості частинок та їх геометричні параметри.

Крім контролю крупності вугілля та тонкості помелу його пилу, ситовий аналіз в умовах ТЕС застосовується для визначення фракційного (гранулометрічного) складу вугілля (ДСТУ 4082-2002), вугільного пилу та золошлакових матеріалів (ISO 2591-73). Результати таких аналізів використовуються для вибору та експлуатації паливопідготовчих засобів, дріблення та помелу вугілля, оптимізації виробництва вугільного пилу та його спалення, а також для визначення рівня золоочистки димових газів, оптимізації режимів роботи золоуловлювачів та оцінок екологічної безпеки за умов викиду у довкілля золошлакових матеріалів.

Гранулометричний склад вугілля, вугільного пилу, шлаку та летючої золи визначається за результатами просіювання відібраних проб матеріалу через набір (комплект) з 4–5 сит з розмірами вічок, що постійно убувають. Таким результатом, наприклад, просіювання проби вугільного пилу кількістю M через 4 сита з розмірами вічок 200, 125, 90, 71 мкм буде балансове рівняння по числу чи по масі частинок:

- у абсолютній формі $M = M_{F200} + M_{F125} + M_{F90} + M_{F71} + M_{D71}$
- у відносній формі $1 = F_{200} + F_{125} + F_{90} + F_{71} + D_{71}$,

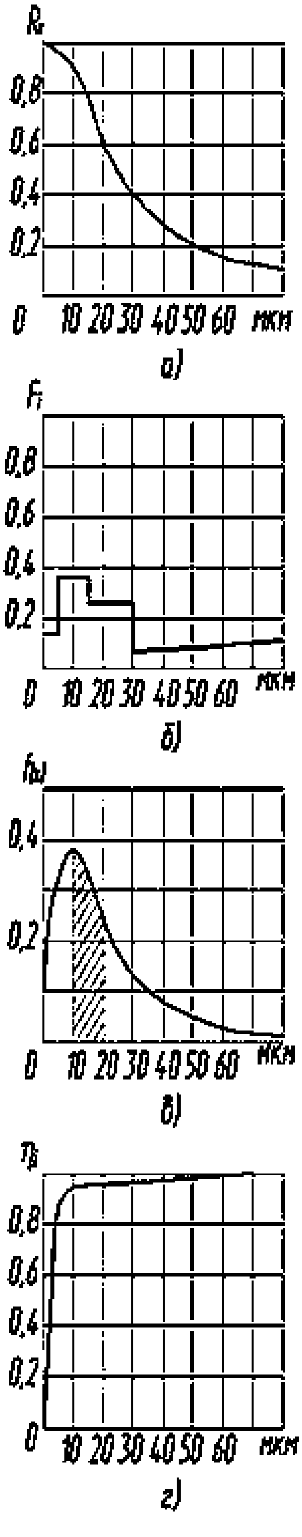
де $F_{200} = \dfrac{M_{F200}}{M}$, $F_{125} = \dfrac{M_{F125}}{M}$, $F_{90} = \dfrac{M_{F90}}{M}$, $F_{71} = \dfrac{M_{F71}}{M}$ та $D_{71} = \dfrac{M_{D71}}{M}$ – частки по числу чи масі частинок надситового (фракційні залишки F_{200}, F_{125}, F_{90}, F_{71}) та підситового (прохід D_{71}) вугільного пилу, відповідно.

Сумарна кількість пилу на ситі даного розміру вічка і усіх інших, розташованих в наборі над ним з розмірами вічків більшими даного, називається *повним залишком* і становить:

для сита з вічком: 71 мкм – $R_{71} = F_{71} + F_{90} + F_{125} + F_{200}$
90 мкм – $R_{90} = F_{90} + F_{125} + F_{200}$
125 мкм – $R_{125} = F_{125} + F_{200}$
200 мкм – $R_{200} = F_{200}$

Результати ситового аналізу оформляються у вигляді таблиць або графіків. На рис. 3.5 наведені характеристики фракційного складу летючої золи перед золоуловлювачем (ЗУ) у вигляді графіків, по осі абсцис яких відкладені розміри частинок золи, а по осі ординат – повні чи фракційні її залишки, або фракційні залишки золи, віднесені до величини інтервалу розмірів, чи фракційна ефективність ЗУ. Таким чином, виявлення сукупності летючої золи перед ЗУ у відношеннях еквівалентності R(≈) і порядку R(<), окрім класифікації її за дихотомічною ознакою (клас крупних та клас дрібних частинок) уможливлює упорядкування частинок кожного класу еквівалентності за ознакою монотонно зростаючих чи убуваючих розмірів окремих фракцій класу (фракційний склад золи). Слід зауважити, що майже усі фізичні механізми вилучення частинок летучої золи із димових газів реалізуються з різною ефективністю: більш ефективно вилучаються крупні частинки в порівнянні з дрібними. Тому в техніці пилозолоочистки поряд з повними ефективностями $\eta_{зу}$ та проскоками $\varepsilon_{зу}$, використовуються фракційні ефективності η_i та проскоки ε_i (ефективності та проскоки летючої золи і-ої фракції).

Виходячи з понять фракційного складу золи, її фракційного та повного проскоків через ЗУ, можна одержати похідні залежності, важливі для оцінок роботи ЗУ.



а) повні залишки золи, крива яких відбиває інтегральній розподіл золи, яким для визначення частки пилу, які складають частинки з розмірами більшими чи меншими за визначене значення. Він уможливлює знайти частку пилу частинок з визначеними інтервалами розмірів, наприклад, від $x_1 =$ 10 мкм до $x_2 = 20$ мкм. Згідно з рис. ця частка дорівнює різниці двох повних залишків. $F_{x_1/x_2} = R_{x_1} - R_{x_2}$ = 0,88-0,58=0,3

б) фракційні залишки золи, ступінчаста крива яких зветься гістограмою і побудована за умови постійної частки частинок усередині певного інтервалу розмірів; є вихідними даними для розрахунку системи золоочистки димових газів ТЕС.

в) фракційні залишки золи, віднесені до величини інтервалу розмірів, крива яких зветься диференційною кривою, оскільки гранично це відношення буде відповідати похідній:

$$\frac{F_x(x + \Delta x)}{\Delta x} = \frac{\Delta R_x}{\Delta x} = \frac{dR_x}{dx}$$

Тоді для інтервалу $\Delta x = 20 - 10$ мкм $f(x)\frac{F_{x_2}-F_{x_1}}{\Delta x} = \frac{0,3}{10} =$ 0,03і ймовірність попадання розмірів частинок в інтервал Δx буде $\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \approx 0,03 * 10 = 0,3$(заштрихована площа).

г) ефективність уловлення частинок і-ої фракції золоуловлювачем (електрофільтром), крива яких називається фракційною ефективністю ЗУ (поля), являється вихідними даними для розрахунку золоочистки димових газів ТЕС.

Рис. 3.5. Характеристика фракційного складу летючої золи та ефективність електрофільтра

а) інтегральний розподіл летючої золи;
б) гістограма фракційного складу (фракційних залишків);
в) диференційна крива розподілу летючої золи;
г) крива фракційної ефективності електрофільтра.

Так, наприклад, для трипольного електрофільтра (послідовне з'єднання 3 незалежних електричних полів), схема якого показана на рис. 3.6, в умовних позначеннях схеми можна виразити:

• частку золи i-ої фракції перед кожним полем (однакової після попереднього поля та перед таким полем):

$$F_{i1} = \frac{M_{івин}}{M_{вин}}, \quad F_{i2} = \frac{M_{ін1}}{M_{н1}}, \quad F_{i3} = \frac{M_{ін2}}{M_{н2}}, \tag{3.1}$$

де i=1–6 – число (номер) фракцій, перед першим полем $M_{вин}$ визначається згідно з п. 3.2;

• фракційний проскок золи для кожного поля:

$$\varepsilon_i = \frac{M_{ін1}}{M_{івин}} = \frac{M_{ін2}}{M_{ін1}} = \frac{M_{ін3}}{M_{ін2}} \tag{3.2}$$

• повний проскок золи через кожне поле:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{н1}}{M_{вин}}, \quad \varepsilon_2 = \frac{M_{н2}}{M_{н1}}, \quad \varepsilon_3 = \frac{M_{н3}}{M_{н2}} \tag{3.3}$$

Скориставшись (3.1) – (3.3), одержимо:

• загальний проскок золи через j – поле (j=1, 2, 3 – номери полів)

$$\varepsilon_j = \sum_{i=1}^{6} F_{ij}\varepsilon_i, \tag{3.4}$$

• частка золи і-ої фракції перед таким (j+1) полем (після попереднього j поля):

$$F_{i(j+1)} = F_{ij}\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_j} \tag{3.5}$$

• загальний проскок золи через електрофільтр:

$$\varepsilon_{зу} = \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 = \prod^{3}\varepsilon_j \tag{3.6}$$

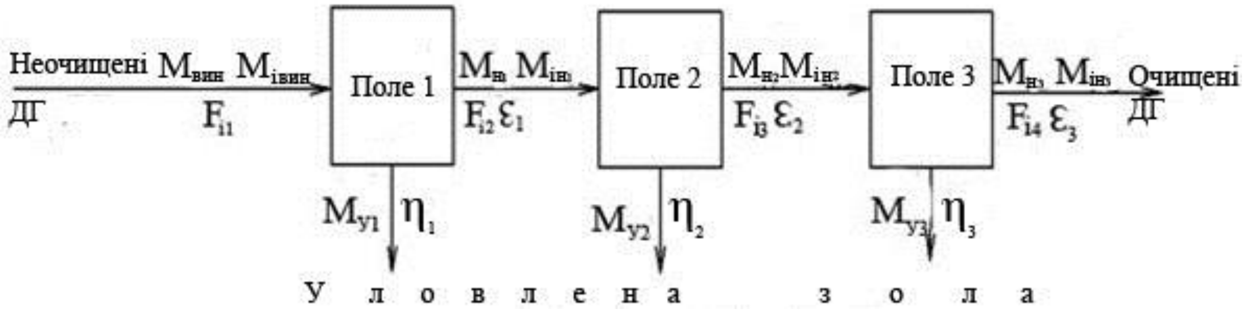


Рис. 3.6. Структурна схема трипільного електрофільтра

Приклад 3.4. Золоочистка димових газів (ДГ) на енергоблоці проводиться електрофільтром, який має в собі три незалежних електричні поля з однаковими конструктивними характеристиками та параметрами золоуловлювання. Визначити повну ефективність електрофільтра та фракційний склад летючої золи після нього. Фракційний склад летючої золи перед електрофільтром (F_i) та його фракційну ефективність (η_i) прийняти за даними рис. 3.5 б, г.

Рішення: проводиться в табличній формі табл. 3.2. Перші два рядки таблиці – рядки початкових даних: ε_i – фракційний проскок золи, рівний ε_i=1-η_i, де η_i – фракційна ефективність електрофільтра, значення якої для середини кожного інтервалу розмірів частинок золи вибирається з рис. 3.5 г); F_{i1} – фракційний склад золи безпосередньо визначається з рис. 3.5 б) залежно від інтервалу.

Таким чином, загальна ефективність електрофільтра знаходиться на рівні $\eta_{зу}$=0,992; після третього поля електрофільтра основною фракцією неуловлених частинок летючої золи майже на 100 відсотків є частинки розміром 0–5 мкм, частинки за розміром 5–15 мкм складають лише 0,09%.

Умова задачі та її рішення в методичному аспекті складається з двох складових процесу пізнання властивостей частинок золи:

- *метрологічна складова пізнання базуються на визначеннях властивостей частинок у різних відношеннях:*

- у відношенні еквівалентності виявляються частинки золи, що обумовило їх класифікацію по класах уловлених та неуловлених частинок. Частки таких частинок відбиваються числами лише як відносні кількості відповідних класів (ε_j, $\varepsilon_{зу}$, $\eta_{зу}$), а не їх властивостей в цих класах;

- у відношеннях і еквівалентності, і порядку виявляються властивості уловлених та неуловлених частинок, що відбиваються числами – або безпосередньо частками розмірів (F_i), або частками класу еквівалентності частинок відповідних фракцій (ε_i, η_i) з монотонно зростаючими чи убуваючими розмірами частинок;

- *фізична складова пізнання механізму вилучення частинок летючої золи* *із ДГ ґрунтується на законах електростатики, за якими крупні частинки золи отримують більший електричний заряд, що обумовлює більшу швидкість руху (дрейфу) таких частинок в електричному полі до осаджувальних електродів поля. Тому на рис. 3.5 г фракційна ефективність поля (електрофільтра) η_i збільшуються з ростом розміру частинок, а фракційний проскок відповідно ($\varepsilon_i=1-\eta_i$) зменшується.*

Таблиця 3.2. **Оцінка ефективності електрофільтра**

Характеристики електрофільтра								
Фракційні							**Загальні**	
Позначка (формула)	**інтервал розмірів частинок золи, мкм**						**формула**	**значен-ня**
	0-5	**5-15**	**15-30**	**30-40**	**40-60**	**>60**		
ε_i	0,3732	0,0194	0,00014	1 Е-0,6	2,7 Е-0,9	5,3 Е-11	-	-
F_{i1}	0,12	0,35	0,27	0,07	0,08	0,11	$\varepsilon_1=\sum_1^6(F_{i1}\varepsilon_i)$	-
$F_{i1}\,\varepsilon_i$	0,0573	0,0182	0,0004	2Е-0,6	3Е-0,8	2Е-0,9		0,07585
$F_{i2}=F_{i1}\varepsilon_i/\varepsilon_1$	0,7555	0,2398	0,0046	3Е-0,5	4Е-0,7	2,9Е-0,8	$\varepsilon_2=\sum_1^6(F_{i2}\varepsilon_i)$	-
$F_{i2}\varepsilon_i$	0,2819	0,0047	6,4Е-0,7	0	0	0		0,28659
$F_{i3}=F_{i2}\varepsilon_i/\varepsilon_2$	0,9838	0,0162	2,2Е-0,6	0	0	0	$\varepsilon_3=\sum_1^6(F_{i3}\varepsilon_i)$	-
$F_{i3}\varepsilon_i$	0,3671	0,0003	0	0	0	0		0,36742
$F_{i4}=F_{i3}\varepsilon_i/\varepsilon_3$	0,9991	0,0009	0	0	0	0	$\varepsilon_{зу}=\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3$	-
-	-	-	-	-	-	-	$\eta_{зу}=1-\varepsilon_{зу}$	0,008
-	-	-	-	-	-	-		0,992

Таким чином, для оцінки ефективності електрофільтра достатньо визначити частки класів еквівалентності летючої золи перед та після кожного поля.

Наведені приклади свідчать про те, що незважаючи на недостатню інформативність щодо знань властивостей об’єктів енерготехнології, які виявляються у відношеннях еквівалентності і порядку, вони уможливлюють розрахунковим способом одержати важливі режимно-технологічні, техніко-економічні та екологічні показники та параметри такої технології.

3.4. Виявлення властивостей (величин) у відношеннях еквівалентності, порядку та адитивності

Якщо величина виявляється у відношеннях еквівалентності R(≈), порядку *R*(<) та адитивності *R*(+), або перетворена у таку величину вимірювальним перетворювачем, вона може бути не тільки виявлена, класифікована, проконтрольована, але й виміряна. Такі величини називаються *екстенсивними* ($X_{екс}$). Як правило, вони є речовинними (пасивними) та енергетичними (активними) властивостями об’єкта; при його розчленуванні такі властивості змінюються (довжина, площа, об’єм, маса, теплові та енергопотоки тощо). В процесі вимірювання $X_{екс}$ незлічена множина її розмірів відображається на злічену підмножину сукупності чисел x_N. Таке відображення стало результатом ретельного вивчення відношень кожної ФВ. Виявились, що між розмірами кожної ФВ існують відношення, які мають таку ж логічну структуру, що і відношення між числовими формами (цілими, раціональними, дійсними числами тощо). Тому підмножина числових форм, що задовольняє відношенням *R*(≈), *R*(<) та *R*(+), може служити абстрактною числовою моделлю ФВ, тобто множини її розмірів з тими же відношеннями між ними.

Вперше цей зв'язок теоретично обґрунтував німецький фізик Г. Гельмгольц (1821–1894 рр.), який є основоположником теорії відображення розмірів матеріальних об’єктів числовими формами (репрезентаційної теорії вимірювань – РТВ) [6].

РТВ – це теорія представлення (від фр. representation – представництво) властивостей реальних і ідеальних об’єктів числами. Вона досліджує, з одного боку, можливості та шляхи отримання числових результатів вимірювання, з іншого – об’єктивний зміст цих результатів. У цій теорії первинними, що відбиваються, є властивості емпіричних об’єктів, а вторинними (віддзеркаленнями) – найбільш зручні формально-логічні символи у вигляді чисел в *формі віддзеркалення властивостей* об’єкту з кількісним числовим результатом *вимірювання.* Відповідно до РТВ числа x_N є результатами вимірювання і можуть бути використані для будь-яких математичних операцій [5].

Розглянемо властивості, якими має володіти формальний об'єкт у вигляді сукупності чисел x_N, щоб задовольнити вимогам R(≈), R(<) та R(+).

1. Для виявлення у відношенні еквівалентності сукупність чисел x_N, що відображає велике число різних за розміром однорідних величин, має бути сукупністю однаково іменованих чисел; при цьому «ім'я» кожного з них є найменуванням його одиниці, або її частки.

2. Для виявлення у відношеннях еквівалентності і порядку число N_{x_1}, що відображає більшу за розміром величину $X_1 > X_2$, вибирається більшим, ніж число N_{x_2}, що відображає меншу за розміром величину X_2 (за умов використання в обох випадках одної одиниця ФВ). Для виконання цієї умови як шуканої сукупності чисел x_N, …, $x_{N\text{н}}$ вибирають упорядковану множину дійсних чисел з природним відношенням порядку.

3. Для виявлення у відношеннях еквівалентності, порядку та адитивності іменовані і абстрактні числа, що відображають сумарний розмір ФВ φ: ($X_\Sigma \to x_{N_\Sigma} = N_{x_\Sigma} \Delta x_\kappa$ та його складові φ: $x_i \to x_{N_i} = N_{x_i} \Delta x_{\kappa i}$), повинні відповідати умовам адитивності:

$$x_{N_\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} x_{N_i} = \sum_{i=1}^{n} N_{x_i} \Delta x_{\kappa i} \qquad N_{x_\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} N_{x_i}$$

За своїм змістом розмір ФВ (X_i) і її значення (x_N) – поняття різних категорій: розмір ФВ даного об'єкту існує незалежно від того, знаємо ми його чи ні. Значення ж ФВ з'являється лише після того, як її розмір виражається за допомогою деяких одиниць. Таким чином, значення ФВ є лише інформацією про розмір конкретної ФВ, її віддзеркаленням у свідомості людей. Наприклад, значення тиску x_N=5 паскаль, де числове значення N_x=5, а одиниця ФВ Δx_κ=1 паскаль, тобто значення ФВ стає відомим тільки після її вимірювання. Тому вираз «вимірювання значення величини» є некоректним (величину вимірюють, а значення її визначають). Один і той же розмір ФВ залежно від розміру її одиниці може бути виражений різними числовими значеннями. Так з рівняння 1,2 м=120 см витікає, що збільшення або зменшення розміру одиниці ФВ спричиняє собою обернено пропорційну зміну числового значення ФВ.

Процес вимірювання характеризується, з однієї сторони, сприйняттям і відображенням ФВ, а з іншої – нормуванням, тобто наданням їй визначеного числового значення.

Вимірювання ФВ, як відображення її розміру відповідним числом з ряду натуральних чисел, характеризується тим, що однакові інтервали між найближчими числами ряду відповідають однаковим інтервалам між відповідними розмірами або інтервалами даної властивості ФВ. Однозначна відповідність між розмірами і значеннями величин означає рівність відношень між ними. Така *форма* точного кількісного равноінтервального відображення в стандарті ДСТУ 2681-94 названа *кількісним принципом вимірювання* (див. табл. 1.1).

Величини, що володіють еквівалентністю, порядком і адитивністю, уможливлюють *відтворення*[2] із заданими розмірами. Наприклад, якщо створити равноінтервальний ряд величин з послідовно зростаючими розмірами, починаючи з умовного нульового розміру: $x_0, x_1, x_2, ..., x_{\text{N-1}}, x_{\text{N}}, x_{\text{N+1}}, ..., x_{\text{N}_\text{н}}$, у якому $x_{\text{N+1}} - x_{\text{N}} = \Delta x_{\text{к}}$ є розміром ступеня, що виконує роль одиниці ФВ – кожен член такого ряду можна уявити як [5]:

$$
\begin{gathered}
\mathrm{x}_0 = 0 \\
\mathrm{x}_1 = \mathrm{x}_0 + \Delta\mathrm{x}_\text{к} = \Delta\mathrm{x}_\text{к} \\
\mathrm{x}_2 = \mathrm{x}_1 + \Delta\mathrm{x}_\text{к} = 2\Delta\mathrm{x}_\text{к} \\
\mathrm{x}_3 = \mathrm{x}_2 + \Delta\mathrm{x}_\text{к} = 3\Delta\mathrm{x}_\text{к} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\mathrm{x}_N = \mathrm{x}_{N-1} + \Delta\mathrm{x}_\text{к} = N_\text{x}\Delta\mathrm{x}_\text{к}
\end{gathered}
\qquad (3.7)
$$

Таким чином, розмір будь-якої отриманої таким чином величини стає відомим і рівним порядковому номеру ступеня, помноженому на її розмір

[2]*Відтворення ФВ* – вимірювальна операція, що полягає у створенні та (чи) збереженні ФВ заданого значення.

$$x_{\mathrm{N}} = \mathrm{N}_x \Delta x_{\text{к}}, \qquad (3.8)$$

тобто відтворений розмір величини дорівнює сумі відомого числа розміру ступеня (одиниці ФВ). Це дозволяє за допомогою *порівняння* виразити тим же чином і однорідну *вимірювану величину*. Так, якщо в результаті порівняння невідомого розміру вимірюваної величини X із значеннями відомих величин з рівноінтервального ряду x_1, x_2, …, $x_{\mathrm{N_н}}$ виявиться, що X>x_{N} і X<$x_{\mathrm{N+1}}$ то, враховуючи рівність (3.8), будемо мати:

$$\mathrm{X} \approx x_{\mathrm{N}} = \mathrm{N}_x \Delta x_{\text{к}} \qquad (3.9)$$

Отримана залежність називається *основним рівнянням вимірювання*, суть якого полягає в порівнянні двох ФВ: вимірюваної X, яка виражає особливість *об'єкту вимірювання* і відомої x_{N}, яка практично реалізується (здійснюється, відтворюється) *мірою*[3]. Наприклад, гиря – міра маси, температурна лампа – міра яскравісної або колірної температури, лінійка з міліметровими поділками та штангенциркуль – міри довжини, нормальний елемент – міра ЕРС або електричної напруги постійного струму розміром 1,0186 В.

Розрізняють такі зразки мір:

- *однозначна міра*, що відтворює ФВ одного значення;
- *багатозначна міра*, яка відтворює різні значення однойменних величин;
- *регульована міра*, яка відтворює в даний момент ФВ відомого розміру, значення якого можна змінювати, наприклад, посудина з рідиною густиною ρ, рівень якої h змінюється – міра гідростатичного тиску $\mathrm{p} = \rho \cdot \mathrm{g} \cdot h$, де g – прискорення вільного падіння;
- *нерегульована міра*, яка відтворює ФВ з відомими незмінними значеннями, наприклад, лінійка з міліметровими поділками – *багатозначна нерегульована міра* (БНМ) довжини, гиря масою 1 кг – *однозначна нерегульована міра* (ОНМ) маси.

Із рівняння (3.8) випливає, що процес вимірювання складається, як мінімум, з двох вимірювальних операцій: операції відтворення *квантованої*

[3]*Міра (величини)* – вимірювальний пристрій, що реалізує відтворення та (або) збереження ФВ заданого значення.

ФВ[4], задані значення якої кратні одиниці ($x_N = N_x \cdot \Delta x_к$), та операції порівняння відтвореного розміру квантованої ФВ з розміром вимірюваної неперервної ФВ (X). В результаті такого порівняння можна лише виявити, що $X\text{-}x_N < \Delta x_к$. Прагнення зменшити різницю ($X\text{-}x_N$) шляхом зменшення розміру одиниці ($\Delta x_к$) до нескінченно малого значення обмежується дозвільною здатністю зору оператора, який фіксує показання вимірювального приладу. Іншими словами, обмеженість розрядів числового значення N_x вимірюваної ФВ приводить у процесі відображення до гомоморфізму, тобто до неоднозначності відображення. Це ілюструється графіком (рис. 3.7), з якого видно, що будь-якому розміру X величини (X_1 чи X_2) в діапазоні від $N_x \cdot \Delta x_к$ до $(N_x+1) \cdot \Delta x_к$ відповідає лише одне значення ФВ $x_N = 8\Delta x_к$, а даному значенню – множина розмірів X в указаному діапазоні.

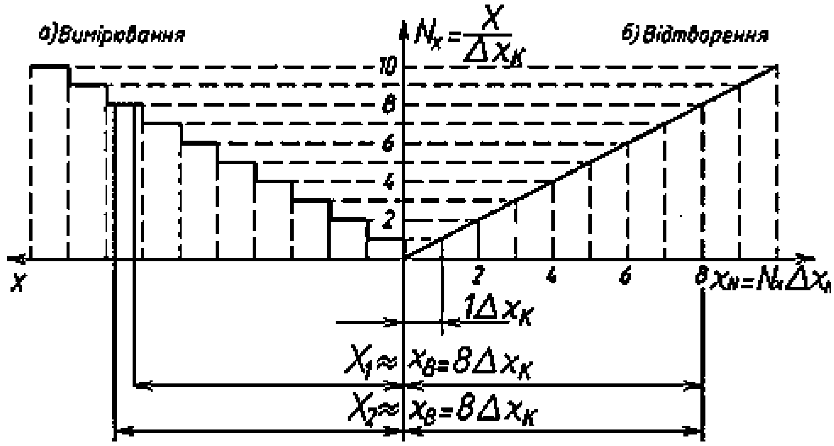


Рис. 3.7. Графічне уявлення відображення
а) незліченої множини розмірів неперервної величини X в злічену підмножину числових значень N_x при вимірюванні (φ: X→ N_x); *б*) зліченої множини значень N_x в злічену підмножину заданих значень квантової величини X_N при її відтворенні (φ: $N_x \rightarrow X_N$)

Гомоморфізм вносить імовірний аспект у відображення не тільки випадкової, але й постійної величини. Він є причиною появи неминучої похибки перервності[5] (похибки квантування).

Завершаючи розгляд *вимірювання як експериментального порівняння*

[4]*Квантована ФВ* – величина, поділена на рівні за розміром частини, кванти (природно квантована ФВ – електричний заряд, штучно квантована ФВ – довжина лінійки з міліметровими позначками).
[5]*Похибка перервності (квантування)* – похибка методу відображення (при вимірюванні) неперервної величини її перервним значенням.

вимірюваної величини і величини, здійснюваною або відтвореною мірою, слід зазначити, що співвідношення між розмірами порівнянних ФВ найчастіше встановлюється по знаку різниці між ними. Однак далеко не кожну ФВ можна порівняти з собою подібною. В зв'язку з цим, залежно від можливості створення різницевого *вимірювального сигналу*[6] при порівнянні ФВ, останні поділяються на три категорії:

- ФВ, які можна віднімати і безпосередньо порівнювати (електричні, магнітні та механічні величини);
- ФВ, які незручні для віднімання, але зручні для комутації (від лат. commutation – зміна, переміна) (світлові потоки та потоки технологічних середовищ в енерговиробництві);
- ФВ, що характеризують стан об'єктів або їх властивості (температура, концентрація речовини в рідині тощо), які не виявляються у відношенні адитивності.

Параметри сигналів першої групи ФВ найбільш зручні для порівняння, другої – менш зручні, а третьої – безпосередньо порівнювати неможливо, але для порівняння і вимірювання їх доводиться перетворювати в інші величини, що підлягають порівнянню. Тому *вимірювальне перетворення* є третьою вимірювальною операцією, яка разом з операціями відтворення та порівняння ФВ забезпечує процедуру вимірювання. Кожна із вимірювальних операцій реалізується відповідним *вимірювальним пристроєм*:

- *вимірювальним перетворювач*ем у відповідності з функцією (номінальною статичною характеристикою) перетворює вимірювану величину в іншу (проміжну) із зміною чи без зміни роду;
- *мірою, що* відтворює чи здійснює величину заданого розміру, однорідну із вимірюваною чи проміжною величиною;
- *компаратор* (від лат. comparator – порівнюючий) порівнює вимірювану чи проміжну величину з величиною, яку відтворює чи здійснює міра.

В цілому процедура вимірювання реалізується відповідними *засобами*

---

[6] *Вимірювальний сигнал* – сигнал, один чи декілька параметрів якого є інформативні.

вимірювання, до складу яких відносяться кодові засоби вимірювань, засоби реєстрації вимірювань, вимірювальні прилади, вимірювальні канали та вимірювальні системи.

Засоби вимірювань та вимірювальні пристрої відносяться до *засобів вимірювальної техніки*, як технічних засобів, котрі застосовуються під час вимірювань і мають нормовані метрологічні характеристики.

У відповідності із сучасними тенденціями щодо поширеного розуміння процедури вимірювання, в теоретичній метрології розглядаються три варіанта порівняння між собою двох розмірів x_i і x_j [2].

$$x_i > x_j \tag{3.10}$$

$$x_i - x_j = \Delta x_{ij} \tag{3.11}$$

$$\frac{x_i}{x_j} = \mathrm{N_x} \tag{3.12}$$

Перший із них – найбільш простий. Експериментальне рішення нерівності (3.10) дає відповідь на запитання, який із двох розмірів більше іншого (або вони рівні), але не визначає, наскільки більше, або у скільки разів. Це найменш інформативне вимірювання. Однак більш повна вимірювана інформація інколи навіть не потрібна. Наприклад, порівняння мас двох тіл за допомогою рівноплечих ваг показує, що маса одного тіла перевищує масу іншого. В деяких випадках цього цілком достатньо. Таким чином, результат порівняння у цьому випадку відображає якісну властивість об’єкта, яка може мати деяку кількісну визначеність (дуже або мало відрізняється за розміром).

Більш інформативним є порівняння за правилом (3.11). Воно уможливлює одержання відповіді на запитання про те, наскільки один розмір більше чи менше іншого (або вони рівні), але відповісти, у скільки разів більше, неможливо.

Для відповіді на таке питання треба порівнювати розміри між собою за правилом (3.12), яким і вирішується, у скільки разів i-ий розмір уміщується в j-ому. Це буде означати, що j-ий розмір виступає як одиниця вимірювання ($x_j = \Delta x_к$) і тому для забезпечення єдності вимірювання потребує установлення визначених правил, закріплених законодавчим шляхом. Отож вимірювання за правилом (3.12) представляє собою порівняння, що відображається основним рівнянням вимірювання (3.9). Воно визначає числове значення вимірюваної величини (N_x) і відповідає, у скільки разів невідомий розмір більше одиниці або наскільки одиниць він більше нуля. Таким чином, остання різновидність способу порівняння є найбільш інформативною.

Контрольні запитання

1. Охарактеризувати контрарну та комплементарну протилежність назв-антонімів об’єктів, властивості яких виявляються у відношенні еквівалентності і порядку та серед об’єктів, наведених в табл. 3.1, виявити такі, які за певних умов будуть виражати контрарну протилежність.

2. Визначити метрологічні, фізичні та технологічні аспекти поняття плавкості золи як інтенсивної величини, що виявляється у відношеннях еквівалентності і порядку.

3. Розтлумачити метрологічні, технологічні та екологічні аспекти визначення викидів енергоблоком летючої золи та шлаку у довкілля.

4. Визначити процедуру вимірювання як послідовності вимірювальних операцій: вимірювальне перетворення, відтворення та порівняння фізичних величин.

5. Охарактеризувати метрологічні, фізичні та технологічні аспекти ситового аналізу вугільного пилу як методу контролю його якості та визначення фракційного складу через виявлення розмірів частинок у відношеннях еквівалентності і порядку.

6. У світлі сучасних тенденцій метрології провести аналіз основного рівняння вимірювання та обумовити його обмеженість щодо розширення поняття «вимірювання».

Розділ 4. Шкали вимірювань

4.1. Поняття про шкалу вимірювання. Класифікація шкал

Вимірюванням підлягають різні виявлення властивостей об’єктів. Деякі властивості при цьому виявляються кількісно (довжина, маса, температура), а інші – якісно (наприклад, моно- та дуль-блок, втрачена та використана теплота, уловлені та неуловлені частинки золи).

Різноманітні виявлення конкретної властивості об’єкта (об’єктів) вимірювання утворюють множину, елементи якої знаходяться між собою у визначених співвідношеннях. Такими співвідношеннями можуть бути «еквівалентність» (рівність) чи «схожість» (близькість) елементів, їх кількісна розрізнянність («більше», «менше»), допустимість виконання визначених математичних операцій (складання, віднімання, множення, ділення) з елементами множини тощо. Ці особливості елементів множин виявлення властивостей визначають типи (ознаки) відповідних їм шкал вимірювань.

Відображення елементів множини властивості на систему умовних знаків з аналогічними відношеннями утворюють шкалу вимірювання даної властивості.

Прикладами знакових систем являються множини: позначень (назв) об’єктів, класифікаційних символів або понять, назв стану об’єктів, балів оцінки станів об’єкта, упорядкованих дійсних чисел тощо. Терміни «шкала вимірювань», «модель», «відображення» можна розглядати як синоніми.

У метрологічній практиці термін «шкала» (від лат. scala – сходи) має дві різні суті. По-перше, шкалою називається відліковий пристрій аналогового засобу вимірювання, який представляє собою упорядкований ряд поміток з нумерацією. По-друге, шкалою називають порядок визначення (оцінки, вимірювання) та позначення виявлень конкретної властивості об’єктів вимірювань. В цьому разі шкалу належить називати шкалою вимірювань. Взагалі поняття шкали виникли у зв’язку з необхідністю вивчення не тільки кількісних, але і якісних властивостей об’єктів.

Залежно від специфічного набору ознак, які класифікують дану шкалу та характеризують сукупність притаманних їй логічних співвідношень між різними виявленнями вимірюваної властивості, прийнято розрізняти п’ять типів шкал вимірювань [4]:

- шкала назв (класифікаційна шкала, номінальна шкала);
- шкала порядку (шкала рангів);
- шкала інтервалів (шкала різниць);
- шкала відношень;
- абсолютна шкала.

У такій класифікаційній системі типи шкал, які розглядаються нижче, розмішені «по висхідній» – від самої слабкої шкали назв до самої сильної шкали відношень; причому кожна наступна шкала передбачає попередню.

В теплоенергетиці широко використовуються температурні шкали, необхідність яких викликана неадитивністю температури, як фізичної величини, та тим, що її одиниця не є похідною від інших ФВ. У стандарті ДСТУ 3518-97 температурна шкала визначена як послідовність значень, які приписуються температурам довільним, але чітко визначеним способом (правилом). Такі правила можуть бути як дуже простими, так і дуже складними залежно від того, наскільки *інформативно багаті відношення емпіричної системи мають бути віддзеркалені абстрактною числовою системою.* Тим самим визначаються і різні типи шкал, які поділяються на *неметричні та метричні*.

Неметричні шкали характеризуються найменшою інформативністю про властивості реальних об’єктів, оскільки кількісне порівняння інтенсивності однорідних властивостей відсутнє. Так, користуючись шкалами назв та порядку, неможливо оцінити, на скільки або у скільки разів конкретне виявлення властивості у одного об’єкта більше або менше, ніж у іншого. Відповідь на такі запитання можна одержати лише після вимірювання відповідних властивостей з використанням *метричних шкал* інтервалів (різниць), відношень та абсолютної шкали, які призначені для визначення кількісних ознак об’єктів.

4.2. Шкала назв (класифікаційна шкала, номінальна шкала)

Шкала назв (номінальна від лат. nominalis – іменна) відображає лише якісну властивість об’єкта шляхом присвоєння йому назв або номера (вугільний енергоблок або енергоблок №1 в складі блоків ТЕС). Множина виявлень (реалізацій) якісної властивості може бути упорядкована за ознакою близькості (схожості) якісних відмін та (або) за ознакою можливих кількісних відмін в деяких підмножинах виявлень властивості. Наприклад, множини турбін конденсаційних та теплофікаційних (якісні відміни), або турбін номінальної потужності 200 та 300 МВт (кількісні відміни). Такі властивості об’єктів виявляються лише у відношенні еквівалентності, тому називати їх величинами не можна.

Шкала назв – найпростіша зі шкал вимірювань. Однак розробити таку шкалу нелегко: вирішальну роль тут грає вибір логіки побудови шкали, як-от раціонального вибору її градацій (класів еквівалентності). Це обумовлено відсутністю інструментальних засобів, за допомогою яких конкретне виявлення якісних властивостей можна було б віднести до одного з класів еквівалентності (наприклад, активні та реактивні ступені турбіни). З однієї сторони, градації мають бути достатньо близькими, а з іншої – надійно розрізнюватись спостерігачем. Тому, коли віднесення даного виявлення якісної властивості об’єкта до визначеного класу еквівалентності не можна здійснити за допомогою органів чуття людини, використовуються технічні засоби або експертні оцінки, основані на висновках спеціалістів. Наприклад, за допомогою сита з визначеними розмірами вічків вугільний пил просіюється та поділяється на дві частини якісних властивостей (клас крупних та клас дрібних частинок).

У шкалі назв неможливо ввести одиницю вимірювань, в ній відсутні нульовий елемент (початок відліку), поняття «більше» або «менше», похибка вимірювання, до неї непридатне поняття лінійності. Основним інформаційним параметром сукупності однотипних об’єктів з відношенням еквівалентності є їх кількість (чисельність), яка визначається шляхом нумерації чи лічби. Числа, приписані об’єктам, можуть бути використані лише для визначення ймовірності або частості появи назви даного об’єкта і які характеризують *сукупності об’єктів даної властивості, а не властивості конкретного об’єкту в ній.* Єдино, для чого придатні вимірювання в цій шкалі – це розрізняти об’єкти, які згідно з відповідною ознакою поділяються на класи еквівалентності за назвами, що дозволяє відрізнити (якісно) один об’єкт від іншого.

Таким чином, віднесення об’єкта пізнання до одного із декількох неупорядкованих класів еквівалентності, яке виконується відповідно зі шкалою назв, є якісним, а не кількісним *оцінюванням* цього об’єкту. Таку процедуру не слід називати вимірюванням. Проте зараз зміцніла тенденція в теорії вимірювань, обумовлена прагненням окремих методологів, які досліджують позафізичні вимірювання у психології, соціології та інших суспільствознавчих дисциплінах, трактувати поняття вимірювання в максимально широкому розумінні слова. За такої трактовки процедура нумерації (лічби) об’єктів з класів еквівалентності відповідних шкал визначається за вимірювання. Така трактовка відбивається у міждержавному нормативному документі (НД) РМГ-83-2007, за якого:

- об’єктами вимірювання являються як фізичні, так і нефізичні об’єкти;
- вимірюють кількісні і якісні властивості не лише фізичних, але й нефізичних об’єктів (психологічних, біологічних, соціальних, економічних тощо);
- єдність вимірювань поширюється на шкали усіх типів, включаючи шкали назв та порядку.

Проте у тому ж стандарті результат вимірювання визначається як значення величини (див. табл. 1.1) або оцінка властивості, одержане(на) шляхом вимірювання. *За оцінку властивості приймається вираження* *місцезнаходження якісної властивості конкретного об’єкта вимірювань на відповідній шкалі назв.* І далі *«Результат вимірювання у шкалах назв виражається еквівалентністю конкретного виявлення якісної властивості точці чи класу еквівалентності відповідної шкали».*

Шкалами назв являються будь-які класифікаційні системи, в тому числі і класифікації об’єктів енерготехнології, наведені в третьому стовпчику табл. 3.1, наприклад:

- шкали – класифікації енергоблоків за ознакою «номінальна потужність» (класи енергоблоків потужністю 200 та 300 МВт);
- шкали – класифікації котлів за ознакою «вид палива» (класи вугільних та газомазутних котлів);
- шкали – класифікації турбін за ознакою «стан робочого тіла» (класи парових та газових турбін);
- шкали – класифікації регенеративних підігрівачів за ознакою «рівень параметрів гріючої пари» (класи підігрівачів низького та високого тиску);
- шкали – класифікації вогнищевих залишків (ВЗ) за ознакою «вид ВЗ, що видаляється з топки» (класи донної золи (шлаку) та летючої золи);
- класи – класифікації радіонуклідів за ознакою їх «періоду напіврозпаду» (класи довгоживучих та короткоживучих радіонуклідів).

До шкал назв також належать:

- чуттєва температурна шкала, яка визначає архаїчне, але все ще поширене поняття температури як ступеня нагрівання об’єкта. Така шкала включає дві назви органолетичної властивості об’єктів: холодні і теплі;
- шкали – класифікації електричних зарядів за назвами (позначками): класи позитивних (+) та негативних (-) зарядів;
- шкала обозначень елементів теплової схеми енергоблоку;
- шкали обозначень міських телефонних номерів тощо.

4.3. Шкала порядку (шкала рангів)

Шкала порядку призначена не тільки для відміності об'єктів, але й для установлення порядку між ними. Вона описує властивість, для якої має сенс не тільки відношення еквівалентності, але і відношення порядку за збільшенням або убуванням кількісного прояву властивості. Властивість з подібною характеристикою називається *неархимедовою (інтенсивною) величиною*, упорядкованою лише за розміром; до неї непридатне поняття пропорційності: можна судити лише, наскільки менше або більше, але не можна визначити у скільки разів менше або більше виявляється властивість у одного об'єкту в порівнянні з іншим. Така шкала принципово нелінійна, а вид нелінійності невідомий і на різних її ділянках може бути різним. У шкалах порядку існує або не існує нуль, але принципово не можна ввести одиницю вимірювання (незмінний інтервал, що зберігає свої значення на усіх ділянках шкали), оскільки для них відношення пропорційності (лінійності)не встановлено. Тому визначення значення величини за допомогою таких шкал не можна вважати вимірюванням. Приписане число інтенсивній величині слід вважати оцінкою (значенням) властивості з деякою кількісною ознакою. Оцінювання за шкалою порядку є неоднозначним і умовним.

Результати визначень по шкалам порядку виражаються відповідними числами, балами, класами тощо. У таких шкалах однаковим інтервалам між розмірами даної величини не відповідають однакові різниці чисел. За допомогою цих чисел можна знайти ймовірність, моду, медіану, проте їх не можна використовувати для підсумовування, множення та інших математичних операцій (наприклад, знаходження середнього арифметичного значення величини).

Шкала порядку використовується у випадках, коли потрібно упорядкувати об'єкти відповідно до якої-небудь якості чи часі (просторі), але при цьому не вимагається її точного вимірювання; вони також поширені у разі, коли яка-небудь якість в принципі вимірювана, але в даний час практичної або теоретичної можливості реалізувати це вимірювання немає.

Шкала порядку з монотонно зростаючими кількісними властивостями об'єктів будується шляхом розташування їх в натуральну послідовність (ряд) так, щоб у кожному об'єкті ряду дана властивість була більшою, ніж у попереднього і меншою, ніж у наступного об'єкта. Після цього вибирають декілька членів (об'єктів) ряду і приймають їх за взірцеві. Вибрані взірцеві об'єкти формують шкалу реперних точок для зіставлення об'єктів за даною властивістю. Точкам реперної шкали можуть бути поставлені у відповідність цифри, які називаються балами. Суттєвий недоліком таких шкал полягає у довільному розмірі інтервалів між реперними точками, що унеможливлює уточнення розміру величини усередині інтервалу.

Яскравим прикладом такої шкали є *10-бальна мінералогічна шкала твердості*, розроблена німецьким вченим Ф. Моосом в 1811 році. Вона побудована на 10 взірцевих мінералах різної твердості, розташованих в ряд так, що їх умовні числа твердості (у балах) послідовно зростають від 1 (тальк), 2 (гіпс) до 8 (топаз), 9 (корунд) та 10 балів (алмаз). Віднесення зразка мінералу до тієї чи іншої ступені твердості здійснюється шляхом його дряпання взірцевими мінералами. Так, якщо після дряпання зразка корундом (9) на ньому залишається слід, а після дряпання топазом (8) сліду не залишається, то умовна твердість зразка складає більше 8, але менше 9 балів. Результат оцінки твердості указується з точністю до 0,5 балу; наприклад, твердість мідної чи стальної голки відповідає 3 чи (5,5–6) балів, нігтя – (1–1,5) балів. Більш точну відповідь дати неможливо.

Прикладом шкали порядку є *шкала теплової дії лікарських сумішей* Галена (від 0 до 12) [15]. Лікарі були першими, кому знадобилася порівняльна і до того ж досить точна шкала теплоти тіла. Вони давно відмітили, що здоров'я людини якось пов'язане з теплотою його тіла і що ліки здатні змінювати цю якість. Лікам приписувалася дія, що охолоджувала або зігрівала, і ступінь цієї дії визначалась градусами (від латині gradus – ступінь, крок). Проте холод і теплота не були протилежними якостями: теплота стримувалась (обмежувалася) вологістю, холод – сухістю. Великий лікар давнини Клавдій Гален (жив у II столітті) навчав, що ліки слід класифікувати по градусах: градус теплоти, градус холоду, градус вологості, градус сухості; отже градусів було чотири, і кожен градус ще розбивався на три частини. Ліки змішувались між собою і суміші мали різні співвідношення (градуси); «суміш» по-латині – температура (temperatura), правильне співвідношення(нормальний стан). Однак Гален не надав чисельний зв'язок між концентраціями сумішей і їх градусами. Загальноприйнята думка про те, що від давніх часів залишилася, хоча й недостатньо визначена 12-градусна шкала теплової дії ліків. По іншим даним термін «температура» виник в ті часи, коли люди визнавали, що у більш нагрітих тілах утримується більша кількість особливої речовини – теплороду, ніж у менш нагрітих, тому температура сприймалась як міцність суміші речовини тіла та теплороду. По цій причині одиниці вимірювання міцності спиртних напоїв та температури називаються однаково – градусами.

Шкалою порядку є також *шкала плавкості золи вугілля*, згідно з якою форми чи стан золового зразка (пірамідки) послідовно змінюються під впливом його температури (рис. 3.4). В цьому три якісні органолептичні властивості пірамідки визначені як взірцеві і поставлені у відповідність монотонно зростаючим температурам: початку деформації (t_A), розм'якшення ($t_в$) золового зразка та температурі його рідкоплавкого стану (t_C). Остання є трихотомічною ознакою, за якою зола енергетичного вугілля поділяється на легко, середньо та тугоплавку.

Шкала оцінки закругленості частинок золошлакових матеріалів (ЗШМ) застосується на ТЕС для оцінки фізико-механічних властивостей золи і шлаку, прогнозу стирання поверхонь нагріву котлоагрегатів, каналів та стінок трубопроводів гідрозоловидалення; вона дозволяє оцінити поведінки ЗШМ на золовідвалах, у разі використання таких матеріалів в інших галузях.

В інженерній практиці для характеристики форми частинок золи і шлаку звичайно використовують 8-бальну візуальну шкалу оцінки їх закругленості. Для визначення балу закругленості досліджується 50–150 частинок кожної фракції золи чи шлаку. Крупні частинки шлаку оцінюються візуальним оглядам, частинки фракцій розміром 40–250 мкм – по мікрофотографіям, а менші за 40 мкм – по електронним мікрофотографіям. Середній бал округлості частинок даної фракції $Б_ф$, а також усіх фракцій проби $Б_{ср}$ за умов визначеності її гранулометричного складу розраховуються за такими формулами [16]:

$$Б_ф = \frac{n_1 + 2n_2 + ... + 8n_8}{\sum_1^8 n}; \qquad (4.1)$$

$$Б_{ср} = \frac{Б_{фi}P_1 + Б_{ф2}P_2 + ... + Б_{фk}P_k}{100}, \qquad (4.2)$$

де $n_1, n_2, ..., n_8,$ – число частинок даної фракції досліджуваному матеріалу, бал скругленості яких дорівнює 1,2 – 8, відповідно;

$P_1, P_2, ..., P_к$ – масова частка відповідної фракції ($\sum^{к} P_i = 1$), бал закругленості

якої, відповідно, рівний $Б_{ф1}, Б_{ф2}, ..., Б_{фк}$ (к – число фракцій).

На рис. 4.1 наведена 8-бальна візуальна шкала для оцінки закругленості частинок ЗШМ, згідно з якою за якісною властивістю (форми) сукупність частинок розділена на дві групи: *незакруглених та закруглених частинок*. Кожна група в бальній системі відтворює сукупність послідовностей (ряд) частинок з монотонно зростаючими змінами форми:

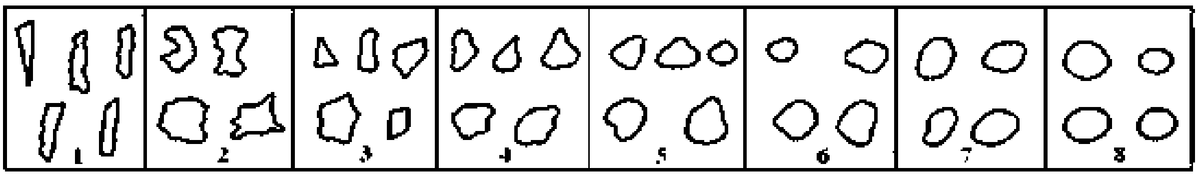


Рис. 4.1. 8-бальна візуальна шкала для оцінки закругленості частинок золи і шлаку та їх органолептичні властивості (форми)
1 – скибковидні частинки з рваними краями (відношення довжини до ширини більше трьох); 2 – цілком неокруглені частинки з виступаючими гранями та кавернами; 3 – неокруглені частинки з гострими ребрами; 4 – неокруглені частинки зі згладженими ребрами; 5 – округлені частинки зі згладженими ребрами; 6 – добре округлені частинки; 7 – ідеально округлені частинки з гладкою поверхнею; 8 – кулясті частинки

• неокруглених частинок (від частинок з рваними краями (1 бал), з виступаючими гранями (2 бала) до частинок з гострими (3 бала) та зі згладженими ребрами (4 бала);

- округлених частинок (від частинок зі згладженими ребрами (5 балів), добре (6 балів) та ідеально (7 балів) округлених частинок до частинок кулястої форми (8 балів).

Таким чином, стандартизований атлас частинок різних форм виконує роль своєрідного еталону шкали оцінок їх закругленості; частинки розташовані в бальній системі зростання закругленості: від неокруглених (1–4 бали) до округлених (5–8 балів). Вимірювання по шкалі закругленості проводиться шляхом візуального порівняння закругленості зразків із атласу зі закругленостями частинок відібраної проби ЗШМ.

Міжнародна шкала оцінки небезпеки подій на АЕС. Атомна електростанція являється складним технічним об’єктом, де водночас функціонують тисячі систем та елементів різного призначення, які обслуговуються і управляються людьми та автоматично.

Періодичне виникнення порушень в роботі станції внаслідок несправностей або відмов в окремих системах, а також можливих помилок персоналу для АЕС нормально, як і для будь-якого іншого складного технічного об’єкта. Незважаючи на те, що АЕС проектується з урахуванням можливості відмов таким чином, щоб їх виникнення не впливало на безпеку, окремі відмовлення можуть стати суттєвими для безпеки станції та довкілля. Оскільки відмовлення такого типу або порушення в роботі АЕС можуть по-різному впливати на її безпеку, в даній шкалі вони ранжуються за ступенем впливу. За такою ознакою події на АЕС поділені на дві групи ступенів впливу. Нижня група *подій* шкали – це *випадки*, які представляють лише потенційну загрозу для населення. Поява таких випадків сприймається як погіршення роботи АЕС та викликає тривогу. Верхня група *подій* шкали – це *аварії*, які представляють безпосередню безпеку для населення. До цієї групи віднесені усі події, котрі приводять до радіаційного впливу на людей та обладнання, який перевищує допустимий рівень впливу під час нормальної експлуатації станції (табл. 4.1.).

Таблиця 4.1. **Логіка шкали оцінки небезпеки подій на АЕС**

Рівень/назва	**Критерій**		
	зовнішні наслідки	**внутрішні наслідки**	**погіршення глибоко ешелонованого захисту**
7. Глобальна аварія	Великий викид – значна шкода (збиток) здоров’ю людей та довкіллю.		
6. Тяжка аварія	Значний викид – повна реалізація планів щодо заходів по захисту персоналу і населення на обмеженій території.		
5. Аварія з ризиком для довкілля	Обмежений викид – часткова реалізація планів щодо заходів по захисту персоналу і населення на обмеженій території.	Значне пошкодження активної зони реактора	
4. Аварія в межах АЕС	Невеликий викид – опромінення населення в установлених межах дози	Часткове пошкодження активної зони. Гострі наслідки для здоров’я персоналу	
3. Серйозний випадок	Невеликий викид – опромінення населення нижче установлених меж дози.	Велике забруднення. Переопромінення персоналу	Близько до аварії – втрата глибокоешелонованого захисту.
2. Випадок середньої тяжкості			Подія з потенційними наслідками для безпеки.
1. Незначний випадок			Відхилення від дозвільних меж функціонування.
0. Нижче шкали			Не впливає на безпеку.

Шкала оцінки безпеки подій на АЕС являється приблизно логарифмічною; очікується, що число подій в 10 разів зменшується для кожного більш високого рівня. Логіка шкали побудована на використанні трьох критеріїв оцінки тяжкості подій. За допомогою першого враховується вплив подій на довкілля, другого – на станцію та її промплощадку; третій критерій відображає вплив подій на глибокоешелонований[1] захист станції.

Для використання у різних країнах критерії потребують кореляції[2] відповідно до національних нормативів безпеки, а саме шкала – адаптації[3] з ними.

Велику групу шкал порядку складають шкали, які реалізуються за допомогою технічних засобів виявлення порядку об'єктів, наприклад, промислові шкали твердості матеріалів (метал, пластмаса, гума тощо). Під твердістю зразка матеріалу у більшості випадків розуміється опір укоріненню в його поверхню іншого, більш твердого тіла. Порядок (твердіший за чи навпаки) виявляється завдяки визначеному ефекту взаємодії зразка матеріалу з одним і тим же специфікованим об'єктом – індентором (англ. indenter – від лат. in – у, усередину + dens (dentis) – зуб) – тверде тіло (алмаз, загартована сталь) визначеної геометричної форми (кулька, конус, піраміда), яке втискується у поверхню зразка. Таким чином, методи вимірювання твердості спираються на стандартизовані експериментальні процедури.

Шкала твердості чорних і кольорових металів (шкала Брінелля) реалізується через втискування індентора (кульки діаметром *D*) у поверхню зразка під дією заданого зусилля, яке здійснюється протягом певного часу. Потім вимірюється діаметр (*d*) сліду, який залишила кулька індентора на поверхні. За міру твердості по Брінеллю HB (тут H від англ. hardness – твердість) приймається величини відношення зусилля *p* (в ньютонах) до площі поверхні сферичного сліду *S* в мм^2:

$$HB = \frac{p}{S} = \frac{0,204 \cdot p}{\pi \cdot D(D-\sqrt{D^2-d^2})} \tag{4.3}$$

Другий метод вимірювання твердості металів своєю назвою зобов'язаний англійському концерну «Віккерс-Армстронг Лімітед» (шкала Віккерса). Як індентор тут застосовується алмазний наконечник у формі

[1]*Глибокоешелонований захист* – ряд послідовних бар'єрів на шляху виходу радіоактивних матеріалів у довкілля.
[2]*Кореляція* (лат. correlation співвідношення) відповідність, взаємозв'язок взаємозалежність предмет, явищ тощо.
[3]*Адаптація* (лат. adaptation – пристосувати).

правильної 4-граньої піраміди. Число твердості по Віккерсу HV, інваріантного до зусилля, розраховується через відношення зусилля p (в ньютонах) до квадрату середнього значення діагоналі сліду (d_c) в мм^2 [1]:

$$HV = 0{,}189\frac{p}{d_c^2} \qquad (4.4)$$

Метод Віккерса схожий на метод Брінелля, числа HB та HV практично збігаються. Використовуються також інші шкали твердості матеріалів із цієї групи шкал, в тому числі шкала Роквелла та відповідні їй числа твердості HR. Об'єднує усі три шкали те, що для кожної з них більше число твердості відповідає більш твердому матеріалу. Однак точне визначення еквівалентності чисел твердості як результатів вимірювання по різним шкалам неможливе. Натомість для окремих матеріалів і шкал існують таблиці перерахунку які складені за емпіричними залежностями. Це обумовлено складностями теоретичних положень щодо опору матеріалу та реформованості твердих тіл під впливом зовнішніх причин, які унеможливлюють оцінку твердості матеріалу об'єктів однією константою. Одержує поширення фізичний метод визначення твердості за допомогою ультразвукових коливань. В його основі лежить вимірювання реакції коливальної системи (зміна її власної частоти) на твердість зразка матеріалу.

На відміну від промислових шкал твердості результати оцінки за *шкалою умовної в'язкості нафтопродуктів* (ГОСТ 6258-85) за допомогою емпіричних залежностей перераховуються в одиниці метричної шкали. На ТЕС в'язкість умовна (ВУ) мазута визначається по шкалі порядку Енглера як відношення часу витікання із віскозиметра проби мазуту об'ємом 200 см^3 при температурі випробування (τ_t) до часу витікання дистильованої води об'ємом 200 см^3 при температурі 20^{0}C (τ_{20}). Час τ_{20} називається водяним числом віскозиметра. Умовну в'язкість мазуту можна записати як:

$$ВУ = \frac{\tau_t}{\tau_{20}}, \qquad (4.5)$$

Значення умовної в'язкості перераховується в кінематичну в'язкість.

Одна із цих залежностей між кінематичною та умовною в'язкістю має вид:

$$\nu = \left(7{,}31\text{ВУ} - \frac{6{,}3}{\text{ВУ}_t} \right) 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{c} \qquad (4.6)$$

Однак емпіричні формули, які використовуються для таких перерахунків, спрощені і не враховують повністю усіх особливостей експериментальних процедур визначення умовної в'язкості.

Приклад 4.1. Визначити умовну та кінематичну в'язкість мазута за таких умов: час витікання із віскозиметра 200 см^3 проби мазута при температурі 80 ^{0}С складає $\tau_{80} = 472{,}8\, c$*; водяне число віскозиметра* $\tau_{20} = 51{,}4\, c$.

Рішення:

- *умовна в'язкість мазута буде* $\text{ВУ}_t = \frac{4728}{51{,}4} = 9{,}2$ *умовного градуса;*
- *кінематична в'язкість в одиницях метричної шкали*

$$\nu = \left(7{,}31 \cdot 9{,}2 - \frac{6{,}3}{9{,}2} \right) 10^{-6} = 66{,}57 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{c}$$

В різних областях людської діяльності застосовувались і застосовуються багато різних шкал порядку:

- До появи термометрів та пірометрів використовувались:

Шкала кольорів мінливості (рос. побежалости) – веселкового забарвлення від солом'яного (220 ^{0}С) до світло-сірого (350 ^{0}С), яке виникає на чистій поверхні нагрітої сталі в результаті появи на ній тонкого шару оксидів. На поверхні легованої сталі він з'являється при більш високих температурах;

Шкала кольорів жару (рос. каления) – кольорів свічення (світіння) металу, від темно-коричневого (550 ^{0}С) до жовто-червоного (950 ^{0}С).

- *12-бальна міжнародна сейсмічна шкала землетрусів* заснована на спостереженнях руйнувань та інших ознак-результатів землетрусів: від непомітних чи дуже слабких, які оцінюються 1-м чи 2-ма балами, до катастрофи (широкі тріщини в землі) чи сильної катастрофи (багаточисельні тріщини, обвали, зсуви землі) – 11-ми чи 12-ми балами.

- *12-бальна шкала сили вітру (шкала Бофорта)*, в якій 1 бал ставиться у відповідність штилю або тихого вітру, а 12 балів – значним руйнуванням на великому просторі суші або дуже поганої видимості на морі. В останній час шкала доповнена вимірюваною ознакою – швидкістю вітру [1].
- *Шкали гранулометричного (фракційного) складу* вугілля, вугільного пилу, летючої золи та шлаку, які засновані на ситовому аналізу.
- *5-бальна шкала* оцінок знань.

Особливо широке поширення шкали порядку отримали в гуманітарних науках, спорті, мистецтві та інших областях, де вимірювання ще не досягли високої досконалості.

4.4. Шкала інтервалів (шкала різниць)

Суттєвий недолік шкали порядку, пов'язаний у довільному розмірі інтервалів між реперними точками та унеможливлення уточнення розміру усередині інтервалу, ліквідується у *шкалах інтервалів.* Такі шкали застосовують для вимірювання інтервалів величин, які, на відміну від самих величин, задовольняють відношенням еквівалентності, порядку та адитивності інтервалів різних виявлень кількісних властивостей (величин).

Для побудови шкали інтервалів використовується лінійна функціональна залежність вимірюваної величину від якої-небудь фізичної величини, зручної для безпосереднього вимірювання. На такій шкалі відкладаються різниці значень вимірюваних величин; значення ж самих величин невідомі.

Шкала інтервалів складається з однакових інтервалів, має одиницю вимірювання і вибраний початок – нульову точку, яка є однією з реперних точок. По шкалі інтервалів можна судити не тільки про те, що один розмір об’єкту більший за інший, але й, наскільки більший. На шкалі визначаються такі математичні дії, такі як додавання та віднімання, а по інтервалах розраховуються математичне очікування, середньоквадратичне відхилення, результат вимірювання та його абсолютна похибка.

Шкалами різниць описуються інтервальні скалярні величини, для яких неможливо логічно обґрунтовано визначити нульову кількість – нуль. До них відносяться час, потенціал, енергія чи температура, яка установлюється за допомогою рідинних термометрів розширення (в термінах сучасної термометрії). Можливість порівняння різниць розмірів таких ФВ витікає із самих визначень величин. Так, різниці (інтервали) часу приймаються рівними, якщо рівні відстані між відповідними позначками шкали часу; також інтервали температур рівні, якщо рівні відстані між відповідними позначками шкали ртутного термометра. Однак перевірити рівність інтервалів температури, визначеної як ступінь нагрітості об’єкту, неможливо.

Загалом шкала інтервалів описується рівнянням виду:

$$A = A_0 + N_x[A] \quad , \tag{4.7.}$$

де A_0 – початок відліку шкали; [A] – одиниця вимірюваної величини; N_x – числове значення величини.

Характерним прикладом шкали різниць є *шкали інтервалів часу* в макросистемах, де швидкість руху об’єктів на порядки менша за швидкість світла. Тому, відповідно до законів механіки, час «без всіляких відношень до чого-небудь зовнішнього протікає рівномірно та інакше зветься тривалістю» (І. Ньютон). На відміну від макросистем у світі елементарних частинок (в мікросистемах) плин часу розглядається з позицій теорії відносності і згідно з А. Ейнштейном темп плину часу залежить від швидкості руху системи.

Залежне від часу володіє усе живе на Землі. Рослини, тварини, люди підпорядковуються добовим (період обертання Землі навколо своєї осі), місячним (період часу між однойменними фазами Місяця) та річним (період обертання Землі навколо Сонця) ритмам. У злагоді з порами року, фазами Місяця, часом доби проходять усі важливі фізіологічні процеси. З поділом часу на доби, а доби на день та ніч ми зустрічаємось уже у Біблії: «І був вечір і був ранок, день перший». Перед нами – досить примітивна шкала назв.

Усвідомлюючи, що усі явища природи періодично повторюються, люди стали визначити час доби по відомому руху Сонця (удень) і зірок (уночі), тривалість місяця та його поділ на тижні – по зміні фаз Місяця (молодик, перша чверть, повня, остання чверть), довготривалість року – по з'явленням над горизонтом одних і тих же сузірь. Так, найстарішим і разом з тим сучасним засобом вимірювання часу є «нічний годинник» – зоряне небо. Кожне сузір'я чи зірка з'являється над горизонтом у визначений час. Візуальне (без будь-яких пристроїв) спостереження забезпечує невисоку точність такого годинника-порядка декількох хвилин. Тому шкалу вимірювання часу «день – ніч – доба – тиждень – місяць – рік» поки що не можна назвати метричною, оскільки точні кількісні співвідношення її складових не визначені. Вона ближче до шкали порядку; лише удосконалення теорії і практики точних астрономічних спостережень та винахід годинника уможливили говорити про метричну шкалу вимірювання часу – шкалу інтервалів.

Усі шкали вимірювання часу нашого макросвіту не мають природного нуля, «початку усіх часів». Вони починаються з вибраних за згодою умовних нулів – реперних точок, які звуться епохами. Одиниці вимірювання часу також умовні: основною одиницею колись була доба. На практиці користувались більш короткими одиницями часу – година, хвилина, секунда – похідні від доби, які рівні її відповідній частці. Доба залишилась одиницею часу у побуті. В SI основною одиницею стала секунда, яка на атомному рівні визначена рівною 9192631770 періодам випромінювання, яке відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезія-133.

Сукупність методів вимірювання часу умовно можна поділити на три групи:

- вимірювання великих періодів часу (від десятків тисяч до мільярдів років) - методи вимірювань базуються на явищі радіоактивного розпаду ядер різних ізотопів;
- вимірювання тривалих інтервалів часу (від доби до тисяч років) – методи вимірювань базуються на використанні різних календарів;
- вимірювання невеликих проміжок часу (від годин до часток секунди) –

методи вимірювань засновані на точних (еталонних) вимірюваннях інтервалів часу.

Методи вимірювання занадто великих періодів часу базуються на законі розпаду радіоактивних елементів, їх ядерно-фізичних властивостях (зокрема періоди напіврозпаду $T_{1/2}$), а також взаємозв’язку між активністю радіонукліда та його масою. Результатом розпаду радіоактивного ізотопу є стабільний ізотоп іншого елемента. Так, наприклад, в археології для визначення віку об’єктів органічного походження використовують радіовуглецеву шкалу $\left({}^{14}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}\mathrm{N}\right)$; її початок (нуль), тобто момент проведення вимірювання; вона простягається до 100 тисяч років назад. Внаслідок розпаду ядро радіоактивного ізотопу вуглецю ${}^{14}\mathrm{C}$ перетворюється в ядро стабільного ізотопа азоту ${}^{14}\mathrm{N}$*. Одиниця вимірювання часу за такою шкалою є період напіврозпаду вуглецю ${}^{14}\mathrm{C}$, рівний $\mathrm{T}_{1/2} = 5568$ років. Для вимірювання більш тривалих періодів часу використовують такі радіоактивні методи і шкали вимірювань:

- уран-свинцева ${}^{235}\mathrm{U} \rightarrow {}^{207}\mathrm{Pb}$ $T_{1/2} = 7{,}13 \cdot 10^{8}$ років
  ${}^{238}\mathrm{U} \rightarrow {}^{206}\mathrm{Pb}$ $T_{1/2} = 4{,}51 \cdot 10^{9}$ років
- калій-аргонова ${}^{40}\mathrm{K} \rightarrow {}^{40}\mathrm{Ar}$ $T_{1/2} = 1{,}30 \cdot 10^{9}$ років
- рубідій-стронцієва ${}^{87}\mathrm{Rb} \rightarrow {}^{87}\mathrm{Sr}$ $T_{1/2} = 6{,}20 \cdot 10^{10}$ років

За допомогою таких шкал проведено уточнення віку земної кори – 4,55±0,07 мільярдів років.

Методи вимірювання тривалих інтервалів часу пов’язані з використанням календарів (від лат. calendarium<Calendal, Kalendae – назва першого дня місяця у давніх римлян; відкласти до грецьких календ – відкласти на невизначено довгий термін, ніколи не зробити: у греків календ не було). Календарем назвали систему числення великих проміжків часу, яка заснована на періодичних явищах природи: зміна пори року. Ними установлюється порядок відліку діб (одиниць вимірювання) у році та указується епоха, від якої ведеться такий відлік. Вибір початку відліку років

---

*Про вік об’ єкта судять по кількісному співвідношенню в ньому маси цього із атому (епохи) достатньо довільний та пов'язаний, як правило, з важливими міфологічними чи історичними подіями. Одних тільки систем лічби часу (звуться ерами) «від створення світу» налічуються багато десятків. Церква стверджує, що ми живимо в нову еру (н.е.), яка розпочалась з Різдва Христова. Мусульмани нову еру лічать з «Хиджри» – утечі Мухамеда із Мекки (662 р. н.е.), давні римляни – з заснування Риму (753 р. до н.е.) тощо.

Історично першим став (приблизно 4 тисячі років тому) місячний календар, в якому 12 місяців по 29 та 30 днів поперемінно і який містить 354 доби. Рік місячного календаря коротший середнього земного року (365,24219 доби).

Пізніше в багатьох державах перешли на більш складний, але і більш точний місячно-сонячний календар. Приблизно 2050 років тому римський імператор Юлій Цезар запровадив сонячний календар, який згодом назвали юліанським, а лічбу часу по ньому – старим стилем. Юліанський календар був затвердженим як єдиний християнський календар у державах з християнською релігією (46 р. до н.е.).

У подальшому, коли стала очевидною похибка лічби часу за юліанським календарем (одна доба за 128 років), папою Григорієм XIII у 1582 р. була проведена його реформа. Роки, числа яких закінчуються на 00 рахуються високосними лише тоді, якщо перші дві цифри поділяються на чотири. Відставання календаря від істинного сонячного складає 1 добу за 3280 років. Лічбу часу за григоріанським календарем назвали новим стилем; на нього перейшли майже усі держави світу.

Сучасний світ характеризується все більш тісними та багатосторонніми зв’язками між народами. Алей досі є держави, які користуються усілякими календарями, що в якійсь мірі перешкоджає контактам між ними. Цілком дозріло упровадження єдиного всесвітнього календаря. Однак розробити просту та зручну систему лічби днів у місяці та у році виявилось нелегко. Справа в тому, що число діб у місяці складає 29,5306, а середній рік містить 365,24219 діб (не є кратним числу діб у місяці). У 19 роках укладається 235 місяців (з похибкою $\approx 0,1$ доби). На сьогодні розроблено декілька проектів всесвітнього календаря, кожний з яких зручніший за діючий, однак прийти до загальної згоди поки не вдалося.

Вимірюванням невеликих проміжок часу сприяло запропоноване приблизно 2100 років тому нанесення на карті планети сітки, яка складається із меридіанів-дуг, що виходять з полюсів, та перпендикулярних їм окружностей-паралелів. Зараз використовується ціла група *астрономічних шкал часу*, пов'язаних з положеннями Землі в міжзоряному просторі. Усі ці шкали нерівномірні, зважаючи на нестабільність обертання Землі через переміщення великих мас усередині планети та на її поверхні (землетруси), сезонні зміни в атмосфері тощо. Сумарне відхилення астрономічного часу від рівномірно поточного доходить до 0,05 с.

Шкала всесвітнього часу UT (чи *UTO*) веде початок лічби часу (початок доби) від моменту нижньої кульмінації (положення світила відносно горизонту) «середнього Сонця» на меридіані Гринвіча. Відповідно, верхня кульмінація Сонця (найвище положення над горизонтом) приходиться на полудень (12 годин). «Середнє Сонце» – це ідеалізоване положення центру сонячного диску, яке спостерігалось би з Землі під час її рівномірного руху по круговій орбіті. Тривалість секунди по *UT* дорівнює середній сонячній секунді, тобто 1/31556926 тропічного року (середнього року обертання Землі навколо Сонця, рівного 365,2422 доби).

Друга *шкала всесвітнього часу UT1* відрізняється від шкали *UT* поправкою $\Delta\lambda$ на коливання положень полюсів Землі, яке змінює положення земних меридіанів: $UT1 = UT + \Delta\lambda$.

Шкала всесвітнього часу UT2 враховує періодичні зміни швидкості обертання Землі: $UT2 = UT + \Delta\lambda + \Delta T_S$. Час по шкалі *UT2* дістав назву заздалегідь рівномірного (його можна прийняти рівномірним на протязі декількох років).

З позицій десятиліть та століть рівномірним є *ефемеридний*[4] *час TE*, при

[4]*Ефемериди (*гр. ephëmeris) – астрономічні таблиці заздалегідь розрахованих положень небесних світил на визначені дні року.

визначенні якого враховуються повільні (вікові та нерегулярні) зміни швидкості обертання Землі. Ефемеридний час використовується як аргумент диференційних рівнянь руху небесних тіл.

Для кожного пункту на Землі астрономічний час відлічується *по шкалі місцевого часу*, який пов'язаний зі всесвітнім часом залежністю $T_м = UT + \lambda^h$, (λ^h – географічна довгота даного пункту; виражається в годинній мірі ($1^h = 15^0$) і рахується позитивною до сходу).

Наступна шкала вимірювання часу пов’язана з умовним поділом поверхні Землі на 24 годинні пояси. Границі годинних поясів переважно проходять по природнім або адміністративним границям, а в малозаселених місцях і в океанах збігаються з відповідними меридіанами. Приблизно посередині кожного годинного поясу (але строго через 15° від Гринвіча) проходять основні меридіани поясів(нумерація поясів йде від нульового-гринвіцького меридіану на схід). *Поясним часом* T_n називається місцевий час основного меридіану, який являється загальним для усіх пунктів даного годинного поясу: $T_n = UT + N^n$ (N^n – номер годинного поясу). Місцевий час може відрізнятись від поясного до 30 хв. в ту чи іншу сторону. Наші годинники показують поясний час. Під час пересічення лінії зміни дати із заходу на схід одна і та ж дата присвоюється двом послідовним дням, а у зворотному напрямку – один день з рахунку викидається.

Серед чисельних шкал вимірювання часу лінійною є лише *шкала рівномірного атомного часу ТА*. У 12 годин всесвітнього часу 1 січня 1964 року шкалу *ТА* сумістили зі шкалою *UT2*. Однак повністю пов’язати атомну і астрономічну шкали часу поки ще не вдається. Головна причина – вікові сповільнення швидкості обертання Землі навколо своєї осі. Різниця між розмірами секунди у цих шкала близько до $2 \cdot 10^{-8}$ с і змінюється з місяця в місяць, з року в рік. Тому шкали *UT2* та *ТА* поступово розходяться і швидкість такого розходження не є сталою. Для усунення наслідків такого розходження запроваджується *шкала координованого часу UTC*.

Секунда *UTC* рівна секунді *TA*, а початок відліку по шкалі *UTC* час від часу зсувається рівно на 1 секунду.

У вимірювальній практиці використовують позасистемні одиниці часу: 1 тиждень = 7 діб, 1 місяць = від 28 до 31 доби, 1 рік = 12 місяців, 1 вік = 100 років.

Другий характерний приклад шкали інтервалів – це *шкали інтервалів температур.* Проблемами вимірювання температури, створення температурних шкал займалось багато вчених. Винахідником повітряного термометра (1592 р.) є Г. Галілей, він же упровадив в практику саме поняття «температура». Однак серйозних спроб створення температурної шкали Галілей не здійснив. Одну з перших температурних шкал (1664 р.) створив англієць Р. Гук (рис. 4.2.), а його термометр був, певно, першим в історії національним еталоном одиниці температури. Відомі також температурні шкали І. Ньютона (1701 р.), Г.-Д. Фаренгейта (1724 р.), Р. Реомюра (1730 р.), М.В. Ломоносова (1740 р.), А. Цельсія (1742 р.), У. Томсона (лорда Кельвіна) (1848 р.), У.Дж. Ренкіна (1820–1872 рр.).

Усі практичні температурні шкали (рис.4.2) опираються на дві довільні опорні (реперні)точки і є шкалами різниць (інтервалів). Для багатьох із них як опорні були вибрані точки танення льоду та кипіння води. Різниця між температурами реперних точок назвали основним інтервалом шкали (на рис. 4.2 виділені подвійними лініями), по якому визначена величина одиниці вимірювання температури.

Прикладом шкали інтервалів є умовна температурна шкала (УТШ) [17], яка в стандарті ДСТУ 3518-97 визначена як температурна шкала, встановлена на основі умовно прийнятої залежності будь-якого параметра термометричної величини або теплового випромінювання від температури, що залежить від вибору цього параметра або термометричної речовини.

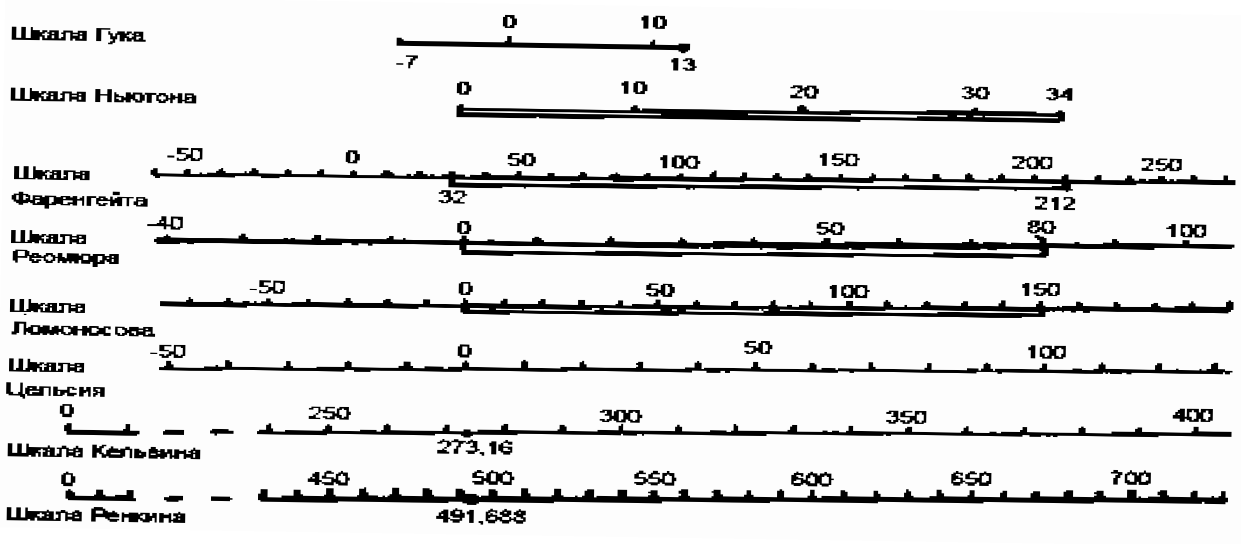


Рис. 4.2. Температурні шкали

Термометрична система рідинного термометра розширення показана на рис. 4.3. Вона представляє собою скляну оболонку, заповнену термометричною рідинною, і складається з резервуара 1 і вимірювального капіляра 2 діаметром d та довжиною $\ell_к$ між початковою t_n і кінцевою $t_к$ температурами шкали. Температури t_n, t, $t_к$ відповідають об'ємам термометричної рідини в капілярі $V_п$, V та $V_к$, які пов'язані між собою такими залежностями (рис.4.4):

- в процесі нагрівання рідини до t : $V = V_n[1+\beta_в(t - t_n)]$, (4.8)
- в процесі нагрівання рідини до $t_к$: $V_к = V_n[1+\beta_в(t_к - t_n)]$, ' (4.9)

які доцільно виразити через інтервали (прирости) об'ємів термометричної рідини:

$$\Delta V = V - V_n = V_n\beta_в(t - t_n), \tag{4.10}$$

$$\Delta V_к = V_к - V_n = V_n\beta_в(t_к - t_n), \tag{4.11}$$

де $\beta_в$ – коефіцієнт видимого об'ємного теплового розширення термометричної рідини. Він враховує водночас розширення під час нагрівання не лише рідини, але й скляної оболонки термометричної системи (резервуар, капіляр) і дорівнює різниці істинних коефіцієнтів розширення рідини і скла; визначається прямими вимірюваннями t_n , $t_к$,V_n,$V_к$ із (4.11) як:

$$\beta_в = \frac{V_к - V_n}{V_n(t_к - t_n)} \tag{4.12}$$

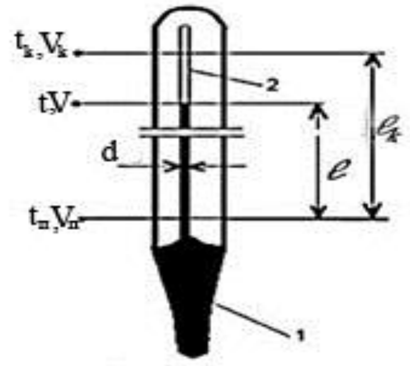


Рис. 4.3. Термометрична систтема рідинного термометра розширення

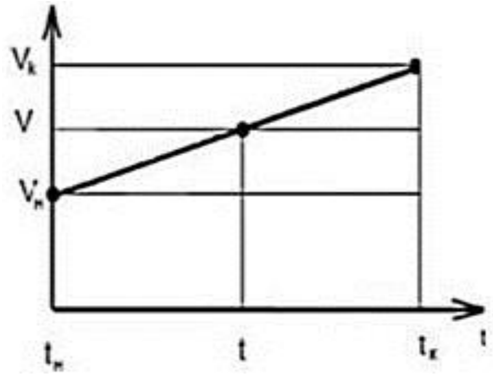


Рис. 4.4. Умовна температурна шкала рідинного термометра розширення

Розміри діаметра і довжини вимірювального капіляра термометра вибираються так, щоб прирісти об'ємів термометричної рідини під час нагрівання від t_n до t або $t_к$, тобто об'єми ΔV або $\Delta V_к$, що поступають у капіляр, визначались розміром місткості капіляра. Тому для циліндричного капіляра будуть справедливі такі вирази:

$$\Delta V = V - V_n = S\ell_к, \tag{4.13}$$

$$\Delta V_к = V_к - V_n = S\ell_к, \tag{4.14}$$

де S – площа поперечного перерізу капіляру.

Скориставшись рис. 4.3, 4.4 і залежностями (4.13) і (4.14), складаємо пропорції:

$$\frac{t-t_n}{\Delta V} = \frac{t_k-t_n}{\Delta V_k} \quad \text{або} \quad \frac{t-t_n}{l} = \frac{t_k-t_n}{l_k} \tag{4.15}$$

та одержимо рівняння температурної шкали інтервалів у вигляді:

$$t = t_n + \ell\frac{t_к - t_n}{\ell_к} \tag{4.16}$$

Із (4.8–4.16) видно, що таку шкалу логічно назвати шкалою розширення термометричної рідини, оскільки в ній емпіричною системою з відношеннями виступають множини значень об'єму рідини $V \in V_к$. Завдяки конструкції термометра (наявності вимірювального капіляра постійного поперечного перерізу) об'єм рідини, що поступає в капіляр, трансформується у висоту її стовпчика ℓ, тобто має місце відображення множини V у множину ℓ $(\varphi : V \to \ell)$. Тому емпіричною множиною, яка відображається абстрактним натуральним рядом чисел, становиться $\ell \in \ell_к$, що задовольняє усім вимогам побудови метричної шкали.

Подальші відображення $\varphi : \ell_к \to \mathrm{N}$ та $\varphi : \ell \to \mathrm{N}_x$ приводять вираз (4.16) до сучасного виду шкали інтервалів:

$$t = t_n + \mathrm{N}_x \frac{t_к - t_n}{\mathrm{N}}, \tag{4.17}$$

де N – загальне число однакових за розміром поділок інтервалу $(t_к - t_n)$, яке приймається рівним його числовому значенню; N_x – числове значення вимірюваної температури (число поділок інтервалу $(t - t_n)$, коли $\mathrm{N}_x \in \mathrm{N}$.

Інтервал між реперами $(t_к - t_n)$ насить назву основного інтервалу температурної шкали. Частка $(t_к - t_n)/\mathrm{N}$ називається одиницею температури, тобто:

$$[t] = \frac{1}{N}(t_k - t_n) = 1 \text{ градус} \tag{4.18}$$

Таким чином, остаточно температурна шкала (шкала температурних інтервалів) має вид:

$$t = t_n + \mathrm{N}_x [t] \tag{4.19}$$

Як бачимо, для побудованих таким чином емпіричних шкал 1 градус не є матеріально відтвореною одиницею температури, а являє собою одиничний температурний інтервал – масштаб шкали.

Типовими інтервальними шкалами являються УТШ Реомюра (Франція), Цельсія (Україна, Росія) та Фаренгейта (Англія, США), основні характеристики яких наведенні в табл. 4.2 [17].

Як видно із таблиці, для побудови УТШ (запровадження початку відліку температури, основних інтервалів та одиниць випромінювання) використовуються температури відтворюваних рівноважних агрегатних станів води (основні репери t_n і t_k). Але цим реперам у кожній УТШ довільно надані числові значення, що обумовило відображення одних і тих же властивостей, станів термометричної рідини різними одиницями температур. Різними виявляються і характеристики шкал.

Таблиця 4.2. **Основні характеристики УТШ**

Характеристика УТШ	**Познач.**	**Найменування УТШ**		
		Фаренгейта – F	**Реомюра – R**	**Цельсія – C**
Основні репери (точки реперів):				
- температура танення льоду	$t_п$	$t_{ПF}=32^0F$	$t_{ПR}=0^0R$	$t_{ПC}=0^0C$
- температура кипіння води	t_k	$t_{KF}=212^0F$	$t_{KR}=80^0R$	$t_{KC}=100^0C$
Основний інтервал ($t_K - t_П$)	Δt	$\Delta t_F=180^0F$	$\Delta t_R=80^0R$	$\Delta t_c=100^0C$
Одиниця температури (масштаб, ціна поділки шкали)	$\frac{\Delta t}{N}$	^0F	^0R	^0C

Продемонструємо це на такій метрологічній характеристиці УТШ як її градусний інтервал, довжина якого визначається відношенням [18]:

$$l_{гр} = \frac{l_к}{t_к - t_n} \quad (4.20)$$

Скориставшись залежностями (4.11) і (4.14), приріст об’єму термометричної рідини після її нагрівання від t_n до t_k можна записати у вигляді:

$$V_n \cdot \beta_в(t_k - t_n) = l_k \quad (4.21)$$

Із формул (4.20) та (4.21) випливає:

$$l_{гр} = \frac{V_n \cdot \beta_в}{S} \quad (4.22)$$

Одиниця вимірювання довжини градусного інтервалу шкали є мм/град.; таку ж одиницю має *чутливість*[5] термометра. В загальному випадку чутливість чисельно рівна відношенню переміщення в одиницях довжини приладу до відповідної зміни вимірюваної величини.

Величина, обернено пропорційна чутливості термометра, називається *ціна поділки шкали*[6]. Чим більша довжина градусного інтервалу (чутливість) тим на більше число поділок можна розділити градус і тим меншою буде ціна поділки (градус/поділка). Найменша довжина поділки шкали у випадку відліку показань неозброєним оком установлюється біля 1 мм. Дозвільна ж здатність зору людини без спеціальних оптичних засобів складає величину 0,1 мм. Тому похибка відліку часток поділки шкал приймається на рівні 0,1 від ціни поділки.

[5]Чутливість засобу вимірювання- це властивість, яка визначається відношенням зміни вихідної величини засобу до зміни вхідної велечини, що її викликає.
[6]Ціна поділки шкали аналогово вимірюваного приладу- різниця значень вимірюванної величини ощ відповідає двом сусіднім позначкам шкали.

Приклад 4.2. Визначити чутливість термометра, ціну поділки та похибку відліку його показів за таких умов: V_n=1000 мм², d=0,32 мм, $\beta_l = 0{,}00016\,{}^{\circ}C^{-1}$

Рішення:

Послідовно визначаємо:

- *чутливість термопари за формулою (4.22)* $\ell_{гр}=\frac{1000\times0{,}00016}{\frac{\pi}{4}\times0{,}32^2}$ *=2 мм/°С;*
- *ціну поділки =1/$\ell_{гр}$=1/2=0,5 °С/поділка за умови, коли її довжина 1 мм;*
- *похибку відліку показів термопари =0,1×1/$\ell_{гр}$=0,1×0,5=0,05 °С.*

Із формули (4.20) витікає, що градусні інтервали шкали (чутливість термометрів) Реомюра, Цельсія та Фаренгейта різні: чутливість термометра Реомюра у 1,25 та 2,25 рази вища за чутливість термометрів Цельсія і Фаренгейта, відповідно. У зворотних відношеннях знижується, відповідно, ціна поділки термометрів та похибка відліку їх показів.

На рис. 4.5 наведені залежності об'ємів (висоти стовпчика) термометричної рідини в капіляри від температури по УТШ. Показані основні репери та інтервали шкал, кути нахилу залежностей, тангенси яких чисельно рівні чутливостям термометрів. Вони свідчать проте, що шкала Реомюра – стиснута відносно шкали цельсія, а шкала Фаренгейта – розтягнута і зсунута на 32 °F в сторону низьких температур.

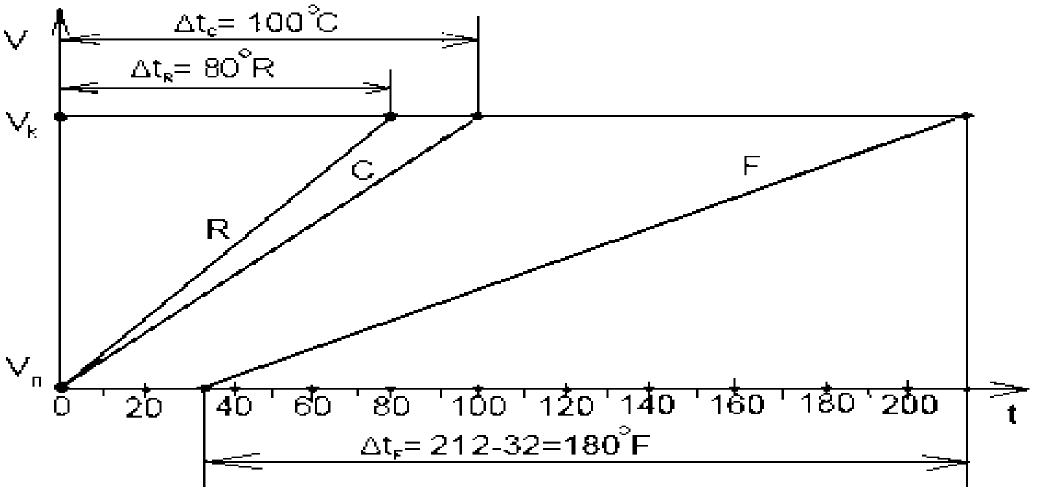


Рис. 4.5. Залежності об'єму термометричної рідини від температури по шкалах Реомюра (R), Цельсія (C) та Фарегейта (F)

Як видно з рис. 4.5, одному і тому ж приросту об'єму термометричної рідини для трьох шкал відповідають (в межах основних інтервалів) значення інтервалів температур, різних для кожної шкали, які виражені різними одиницями. Такі значення температур не зіставляються між собою, тобто має місце порушення єдності вимірювання. Зіставлення результатів вимірювання температури на різних шкалах (для досягнення єдності її вимірювання) здобувається розрахунковим методом шляхом вираження значень температурних інтервалів різних шкал однаковими одиницями вимірювання.

Вихідними даними для таких розрахунків є результати зіставлень значень інтервалів різних шкал, які поставлені у відповідність одному і тому ж інтервалу об'єму $V_к' – V_п'$ або $V' – V_п'$, як-от:

$$100\ °C=80\ °R=(212\text{-}32)\ °F, \tag{4.23}$$

$$N_c\ °C=N_R\ °R=(N_F\text{-}32)\ °F \tag{4.24}$$

де N_c, N_R, N_F – числове значення температури, відповідно за шкалою Цельсія, Реомюра, Фаренгейта.

У зіставленні (4.23) відомі числові значення температури (за домовністю), які обумовлюють певний взаємозв'язок між її одиницями за різними шкалами:

$$1\ °C=\frac{80}{100}\ °R=\frac{180}{100}\ °F \rightarrow 1\ °R=\frac{5}{4}\ °C;\ 1\ °F=\frac{5}{9}\ °C \tag{4.25}$$

Використовуючи залежності (4.25) для заміни в (4.24) одиниць 1 °R та 1 °F на одиницю 1 °C, установлюємо взаємозв'язок між числовими значеннями температури за різними УТШ у вигляді:

$$\begin{gathered} N_c=\frac{5}{4}N_R=\frac{5}{9}(N_F\text{-}32) \\ N_R=\frac{4}{5}N_c=\frac{4}{9}(N_F\text{-}32) \\ N_F=\frac{9}{5}N_c+32=\frac{9}{4}N_R+32 \end{gathered} \tag{4.26}$$

Як бачимо, наведені залежності уможливлюють перетворити одну із УТШ в іншу і одержати результати вимірювання в однакових одиницях температури, чим досягається єдність її вимірювання.

Приклад 4.3. Які числові значення температури за шкалами Реомюра та Фаренгейта відповідають значенню N_c=75 за шкалою Цельсія?

Рішення: числові значення температури розраховуються за формулами (4.26):

$$N_R \to N_R = \frac{4}{5} N_c = \frac{4}{5} \cdot 75 = 60$$

$$N_F = \frac{9}{5} N_c + 32 = \frac{9}{5} \cdot 75 + 32 = 135 + 32 = 167$$

Перевірка: $N_c + N_R + 32 = 167$

Той же результат одержимо графічним способом, скориставшись рис. 4.5:

$$N_R = 60 \leftarrow N_c = 75 \to N_F = 167$$

Приклад 4.4. У багатьох державах світу температуру повітря вимірюють по шкалах Фаренгейта та Реомюра. Якщо у Вашингтоні температура 50 ℉, у Парижі 24 °R, а у Києві 20 ℃, то у якій столиці тепліше?

Рішення. Для зіставлення значень температури по трьох шкалах перерахуємо числові значення температури в одиницю шкали Цельсія. Згідно з (4.25) будемо мати:

$$t_F \to t_C = \frac{5}{9}(50-32) = \frac{5}{9} \cdot 18 = 10, \; t_R \to t_C = \frac{5}{4} \cdot 24 = 30$$

Значить, найтепліше у Парижі (30 ℃), прохолодно у Вашингтоні (10 ℃), у Києві – нормальна температура (20 ℃).

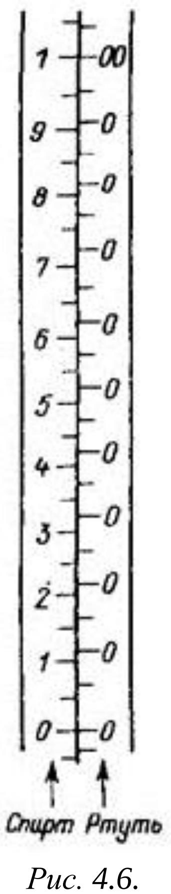


Рис. 4.6.
Співставлення шкал термометрів

Згідно зі стандартом ДСТУ 3518-97 умовна температурна шкала УТШ встановлена на основі умовно прийнятої залежності будь-якого параметра термометричної речовини. Разом з тим рівняння шкали інтервалів (4.16) та рис. 4.5 свідчать про те, що така шкала побудована на довільному припущенні лінійної залежності від температури параметра – (об'єму) термометричної речовини.

Безпідставність цього припущення виявляється відносно показань рідинних термометрів від роду рідини (ртуть, спирт), на що звернув увагу Реомюр ще в 1734 р. Ілюстрацією тому може служити рис. 4.6, з якого видно, що показання рідинних термометрів, заправлених ртуттю чи спиртом, однакові лише на реперних точках t_n та t'_k; у проміжку між ними показання приладів різняться на 0,1–0,5 поділки шкали.

Таким чином, температурна умовна шкала, точка побудована за допомогою визначеної рідини, наприклад ртуті, буде придатна лише для цієї рідини, і тим самим буде мати відповідну безпідставність.

Як показує практика, ні одна термометрична властивість не змінюється з температурою строго лінійно, а ступінь такої нелінійності для різних властивостей та рідин різна. Тому можна побудувати безліч шкал з різними рідинами, які принципово будуть відрізнятися між собою. Тоді на запитання: шкала якого термометра (ртутного чи спиртового) правильна, слід відповісти, що правильна шкала кожного термометра, який вибраний для вимірювання, але за однієї умови: відповідні реперні точки шкал термометрів повинні збігатись.

Наприклад, прийнявши за стандартний ртутний термометр, на усіх поділках основних інтервалів шкали в показання інших термометрів, заповнених будь-якою рідиною, окрім ртуті, необхідно вносити поправки, які дорівнюють різниці $(t_i - t_{\text{рт}})$ з від'ємним знаком (тут t_i та $t_{\text{рт}}$ – числове значення температури по термометру з i-ою рідиною та ртутному).

4.5. Шкала відношень

Шкали відношень – це шкали вимірювань кількісної властивості (величини), які характеризуються співвідношеннями еквівалентності R(≈), порядку R(<), пропорційності та (в ряді випадків) адитивності R(+) різних виявлень властивостей.

Шкали відношень, в яких немає сенсу операція підсумування, називають «пропорційними шкалами відношень» (1-го роду), а шкали, в яких ця операція має сенс, називають «адитивними шкалами відношень» (2-го роду). Наприклад, шкала термодинамічних температур – пропорційна, шкала мас – адитивна. Вони відрізняються від шкал інтервалів тим, що мають однозначний природний (а не умовний) критерій нульового кількісного виявлення властивості та одиницю вимірювання, яка установлюється за згодою. З формальної точки зору шкала відношення є шкалою інтервалів з природним початком відліку. До значень величин, які одержані по цій шкалі, застосовуються усі арифметичні дії, що має важливе значення в процесі вимірювання.

Рівняння шкали відношень можна одержати з рівняння шкали інтервалів (4.7), в якому $A_0 = 0$, тобто:

$$A = \mathrm{N}_x[A] \tag{4.27}$$

До величин, які виявляються у відношеннях $\mathrm{R}(\approx)$, $\mathrm{R}(<)$ та $\mathrm{R}(+)$, відносяться довжина, маса, сила, тиск, швидкість, навантаження, потужність, кількість теплоти тощо. Для вимірювання таких адитивних ФВ будується шкала, виходячи із властивостей адитивності. Так, шкала для вимірювання довжини по суті складається із послідовно зростаючого ряду значень довжини. Значення вимірюваної величини в цьому випадку знаходять шляхом прикладання лінійки з поділками до об'єкту вимірювання і відліку числа одиниць, що умістились в межах розміру об'єкта. Результат записується згідно з рівнянням (4.27). Таким чином, для вимірювання адитивної ФВ достатньо вибрати одиницю і виконати градуювання засобу вимірювання (ЗВ), експериментально визначивши градуювальну характеристику (залежність між значеннями величини на вході в ЗВ та виході з нього).

Прикладом пропорційної шкали відношення є термодинамічна температурна шкала – ТТШ, заснована на законах термодинаміки і властивостях ідеальної теплової машини, що працює за циклом Карно. Такий цикл утворений двома ізотермічними процесами зміни стану робочого тіла (один з яких протікає при високій температурі T_1 за рахунок підведення теплоти від нагрівача Q_1, другий – при низький температурі T_2 за рахунок відведення теплоти до холодильника Q_2). Замикається цикл двома адіабатичними процесами розширення від температури T_1 до T_2 (отримання корисної роботи Q_1-Q_2) і стискування робочого тіла від температури T_2 до T_1. Коефіцієнт корисної дії циклу Карно η_t не залежить від його напрямку, природи робочого тіла і визначається виключно температурними рівнями ізотермічних процесів:

$$\eta_t = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{4.28}$$

З рівняння (4.28) отримуємо рівняння ТТШ як шкали відношень, у вигляді:

$$T_1 = T_2 \frac{Q_1}{Q_2} \tag{4.29}$$

Таким чином, якщо установити довільно числове значення температури T_2 (реперна точка), то можна принципово визначити будь-яку температуру T. Для цього слід лише провести зворотний цикл Карно і виміряти відношення теплот Q_1/Q_2 (можливість вимірювати температуру за допомогою теплової машини вперше запропонував У. Томсон (Кельвін) в 1848 р.).

Принцип використання теплової машини як термометричної системи виявився незвичайним, але він мав теоретичне принципове значення. Така модель термометричної системи, окрім обґрунтування ТТШ, не пов’язаної з властивостями робочого тіла системи, дозволила ввести поняття абсолютної термодинамічної температури. Так, з (4.28) витікає: якщо η_t =1, то T_2=0, отже Q_2 =0. Таким чином, T_2 – це температура, за якої уся підведена теплота до робочого тілу в циклі Карно повністю переходить в корисну роботу, а відведена теплота до холодильника Q_2 =0. Така найменша температура була названа Кельвіном абсолютним нулем і прийнята за початкову постійну природну точку абсолютної термодинамічної температурної шкали – АТТШ. Оскільки нерівність η_t >1 суперечить другому закону термодинаміки, то температура в АТТШ не може бути від’ємною.

Другий закон термодинаміки хоча і дозволив теоретично обумовити АТТШ, однак відтворити її за допомогою ідеальної теплової машини Карно

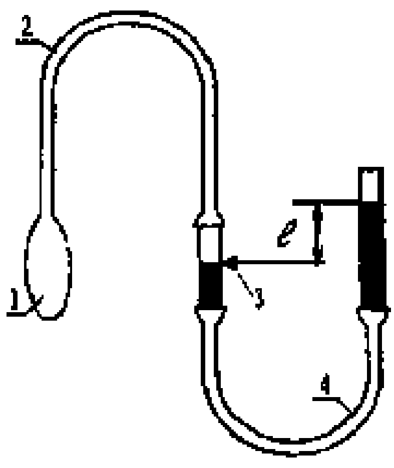


Рис. 4.7. Схема газового термометра постійного об'єму

неможливо, як неможливо побудувати і саму машину. Ці труднощі практичної реалізації АТТШ були подолані, оскільки АТТШ, як показав Кельвін, збігається з абсолютною ідеальною газовою температурною шкалою – АІГТШ. Остання реалізується газовим термометром, дія якого заснована на залежності від температури добутку тиску *(p)* газу на його об'єм *(V)*.

Найпростіша схема газового термометра постійного об'єму (*V*=const) показана на рис. 4.7. Він складається з колби 1 (чутливого елементу), яка заповнюється реальним газом, близьким за властивостями до ідеального газу (гелій – для вимірювання низьких температур, азот – для вимірювання високих температур), капіляра 2, що з'єднує колбу с ртутним диференціальним манометром 4, і показчика рівня ртуті 3 в лівому коліні манометра.

Тиски p_n і p, під якими газ в колбі знаходиться при $V = const$ і температурі $t_н$ або t, вимірюються дифманометром. В цьому разі ртутний стовпчик ℓ водночас використовується для підтримки постійного об'єму, тобто об'єму колби і з'єднувального капіляра, до показчика рівня ртуті 3. Це здійснюється підтримкою меніска ртуті на показчику 3 шляхом переміщення вверх/вниз правого коліна дифманометра.

Ідея вимірювання температури газовим термометром полягає в тому, що на початку досліду колбу термометра поміщають в посудину із льодом, що тане (t_n). Після встановлення термодинамічної рівноваги газу в колбі визначають рівень ртуті проти показчика 3. Таким чином, фіксуються об'єм газу в термометрі при температурі t_n, тобто V_n, і вимірюється його тиск p_n. Далі колбу переносять до об'єкту вимірювання і після досягнення термодинамічної рівноваги знов визначають рівень ртуті проти показчика 3, чим виконується умова V=const і вимірюється тиск газу p.

Скориставшись законами Шарля і Гей-Люссака [17], які описують залежності від температури тиску ідеального газу (p) (за умови $V = const$) і його об'єму (V) (за умови $p = const$), отримаємо вирази, покладені в основу побудови температурних шкал газового термометра:

$$\left(\frac{p}{p_n} - 1\right) = \beta(t - t_n), \text{ при } V = const, \tag{4.30}$$

$$\left(\frac{V}{V_n} - 1\right) = \alpha(t - t_n), \text{ коли } p = const,$$

де β і α – коефіцієнти тиску і об'ємного розширення газу; вони визначаються шляхом вимірювання відношень тисків газу $P_к / P_n$ або об'ємів $V_к / V_n$ у нижній t_n та верхній $t_к$ реперних точках, тобто у тих опорних точках УТШ рідинних термометрів розширення, які історично використовувались в експериментальних дослідах температурних залежностей газів. Тому із (4.29) при $t = t_к$ одержимо:

$$\beta = \frac{\frac{p_k}{p_n} - 1}{\Delta t}, \alpha = \frac{\frac{V_k}{V_n} - 1}{\Delta t}, \tag{4.31}$$

Тут Δt – позначений основний інтервал УТШ. Реалізація таких шкал пішла по шляху експериментального визначення коефіцієнтів α і β. Як видно з (4.30), відношення p/p_n або V/V_n залежать не тільки від температури, але й від коефіцієнтів α і β, значення яких для різних газів різняться. Так, наприклад, така послідовність газів як гелій, водень, кисень, повітря та азот є рядом з монотонно зростаючими коефіцієнтами α: від 0,00358 $К^{-1}$ для гелія до 0,0037 $К^{-1}$ для азоту. Тобто показ газового термометра залежать від природи газу, яким заповнюється його термометрична система. Проте є можливість зробити покази термометра незалежними від властивостей конкретного термометричного газу, якщо врахувати результати експериментів дослідників термометрії за допомогою скляних рідинних термометрів з УТШ. Аналіз їх уможливив зробити такі висновки:

- об'єм або тиск (точніше добуток pV) термометричного газу в умовах достатньо низького початкового тиску p_n лінійно залежать від будь-яких емпіричних температур та від абсолютної температури (див. рис. 4.8.);

- на УТШ нульовим значенням об'єму чи тиску газу відповідають від'ємні емпіричні температури, оскільки точка, якій приписано нульове значення температури, вибрана довільно;

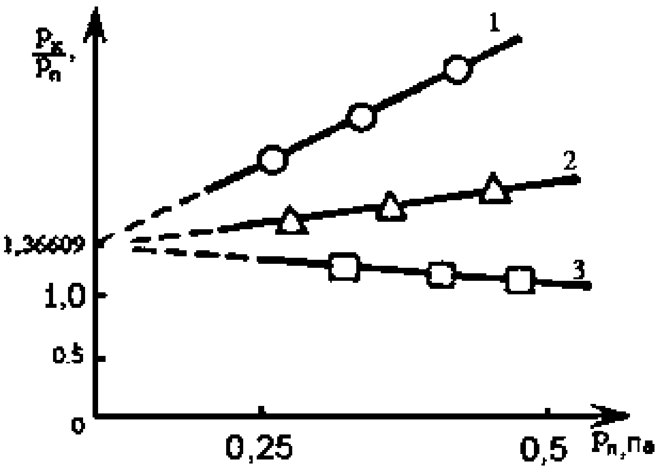


Рис. 4.8. Залежність відношення тисків газів у реперних точках газового термометра від початкового тиску
1 – кисень, 2 – азот, 3 – водень

- кількість газу в термометричній системі газового термометра можна змінювати так, щоб p_n мало будь-яке наперед задане значення, що в якійсь мірі впливає на відношення $p_к / p_n$. Тоді зменшення p_n приводить відношення $p_к / p_n$ для різних газів до одного і того ж значення. На рис. 4.8 наведені графіки залежностей $p_к / p_n$ від p_n для різних газів.

З них видно, що за умов екстраполяції показів термометрів на показ при $p_n \to 0$ для усіх газів маємо одне і те ж межове значення відношення:

$$\frac{T_k}{T_n} = \lim_{P_n \to 0} \frac{p_k}{p_n} = 1{,}36609 \pm 0{,}00004 \qquad (4.32)$$

для усіх газів, коли $p_n \to 0$, коефіцієнти тиску та об'ємного розширення газів рівні між собою ($\alpha = \beta$), газ називається ідеальним, а коефіцієнт його розширення згідно з (4.31) та (4.32) визначається як:

$$\beta_{іг} = \frac{\lim\limits_{P_n \to 0} \frac{p_к}{p_n} - 1}{t_к - t_n} \qquad (4.33)$$

Скориставшись залежністю $pV = f(t)$ (рис. 4.8), яка екстрапольована до $p_n \to 0$, можна скласти пропорцію з двох рівних відношень: відношення інтервалу температур ($t_к - t_n$) до інтервалу тисків ($p_к - p_n$) газу по УТШ та відношення абсолютної температури газу T_n до його тиску p_n по АТТШ:

$$\frac{t_k - t_n}{p_k - p_n} = \frac{T_n}{p_n} \tag{4.34}$$

У цій пропорції температура танення льоду ($t_n = 0^0 C$ по УТШ) відповідає абсолютній температурі газу T_n по АТТШ, яка в одиницях УТШ виражається як:

$$T_n = \frac{t_k - t_n}{\lim\limits_{p_n \to 0} \frac{p_k}{p_n} - 1} \tag{4.35}$$

Як бачимо з (4.34) та (4.35), температура танення льоду T_n і коефіцієнт об’ємного розширення ідеального газу знаходиться в оберненій залежності. Наприклад, для УТШ Цельсія, коли $\Delta t = t_к - t_n = 100^0 C$, маємо:

$$T_n = \frac{100}{1.3661 - 1} = 273{,}15^0 C, \ \beta_{із} = \frac{1}{T_n} = 0{,}003661^0 C^{-1}$$

Саме звідси походить ірраціональне, але важливе число (273,15), поширене в теплових та термометричних розрахунках. На основі (4.30) за умов $V = const$ можна одержати:

• рівняння типової шкали відношень (абсолютної ідеальної газової температурної шкали, або шкали газового термометра)

$$\frac{p}{p_n} - 1 = \beta_{іг}(T - T_n) \qquad \to \qquad T = 273{,}15 \frac{p}{p_n} \tag{4.36}$$

• рівняння для переходу від УТШ до АТТШ (за умов $t_n = 0; 1°C = 1\,K$)

$$\frac{p}{p_n} - 1 = \beta_{іг}(t - t_n) \qquad \to \qquad T = (t + 273{,}15) \tag{4.37}$$

У США часто користуються термодинамічною температурою Ренкіна, для якої розмір одиниці температури рівний розміру одиниці УТШ Фаренгейта (1 °Ra=1 °F). По шкалі Ренкіна температура танення льоду згідно з (4.34) за умови t_{KF}-$t_{ПF}$=180 °F становить величину $T_{ПF}$=491,67 °F. Тоді перехід від УТШ Фаренгейта до АТТШ Ренкіна визначається як T_{Ra}=(t_F+459,67) °Ra.

Таким чином з (4.34) – (4.36) видно, що абсолютна температура – величина похідна: її значення залежить від основного інтервалу умовної температурної шкали, яка використовувалась під час дослідження АТТШ та результатів вимірювання відношень тисків газу p/p_n.

Незважаючи на усі проблеми та труднощі (не дуже зручна, громіздка та складна апаратурна реалізація), газова термометрія залишається основним методом, який дозволяє одержати точні значення термодинамічної температури, принаймні в діапазоні від 2,6 до 700 °К, але лише в декількох лабораторіях світу. Для повсякденного використання АТТШ VII Генеральний конгрес мір та ваг ще у 1927 р. прийняв суттєво більш зручну практичну шкалу, що є практичною реалізацією АТТШ з достатньою для практики точністю. Така міжнародна шкала (з тих пір багато разів переглянута) заснована на декількох реперних точках, які ретельно виміряні в лабораторіях. Останній варіант Міжнародної температурної шкали (МТШ-90), прийнятий в 1990 р. на 78-й сесії Міжнародного комітету мір і ваг (МКВ). На ньому ґрунтується стандарт ДСТУ 4017-2001.У МТШ-90 застосовують як міжнародні температури Кельвіна (T_{90}), так і міжнародні температури Цельсія (t_{90}), одиницями яких є кельвін (К) і градус Цельсія (°C). Співвідношення між T_{90} і t_{90} таке саме, як між T і t (4.37).

МТШ-90 ґрунтується на ряді відтворюваних рівноважних станів речовин – 17-ти основних реперних точках, яким положенням про МТШ-90 приписані певні значення температури (наприклад, потрійна точка води 0,01 °C), та на еталонних термометрах, градуйованих за цих температур. В інтервалах між температурами реперних точок інтерполяцію здійснюють за формулами, які встановлюють зв'язок між показаннями еталонних термометрів і значеннями температури.

Межі температурних рівнів, які використовуються в енерготехнології на ТЕС і АЕС, перекриваються інтервалами температур:

- в діапазоні від потрійної точки рівноважного водню (13,8033 К) до точки тверднення срібла (961,78 °C) температуру T_{90} визначають за допомогою платинових термометрів опору, які градуйовані у певних наборах основних реперних точок із застосуванням установлених інтерполяційних формул;

• вище точки твердіння срібла температуру T_{90} визначають відповідно до закону Планка для монохроматичного випромінювання за допомогою однієї з трьох реперних точок (точки тверднення срібла (961,78 °С), золота (1064,18 °С) або міді (1084,62 °С).

На відміну від *контактної термометрії* – розділу термометрії, що займається контактними методами і засобами вимірювання температури, *термометрія випромінювання (піроматрія)* – це розділ термометрії, який займається безконтактними методами і засобами вимірювання температури. Він ґрунтується не на властивостях термометричних речовин, як у контактній термометрії, а на термометричних властивостях самих об’єктів вимірювання. Саме зовнішнє виявлення властивостей теплового випромінювання. використовується для опосередкованого безконтактного вимірювання його температури. Відомо, що за своєї природі теплове випромінювання – це процес поширення електромагнітних хвиль, які характеризуються спектром частот та довжин хвиль, що відповідають енергетичному рівню структурних частинок об’єкту вимірювання. Розподіл енергії по довжинах хвиль і частотам у спектрі випромінюючого тіла пов'язаний з температурним рівнем і фізичною структурою тіла. Існує певний розподіл енергії, відповідний максимально можливому тепловому випромінюванню тіла при заданій температурі. Тіло, що має такий спектр, називається абсолютно чорним (АЧТ). Таке тіло повністю поглинає падаюче на нього теплове випромінювання. Розподіл енергії випромінювання АЧТ відповідає умовам термодинамічної рівноваги, однозначно визначається лише його температурою та відповідно до закону Планка виражається залежністю (4.38), Вт/(м^3·ср), як [19]:

$$L_{0\lambda\mathrm{T}} = \frac{C_1}{\lambda^5\left(\exp\dfrac{C_2}{\lambda\mathrm{T}} - 1\right)}, \tag{4.38}$$

де $L_{0\lambda\mathrm{T}}$ – спектральна густина енергетичної яскравості АЧТ по довжині хвилі λ за температури T усередині тілесного кута в один стерадіан (1 ср);

$C_1 = 3{,}7415 \cdot 10^{-16}\,\text{Вт} \cdot \text{м}^2$, $C_2 = 0{,}014388\,\text{м} \cdot \text{К}$ – перша і друга сталі випромінювання.

Для випадків невеликих значень добутку $\lambda\text{Т} \le 2 \cdot 10^{-3}\,\text{м} \cdot \text{К}$ формула Планка замінюється формулою Віна, $\text{Вт/(м}^3 \cdot \text{ср)}$ у вигляді:

$$L_{0\lambda T} = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \exp \dfrac{C_2}{\lambda \cdot \text{T}}} \tag{4.39}$$

Інтегрування спектральної енергетичної яскравості за довжиною хвиль в межах, відповідним границям спектру теплового випромінювання, дає енергетичну яскравість (закон Стефана-Больцмана), $\text{Вт/(м}^2 \cdot \text{ср)}$:

$$L_{0\text{Т}} = \int_0^{\infty} L_{0\lambda T} d\lambda = \sigma\,\text{Т}^4, \tag{4.40}$$

де $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\text{Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала Стефана-Больцмана.

Загальні закони випромінювання (4.38) – (4.40), установлені з притягненням ідеалізованого поняття АЧТ. Реальні тіла, що зустрічаються в природі, не підкорюються таким законам і від них відхиляються. Тому для практичної оцінки випромінювальної здібності реального тіла вводяться безрозмірністні коефіцієнти:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{L_\lambda}{L_{0\lambda}} \;\rightarrow\; L_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot L_{0\lambda}, \varepsilon = \frac{L}{L_0} \;\rightarrow\; L = \varepsilon \cdot L_0, \tag{4.41}$$

де ε_λ, L_λ чи ε, L – спектральні чи інтегральні, коефіцієнти випромінювання та енергетичні яскравості реальних тіл, відповідно.

Усі пірометри будь-якого принципу дії градуюються за допомогою взірцевого об’єкту випромінювання (АЧТ), на характері випромінювання якого базуються усі закони теплового випромінювання. Тому лише при вимірюванні температури АЧТ показання пірометрів відповідають істинному значенню вимірюваної температури. При вимірюванні температури реальних об’єктів (із-за їх меншої випромінювальної здібності) показання пірометрів не відповідають законам теплового випромінювання АЧТ, а показують так звані умовні (псевдо) температури.

Залежно від методу вимірювання, який реалізується тим чи іншим пірометром, в техніці пірометричних вимірювань використовуються такі назви умовних температур:

- *яскравісна температура* $T_я$; метод її вимірювання ґрунтується на порівнянні розмірів спектральних енергетичних яскравостей (СЕЯ) у світлі довжини хвилі λ при температурі *T* об'єкта вимірювання з їх значеннями по шкалі вимірювання. Реперні точки її поставлені у відповідність СЕЯ у світі тієї ж довжини хвилі АЧТ, але при температурі $T_я$. Тоді, враховуючи (4.33), маємо:

$$\varepsilon_\lambda \cdot L_{0\lambda T} = L_{0\lambda \mathrm{T}_я} \tag{4.42}$$

Якщо замінити $L_{0\lambda T}$, $L_{0\lambda T_я}$ на їх вираз з формули Віна, то одержимо:

$$\varepsilon_\lambda \frac{C_1}{\lambda^5 \exp\frac{C_2}{\lambda \mathrm{T}}} = \frac{C_1}{\lambda^5 \exp\frac{C_2}{\lambda \mathrm{T}_я}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\mathrm{T}} - \frac{1}{\mathrm{T}_я} = \frac{\lambda}{C_2}\ln\varepsilon_\lambda \tag{4.43}$$

- *радіаційна температура* T_p; метод її вимірювання ґрунтується на порівнянні розмірів енергетичних яскравостей (ЕЯ) при температурі *T* об'єкта вимірювання з їх значеннями по шкалі вимірювання. Реперні точки якої поставлені у відповідність ЕЯ АЧТ, але при температурі T_p. Враховуючи (4.40), будемо мати:

$$\varepsilon \cdot L_{0T} = L_{0Tp} \tag{4.44}$$

Скориставшись формулою (4.38), одержимо:

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot \mathrm{T}^4 = \sigma \cdot \mathrm{T}_p^4 \quad \rightarrow \quad \mathrm{T}_p - \mathrm{T} = \mathrm{T}(\sqrt[4]{\varepsilon} - 1) \tag{4.45}$$

- *колірна температурна* $T_{ко}$. Метод вимірювання якої ґрунтується на порівнянні відношення СЕЯ у світлі двох різних довжин хвиль λ_1 і λ_2 за температури *T* об'єкта вимірювання зі значенням того ж відношення СЕЯ по шкалі вимірювання, реперні точки її поставлені у відповідність СЕЯ АЧТ, але за температури T_{ko}. Враховуючи (4.40), то будемо мати:

$$\frac{\varepsilon_{\lambda_1} \cdot L_{0\lambda_1 \mathrm{T}}}{\varepsilon_{\lambda_2} \cdot L_{0\lambda_2 \mathrm{T}}} = \frac{L_{0\lambda_1 \mathrm{T}_{ко}}}{L_{0\lambda_2 \mathrm{T}_{ко}}} \tag{4.46}$$

Скориставшись (4.38), одержимо:

$$\frac{\varepsilon_{\lambda_1} \cdot \mathrm{C}_1 \cdot \lambda_1^{-5} \cdot e^{-\frac{\mathrm{C}_2}{\lambda_1 \cdot \mathrm{T}}}}{\varepsilon_{\lambda_2} \cdot \mathrm{C}_1 \cdot \lambda_2^{-5} \cdot e^{-\frac{\mathrm{C}_2}{\lambda_2 \cdot \mathrm{T}}}} = \frac{\mathrm{C}_1 \cdot \lambda_1^{-5} \cdot e^{-\frac{\mathrm{C}_2}{\lambda_1 \cdot \mathrm{T}_{ко}}}}{\mathrm{C}_1 \cdot \lambda_2^{-5} \cdot e^{-\frac{\mathrm{C}_2}{\lambda_2 \cdot \mathrm{T}_{ко}}}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\mathrm{T}} - \frac{1}{\mathrm{T}_{ко}} = \frac{\Lambda}{\mathrm{C}_2}\ln\frac{\varepsilon_{\lambda_1}}{\varepsilon_{\lambda_2}}, \tag{4.47}$$

де $\Lambda = \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)^{-1}$ – еквівалентна довжина хвилі конкретного пірометра.

Залежності (4.42), (4.45) та (4.47) визначають зв'язки відповідних умовних температур реальних об'єктів випромінювання з їх термодинамічними температурами. Скориставшись поняттям відносної похибки вимірювання (γ), ці залежності можна привести до видів:

$$\gamma_я = \frac{T_я - T}{T} = T_я \frac{\lambda}{C_2} \ln \varepsilon_\lambda, \tag{4.48}$$

$$\gamma_р = \frac{T_р - T}{T} = \left(\sqrt[4]{\varepsilon} - 1\right), \tag{4.49}$$

$$\gamma_{ко} = \frac{T_{ко} - T}{T} = T_{ко} \frac{\Lambda}{C_2} \ln \frac{\varepsilon_{\lambda_1}}{\varepsilon_{\lambda_2}}, \tag{4.50}$$

кожний з яких являється відносною похибкою методу вимірювання температури. Як бачимо, інформація, яка міститься у тепловому випромінюванні реальних об'єктів, є недостатньою для визначення його температури відповідним пірометром. Необхідні додаткові відомості про кожний об'єкт вимірювання, стан його поверхні випромінювання (характер шорсткості, забруднення та окислення, утворення шлакових плівок тощо).

Зважаючи на такі поняття метрології, як *непоправлений*[7] і *поправлений результат*[8], а також *поправка*[9] і *коригувальний коефіцієнт*[10], можна в загальному вигляді записати формулу для одержання *поправленого результату*, яким враховується похибка безконтактного методу вимірювання температури:

$$T = \frac{1}{\gamma_у + 1} T_у, \tag{4.51}$$

де індексом "*у*" позначені назви умовних температур (яскравісна, радіаційна та колірна). Вона значно скорочує та полегшує перехід від одержаних при вимірюванні умовних температур до термодинамічної температури.

[7]*Непоправлений результат*- результат, з якого систематичні похибки не вилучені.
[8]*Поправлений результат*- результат вимірювання, отриманий після введення поправки і (чи) врахування коригувального коєфйцієнта.
[9]*Поправка*- значення величени, що алгебрично додається до реззультату вимірювання з метою вилучення систематичної похибки.
[10]*Коригувальний коефіцієнт*- числовий коефіцієнт, на який помножують рузультат вимірювання з метою вилучення систематичної похибки.

Приклад 4.4. По результатам вимірювання яскравісної температури пиловугільного факелу у топці парового котла візуальним пірометром (у світлі довжини хвилі $\lambda = 0{,}65 \cdot 10^{-6}$ м*) одержано її значення* $T_я$=1800 К. *Визначити термодинамічну температуру факелу, спектральний коефіцієнт випромінювання якого знаходиться на рівні* $\varepsilon_\lambda = 0{,}5$.

Рішення

Згідно з (4.46) знаходимо похибку методу вимірювання температури:

$$\gamma_я = \mathrm{T}_я \frac{\lambda}{\mathrm{C}_2} \lg \varepsilon_\lambda = 1800 \cdot \frac{0{,}65 \cdot 10^{-6}}{0{,}014388} \ln 0{,}5 = -0{,}06$$

Тоді термодинамічна температура буде (4.47):

$$\mathrm{T} = \frac{1}{\gamma_я + 1} \mathrm{T}_я = \frac{1}{1 - 0{,}056} 1800 = 1906{,}78 \text{ К}$$

Таким чином, згідно з положенням про МТШ-90, температура, вища за будь-яку з трьох вказаних реперних точок, визначається законом теплового випромінювання АЧТ Планка. Але формула Планка (4.37) не завжди зручна для виводу основних формул пірометрії. Для цього значно зручніша спектральна формула Віна (4.38), яка, починаючи лише від $\lambda \cdot \mathrm{T} \approx 2 \cdot 10^{-3}$м$\cdot$К, дає помітне відхилення від точної формули Планка. Тому, скориставшись ДСТУ 4017-2001 (ГОСТ 8.157-2001) та формулою Віна, для обчислення умовної температури реального об’єкта можна скласти такі співвідношення:

$$\frac{L_{0\lambda \mathrm{T}_y}}{L_{0\lambda \mathrm{T}_e}} = \frac{e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot \mathrm{T}_e}}}{e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot \mathrm{T}_y}}} \qquad \rightarrow \qquad e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot \mathrm{T}_y}} = \frac{L_{0\lambda \mathrm{T}_e}}{L_{0\lambda \mathrm{T}_y}} e^{\frac{C_2}{\lambda \cdot \mathrm{T}_e}}, \tag{4.52}$$

де $L_{0\lambda T_y}$ і $L_{0\lambda T_e}$ – спектральні емпіричні яскравості АЧТ для довжини хвилі λ за температур $\mathrm{T_y}$ та однієї із трьох реперних точок $\mathrm{T_e}$, відповідно.

Згідно з (4.42), прямому вимірюванню відношень СЕЯ АЧТ відповідає не температура тіла $\mathrm{T_y}$, а її показова функція. Залежність температури від прямоти вимірювання такого відношення СЕЯ за умов $\mathrm{T_e} = 1437{,}32$ К і $\lambda = 0{,}65 \cdot 10^{-6}$ м має вигляд:

$$\mathrm{T_у} = \frac{22135}{15{,}4 + \ln \dfrac{L_{0\lambda \mathrm{T_е}}}{L_{0\lambda \mathrm{T_у}}}} \tag{4.53}$$

Наступним прикладом шкали відношень є шкала *потужності поглиненої*[11] *дози іонізуючого випромінювання. Потужність дози*[12], яка утворюється γ *– випромінювання*[13] на одиницю активності і-го радіонукліда, залежить від схеми розпаду, тобто кількості фотонів, що припадають на один розпад, енергії фотонів та *активності*[14] радіонукліда. Потужність дози γ – випромінювання і-го радіонукліда можна визначити, якщо відома гамм-стала, що характеризує його активність.

Гамма-сталу зручно визначити через поглинену дозу у повітрі, тому що вона справедлива для усіх видів іонізуючого випромінювання (середня енергія іоноутворення у повітрі складає: 33,85 еВ=33,85·1,602·10^{-19} Кл·В=5,42·10^{-18} Дж=5,42 аДж (аттоджоуль).

Гамма-сталою радіонукліда називається потужність поглиненої дози у повітрі, яка утворюється γ – випромінюванням точкового ізотропного радіонуклідного джерела активності $\mathrm{A_i} = 1$ Бк на відстані $r = 1$ м від нього. Гамма-сталі більшості радіонуклідів наведені у відповідній літературі та визначаються за формулою, аГр·м²/(с·Бк), [20]:

$$\varGamma_i = \frac{\dot{D}}{A_i} r^2 \tag{4.54}$$

Тому якщо виміряти активність будь-якого радіонукліду у джерелі γ – випромінювання та відстань до нього, то можна виразити шкалу потужності поглиненої дози як, Гр/с:

$$\dot{D} = \frac{\varGamma_i}{r^2} A_i \tag{4.55}$$

---

[11]*Поглинена доза*- відношення приросту середньої енергії $\overline{dE}$, яка передається речовині в елементарному об'ємі, до маси dm речовини в ньому: D=$\overline{dE}/dm$[1 Дж/кг=1 Гр (1 грей)].

[12]*Потужність дози* – відношення приросту поглиненої дози dDза інтервал часу до його тривалості dτ:$D = dD/d\tau$[Гр/с].

[13]γ*- вимірювання*- електромагнітне іонізуюче випромінювання, яке виникає під час зміни енергетичного стану ядер чи перетворювань або аннігуляції частинок.

[14]Активність i-го радіонукліда- це ФВ, яка характеризується відношенням числа розпаду dNатомів (ядер) радіонукліда до його часу dt: A= dN/dτ [Бк(беккерель)].

4.6. Абсолютна шкала

Абсолютні шкали – це шкали, яким притаманні усі ознаки шкал відношень, але додатково вони мають однозначне визначення одиниці вимірювання, яке не залежить від прийнятої системи одиниць. Одиниці абсолютних шкал безрозмірні (рази, частки, проценти, повні кути тощо), тому вони не є похідними і поєднуються з будь-якими системами одиниць.

Такі шкали використовуються для вимірювання відносних безрозмірних величин (відношення однойменних величин, які описуються шкалами відношень, наприклад, коефіцієнти підсилення та ослаблення, коефіцієнти віддзеркалення та поглинання, коефіцієнт корисної дії тощо). Введення таких величин обумовлено зручністю вираження ними деяких фізичних процесів чи явищ, їх математичного опису та практичної реалізації. Наприклад, коефіцієнт теплового випромінювання об’єкта оцінює відхилення закону його випромінювання від закону випромінювання абсолютно чорного тіла.

Різновидом абсолютних шкал є дискретні (цілочисельні, лічильні, квантовані) шкали, в яких результат вимірювання виражається числом частинок, квантів чи інших одиночних об’єктів, еквівалентних за кількісним виявленням вимірюваної властивості. Інколи за одиницю вимірювання в таких шкалах приймають яке-небудь визначне число частинок (квантів), наприклад, один моль, тобто число частинок, рівне числу Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$ зі спеціальною назвою, скажемо, Фарадей (F) – одиниця електричного заряду, чисельно рівна заряду одного моля електронів ($1\,\mathrm{F} = \mathrm{e} \cdot \mathrm{N_A}$, де $\mathrm{e} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл, $1\ \mathrm{F} = 1{,}602 \cdot 10^{19} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 9{,}6484 \cdot 10^{4}$ Кл). Серед абсолютних шкал виділяються обмежувальні шкали, діапазон значень яких знаходиться в межах від 0 до 1, або від 1 до деякого межового значення за *специфікацією шкали вимірювань*.[15]

Абсолютна шкала використовується в енерготехнології вугільних ТЕС для визначення опірності помелу кам’яного вугілля. Величину опірності

[15]Специфікація шкали вимірювань – прийнятий за угодою документ, в якому містяться визначення шкали і (чи) опис правил та процедур відтворення даної шкали(чи одиниці, якщо вона існує)

палива помелу звичайно виражають в умовних одиницях і характеризують *коефіцієнтом помелоздатності*, який практично не залежить від способу помелу. В розрахунках пилопідготовчих установок вугільних енергоблоків він є основною характеристикою палива, за допомогою якої уможливлюється оцінюється продуктивність прийнятого типорозміру млинів та питома витрата електроенергії на помел вугілля.

Метод визначення коефіцієнта помелоздатності кам'яного вугілля по ВТІ нормується міждержавним стандартом ГОСТ 15489.1-93. Суть методу: помел за визначених умов у кульковому млині приготовлених проб палива заданого фракційного складу при повітряно-сухому стані та подальший ситовий аналіз продуктів помелу. Метод ґрунтується на законі здрібнення крихких матеріалів Ріттінгера: «робота, затрачена на здрібнення матеріалу, пропорційна поверхні утворених з нього частинок і обернено пропорційна розміру таких частинок» [9].

Коефіцієнт помелоздатності визначається шляхом порівняння результатів випробувань даного палива з результатами, які визначаються під час випробувань палива, прийнятого за еталонне оскільки помел палива проводиться у лабораторному млині, коефіцієнт помелоздатності називається лабораторним відносним (його значення визначається відносно еталонного палива) та позначається $\mathrm{K}_{\text{ЛВ}}$.

Величина $K_{ЛВ}$ показує, у скільки разів за умов однакової затрати електроенергії на помел повітряно-сухого палива питома поверхня частинок досліджуваного палива більша чи менша питомої поверхні частинок еталонного палива. За еталонне паливо прийнято донецький антрацит, для якого $K_{ЛВ} = 1$.

Поверхня утворених після помелу частинок палива оцінюється по повному залишку матеріалу на 4-х ситах комплекту з розмірами вічок 90, 125, 140 та 200 мкм, тобто, $R_{90} = F_{200} + F_{140} + F_{125} + F_{90}$.

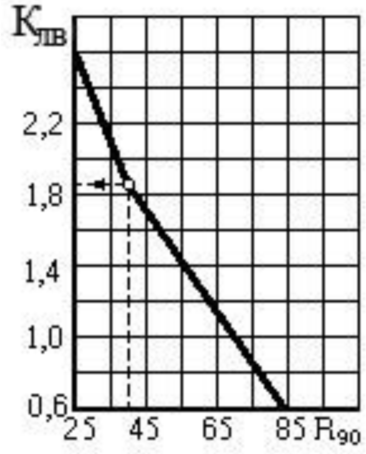


Рис. 4.9. Абсолютна шкала помелоздатності вугілля

Значення $K_{ЛВ}$ визначається за шкалою, наведеною на рис. 4.9, яка заздалегідь будується з використанням еталонних зразків вугілля з відомими коефіцієнтами помелоздатності. Шкала застосуються для визначення коефіцієнту помолоздатності $K_{ЛВ}$ будь-яких марок бурого та кам'яного вугілля, антрациту, горючих сланців і відходів вуглезбагачення.

Прикладами абсолютних шкал являються:

- Шкала плоских кутів одиницею вимірювання SI-радіан, кутовий градус;
- Шкала тілесних кутів одиницею вимірювання SI-стерадіан;
- Шкала коефіцієнтів: корисні дії, випромінювання, пропускання, поглинання, очистки, проскоку тощо;
- Шкала вологості повітря;
- Шкала сухості пари.

4.7. Порівняльний аналіз шкал вимірювань

Практична реалізація шкали вимірювання досягається стандартизацією самої шкали, одиниці вимірювання та, при необхідності*, специфікації шкали.*

Нормативні документи з метрології звичайно розглядають установлення і відтворення лише одиниць вимірювань. На практиці ж навіть для основних одиниць SI (кельвін, кандела тощо) *еталони,* крім одиниць, зберігають і відтворюють метричні шкали (атомного і астрономічного часу, температурну шкалу МТШ-90 тощо). За межами офіціально діючих НТД залишені, за рідким виключенням, неметричні шкали, що не відповідає сучасним тенденціям розвитку вимірювань та суперечить міжнародній метрологічній практиці.

Неметричні шкали (шкали назв та порядку), для яких наявність одиниць вимірювань не має сенсу, можна реалізувати без еталонів (шкали –

класифікації енергоблоків, балів знань студентів тощо). Якщо ж створення еталону необхідно, то він має відтворювати увесь діапазон шкали, який практично реалізується. Наприклад, діапазон крупних чи дрібнних частинок вугільного пилу, після просіювання через сито з визначеними розмірами вічок, яке виконує роль еталону розмірних характеристик частинок; другий приклад – відтворення усього діапазону 8-бальної шкали закругленості частинок золошлакового матеріалу (ЗШМ) шляхом візуального порівняння форм частинок відібраної проби ЗШМ з формами їх еталонних зразків.

Метричні шкали (шкали інтервалів та відношень), як правило, реалізуються за допомогою еталонів, якими відтворюють одну точку шкали (еталон маси – 1 кг), певну ділянку шкали (еталон довжини – 1 м), або практично весь діапазон шкали (еталон часу). Абсолютну шкалу можна реалізувати без еталону (шкала коефіцієнтів корисної дії, шкала коефіцієнтів випромінювання).

Таким чином, шкали інтервалів та відношень можуть бути реалізованими тільки через еталони, а шкали назв, порядку та абсолютні шкалі – без еталонів. *Отже, шкала може бути без еталона, але еталон не може бути без шкали; може бути шкали без одиниць вимірювань, але одиниць без шкал не буває.* Це свідчить про те, що поняття «шкала вимірювання» є більш загальним і фундаментальним в метрології в порівнянні з поняттям «одиниця вимірювання». Тому формування понятійно-термінологічного аспекту метрології майбутнього інженера має виходити із поняття «шкали вимірювання» на противагу існуючій традиції, яка ґрунтується на викладанні метрологічних питань практично лише з опорою на одиниці вимірювання.

Таким чином у самому загальному випадку *вимірювання представляє собою порівняння вимірюваної величини з тим чи іншим способом побудованою шкалою можливих значень цієї величини.* Результат вимірювання полягає у виборі одного інтервалу із множини інтервалів цієї шкали. При цьому основна особливість результату вимірювання полягає в тому, що він ніколи не може являти собою точного значення вимірюваної величини, а є лише зазначенням більш або менш вузького інтервалу її можливих значень.

Це, перш за все, обумовлюється правилами порівняння (3.10)–(3.12), як-от:

- нерівність $x_i \lesseqgtr x_j$ – результат експериментального рішення якої зображується на шкалі порядку і являє собою упорядковану послідовність опорних точок, позначених буквами, цифрами або символами, що відповідають розмірам $x_0 < x_1 < x_2 < x_3 \ldots x_n$. Про кожний розмір відомо, що він більш попереднього, але менше наступного, хоча самі розміри невідомі. Шкали порядку являються найменш досконалими, найменш інформативними із усіх вимірювальних шкал. По такій шкалі не тільки не визначені ніякі математичні операції, неможливо не лише визначити, чому рівний вимірюваний розмір x_i, а й сказати, наскільки (або у скільки разів) він більш (менше) за розмір x_j; [14]

- різниця $\Delta x_{ij} = x_i - x_j$ – як результат експериментального порівняння, зображується на шкалі інтервалів, яка не має визначеного початку відліку, але відомо, що він залежить від вибору порівняльного розміру. Наприклад, по температурним шкалам Цельсія і Реомюра порівняння ведеться з температури танення льоду, по шкалі Фаренгейта – с температурою суміші льоду з сіллю та нашатирем і (на відміну від перших двох шкал) початок відліку зсунутий на 32 °F в сторону низьких температур. Градації являються одиницями вимірювання інтервалів між розмірами, але не самих розмірів ФВ. Інтервали можна порівнювати між собою і за принципом, наскільки один інтервал більше (менше) іншого, і за принципом – у скільки разів більше (менше). Що стосується розмірів ФВ, то по шкалі інтервалів можна одержати інформацію лише про те, наскільки один розмір більше (менше) іншого. По шкалі інтервалів визначені лише адитивні математичні операції;

- відношення $\frac{x_i}{x_j} = N_x$ дозволяє одержання результату вимірювання, для зображення якого служить шкали відношень. Якщо за j-ий розмір вибрати розмір узаконеної одиниці [x], то на шкалі відношень відкладається числове значення N_x вимірюваної величини, яка показує, у скільки разів її розмір більш розміру одиниці вимірювання, або на скільки одиничних розмірів він більше нуля. Шкали відношень являються найдосконалішими, найінформативнішими та найбільш поширеними, на них визначені будь – які математичні операції.

Оброблення і форми подання результатів вимірювань в метричних і абсолютних шкалах в метрології ґрунтується на розвиненому апарату прикладної статистики. Точність результатів вимірювань у шкалах відношень і абсолютних шкалах можна у рівній мірі виражати невизначеністю або похибкою в абсолютній і відносній формах, а у шкалах різниць - похибкою в абсолютній формі або невизначеністю. Адже інтервали у шкалі різниць описується шкалами відношень.

Для неметричних шкал математичний апарат статистики непридатний. Точність результатів вимірювань у них можна характеризувати лише невизначеністю. Оскільки одиниця вимірювання відсутня, використання поняття похибки є некоректним. Результат вимірювання по шкалам порядку не можна використовувати як середнє арифметичне із-за невизначеної нелінійності цих шкал. Для таких випадків існує більш адекватна статистика – медіана.

Завершуючи розгляд шкал вимірювань, необхідно зауважити, що визначення понять ФВ не є незмінними і постійно уточняються по мірі поглиблення знань про дані властивості об’єкта. Уточнення визначень ФВ проходить в напрямку, що розкриває все більше число відношень на безлічі їх розмірів. Це дозволяє здійснити перехід від малоінформаційних шкал (шкали назв, – порядку) до більш значущих для вимірювання метричних шкал (шкал інтервалів, відношень).

Характерним прикладом в цьому аспекті є еволюція понять про температуру, які протягом більше двох тисяч років зазнавали змін від примітивних уявлень до узагальнених концепцій сучасної термодинаміки.

Невипадково температура згадується в усіх розглянутих шкалах.

На початку її визначали інтуїтивно за чуттєвою температурною шкалою назв, потім – за шкалою порядку. Першою інтервальною температурною шкалою, заснованою на тепловому розширенні термометричної рідини, була шкала Фаренгейта (1709 р.). Визначену по ній, а пізніше і за ртутною шкалою Цельсія (1742 р.), температуру вже можна було використовувати в деяких рівняннях фізики. І лише визначення температури за термодинамічною температурною шкалою (шкала Кельвіна), а також за шкалою ідеального газового термометра (ідентичність цих двох визначень температури довів Кельвін) дозволили визначити температуру по шкалах відношень, найбільш досконалих шкалах в теорії вимірювань. Таким чином, температуру, як інтенсивну ФВ, за допомогою розглянутих шкал інтервалів та шкал відношень вдалося однозначно пов’язати з екстенсивними параметрами термометричних речовин (рідини – в шкалах інтервалів, ідеального газу – в шкалах відношень). Завдяки цьому, температура, як інтенсивна характеристика теплового стану об’єкту, трансформувалася в умовно екстенсивну ФВ (висота стовпчика термометричної речовини – в шкалах інтервалів і висота стовпчика манометричної речовини – в шкалах відношень), відлічену від умовного (шкала інтервалів) або природного (шкала відношень) нуля температурних шкал.

Подальше поглиблення поняття продовжується в напрямі встановлення зв’язку між температурою за шкалою газового термометра і середньою кінетичною енергією поступального руху молекул ідеального газу.

Так на одну степінь свободи газу енергія виражається як [17]:

$$E = \frac{1}{2} K_Б \cdot \mathrm{T} \leftrightarrow \mathrm{T} = \frac{2}{\mathrm{К}_\mathrm{Б}} E, \qquad (4.56)$$

де $К_Б = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

Ця енергія і могла б служити фізичним обґрунтуванням міри нагрівання газоподібних рідких та твердих термометричних речовин і називатись молекулярно-кінетичною температурою. Саме таку універсальну концепцію температури, засновану на статистичному описі реальних фізичних об’єктів, і пропонує сучасна статистична термодинаміка.

Контрольні запитання

1. Шкали вимірювань. Поняття про шкалу, класифікації шкал.
2. Шкали назв. Загальна характеристика шкал та приклади їх використання у теплоенергетиці.
3. Шкали порядку. Загальна характеристика шкал та приклади їх використання у теплоенергетиці.
4. Шкала закругленості частинок ЗМШ та її призначення.
5. Міжнародна шкала оцінки небезпеки подій на АЕС. Логіка шкали оцінки небезпеки подій.
6. Шкали твердості чорних і кольорових металів. Загальна характеристика шкал та основи їх побудови.
7. Шкали інтервалів. Загальна характеристика та приклади використовування у побуті та техніці.
8. Шкали інтервалів часу. Загальна характеристика та основи побудови.
9. Шкали інтервалів температури. Умовні температурні шкали. Загальні характеристики та основи побудови.
10. Шкала відношень. Загальна характеристика шкал. Абсолютна термодинамічна температурна шкала.
11. Абсолютна ідеальна газова температурна шкала, її призначення та реалізація.
12. Міжнародна температурна шкала МТШ-90, її призначення та реалізація.
13. Умовні шкали термометрії випромінювання (пірометрії).
14. Шкала потужності поглиненої дози іонізуючого випромінювання. Загальна характеристика та основи побудови.
15. Абсолютні шкали. Шкала помелоздатності вугілля. Загальна характеристика та основи побудови.

Розділ 5. Системи фізичних величин та системи їх одиниць

5.1. Основні величини та основні одиниці системи

Вивчення зв'язків між величинами показало, що ці зв'язки не є випадковими і частковими, а мають широкий, можна сказати, загальний характер. Зокрема, було установлено, що якщо довільно вибрати декілька фізичних величин, умовно прийнявши їх незалежними між собою, а також від інших величин, то решта величин одного або декілька розділів фізики можуть бути виражені через ці довільно вибрані величини. Наприклад, вибравши за незалежні величини довжину, масу або час, можна усі величини механіки послідовно виразити через ці незалежні величини, створивши таким чином *систему фізичних величин,* яка складається з *основних та похідних фізичних величин.*

Вибір фізичних величин, які приймаються за основні, та їх число у принципі довільні, але практичні міркування можуть приводити до деякого обмеження свободи їх вибору. Для практики вимірювання як основних величин так і їх одиниць вибираються такі, які можна відтворити з найвищою точністю і зручно використовувати для утворення одиниць похідних величин. Саме тому за основні величини передусім були вибрані величини, які характеризують докорінні властивості матеріального світу: довжина, маса, час.

Утворення системи величин це складний історичний процес пізнання закономірностей об'єктивної реальності, в ході якого людська думка бере початок від нижніх форм руху матерії до вищих. Процес розширення знань, який веде науку від простого до складного, безпосередньо виявляється у розвитку теоретичної систематизації шляхом упорядкування і класифікації наук. Ця процедура характерна для кожної наукової дисципліни. Тому не випадково, що в розвитку фізики спочатку систематично розроблялась кінематика і тільки потім динаміка. Саме механіка, яка об'єднує ці часткові дисципліни, стала базою, на якій можна було побудувати такі розділи фізики, наприклад, теорії теплоти.

Як показує досвід, з метою одержання найбільш зручної системи величин, число основних в ній також має бути цілком визначене. Так, систему величин механіки доцільно будувати на трьох основних величинах (довжина, маса, час), систему теплових величин – на чотирьох, систему величин молекулярної фізики – на п'яти основних величинах. Система величин, яка охоплює усі розділи фізики, може бути побудована на семи основних величинах.

Теоретично обґрунтувати не можна правила, за якими той чи інший комплекс одиниць вибирається за основні.

Проте, відповідь на запитання, які величини є основними, а які – похідними; які одиниці можна рахувати первинними, а які – вторинними, на практиці не носить довільного характеру. Величини позначають існуючі властивості об'єктів, серед яких немає ні основних, ні похідних; в цьому сенсі усі величини (властивості) рівноправні. Очевидно також, що неможливо виміряти площу раніше, ніж ми зуміємо виміряти довжину, також як неможливо виміряти швидкість, якщо ми не маємо одиниць довжини та часу. Отож, якщо ми вимірюємо різні величини, необхідно виходити із того, що деякі з них об'єктивно простіші і їх можна вимірювати безпосередньо, незалежно від вимірювань інших величин, тоді як інші, більш складні, і передбачають вже вимірювання тих самих простіше вимірюваних величин.

Система одиниць має свою довгу історію розвитку та поширення. Основоположником її поправу визначається Франція [21].

Ідея побудови системи мір на десятковій основі належить французькому астроному Мутону (17 ст.).

В 1789 р. на розгляд Генеральних штатів Франції поступило декілька проектів реформи мір. Серед них виділявся і проект єпіскопа Талейрана, згодом міністра іноземних справ Франції, який запропонував надати реформі міжнародний характер.

8 травня 1790 р Національні збори Франції прийняли декрет про реформу системи мір і доручили Паризькій академії наук виконати необхідні підготовчі роботи. Одна із комісій Академії, якою керував відомий математик Лагранж, рекомендувала десятковий поділ кратних і часткових одиниць, комісія у складі Лапласа, Монжа, Борда

запропонувала прийняти за одиницю довжини одну 40-мільйону частину земного меридіану. Нова система мір була побудована на одиниці довжини – метр і на її основі створені одиниці площі та об’єму – квадратний метр і кубічний метр, одиниця маси – кілограм, початково визначений як маса кубічного дециметра чистої води при температурі 40 ^{0}С. На цій основі вся система одиниць була названа *метричною.*

26 березня 1791 р. Національні збори Франції затвердили пропозиції Паризької академії наук по реформі системи мір, однак реалізація проекту була почата після Французької революції. Національний Конвент признав, що діло реформи мір і ваг «як одне із величезних благодіянь революції має бути доведено Республікою до кінця», і створив окрему тимчасову комісію мір і ваг.

Вельми важливе значення в історії *метричної системи мір* (МСМ) має закон про нові міри і ваги, який був прийнятий Національним Конвентом 7 квітня 1795 р. Закон установлював основну одиницю довжини – метр і його похідні одиниці, одиницю маси – грам – вага чистої води в об’ємі куби з ребром 1/100 м. Крім того, були уведені десяткові кратні і часткові одиниці.

22 червня 1799 р. відбулось урочисте завершення робіт засновників *метричної системи мір*. Вони пред’явили Законодавчому корпусу остаточні прототипи метра і кілограма, а потім передали їх на зберігання до Архіву Франції. З тих пір ці прототипи називаються архівними.

Міжнародній уніфікації одиниць сприяли всесвітні виставки. На Паризькій виставці у 1867 р. був створений Комітет мір і ваг, який склав доклад про користь метричної системи. Однак вирішальний вплив на подальший хід подій зробив доклад, складений в 1869 р. російськими академіками Струве, Вільдом та Якобі і направлений у Паризьку академію наук від імені Петербургської академії наук. В докладі проводилась думка про необхідність виготовити нові міжнародні прототипи метра і кілограма, наскільки можливо близькі до архівних прототипів, і достатню кількість однотипних копій для розподілу між зацікавленими державами. Пропозиції були підтримані Паризькою академією наук, а французький уряд звернувся до усіх держав з проханням прислати вчених до складу *Міжнародної метричної комісії* для розгляду проблеми виготовлення метричних еталонів. Комісія зібралась у 1870 р. і 1872 р. і в своїх рішеннях рекомендувала заснувати в рамках міжнародної конвенції Міжнародне бюро мір і ваг (МБМВ) у Парижі як нейтральної наукової установи для зберігання та зіставлення міжнародних прототипів та їх національних копій. 20 травня 1875 р. дипломатична конференція у складі представників 17 держав підписали Конвенцію метра (метричну конвенцію), яка запровадила МБМВ як наукову установу для зберігання та дослідження метричних еталонів, і один з його органів – Генеральну конвенцію по мірах і вагах. Головна задача метричної конвенції – забезпечення міжнародної єдності і удосконалення метричної системи мір. МСМ, виходячи із потреби практики, включала лише одиниці довжини – метр (площі, об’єму, місткості), маси – грам та десяткові приставки для створення десяткових кратних та часткових одиниць; впровадження МСМ, де факто, розтягнулося майже на 50 років.

Розвиток науки і техніки визвав необхідність установлення одиниць для ряду фізичних величин, в тому числі, для електричних і магнітних. У процесі розвитку МСМ були створені, що охоплюють широкі області науки і техніки галузеві метричні системи одиниць для механічних величин – МКС, СГС, МТС, МКГСС, для електричних і магнітних величин – МКСА, СГС та інші, для теплових величин – МКСГ, для акустичних величин – МКС, СГС і світлових величин – МСС.

Творцем першої системи одиниць являється найвидатніший німецький математик К. Гаусс (1777–1855 рр.), який показав, що якщо вибрати незалежні між собою одиниці декількох величин, то на їх основі за допомогою фізичних законів можна установити одиниці величин, що входить до визначеного розділу фізики. Вибравши як основні одиниці міліметр, міліграм і секунду, Гаусс побудував систему одиниць магнітних величин, яка одержала назву *абсолютної системи одиниць* (1832 р.). Однак із-за незначних розмірів одиниць такої системи, незручних для практики, вона не одержала широкого використання, але відкритий Гауссом принцип побудови системи лежить в основі сучасних систем одиниць; позначення систем утворюються із перших літер назв основних одиниць.

Система СГС (1881 р.) побудована на основних одиницях: сантиметр, грам, секунда, зручних для фізичних досліджень.

Систему МКС (1901 р.) інколи називають системою Джорджі (по імені її творця). Основні одиниці – метр, кілограм, секунда. Джорджі показав, що на основі системи МКС можна створити систему механічних і електричних величин, якщо до 3-х основних одиниць додати одну електричну величину. Такою четвертою основною величиною була вибрана одиниця електричного струму – ампер. Так виникла система електромагнітних одиниць – МКСА. Виявилось, що на основі системи МКС шляхом додавання четвертої одиниці можна побудувати системи одиниць і для інших розділів фізики. Так, система МКСК (раніш МКСГ) теплових одиниць була створена додаванням до системи МКС одиниці термодинамічної температури – Кельвін. Точно також були побудовані для світлових одиниць система МСК з основними одиницями – метр, секунда, кандела (раніш МСС, оскільки одиниця сили світла мала назву – свічка).

На базі галузевих систем МКС, МКСА, МКСК і МСМ розроблена універсальна для усіх галузей науки і техніки *Міжнародна система одиниць (SI),* яка була затверджена XI Генеральною конференцією по мірам і вагам у 1960 р.

Система SI охоплює лише ті шкали вимірювання, до яких прийнятне поняття одиниця ФВ, тобто метричні шкали. За межами SI виявились шкали назв та порядку, які не мають одиниць, а також абсолютні шкали з їх відносними одиницями.

5.2. Утворення похідних величин та одиниць

Опис властивості, яка характеризується даною величиною, здійснюється на мові основних та інших, раніше визначених величин. Ця можливість обумовлюється наявністю об'єктивно існуючих взаємозв'язків між властивостями як окремих об'єктів, так і їх множин. Такі взаємозв'язки, переведені на мову величин, стають їх моделями, які утворюють у своїй сукупності систему фізичних рівнянь. Слід однак відрізняти ці рівняння від чисто математичних, в яких символи означають абстрактні числа. У фізичних рівняннях під символами розуміють ФВ, різні в якісному відношенні. Такі рівняння описують як кількісну, так і якісну сторону фізичних явищ. Математичні дії над символами у фізичних рівняннях, можна інтерпретувати як спосіб зображення характеру зв'язків між величинами в об'єктах або явищах, що описуються цими рівняннями. Це дозволяє бачити у фізичних рівняннях опис не лише кількісної, але і якісної сторони фізичних закономірностей. Так, наприклад, у відомому виразі зв'язку між густиною, масою та об'ємом речовини $\rho = m/V$ (ρ – густина, m – маса, V – об'єм) математичну операцію над символами маси і об'єму можна розуміти як вираз взаємозв'язку між кількісною і якісною сторонами маси, об'єму і густини. Приведене рівняння у лаконічній формі визначає густину як величину, яка зростає з ростом маси речовини і зменшується з ростом її об'єму.

Подібний погляд на фізичні рівняння прийнятий у міжнародному стандарті ІСО 31/0–74. Державним стандартом ДСТУ 3651.0–97 регламентовані два типи рівнянь:

- рівняння зв'язку між ФВ, для кожної з яких під буквеним символом розуміється добуток числового значення ФВ на її одиницю;

- рівняння зв'язку між числовими значеннями ФВ, в яких під буквеними символами розуміються числові значення ФВ.

Рівняння зв'язку між ФВ визначають більшість похідних величин (тому вони називаються *визначальними рівняннями*). Прикладами таких рівнянь може бути:

- другий закон Ньютона:

$$F = ma, \tag{5.1}$$

де a – прискорення, що надає сила F тілу масою m;

- визначення поняття похідних ФВ, наприклад, тиску:

$$p = FS^{-1}, \tag{5.2}$$

де p – тиск, S – площа поверхні, нормально до якої діє сила F;

- установлене експериментально або теоретично співвідношення між декількома ФВ, наприклад формула для тиску газу, як результату зіткнень великого числа його молекул зі стінкою посудини:

$$\mathrm{p} = \frac{1}{3}\rho\,\overline{\upsilon^2}\,, \tag{5.3}$$

де $\bar{\upsilon}$ – середня квадратична швидкість поступального руху молекул газу густиною ρ.

- формула для визначення площі геометричних фігур (прямокутник, прямокутний трикутник, еліпс):

$$S = K \cdot a{\cdot}в \tag{5.4}$$

де a та $в$ – параметри, через які визначається площа і які рівні довжинам: сторін прямокутника (К=1), катетів трикутника (К=0,5), піввісей еліпсу (К=π).

Загалом же, як видно з наведених прикладів, похідна величина x за допомогою математичних дій може бути виражена через інші величини *A, B, C,* … визначеним рівнянням:

$$x = \mathrm{K} \cdot \mathrm{A}^{\alpha} \cdot \mathrm{B}^{\beta} \cdot \mathrm{C}^{\gamma}..., \tag{5.5}$$

де К – коефіцієнт пропорційності, який незалежно від того, дорівнює він одиниці чи ні, залишається постійним, незалежним від одиниць вимірювання величин, і визначається виключно характером зв'язку величин, що входять в дане рівняння.

Разом з тим, зустрічаються визначальні рівняння, в яких коефіцієнт пропорційності є іменованим числом, величина якого залежить від одиниць аргументів *A, B, C, …*. Прикладом таких залежностей є:

- формули для визначення параметрів стану ідеального газу (об'єму, тиску, термодинамічної температури), які витікають із рівняння Клапейрона-Менделєєва для довільної маси газу:

$$\mathrm{p} \cdot V = R\,\frac{m}{M_m}\mathrm{T} \tag{5.6}$$

де p, V, T, m, M_m – тиск, об'єм, температура, маса, молярна маса газу, відповідно, в одиницях Па, м^3, К, кг, кг/моль;

R =8,3144 Дж/(моль·К) – молярна газова стала, яка є однією із фундаментальних фізичних сталих.

Оскільки m/M_m=n – кількість ідеального газу (моль), то рівняння стану для довільної маси газу можна замінити рівнянням для довільної його кількості як:

$$\mathrm{p}{\cdot}V = R{\cdot}n{\cdot}\mathrm{T} \tag{5.7}$$

Скориставшись двома формами запису рівняння стану ідеального газу, одержимо дві формули для визначення, наприклад, об'єму газу у вигляді:

$$V = B \cdot m\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{p}} = R \cdot n\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{p}} \tag{5.8}$$

де $B = \dfrac{R}{M_m}$ – питома газова стала, Дж/(кг·К), яка на відміну від молярної газової сталої має різні значення для різних газів.

Крім наведених двох визначальних рівнянь, можна скласти ще два, які характеризують стан не довільної маси чи кількості газу, а одного його кілограма чи моля:

$$\mathrm{p}\frac{V}{m} = B\mathrm{T} \rightarrow \qquad \mathrm{p}\vartheta = B\mathrm{T} \rightarrow \qquad \vartheta = B\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{p}}; \tag{5.9}$$

$$\mathrm{p}\frac{V}{n} = R\mathrm{T} \rightarrow \qquad \mathrm{p}V_m = R\mathrm{T} \rightarrow V_m = R\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{p}}, \qquad (5.10)$$

де ϑ – питомий (м^3/кг) та V_m – молярний (м^3/моль) об'єм ідеального газу.

•формула зв'язку між повною (інтегральною) поверхневою густиною потоку випромінювання абсолютно чорного тіла і його температурою за формулою (4.40), до якої входить стала Стефана-Больмана;

•формула зв'язку між термодинамічною температурою газу і середньою кінетичною енергією поступального руху його молекул за умови термодинамічної рівноваги (4.56), до якої входить стала Больцмана.

Рівняння зв'язку між числовими значеннями ФВ є рівняннями, під буквеними символами яких розуміються числові значення ФВ. На відміну від рівнянь зв'язку між величинами, форма рівнянь зв'язку між числовими значеннями залежить від вибору одиниць, в яких виражені величини, що входять у рівняння. Тому одиниці усіх величин такого рівняння мають бути чітко визначені. Рівняння між числовими значеннями величин найчастіше є емпіричними формулами, отриманими безпосередньо у фізичному досліді, їхній вигляд залежить від вибору одиниць.

Розгляд рівнянь зв'язку між числовими значеннями слід розпочати з деяких важливих понятійних аспектів, що витікають із основного рівняння вимірювання (3.8), яке у позначках стандарту ДСТУ 3651.0-94 записується у вигляді:

$$\mathrm{X} \approx x = \{x\}[x], \qquad (5.11)$$

де X, x, $\{x\}$ та $[x]$ – розмір, значення, числове значення та одиниця величини, відповідно.

З нього можна зробити такі висновки:

• значення величини – це відображення (оцінка) розміру X об'єкта вимірювання у вигляді деякого числа прийнятих для нього одиниць ($\phi : \mathrm{X} \rightarrow x$). Таким чином, значення величини є квантованою величиною, яка відтворюється мірою і з якою порівнюється розмір неперервної вимірювальної величини $\mathrm{X} \approx x$ (ліва сторона рівняння 5.11). Значення величини x – це іменований добуток двох обернено пропорційних співмножників (неіменованого числового значення $\{x\}$ та іменованого розміру одиниці $[x]$), за якого при зростанні одного зменшується інший так що їх добуток не змінюється (права сторона рівняння (5.11);

- числове значення величини із (5.11) виражається відношенням однойменних величин:

$$\{x\} = \frac{x}{[x]}, \tag{5.12}$$

результат якого показує, у скільки разів розмір вимірювання величини (в момент порівняння $X \approx x$) більший за одиницю вимірювання.

- значення конкретної величини не залежить від того, в яких одиницях вона виражена (наприклад, 1,2 м=120 см=1200 мм). Тому для двох значень величин x_1 і x_2 з відповідними одиницями $[x]_1$ і $[x]_2$ та числовими значеннями $\{x\}_1$ і $\{x\}_2$ будемо мати рівняння відображень (оцінок) розміру величини:

$$\{x\}_1 [x]_2 = \{x\}_2 [x]_2, \tag{5.13}$$

з якого одержимо рівняння зв’язку між числовими значеннями у вигляді:

$$\{x\}_2 = \frac{[x]_1}{[x]_2} \{x\}_1, \text{ або } \{x\}_2 = \mathrm{K}\{\mathrm{x}\}_1, \tag{5.14}$$

де $\mathrm{K} = \frac{[x]_1}{[x]_2}$ – коефіцієнт пропорційності між числовими значеннями, який показує, скільки одиниць однієї величини приходиться на одиницю іншої. Він залежить виключно від вибору одиниць вимірювання і згідно з розміром останніх може бути як менше, так і більше арифметичної одиниці. Формула (5.14) дозволяє визначити числове значення величини, вираженої в певній одиниці $[x]_2$, якщо відоме числове значення цієї величини, вираженої в одиниці $[x]_1$. Як видно з тієї ж формули, *числове значення величини обернено пропорційні розмірам одиниць.*

Формула (5.14) використовується у випадках, коли похідну величину, виражену в одних одиницях, треба визначити в інших одиницях.

Приклад 5.1. Конкретизувати формулу (5.14) в умовах вимірювання:

- *швидкості рівномірного руху як* $\upsilon = \ell / t$, *коли* $\ell_{м} = 1\,м$, $t_{с} = 1\,с$,

а $\upsilon_{км/год}$=1 км/год|

Згідно з (5.14) будемо мати:

$$К = \frac{1м/с}{1км/год} = \frac{м*3600с}{с*1000м} = 3{,}6 \qquad \{\upsilon\}_{км/год}=3{,}6\{\upsilon\}_{м/с}$$

- *атмосферного тиску ртутним барометром як* $B = r \times g \times h$ *(тут* $\rho = 13595\ кг/м^3$ *і* h *– відповідно густина ртуті в барометрі та висота її стовпчика), коли* $[B]_{мм} = 1$ *мм рт.ст., а* $[B]_{Па} = 1$ *Па:*

$$К = \frac{1мм\ рт.ст.}{1Па} = \frac{13595кг/м^3 \cdot 9{,}8065м/с^2 \cdot 10^{-3}м}{1Н/м^2} = 133{,}32, \qquad \{B\}_{Па} = 133\{B\}_{мм}$$

- *тиску технологічної рідини, як* $p = F/S$, *коли* $[p]_{кгс} = 1кгс/см^2$, $[p]_{Па} = 1Па$*:*

$$К = \frac{1кгс/см^2}{1Па} = \frac{9{,}81Н \cdot м^2}{10^{-4}м^2 \cdot Н} = 9{,}81 \cdot 10^4, \qquad \{p\}_{Па} = 9{,}81 \cdot 10^4\{p\}_{кгс}$$

- *витрата технологічної рідини, як* $Q_0 = V/t$ *(тут* V *– об'єм рідини), коли:*

$[Q_0]_{дм^3/с}$=*1 дм³/с,* *а*$[Q_0]_{м^3/год}$=*1 м³/год*

$$К = \frac{1дм^3/с}{1м^3/год} = \frac{10^{-3}м^3 \cdot 3600с}{с \cdot м^3} = 3{,}6, \qquad \{Q_0\}_{м^3/год} = 3{,}6\{Q_0\}_{дм^3/с}$$

З метою запобігання непорозумінь при використанні рівнянь зв'язку між числовими значеннями слід завжди указувати одиниці, в яких визначена кожна величина, що входить до рівняння. У наведених прикладах це зроблено нижніми правими індексами в умовних позначках числових значень величин.

У загальному випадку рівняння зв'язку між числовими значеннями ФВ може виражатися як:

$$\{x\} = K_e\{A\}^{\alpha}\{B\}^{\beta}\{C\}^{\gamma}\ldots, \tag{5.15}$$

де, $K_е$ – коефіцієнт пропорційності, залежний від вибору одиниць кожної із ФВ (рівняння (5.5).

Оскільки кожна ФВ рівняння (5.5) є добуток (5.11), то після ділення рівняння (5.5) на рівняння (5.15) отримаємо у загальному вигляді визначальне рівняння похідної одиниці ФВ:

$$[x] = z[A]^{\alpha}[B]^{\beta}[C]^{\gamma}\ldots, \tag{5.16}$$

у якому коефіцієнт пропорційності $z = K/K_e$.

Розміри одиниць $[A],[B],[C],...$ можна вибрати такими, щоб коефіцієнт у рівнянні (5.5) став рівним коефіцієнту у рівнянні (5.15), тобто $K = K_e$; тоді у рівнянні (5.16) коефіцієнт $z = 1$.

Похідна одиниця ФВ, що задовольняє цій умові, (тобто пов’язана з іншими одиницями системи рівнянням, у якому числовий коефіцієнт дорівнює арифметичній одиниці), називається *когерентною (узгодженою)* (лат. cohaerentia – значення, зв'язок). *Когерентна* система *одиниць утворюється за умови, коли усі похідні одиниці системи когерентні; система одиниць SI є когерентною системою одиниць*.

Порівняння рівнянь (5.5) і (5.16) показує, що визначальні рівняння когерентної похідної одиниці і відповідної ФВ збігаються. Отже, для утворення когерентних одиниць можна користуватися визначальними рівняннями похідних ФВ. Так, використовуючи визначальні рівняння для швидкості рівномірного руху ($\upsilon = \ell \cdot t^{-1}$), прискорення ($a = \Delta\upsilon \cdot \Delta t^{-1}$) і сили ($F = m \cdot a$), а також одиниці довжини $[\ell] = 1$ м, маси $[m] = 1$ кг і часу $[t] = 1$ с, отримаємо одиниці похідних ФВ у вигляді:

$$[\upsilon] = [\ell][t]^{-1} = \text{м/с}$$

$$[a] = [\Delta\upsilon][\Delta t]^{-1} = \text{м/с}^2$$

$$[F] = [m][a] = \text{кг} \cdot \text{м/с}^2 = \text{Н}$$

Якщо рівняння зв’язку між ФВ містить числовий коефіцієнт, відмінний від 1, то для утворення когерентної похідної одиниці SI в праву частину рівняння підставляють такі величини з числовими значеннями в одиницях SI, які після множення на коефіцієнт рівняння дають загальне числове значення, що дорівнює 1. Наприклад, для утворення когерентної одиниці енергії можна використовувати визначальне рівняння зв’язку між кінетичною енергією матеріальної точки (E) масою m і швидкістю її поступального руху υ:

$$E = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \tag{5.17}$$

Після підстановки одиниць SI в праву частину рівняння отримаємо:

$$[E]=\frac{1}{2}2[m][\upsilon]^2=\frac{1}{2}(2\text{ кг})(1\frac{\text{м}}{\text{с}})^2=1\text{ кг}\cdot\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}=(1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 1\text{ м})=\text{Н}\cdot\text{м}=1\text{ Дж}\text{, або}$$

$$[E]=\frac{1}{2}[m](\sqrt{2}[\upsilon])^2=\frac{1}{2}(1\text{ кг})(\sqrt{2}\,\frac{\text{м}}{\text{с}})^2=(1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 1\text{ м})=\text{Н}\cdot\text{м}=1\text{ Дж}$$

Отже, одиницею енергії SI є джоуль, рівний кінетичній енергій матеріальної точки масою 2 кг, що рухається зі швидкістю 1 м/с, або матеріальної точки масою 1 кг, що рухається зі швидкістю $\sqrt{2}$ м/с.

Рівняння зв'язку між одиницями ФВ (5.16) є підставою для ділення одиниць на основні і похідні, які, як і ФВ, утворюють відповідну систему одиниць.

Вибір визначальних рівнянь підпорядковується тій природній умові, що в кожне з них, окрім визначальної величини, мають входити лише основні величини і величини, одиниці яких вже визначені заздалегідь. Ця умова приводить до установлення деякої черговості у послідовному утворенню похідних величин (одиниць) і використанні визначальних рівнянь.

Умови когерентності і послідовності утворення похідних одиниць не являються цілком жорсткими і залишають деяку свободу як у виборі визначальних рівнянь, так і у черговості утворення похідних одиниць.

Нижче наведені основні вимоги діючих стандартів щодо назв, позначень ФВ та їх одиниць.

Для позначення ФВ використовуються букви латинського та грецького алфавітів, які наділені, у випадку необхідності, індексами (правими нижніми, рідше правими верхніми, а також лівими як нижніми, так і верхніми). Букви, якими позначають ФВ, пишуться з нахилом (курсивом). Виключенням з цього правила складають позначення буквами латинського алфавіту у прямому написанні для:

а) температури в градусах Цельсія (°C), Ренкіна (°R), Фаренгейта (°F);

б) тригонометричних, гіперболічних функцій, наприклад, cos, sin, arcsin, ch;

в) хімічних елементів і з'єднань, наприклад, Ch, Fe, C_2, H_6;

г) чисел подібності – Re (Рейнольдса), Pr (Прандтля), M (Маха), Nu

(Нусельта).

Для позначення одиниць ФВ застосовують букви або спеціальні знаки (…°, …′, …″, °С, %, ‰); запроваджені два види позначень: українські і міжнародні (SI). Використання водночас в одному і тому ж виданні обох видів позначень не допускається, за виключенням публікацій по одиницях ФВ.

Позначення одиниць слід застосувати тільки після числових значень величин і розміщати в рядку з ним (без переведення в інший рядок). У тексті не слід писати повну назву одиниці. Наприклад, прискорення вільного падіння 9,81 м/с^2.

В позначеннях одиниць крапка як знак скорочення не використовується, за виключенням випадків скорочення слів, які входять до назв одиниць. Наприклад, мм рт. ст. (міліметр ртутного стовпчика), к.с. (кінська сила).

Позначення одиниць, назви яких створені по прізвищам вчених, пишуться з прописної (заголовної) букви. Наприклад, одиниця сили – ньютон (Н), одиниця роботи, енергії, кількості теплоти – джоуль (Дж), одиниця потужності – ват (Вт).

В позначеннях складних похідних величин слід віддавати перевагу крапці як знаку множення і косій рисі як знаку ділення. Наприклад, Н·м, кг·м^2, м/с. Якщо використовується коса риса, то добуток позначень одиниць у знаменнику слід брати в дужки, наприклад, Вт/(м·К).

Наявність десяткового дробу в числовому значенні величини потребує позначення одиниць ставити після усіх цифр, наприклад, 24,06 м; $3°24,5'$.

Якщо наводяться значення величин з граничними відхиленнями, то зазначення інтервалу або перелічення декількох значень одиниці слід приводити не після кожного значення, а один раз і без застосування дужок, наприклад, 20±5 °С, а не 20 °С±5 °С; «від 20 до 30 кг», а не «…від 20 кг до 30 кг», «2, 3 і 4 кг», а не «2 кг, 3 кг і 4 кг».

Основні величини і їх одиниці, а також похідні величини (одиниці), які широко використовуються в енерготехнології на ТЕС та АЕС наведені у додатку 1. Похідні одиниці SI, які мають власне ім’я, зібрані у додатку 2.

5.3. Кратні та часткові одиниці

Труднощі вибору основних одиниць обумовлені тим, що сучасна наука оперує величинами, масштаб змін яких грандіозний. Так, розміри мікрооб’єктів – порядку 10^{-10}м, розміри видимої частини Всесвіту (мегагалактики) – порядку 10^{26}м. У таких випадках важко вибрати основну одиницю, однаково зручну для усіх дослідників. Для зручності вираження величин, у багато разів більших, або менших одиниці ФВ, застосовують кратні і часткові одиниці.

Десяткові кратні і часткові одиниці утворюються за допомогою спеціальних рекомендованих множників, рівних 10^n (n – ціле додатнє число для кратних або від’ємне для часткових одиниць), і префіксів до назв одиниць, по одному для кожного множника. Назви десяткових кратних (часткових) одиниць, їх позначення складені із назв і позначень початкових одиниць за допомогою відповідних префіксів, наведених у табл. 5.1.

Таблиця 5.1. **Множники і префікси SI для утворення десяткових кратних і часткових одиниць та їх назви**

Множник	Префікси			Множник	Префікси		
	назва	позначення			назва	позначення	
		українське	SI			українське	SI
10^{18}	екса	Е	E	10^{-1}	деци	д	d
10^{15}	пета	П	P	10^{-2}	санти	с	c
10^{12}	тера	Т	T	10^{-3}	мілі	м	m
10^{9}	гіга	Г	G	10^{-6}	мікро	мк	μ
10^{6}	мега	М	M	10^{-9}	нано	н	*n*
10^{3}	кіло	К	k	10^{-12}	піко	п	p
10^{2}	гекто	Г	h	10^{-15}	фемто	ф	f
10^{1}	дека	Да	da	10^{-18}	атто	а	a

Назва (позначення) кратної чи часткової одиниці утворюється приєднанням назви (позначення) префіксу до назви (позначення) відповідної початкової одиниці. Таке використання назв одиниць і префіксів виконується за такими правилами:

- приєднання двох і більш префіксів підряд не допускається.

Наприклад, кратна одиниця потужності 10^{12} Вт утворюється з одним префіксом «тера» (1 ТВт=10^{12}), але не з двома префіксами «мега», тобто застосовується кратна одиниця «тераватт», а не «мегамегават»;

- для утворення назви десятковою кратної або часткової одиниці від основної одиниці SI – кілограма новий префікс приєднують до назви «грам», оскільки кілограм вже має префікс «кіло». Наприклад, кратну одиницю 10^3 кг називають «мегаграм», а не «кілокілограм»;
- не можна надавати частковим або кратним одиницям власне ім’я. Відповідно з цим правилом, слід відказатись від таких, наприклад, назв, як мікрон (10^{-6}м), або мілімікрон (10^{-9}м). Замість назв «мікрон» і «мілімікрон» слід застосувати відповідно «мікрометр» і «нанометр»;
- якщо назва початкової одиниці складається з одного слова (метр, ньютон, ампер тощо), то префікс пишуть разом з назвою одиниці (міліметр, кілоньютон, мікроампер);
- у складній назві похідної одиниці префікс приєднують до назви першої одиниці, які входять в добуток або в чисельник дробу. Наприклад, кратну одиницю моменту сили 10^3 Н·м називають «кілоньютон-метр», а не «ньютон-кілометр»;
- для утворення назв кратних і часткових одиниць від одиниці, яка підноситься до степені, відмінної від першої, префікс приєднують до назви одиниці у першому степені. Наприклад, для створення назви кратної або часткової одиниці від одиниці площі – квадратного метра, що представляє собою другу степінь одиниці довжини-метра, префікс приєднують до назви цієї останньої одиниці: квадратний сантиметр тощо;
- у складній назві одиниці, яка утворена як комбінація одиниць з кратною чи частковою одиницею довжини, площі чи об’єму, допускається в необхідних випадках застосовувати префікс у другому множнику числівника чи знаменника (наприклад, тонна – кілометр, ват на квадратний кілометр тощо);
- префікси гекто, деко, деци, санти допускаються застосовувати тільки в

назвах кратних і часткових одиницях, які одержали широке застосування (наприклад, гектар, декалітр, дециметр, сантиметр тощо).

В процесі створення кратних часткових одиниць слід керуватися правилами:

а) позначення префіксів пишуться разом з позначеннями одиниць, до яких вони приєднуються (наприклад, мг (міліграм), Мм (мегаметр), кВт (кіловат) тощо);

б) позначення кратних і часткових одиниць від одиниці у степені, відмінного від першого, утворюють піднесенням до відповідної степені позначення кратної чи часткової від цієї одиниці у першому степені, при цьому показник степені відноситься до всього позначення (разом з префіксом), наприклад:

$$1\ км^2=1\ (км)^2=(10^3\ м)^2=10^6\ м^2, \quad 1\ см^{-1}=1(см)^{-1}=(10^{-2}м)^{-1}=100\ м^{-1}$$

Для вираження величини в десяткових кратних і часткових одиницях слід префікс вибирати таким чином, щоб числові значення величин знаходились у межах від 0,1 до 1000. Наприклад, для вираження довжини, яка рівна $7{,}5\cdot10^{-5}$ м, слід вибрати префікс «мікро», але не «мілі» і не «нано». З префіксом «мікро» одержимо $7{,}5\cdot10^{-5}$ м=75 мкм, тобто число, яке знаходиться в межах від 0,1 до 1000. З префіксом «мілі» одержимо $7{,}5\cdot10^{-5}$ м=0,075 мм, тобто число, яке менше за 0,1, а з префіксом «нано» одержимо $7{,}5\cdot10^{-5}$ м=75000 нм, тобто число, яке більш за 1000.

5.4. Позасистемні одиниці

Розглянуті вище основні, похідні, десяткові кратні та часткові одиниці являються системними і входять до певної системи одиниць (в даному випадку до SI одиниць), наприклад, 1 м, 1 м/с, 1 км, 1 мм. Поряд з ними поширені позасистемні одиниці, які не належать до певної системи одиниць ні як основні, ні як похідні. Їх широке використання обумовлюється тим, що такі одиниці за своїми розмірами виявляються зручними для ряду областей науки і техніки, а також для застосування у побуті.

Позасистемні одиниці величин (по відношенню до одиниць SI), згідно з РМГ 29-99, поділяються на чотири групи [3]:

- допущені до використання нарівні з одиницями SI; допущені у спеціальних областях(фізика, астрономія); допущені тимчасово і застарілі одиниці, які до використання не допускаються.

Коротко розглянемо відомості про деякі найбільш поширені в енерготехнологіях ТЕС та АЕС спеціальні, відносні та логарифмічні позасистемні одиниці.

• *Відносні одиниці,* за допомогою яких вимірюються відносні величини (коефіцієнт корисної дії, відносне подовження, відносна густина, відносна діелектрична і магнітна проникність, масова частка, молярна частка тощо). Відносна величина представляє собою відношення фізичної величини до однойменної величини, яка приймається за початкову. До числа відносних величин входять і відносні атомні або молекулярні маси хімічних елементів, які виражаються по відношенню 1/12 маси атома вуглецю-12.

Позасистемні відносні одиниці: відсоток (%) (*), $1\%=10^{-2}$, проміле (‰) (*), $1‰=10^{-3}$, мільйонна частка (млн$^{-1}$) (*), 1 млн$^{-1}$=10^{-6}.

Позасистемними одиницями являються і одиниці логарифмічних величин. Необхідність використання таких величин розглянемо на прикладі вимірювання шумових характеристик джерел шуму (машини, механізми, транспорт) та місць перебування людей. Відомо, що людина відчуває звуки з частотою від 16 Гц до 20 Гц, а діапазон амплітуд звукового тиску сягає приблизно від $3{\cdot}10^{-5}$ до 400 Па. Таким чином, відносні розміри області чутних звуків складають по частоті 1250 і по амплітуді звукового тиску – більше 10^7. Така людська здібність відчувати звук у вельми широких межах пояснюється дією психофізичного закону Вебера-Фехнера [22] яким стверджується: *«відчуття пропорційне логарифму подразнення»*. Згідно з ним, якщо діяння зростає у 10 разів, його десятковий логарифм збільшується на 1, а відчуття теж зростає на деяку одиницю. При зростанні ж діяння у мільйон разів його логарифм, а разом з тим і відчуття зростає всього лише на шість тих же одиниць. Закон обумовлює зміну амплітуди і частоти звуків, які сприймаються людиною, у межах, коли використання лінійних шкал практично неможливо і необхідно звертатися до логарифмічного масштабу. Закон робить застосування логарифмічних величин цілком природним.

Логарифмічною величиною називають величину, рівну логарифму відношення ФВ до однойменної величини, яка приймається за початкову. Одиницею логарифмічної величини є Бел (Б) (*) (по імені одного з винахідників телефону американця А.Г. Белла (Bell) (1827–1922) [22]:

$$1\text{Б} = \lg\frac{p}{p_0} \text{ при } p = 10p_0, \tag{5.18}$$

де p і p_0 – однойменні енергетичні величини (потужність, зокрема звукова потужність, енергія, густина енергії тощо) вимірювана та початкова, відповідно.

Для силових величин (тиск, звуковий тиск, сила струму, напруга, напруженість поля тощо) Бел – це логарифм відношення однойменних величин p і p_0, відповідно, виміряної і початкової:

$$1\text{ Б} = 2\lg\frac{p}{p_0} \text{ при } p = \sqrt{10}p_0 \tag{5.19}$$

З (5.19) видно, що Бел (Б) є зростання звукової потужності чи іншої енергетичної величини у 10 разів. Оскільки енергетичні величини пропорційні квадратам силових величин (звуковий тиск), то для останніх Бел (Б) представляє також зростання, але в $\sqrt{10} = 3{,}162$ рази.

В таблиці 5.2 наведені позасистемні одиниці, які допущені до використання або нарівні з одиницями SI (одиниці часу), або тимчасово.

Таблиця 5.2. **Позасистемні одиниці та їх співвідношення до одиниць SI**

Назва	**Позначення**	**Співвідношення до одиниці SI**
Одиниці часу		
Хвилина Година Доба	хв. год. доб	60с 3600 с 86400 с
Одиниці тиску		
міліметр водяного стовпа міліметр ртутного стовпа	(мм вод.ст.) (мм рт.ст.)	9,80665 Па 133,322 Па
кілограм- сила на квадратний: - міліметр - сантиметр	 кгс/мм^2 кгс/см^2	 $9{,}80665 \cdot 10^6$ Па $9{,}80665 \cdot 10^4$Па
Одиниці сили, енергії, теплоти, потужності та заряду		
кілограм- сила калорія(міжнародна) кінська сила кіловат-година аммер - година	кгс кал к.с. кВт·год А·год	9,80665 Н 4,1868Дж 735,499Вт 3,6МДж $3{,}6 \cdot 10^3$ Кл
Одиниці активності нукліда та дози іонізаційного випромінювання		
Рентген Кюрі Рад (**r**adiation **a**bsorbed **d**ose) Бер (**б**іологічний **е**квівалент **р**ентгена)	Р Кг рад бер	$2{,}58 \cdot 10^4$ Кл/кг $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк (бекерель) 0,01Дж/кг=0.01Гр (грей) 0,01Дж/кг

5.5. Поняття про розмірність величин

Наявність різних систем і позасистемних одиниць ставить задачу переводу одиниць з однієї системи в іншу. Очевидно, що зміна основних одиниць має приводити до зміни похідних. Так, наприклад, скориставшись визначальним рівнянням швидкості рівномірного руху, можна прослідити, як змінюються розміри одиниць швидкості при змінах розміру основних одиниць (див. табл. 5.3).

Таблиця 5.3. **Утворення похідних одиниць швидкості**

Основні одиниці		**Похідна одиниця**
довжини $[\ell]$	**часу** $[\mathrm{t}]$	**швидкості** $[\vartheta]=[\ell]/[\mathrm{t}]$
1 м	1 с	1 м/с
1 км	1 с	1 км/с = 10^3 м/с
1 м	1 год	1 м/год = $0{,}277\cdot10^{-3}$ м/с
1 км	1 год	1 км/год = 0,277 м/с

Всяка зміна розмірів основних одиниць приводить до зміни похідної одиниці, розмір якої може стати як більшим, так і меншим за розмір її початкового значення.

Для практичних цілей бажано мати таке співвідношення, за допомогою якого можна було б визначати, як зі зміною кожної із основних величин (одиниць) визначального рівняння зміниться розмір похідної величини (одиниці). Таким співвідношенням є *формула розмірності даної ФВ*, яка в ДСТУ 2681-94 та РМГ 29-99 замінена вельми поширеним розмовним скороченням «*розмірність ФВ*». Названими НТД *розмірність ФВ* визначена як вираз, що відображає *зв'язок даної ФВ з основними величинами системи величин, в якому коефіцієнт пропорційності прийнятий рівним 1.*

Поняття розмірності поширюється і на основні величини. Розмірність основної величини у відношенні самої до себе рівна 1, тобто збігається з її символом. У відповідності з міжнародним стандартом ІСО 31/0 розмірність величини (формула розмірності) слід позначати знаком dim (від скорочення англійського слова «dimension», що переводяться на українську мову залежно від контексту як «розмір», «розмірність»). Таким чином, у системі величин *LMT* розмірність основних величин виражається як:

$$\dim\ell=\mathrm{L},\ \dim m=\mathrm{M}\text{ та }\dim t=\mathrm{T}.$$

Розмірність похідної ФВ установлюється за допомогою її визначального рівняння. Для цього ліва частина рівняння позначається символом розмірності величини, тобто $\dim x$, а у правій частині усі величини замінюються їх розмірностями (коефіцієнт приймається рівним 1). Наприклад, визначальними рівняннями площі і об’єму є формули:

$$S=a^2\text{ та }V=в^3,$$

де a та $в$ – довжини сторони квадрату та ребра кубу. Після заміни a і $в$ на їх розмірність L одержимо формулу розмірностей площі та об'єму у вигляді $\dim S = L^2$ і $\dim V = L^3$.

У таблиці 5.4 наведені розмірності деяких основних і похідних величин в системі *МКС* або *SI*, які визначені у такій послідовності:

- першими визначаються розмірності основних величин та складових похідних величин у складі визначального рівняння даної похідної ФВ:

$$(\dim V = LT^{-2});$$

- розмірність даної похідної величини утворюється згідно з визначальним рівнянням шляхом використання уже утворених розмірностей.
- З таблиці 5.4 видно, що формула розмірності будь-якої похідної ФВ у загальному виду виглядає так:
  - в системі *МКС* – $\dim x = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma},...$ (5.20)
  - в SI – $\dim x = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta} \Theta^{\varepsilon} J^{p} N^{q}$ (5.21)
- і представляє собою степеневий одночлен – добуток символів основних величин системи, піднесених до відповідних степенів.

Таблиця 5.4. **Визначальні рівняння, одиниці та розмірності деяких ФВ систем МКС та SI**

Найменування ФВ	Визначальне рівняння ФВ	Одиниця ФВ	Розмірність ФВ
Довжина	ℓ	м	L
Маса	m	кг	M
Час	t	с	T
Площа	$S=a^2$	м^2	L^2
Об'єм	$V=в^3$	м^3	L^3
Швидкість	$\upsilon = d\ell / dt$	м/с	LT^{-1}
Прискорення	$a = d\vartheta / dt$	м/с^2	LT^{-2}
Густина	$\rho = m / V$	кг/м^3	$L^{-3}M$
Сила	$F=ma$	кг·м/с^2=Н	LMT^{-2}
Момент сили	$M_c=Fr$	Н·м	L^2MT^{-2}
Момент інерції	$J=mr^2$	кг·м^2	L^2M
Тиск	$p=F/S$	Н/м^2=Па	$L^{-1}MT^{-2}$
Робота (енергія, теплота)	$A=F\ell$	Н·м=Дж	L^2MT^{-2}
Потужність	$P=A/t$	Дж/с=Вт	L^2MT^{-3}

Таким чином, алгебра розмірностей мультиплікативна (від нім. DieMulti-plikation – множення), тобто складається із двох дій – множення та ділення:

- розмірність добутку декількох величин рівна добутку їх розмірностей. Так, якщо залежність між величинами має вид $x=A\cdot B\cdot C$, то $\dim x=\dim A\cdot\dim B\cdot\dim C$;

- розмірність частки у разі діленні однієї величини на іншу рівна відношенню їх розмірностей, тобто, коли $x=A/B$, то $\dim x = \dim A/\dim B$;

- розмірність будь-якої величини, піднесеної до степені, рівна її розмірності у тому ж степені. Так, якщо $x=A^n$, то $\dim x = \prod_{1}^{n} \dim A = \dim^n A$

Показник степені (експонент), до якого піднесена розмірність основної ФВ, що входить в розмірність похідної ФВ, називається *показником розмірності ФВ.*

Отже, згідно з формулою (5.21), похідна величина x має розмірність α відносно основної величини L, розмірність β основної величини M, розмірність γ відносно основної величини T і т.д. Розглянувши розмірність швидкості $\dim \vartheta = \mathrm{LT}^{-1}$ або $\dim \vartheta = \mathrm{LM}^{0}\mathrm{T}^{-1}$, можна сказати, що швидкість має розмірність 1 відносно довжини, нульову розмірність відносно маси та розмірність -1 відносно часу.

Показники розмірності ФВ можуть приймають різні значення: цілі або дробові, додатні або від'ємні. Деякі показники розмірності даної похідної величини рівні нулю.

Величина, в розмірності якої розмірність хоча б однієї з основних величин піднесена до степені, що не дорівнює нулю, називається розмірною величиною.

Величина, в розмірності якої усі степені розмірностей основних величин дорівнюють нулю, називається безрозмірною, або величиною з нульовою розмірністю.

Терміни *«розмірна величина»* та *«безрозмірна величина»* містяться лише у стандарті ДСТУ 2681-94. В усіх міждержавних стандартах (ГОСТ) замість цих термінів, що правильно відображають суть питання, використовуються старі, такі, що суперечать нормам російської та української мов, терміни *«розмірна величина»* та *«безрозмірна величина»*.

Розмірностями володіють лише розмірні величини метричних шкал (шкала інтервалів та шкала відношень), шкали назв та порядку не мають одиниць, тому до класів, балів, цифр та інших знаків, що характеризують результати в цих шкалах, поняття «розмірність» непридатне.

Поняття «розмірність» використовується і в інших дисциплінах, хоча в абсолютно іншому сенсі. Так, наприклад, в аналітичній геометрії розмірність фігури – це число координат, необхідних для визначення положення лежачої на фігурі точки: положення точки на кривій визначається однією координатою, на поверхні – двома, в тривимірному просторі – трьома координатами.

Засади розмірності ФВ запроваджували, розвивали і уточнювали багато фізиків (Ж.Б.Ж. Фур'є, О. Рейнольдс, Д.У. Релей, Кельвін (Томас У.), М. Планк). Вони зайняли певне місце у фізиці і метрології. Проте ще і зараз в питаннях про сенс поняття «розмірність» існує багато різних думок. Немає єдності навіть в питанні про те, до чого відносити розмірності. Одні автори вважають, що розмірності характеризують одиниці і показують, у скільки разів змінюється розмір похідної одиниці при зміні розмірів основних одиниць, інші – відносять розмірності до числових значень ФВ, які змінюються в оберненому відношенні до одиниць, треті – вважають, що розмірності є характеристиками самих ФВ.

Величини по відношенню до одиниць – первинні поняття, без введення фізичних величин не можна говорити про одиниці. Тому відособлення одиниць від величин, приписування їм самостійної ролі в аналізі фізичних закономірностей логічних підстав немає. Тісний зв'язок між величиною і її одиницею, тотожність їх фізичного змісту приводить до висновку, що *розмірність ФВ водночас є розмірністю її одиниці*. Таке трактування розмірностей узагальнює дві з трьох приведених вище точок зору що стосується третьої точки зору, то її нелогічність очевидна, оскільки числові значення величин – неіменовані числа (відношення однорідних величин)[24].

Таким чином, якщо збігаються вибрані системи величин і одиниць, то розмірності величин (5.21) мають також збігатись з розмірностями одиниць. Це можливо, коли загальний вид розмірностей одиниць ФВ системи SI буде:

$$\dim[x] = [\mathrm{L}]^{\alpha}[\mathrm{M}]^{\beta}[\mathrm{T}]^{\gamma}[\mathrm{I}]^{\delta}[\Theta]^{\varepsilon}[\mathrm{J}]^{\mathrm{p}}[\mathrm{N}]^{\mathrm{q}} \qquad (5.22)$$

Існують ФВ з однаковими розмірностями, але з вельми різним фізичним змістом. Прикладами відмінностей фізичного розуміння двох величин в умовах рівності їх розмірностей є:

- $\dim M_{\mathrm{c}} = \dim A = \mathrm{L}^2\mathrm{MT}^{-2}$ – момент сили (M_{c}) та робота (A) (див. табл. 5.4), яка не є векторною величиною;
- $\dim a = \dfrac{\dim \vartheta}{\dim t} = \mathrm{LT}^{-2}$ – прискорення (a) та відношення швидкості рівномірного руху до його часу (ϑ / t), яке по суті не є прискоренням;
- $\dim C = \dim S = \mathrm{L}^2\mathrm{MT}^{-2}\Theta^{-1}$ – теплоємкість системи (C) та її ентропія (S), яка не є теплоємкістю;
- $\dim E = \dim Q = \mathrm{L}^2\mathrm{MT}^{-2}$ – енергія (E) та кількість теплоти (Q), яка є формою передавання енергії, а не формою енергії.

Таким чином, *формула розмірності ФВ (розмірність ФВ) являється лише формалізованим відображенням якісної відмінності між вимірюваними величинами*. Вона виражає зв'язок даної похідної величини (одиниці) з основними величинами (одиницями) системи. Як казав М. Планк, питання про достеменну розмірність будь-якої величини «має не більш сенсу, ніж питання про достеменну назву якого-небудь предмета». Наведені приклади свідчать про те, що поняття розмірності є надзвичайно загальним і може приводити до втрати строго фізичного визначення понять. Рівність розмірностей наведених величин визначається не їх фізичним змістом, а лише однаковими зв’язками з основними ФВ системи. Поняття розмірності є відносним, через що про певну розмірність ФВ можна говорити лише у рамках однієї системи ФВ. Тому у багатьох гуманітарних науках, де номенклатура основних і похідних вимірюваних величин, як і зв’язки між ними, ще не визначились, теорія розмірностей не знаходить поки ефективного застосування. У фізиці, навпаки, методами теорії розмірностей нерідко вдається одержати важливі результати.

5.6. Використання теорії розмірностей в метрології та теплоенергетиці

Вище були наведені у загальному вигляді формули розмірності похідних ФВ (5.21) та їх одиниць (5.22), які можна використовувати для практичних метрологічних цілей. Зупинимося коротко на прикладах такого використання.

Розмірність дозволяє визначити зміну розміру похідної величини при зміні розмірів основних величин. Якщо розмірність величини $\dim x = \mathrm{L}^{\alpha}\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{T}^{\gamma}$ і довжина змінюється від ℓ до ℓ', маса – від m до m', а час від t до t', то новий розмір похідної величини у порівняння з колишнім зміниться у n разів:

$$n = \frac{x'}{x} = \left(\frac{\ell'}{\ell}\right)^{\alpha}\left(\frac{m'}{m}\right)^{\beta}\left(\frac{t'}{t}\right)^{\gamma} \tag{5.23}$$

Приклад 5.2. Визначити, як зміниться момент інерції системи за умов зростання лінійних розмірів у 2, а маси у 3 рази.

Розмірність моменту інерції (табл. 5.2) $\dim \mathrm{J} = \mathrm{L}^2\mathrm{M}$.

Тоді, згідно з (5.23), момент інерції зміниться так:

$$n = \frac{\mathrm{J}'}{\mathrm{J}} = \left(\frac{\ell'}{\ell}\right)^{\alpha}\left(\frac{m'}{m}\right)\left(\frac{t'}{t}\right) = 2^2 \cdot 3 = 12$$ *, тобто зросте у 12 разів.*

По аналогії, скориставшись формулою (5.22), можна виразити число разів n, в яке зросте чи зменшиться розмір нової одиниці похідної величини $[x]'$ у порівнянні з колишнім $[x]$ як:

$$n = \frac{[x]'}{[x]} = \left(\frac{[\ell]'}{[\ell]}\right)^{\alpha}\left(\frac{[m]'}{[m]}\right)^{\beta}\left(\frac{[t]'}{[t]}\right)^{\gamma} \tag{5.24}$$

Приклад 5.3. Визначити, як зміниться одиниця енергії при переході від одиниць системи СГС до одиниць SI, тобто при заміні одиниць довжини $[\ell] = 1\text{см}$ *та маси* $[\mathrm{m}] = 1\text{г}$ *на відповідно* $[\ell]' = 1\text{м}$ *та* $[\mathrm{m}]' = 1\text{кг}$. *Згідно формули (5.24), для розмірності енергії (табл. 5.2)* $\dim E = \mathrm{L}^2\mathrm{M}\mathrm{T}^{-2}$*:*

$$n = \left(\frac{[\ell]'}{[\ell]}\right)^{2}\left(\frac{[m]'}{[m]}\right)\left(\frac{[t]'}{[t]}\right)^{-2} = \left(\frac{10^2\,\text{см}}{1\text{см}}\right)^{2}\left(\frac{10^3\,\text{г}}{1\text{г}}\right)\left(\frac{1\text{с}}{1\text{с}}\right)^{-2} = 10^4 \cdot 10^3 \cdot 1 = 10^7.$$

Отож, у разі переходу від системи СГС до SI одиниця енергії зростає у 10^7 *разів.*

За допомогою розмірностей ФВ перевіряють правильність рівнянь, отриманих в ході теоретичних розробок. При цьому спираються на таку вимогу, що пред'являється до будь-якого фізичного рівняння: розмірності правої і лівої частин рівняння, що зв'язують різні ФВ, мають бути однаковими (*принцип розмірної однорідності членів рівняння*). Поняття принципу розмірної однорідності поряд з початковим поняттям розмірності ФВ вперше увів Ж.Б.Ж. Фур'є у праці «Аналітична теорія теплоти» в 1822 р. [22]. Він визнавав їх наріжним камінням теорії розмірності і вважав, що такі поняття мають запроваджуватись аксіоматично, оскільки вони «витікають із первинних уявлень про вимірювання» і «еквівалентні аксіомам, які давні греки залишили нам без доказів». В термінах сучасної метрології такими аксіомами теорії розмірності є:

- числове значення ФВ рівне відношенню розміру цієї величини до розміру її одиниці (5.12);
- розмір ФВ не залежить від розміру її одиниці;
- усі члени рівняння, яке складене з іменованих величин, мають бути однакової розмірності.

Якщо в результаті перевірки розмірної однорідності рівняння виявиться, що розмірності правої і лівої його частин різні, то це означає, що в процесі виводу такого рівняння була допущена похибка або у рівняння має входити неврахований розмірний коефіцієнт.

Використання розмірностей не вичерпується лише оцінками змін розмірів похідної величини (одиниці), обумовлених змінами розмірів її складових основних величин (одиниць), чи перевіркою правильності складених рівнянь (формул). У випадку, коли заздалегідь відомо, які ФВ (в тому числі і розмірні параметри) характеризують певний процес, то методом зіставлення розмірностей ФВ можна установити характер залежності, яка пов'язує такі величини. У багатьох областях фізики і суміжних науках – теплотехніці, гідромеханіці тощо, такий метод, що одержав назву *аналізу розмірностей*, знайшов широке розповсюдження [22, 23].

Особливо плідним аналіз розмірностей виявився у випадках, коли визначення шуканої залежності (закономірності) розрахунковим методом або зустрічає значні математичні труднощі, або вимагає знань таких деталей процесу, які заздалегідь невідомі. По суті справи аналіз розмірностей ґрунтується на трьох наведених аксіомах теорії розмірностей, які обумовлюють вимогу про незалежність зв'язку між ФВ від вибору одиниць, що рівносильно вимозі збігу розмірностей обох частин рівняння. Дозволяючи у ряді випадків швидко одержати характер шуканої закономірності, аналіз розмірностей зовсім не є всемогутнім методом дослідження і часом його можливості виявляються обмеженими.

Реалізація аналізу розмірностей досягається такою послідовністю дій:

а – виділити ФВ, які є істотними у явищі, що досліджується; до них мають входити і сталі такі, що мають розмірність;

б – представити шукану залежність у вигляді, яким звичайно виражають похідну величину: як добуток інших величин, зведених у деякі невідомі показники степені (5.5);

в – згідно з алгеброю розмірності записати формулу розмірності шуканої залежності з невідомими показниками розмірності;

г – отримати систему рівнянь для невідомих показників розмірності шляхом порівняння їх значень при однакових символах основних ФВ лівої і правої частин формули розмірності;

д – розв'язати систему рівнянь і визначити значення невідомих показників розмірності;

е – записати шукану залежність з використанням одержаних значень показників розмірності.

Розглянемо техніку використання методу аналізу розмірностей на прикладах.

Приклад 5.4. Визначити силу F, яка діє на тіло у потоці нестисливої рідини. Допустимо, що рух рідини настільки повільний, що інерційними силами у порівнянні з силами в'язкості можна знехтувати. У такому разі *сила F має залежати від швидкості* ϑ *і динамічної в'язкості* μ *потоку, а також від лінійного розміру тіла* ℓ. *Знайдемо формулу такої залежності.*

а) функція істотних величин $F = f(\ell, \vartheta, \mu)$;

б) рівняння похідної величини $F = \mathrm{K}\ell^{\alpha}\vartheta^{\beta}\mu^{\gamma}$;

в) формула розмірності шуканої залежності

$\mathrm{dimF} = \dim\left(\ell^{\alpha}\vartheta^{\beta}\mu^{\gamma}\right) = (\dim\ell)^{\alpha}(\dim\vartheta)^{\beta}(\dim\mu)^{\gamma}$, *а оскільки* $\mathrm{dimF} = \mathrm{LMT^{-2}}$, $\dim\ell = \mathrm{L}$, $\dim\vartheta = \mathrm{LT^{-1}}$ $\dim\mu = \mathrm{L^{-1}MT^{-1}}$ *(дивись додаток), то маємо рівняння*

$$\mathrm{LMT^{-2}} = \mathrm{L}^{\alpha}(\mathrm{LT^{-1}})^{\beta}\left(\mathrm{L^{-1}MT^{-1}}\right)^{\gamma} = \mathrm{L}^{(\alpha+\beta-\gamma)}\mathrm{M}^{\gamma}\mathrm{T}^{(-\beta-\gamma)},$$

яке буде інваріантним (від фр. invariant – незмінний) по відношенню до розміру основних одиниць, тобто збережеться у разі збільшення або зменшення їх розміру за такої умови: показники розмірностей при однакових символах основних величин лівої і правої частин рівняння мають бути рівними;

г) отже для визначення показників розмірності α, β і γ маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sum \mathrm{L}: & 1 = \alpha + \beta - \gamma \\ \sum \mathrm{M}: & 1 = \gamma \\ \sum \mathrm{T}: & -2 = -\beta - \gamma, \end{cases}$$

д) звідки одержимо значення α=1, β=1, γ=1;

е) таким чином, шукана залежність має вид $F = \mathrm{K}\cdot\ell\cdot\vartheta\cdot\mu$,

де К – безрозмірна стала, яка залежить від форми тіла і розташування його відносно потоку; її можна визначити експериментально або теоретично, вирішуючи відповідну математичну задачу.

Приклад 5.5. Визначити залежність падіння тиску на одиницю довжини ($\Delta p/\ell$) *в ізотермічному ламінарному потоці нестисливої рідини, яка протікає у прямій горизонтально прокладеній трубі. До складу істотних фізичних змінних ймовірно входять: внутрішній діаметр труби D, середня швидкість потоку* ϑ *та його динамічна в'язкість потоку* μ.

а) функція істотних величин: $\dfrac{\Delta p}{\ell} = f(D, \vartheta, \mu)$;

б) рівняння шуканої величини: $\dfrac{\Delta p}{\ell} = A\cdot D^{\alpha}\cdot\vartheta^{\beta}\cdot\mu^{\gamma}$;

в) формула розмірності шуканої залежності:

$$\frac{\dim\Delta p}{\dim\ell} = (\dim D)^{\alpha}(\dim\vartheta)^{\beta}(\dim\mu)^{\gamma}.$$

Оскільки $\dim\Delta\mathrm{p} = \mathrm{L^{-1}MT^{-2}}$, $\dim\ell = \dim D = \mathrm{L}$, $\dim\vartheta = \mathrm{LT^{-1}}$, $\dim\mu = \mathrm{L^{-1}MT^{-1}}$, *то будемо мати:*

$$L^{-2}MT^{-2} = L^{\alpha}(LT^{-1})^{\beta}\left(L^{-1}MT^{-1}\right)^{\gamma} = L^{(\alpha+\beta-\gamma)}M^{\gamma}T^{(-\beta-\gamma)}$$

г) для визначення показників розмірності α, β, γ складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sum L: & -2 = \alpha + \beta - \gamma \\ \sum M: & 1 = \gamma \\ \sum T: & -2 = -\beta - \gamma, \end{cases}$$

д) звідки одержимо α=-2, β=1, γ=1

е) Таким чином, шукана залежність має вид: $\frac{\Delta p}{\ell} = A\frac{\vartheta \cdot \mu}{D^2}$,

де А – коефіцієнт пропорційності, який є функцією геометрії каналу.

Аналізуючи наведені приклади і інші результати використання методу аналізу розмірностей в різних галузях науки і техніки, можна конст6атувати:

1) аналіз розмірностей не може бути універсальним і всемогутнім методом, що дозволяє автоматично знаходити залежності між ФВ якого-небудь процесу; він дозволяє знайти зв'язок між ФВ лише з похибкою до постійного безрозмірного коефіцієнта;

2) використання методу аналізу розмірностей вимагає у багатьох випадках вдалого вибору системи одиниць ФВ, та обліку розмірних сталих, які можуть входити у вирази для законів, що керують даним процесом, або у визначення поняття ФВ. Нерідко потрібні додаткові припущення, які доводиться приймати інтуїтивно, тому можуть виявитися не цілком вірними або навіть помилковими;

3) чим менше основних величин і чим більше параметрів, що беруть участь в процесі (включаючи розмірні сталі), тим більш неповною стає система рівнянь, яку можна скласти для отримання показників степенів при символах величин, що входять в шукану залежність; відзначались випадки несумісності такої системи рівнянь, що найчастіше обумовлювались тим, що яка-небудь ФВ, істотна для вирішення задачі, виявлялася неврахованою.

Подальший розвиток метода аналізу розмірностей привів до *теорії фізичної подібності*. Була доведена так звана π – теорема аналізу розмірностей (формула Бекингема), за допомогою якої встановлюється зв'язок між числом розмірних (n) і безрозмірних (S) комбінацій фізичних величин, що характеризують будь-яке фізичне явище. Залежно від способу утворення безрозмірних комбінацій ФВ розрізняють симплекси (від лат. simplex – простий) і комплекси (від лат. complexus – зв'язок, поєднання, комбінація). *Симплекси* – це відношення поточної величини даного параметру до величини цього параметра у деякій масштабній точці системи (поперечний переріз потоку, максимум параметра в ньому тощо). Наприклад, поточна координата, яка направлена по осі труби (ℓ): ℓ/D, де D – діаметр (масштаб) труби. *Комплекс* – це безрозмірна комбінація декількох різнойменних параметрів, що характеризують даний процес.

Згідно з π – теоремою число безрозмірних $\pi_1, \pi_2, .., \pi_m$ комплексів (S) дорівнює різниці між загальним числом (n) розмірних (основних і похідних) ФВ, які характеризують дане фізичне явище, і числом (m) основних ФВ:

$$S = n - m \tag{5.25}$$

Ця теорема є основоположною в *теорії розмірностей* і відноситься до основних теорем *теорії подібності*. Її роль в теорії подібності визначається тим, що безрозмірні комплекси $\pi_1, \pi_2, .., \pi_m$ являються критеріями подібності. Якщо для двох явищ критерії подібності однакові, то такі явища фізично подібні. При цьому слід пам'ятати, що подібність явищ (процесів) потребує не рівність усіх критеріїв один одному, а однаковість значень однойменних критеріїв, тобто умови $\pi_i = \mathrm{idem}$ (тут лат. idem – теж саме, також, рівним чином, той же на відміну від символу const – лат. constantis – постійний). Таким чином, у подібних процесах однойменні безрозмірні комплекси π_i мають одне і те ж значення. Критерії подібності прийнято називати іменами вчених, які працювали у відповідній області науки, і позначати двома початковими літерами їх прізвищ, наприклад: Re (Reynolds), Eu (Euler), Nu (Nusselt) тощо.

Чим менше різниця (n-m), тим більше визначеним буде рішення задачі; коли n-m=1 задача стає найбільш визначеною і, як правило, однозначною.

Наведемо приклади використання π – теореми, для чого перш за все повернемося до прикладів 5.4 та 5.5, розглянутих раніше.

У прикладі 5.4 загальне число розмірних величин знайденої залежності $n = 4(\ell, \vartheta, \mu, F)$*: до формули розмірності входять m=3 основні величини (L, M, T). Таким чином, згідно з* π *– теоремою можна створити (S=4-3=1) один безрозмірний (з нульовою розмірністю) комплекс. Для його створення загальний вигляд одержаної формули слід змінити таким чином:*

$$F = K \cdot \ell \cdot \vartheta \cdot \mu = K \cdot \ell \cdot \vartheta \cdot \mu \frac{\mu\rho}{\mu\rho} = K\left(\frac{\rho \cdot \vartheta \cdot \ell}{\mu}\right)\frac{\mu^2}{\rho} = K \cdot \mathrm{Re}\frac{\mu^2}{\rho} = \frac{K}{\mathrm{Re}}\rho \cdot \vartheta^2 \cdot \ell^2, \tag{5.26}$$

де $\mathrm{Re} = \frac{\rho\vartheta\ell}{\mu}$ *– критерій режиму руху рідини (число Рейнольдса), величина якого характеризує гідродинамічний режим течії потоку рідини (ламінарний, перехідний чи турбулентний).*

У прикладі 5.5 загальне число розмірних величин знайденої залежності $n = 5(\vartheta, \mu, D, \ell, \Delta p)$; *до формули розмірності входять* m=3(L, M, T) *основні величини. Таким чином можна скласти* (S=5-3=2) *два безрозмірних комплексів. Для їх створення загальний вигляд знайденої залежності слід змінити так:*

$$\Delta p = A\frac{\vartheta \cdot \mu}{D}\left(\frac{\ell}{D}\right) \cdot \frac{\rho \cdot \vartheta}{\rho \cdot \vartheta} = A\frac{\rho \cdot \vartheta^2}{\left(\frac{\rho \cdot \vartheta \cdot D}{\mu}\right)}\left(\frac{\ell}{D}\right) = \frac{A'}{\mathrm{Re}}\frac{\rho \cdot \vartheta^2}{2}\frac{\ell}{D} \tag{5.27}$$

Основною розрахунковою формулою гідродинаміки для перепаду статичних тисків є:

$$\Delta p = \xi\frac{\rho \cdot \vartheta^2}{2} \cdot \frac{\ell}{D}, \tag{5.28}$$

де ξ *– коефіцієнт гідродинамічного опору.*

Порівняння двох формул приводить до фундаментального закону гідродинамічного опору для стабілізованої течії, згідно з яким у випадку ламінарного потоку у круглій трубі (Закон Пуазейля) маємо:

$$\xi = \frac{A'}{\mathrm{Re}} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \tag{5.29}$$

Таким чином, формулу для перепаду статичних тисків можна представити як:

$$2\mathrm{Eu} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \cdot \frac{\ell}{D}, \tag{5.30}$$

де $\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \vartheta^2}$ *– критерій подібності полів тиску (число Ейлера), величина* *якого являється мірою відношення сил тиску і інерції у потоці рідини.*

Отож шукана закономірність перетворюється у критеріальне рівняння в складі трьох критеріїв.

Як видно з наведених прикладів, всіляке фізичне співвідношення між розмірними величинами можна сформулювати як співвідношення між безрозмірними величинами. В цьому і полягає джерело корисних додатків теорії розмірностей. В такому контексті π – теорема нічого нового не додає до способу використання аналізу розмірностей. Однак вона дозволяє проводити системний аналіз процесу і представляти результат його дослідження у різних формах залежно від визначуваних параметрів.

Основне значення π-теореми полягає в тому, що за її допомоги зручно уводити безрозмірні критерії подібності, якими можуть бути будь-які з безрозмірних комбінацій ФВ, що визначають досліджуване явище. Запровадження критеріїв подібності є зручним у випадках, коли відомості для повного математичного опису явища недостатні або строге рішення задачі викликає математичні труднощі. Наприклад, аналіз розмірностей і теорія подібності зіграли велику роль в засадах конвективного теплообміну. Диференційні рівняння, що описують конвективний перенос теплоти, належать до найбільш важких в теоретичній фізиці. Вони вирішуються лише для дуже невеликого числа простих випадків за умов значних спрощень вихідних даних. Тому знання по конвективному переносу теплоти довгий час були неповними розмірностей і теорії подібності корінним чином змінили їх теоретичний рівень застосування аналізу.

Розглянемо класичний приклад, що показує, які спрощення додає експерименту зведення досліджуваних залежностей до безрозмірних критеріїв подібності за допомогою аналізу розмірностей і π-теореми.

Приклад 5.6. Приклад запозичений з навчального посібника [69]. Виразити інтенсивність конвективного теплообміну через безрозмірні комплекси для узагальнення результатів експериментальних досліджень тепловіддачі в умовах вимушеного руху теплоносія в трубі.

Якісний аналіз явища показує, що не враховуючи вплив на процес теплообміну масових сил та інших ускладнюючих чинників, інтенсивність тепловіддачі (α – коефіцієнт тепловіддачі) у трубі має визначатися такими ФВ: лінійний розмір системи (ℓ), швидкість теплоносія (ϑ) та його густина (ρ), питома теплоємкість (C_p), теплопровідність (λ) і динамічна в'язкість (μ). Таким чином, функцію істотних величин можна записати у вигляді:

$$a)\ \alpha = f\left(\ell, \vartheta, \rho, C_{\text{p}}, \lambda, \mu\right)$$

Тоді середній коефіцієнт тепловіддачі як кількість теплоти Q, переданої в одиницю часу t через одиницю поверхні S при різниці температур Θ між поверхнею труби і теплоносієм в 1 К, можна представити рівнянням похідної ФВ (степеневого одночлена):

$$б)\ \alpha = \mathrm{k}\ \ell^{\beta}, \vartheta^{\gamma}, \rho^{\delta}, C_{\text{p}}^{\ \varepsilon}, \lambda^{\eta}, \mu^{\chi}$$

За допомогою визначальних рівнянь похідних величин – аргументів визначаємо їх розмірності:

$$\alpha = Q(tS\Delta\Theta)^{-1} \qquad \dim\alpha = \mathrm{L^2MT^{-2}T^{-1}L^{-2}\Theta^{-1} = MT^{-3}\Theta^{-1}}$$

$$C_{\text{p}} = Q(m\Delta\Theta)^{-1} \qquad \dim\mathrm{C_p} = L^2\mathrm{MT^{-2}M^{-1}\Theta^{-1} = L^2T^{-2}\Theta^{-1}}$$

$$\lambda = Q\left(\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}\ell}tS\right)^{-1} \qquad \dim\lambda = \mathrm{L^2MT^{-2}\Theta^{-1}LL^{-2}T^{-1} = LMT^{-3}\Theta^{-1}}$$

$$\mu = F\left(\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}\ell}S\right)^{-1} \qquad \dim\mu = \mathrm{LMT^{-2}L^{-1}TLL^{-2} = L^{-1}MT^{-1}}$$

Отже, формула розмірності шуканої залежності має вигляд:

$$в)\ \mathrm{MT^{-3}\Theta^{-1}} = \mathrm{L}^{\beta}(\mathrm{LT^{-1}})^{\gamma}\left(\mathrm{ML^{-3}}\right)^{\delta}\left(\mathrm{L^2T^{-2}\Theta^{-1}}\right)^{\varepsilon}\left(\mathrm{LMT^{-3}\Theta^{-1}}\right)^{\eta}\left(\mathrm{L^{-1}MT^{-1}}\right)^{\chi}\ \text{або}$$

$$\mathrm{MT^{-3}\Theta^{-1}} = \mathrm{L}^{(\beta+\gamma-3\delta+2\varepsilon+\eta-\chi)}\mathrm{M}^{(\delta+\eta+\chi)}\mathrm{T}^{(-\gamma-2\varepsilon-3\eta-\chi)}\Theta^{(-\varepsilon-\eta)}$$

Порівнюючи показники розмірностей однойменних основних величин лівої і правої частин формули, отримаємо систему рівнянь:

$$г)\begin{cases}\sum \mathrm{L}: \quad 0 = \beta + \gamma - 3\delta + 2\varepsilon + \eta - \chi \\ \sum \mathrm{M}: \quad 1 = \delta + \eta + \chi \\ \sum \mathrm{T}: \quad -3 = -\gamma - 2\varepsilon - 3\eta - \chi \\ \sum \Theta: -1 = -\varepsilon - \eta\end{cases}$$

Завдяки такій системі рівнянь із шести показників розмірностей чотири можна виразити через два останніх (δ і ε) ; тоді будемо мати:

$$д)\ \eta = 1 - \varepsilon\,,\ \gamma = \delta\,,\ \chi = \varepsilon - \delta\,,\ \beta = \delta - 1$$

Підставляючи отримані вирази степенів розмірності у початкове рівняння, отримаємо шукану залежність у вигляді:

$$е)\ \alpha = \mathrm{K}\cdot\ell^{\ \delta\text{-}1}\cdot\vartheta^{\delta}\cdot\rho^{\delta}\cdot C_{\text{p}}^{\ \varepsilon}\cdot\lambda^{1-\varepsilon}\cdot\mu^{\ \varepsilon-\delta}\ ,$$

яка містить n=7 розмірних ФВ, із яких m=4 основні ФВ системи SI; отже *згідно з π-теоремою можна скласти n-m=7-4=3 безрозмірні комплекси (критерії подібності). Для цього представимо отриману залежність як:*

$$\alpha = \mathrm{K}\frac{\ell^{\delta}}{\ell}\vartheta^{\delta}\cdot\rho^{\delta}\cdot C_{\mathrm{p}}{}^{\varepsilon}\frac{\lambda}{\lambda^{\varepsilon}}\cdot\frac{\mu^{\varepsilon}}{\mu^{\delta}} = \mathrm{K}\left(\frac{\rho\cdot\vartheta\cdot\ell}{\mu}\right)^{\delta}\left(\frac{\mu\cdot C_{\mathrm{p}}}{\lambda}\right)^{\varepsilon}\frac{\lambda}{\ell} \text{ або } \left(\frac{\alpha\ \ell}{\lambda}\right) = \mathrm{K}\left(\frac{\rho\vartheta\ell}{\mu}\right)^{\delta}\left(\frac{\mu C_{\mathrm{p}}}{\lambda}\right)^{\varepsilon}$$

Але оскільки $\frac{\rho\cdot\vartheta\cdot\ell}{\mu} = \mathrm{Re}$, $\frac{\alpha\cdot\ell}{\lambda} = \mathrm{Nu}$ – *безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі (критерій Нуссельта),* $\frac{\mu\cdot \mathrm{C_p}}{\lambda} = \mathrm{Pr}$ – *критерій подібності температурних і швидкісних полів (число Прандтля),то одержимо залежність для розрахунку середньої тепловіддачі в умовах вимушеної течії теплоносія у круглій гладкій трубі у вигляді критеріального рівняння:*

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{K}\cdot\mathrm{Re}^{\delta}\cdot\mathrm{Pr}^{\varepsilon}$$

Аналіз і узагальнення результатів експериментальних досліджень в умовах турбулентного руху різних теплоносіїв дозволили визначити: $\mathrm{K} \approx 0{,}023, \delta \approx 0{,}8, \varepsilon \approx 0{,}4$. *Отже, будемо мати:*

$$\mathrm{Nu} = 0{,}023\mathrm{Re}^{0{,}8}\mathrm{Pr}^{0{,}4} \tag{5.31}$$

Таким чином, шукана залежність зводиться до критеріального рівняння у складі трьох критеріїв подібності: 2 визначальні критерії (Re, Pr), які виражаються через задані величини, та невизначальний критерій (Nu), який є неявною функцією шуканої величини (α).

Відзначимо дві важливі переваги використання критеріїв подібності у дослідницьких роботах:

По-перше, це суттєве скорочення об’єму дослідів. Так експериментальне визначення розглянутої вище залежності $\alpha = f\left(\ell, \vartheta, \rho, \mathrm{C_p}, \lambda, \mu\right)$ у розмірних величинах, навіть обмежуючись п’ятьма точками у кожній серії вимірювань на 5 моделях, потребує проведення 5^6=15625 дослідів. Після зведення тієї ж залежності до 3-х критеріїв подібності для одержання тих же результатів достатньо проведення 5^2=25 дослідів, тобто у 625 разів менше.

По-друге, це оброблення експериментальних даних у критеріях подібності, що уможливлює узагальнення результатів і їх переніс із моделей на взірці, які часто недоступні для досліджень з причин виробництва, безпеки, значних затрат тощо.

Наведемо приклад, який ілюструє останню перевагу використання критеріїв подібності.

Приклад 5.7. Приклад запозичений з навчального посібника Краснощокова Є.О. та Сухомела О.С. «Задачник по теплопередаче». М.: «Энергия», 1975. На паропроводі перегрітої пари діаметром d=0,4 м тимчасово установлена нестандартна діафрагма витратоміра, яка мала була пройти градуювання (калібрування) з метою одержання градуювальної характеристики $\Delta p = f(G)$, *де* Δp *– перепад статичних тисків на діафрагмі, Па, G – масова витрата пари через діафрагму, кг/с.*

З виробничих причин градуювання не можна було провести безпосередньо на взірці, тому була виготовлена модель в 1/5 натуральної величини. В результаті випробувань моделі на воді були одержані $\Delta p_м$ *на діафрагмі моделі при різних витратах води через неї* $G_м$. *Значення їх наведені в табл. (2 перші стовпця).*

$\Delta p_м$, Па	$G_м$, кг/с	$v_м$, м/с	Eu	Re
477	2,22	0,443	2,44	35400
1178	4,44	0,886	1,505	70800
4520	8,88	1,772	1,44	141600
18050	17,76	3,544	1,44	283200
72200	35,52	7,088	1,44	566400

Знайти залежність $\Delta p = \mathrm{f}(G)$ *для взірця при течії пари в автомодельній області і вказати межі її застосування. Параметри пари: p=98 кПа, t=250 °C, ρ=0,4078 кг/м*^{3}*; параметри води:* $t_м$*=20 °C,* $\rho_м$*=998 кг/м*^{3}*,* $\mu_м$*=0,0998·10*$^{-2}$ *Па·с.*

Оброблення даних проведемо з використанням критерія Re і Eu та побудовою залежності між ними Eu=*f*(Re). *Така залежність буде дійсна і для води моделі, і для пари взірця. Тому для області залежності* Eu=*f*(Re), *в якій критерій* Eu *не залежить від критерія* Re *(автомодельна області, коли* Eu=*const), можна визначити залежність* $\Delta p = f(G)$.

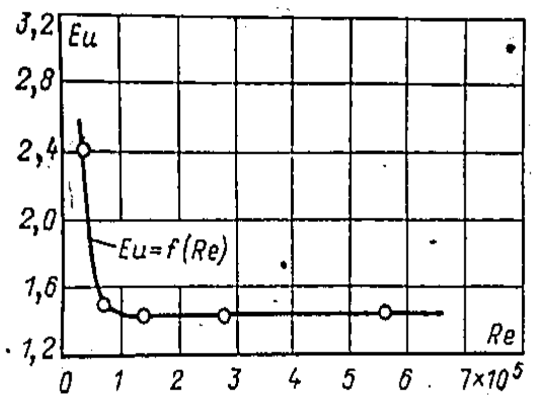
Для визначення залежності Eu=*f*(Re*) підрахуємо значення критеріїв по дослідним даним на моделі.*

Враховуючи, що швидкість $\nu_м = \dfrac{4G_м}{\rho_м \cdot \pi \cdot d^2_м}$, *де для моделі* $d_м = \dfrac{1}{5} d$,

критерії виражаються:

$$\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p_м}{\rho_м \cdot \nu_м^2} = \frac{\Delta p_м}{\rho_м}\left(\frac{\rho_м \cdot \pi \cdot d_м^2}{4G_м}\right)^2 = 998\left(\frac{\pi \cdot 0,082}{4}\right)^2 \frac{\Delta p_м}{G_м^2} = 2,51 \cdot 10^{-2} \frac{\Delta p_м}{G_м^2},$$

$$\mathrm{Re} = \frac{v_м \cdot d_м \cdot \rho_м}{\mu_м} = \frac{4G_м}{\pi \cdot \mu_м \cdot d_м} = \frac{4G_м}{\pi \cdot 0,0998 \cdot 0,08 \cdot 10^{-2}} = 15930 G_м$$



Використовуючи значення $G_м$ і $\Delta p_м$, одержані під час таріровки діафрагми на моделі, визначимо відповідні значення $v_м$, Eu *та* Re. *Результати розрахунків наведені у таблиці (3 останніх стовпця). По цим даним побудована залежність* $\mathrm{Eu} = f(\mathrm{Re})$.

Із таблиці і графіка ясно, що у разі Re>*1,42·10*^{5} *критерій* Eu=*const=1,44 (автомодельна область). При течії пари через взірець при* Re>*1,42·10*^{5} *критерій* Eu=*1,44. Використаємо це значення критерія для знаходження шуканої залежності.*

Для взірця у випадку течії пари будемо мати:

$\Delta p = \mathrm{Eu}\rho v^2 = 1{,}44 \cdot 0{,}4078 v^2 = 0{,}587 v^2$ *Заміняючи швидкість на витрату* $v = \dfrac{4G}{\rho\pi d^2}$, *де G, кг/с – масова витрата пари.*

$$\Delta p = 0{,}587\,(\frac{4}{\rho\cdot\pi\cdot d^2})^2\cdot G^2 = 0{,}587\,(\frac{4}{0{,}4078\cdot\pi\cdot 0{,}4^2})^2\cdot G^2 = 222\,G^2$$

Отож, шукана залежність за умови Re>*1,42·10*^{5}*має вид* $\Delta p = 222G^2$.

Таким чином, поняття розмірності ФВ відноситься до числа найбільш фундаментальних понять метрології. Його широке використання на практиці для перевірки розмірної однорідності співвідношень між ФВ, виводу таких співвідношень «із міркувань розмірності» (аналіз розмірностей), установлення критеріїв подібності фізичних процесів – все це створює ілюзію повної завершеності теорії розмірностей. Однак застосування аналізу розмірностей являється дійсно плідним і приводе до правильних результатів лише за умови, коли він ґрунтується на основі надійних і достатньо повних фізичних уявлень щодо процесу, який досліджується. Питання про необхідний об’єм заздалегідних знань представляє для дослідника значний інтерес, оскільки відмінність двох форм узагальнення аналізу – теорії подібності і теорії розмірностей – це перш за все відмінність в об’ємі попередніх знань [24].

Отже сутність відмінностей між теорією подібності і аналізом розмірностей полягає в тому, що апарат теорії подібності застосовується до заздалегідь складених рівнянь математичного опису процесу, а апарат аналізу розмірностей – до визначальних рівнянь (формул розмірностей). Тому у разі, коли рівняння процесу невідомі, то застосування апарату розмірностей стає необхідним, при цьому не завжди є повна упевненість у безпомилковості складання переліку істотних ФВ. Однак у випадках, коли аналіз розмірностей має у своїй основі точно відібрану сукупність істотних величин і систему визначальних рівнянь, він перетворюється у знаряддя дослідника, яке не поступається теорії подібності щодо надійності одержання результатів дослідження.

Контрольні запитання

1. Система величин та система одиниць. Основні величини та одиниці системи.
2. Метрична система мір; її історія та форми реалізації.
3. Утворення похідних величин. Рівняння зв’язку між ФВ.
4. Утворення похідних одиниць. Рівняння зв’язку між числовими значеннями.
5. Когерентні одиниці та когерентні системи одиниць. Утворення когерентних одиниць.
6. Кратні та часткові одиниці, їх утворення та правила використання.
7. Позасистемні одиниці, їх класифікація та умови використання.
8. Поняття про розмірність. Формула розмірності. Розмірні та безрозмірні сні величини та одиниці.
9. Аналіз розмірностей та його використання у теплоенергетиці.
10. π-теорема та її використання для дослідження процесів гідрогазодинаміки та теплопередачі.

Розділ 6. Класифікація та основні характеристики вимірювань

Різноманітність вимірюваних величин, умов проведення вимірювань, способів отримання їх результатів у різних галузях науки і техніки, зокрема, і в енерготехнологіях на ТЕС й АЕС, приводить до значного різноманіття вимірювань. Незважаючи на зовнішню відмінність конкретного вімірювання, більшість їх виконуються за однією схемою. Це уможливлює їх систематизацію, виявлення загальних закономірностей, що сприяє метрологічному забезпеченню технологічних процесів на ТЕС та АЕС. Доцільність класифікації вимірювань обумовлюється тим, що кожна група вимірювань пов'язана з певним способом оброблення експериментальних даних для знаходження результату вимірювання та оцінювання його похибки. Цей мотиваційний аспект класифікації вимірювань особливо важливий для інженера-технолога енерговиробництва.

Теплоенергетика як галузь з перетворення теплоти в інші види енергії, ґрунтується на цілому комплексі взаємопов'язаних та взаємообумовлених технологічних складових. Такими складовими енерготехнології являються: паливо – транспортні операції, підготовка до спалювання, саме спалювання; виробництво пари, послідовні перетворення її якості, які завершується одержанням кінцевого продукту – електроенергії та теплоти. Кожна із складових характеризується режимно-технологічними, схемними і конструктивними особливостями та взаємодією з довкіллям, куди видаляються після певних захисних дій технологічні відходи (вогнищеві залишки, низькопотенційна теплота, сольові залишки водоочисток, промивок тощо). В метрології величини та параметри, що характеризують технологічні складові, базуються на певних основах науки і техніки, тому в метрології вони розрізняються по *областям вимірювання* як сукупності вимірювань ФВ, що притаманні конкретній області науки чи техніки і відрізняються своєю специфікою. Класифікація спирається на такі розділи фізики: як механіка, термодинаміка, електромагнетизм, оптика, молекулярна фізика, атомна фізика. По цих розділах утворюються *області вимірювань* груп величин: простору, часу, механічних, акустичних ФВ, групи температури і теплових ФВ, групи електричних, магнітних, електромагнітних ФВ, група величин, які застосовуваних у хімії, групи світлових, оптичних ФВ та ФВ іонізуючих випромінювань і ядерної фізики.

Види вимірювань[16] визначаються безпосередньо вимірюваними величинами або групами однорідних величин. До видів вимірювань відноситься: вимірювання швидкості, теплопровідності, об'ємних, масових витрат технологічних рідких і газових середовищ, виробленої і відпущеної енергії, потоку енергії іонізуючого випромінювання тощо. Найбільш наближені до області теплоенергетики види вимірювань та їх класифікація за основними класифікаційними ознаками наведені на рис. 6.1.

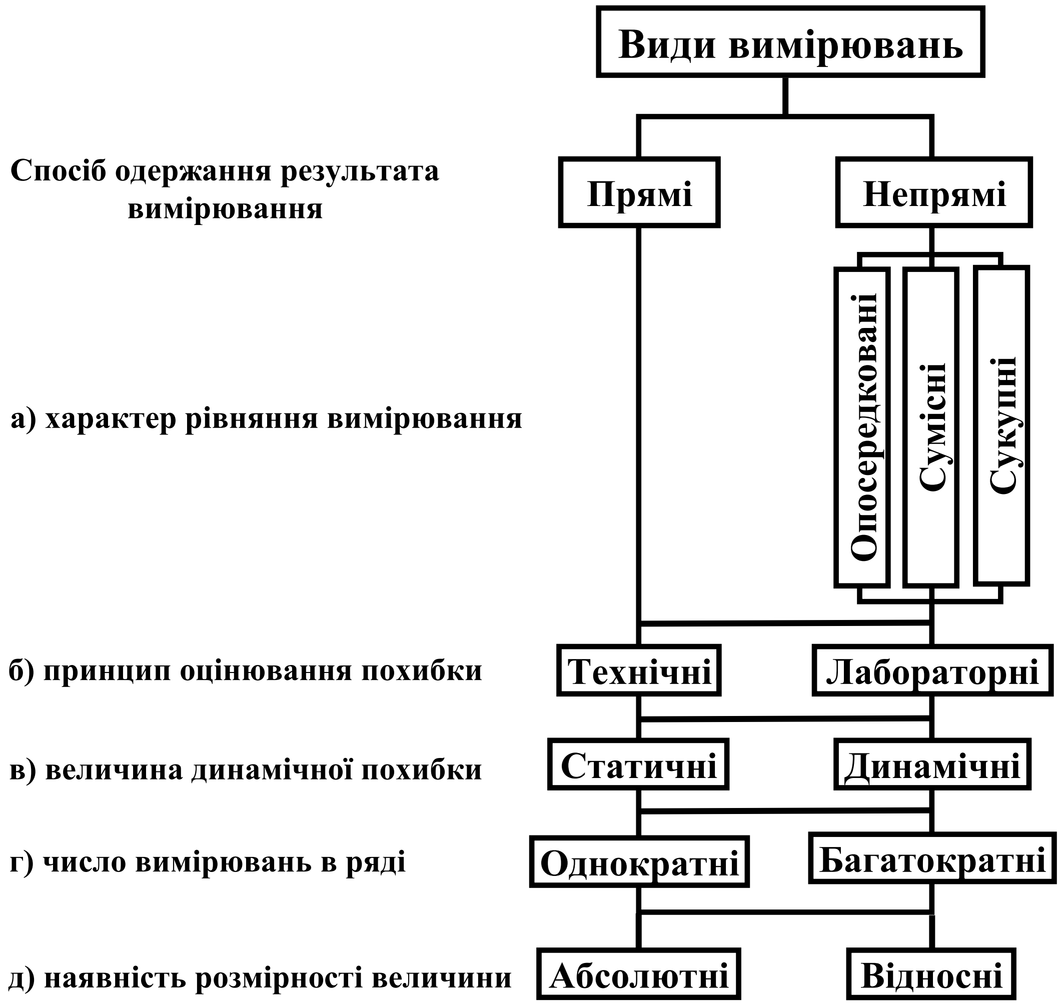


Рис. 6.1. Класифікація видів вимірювання

[16]*Види вимірювань*– частина області вимірювань, що має свою особливість і відрізняється однорідностю вимірюваних величин.

6.1. Класифікація вимірювань за способом одержання результату

За характером *рівнянь вимірювання*[17] або за способом одержання його результату вимірювання підрозділяються на *прямі*[18] та *непрямі*[19]. Термін «пряме вимірювання» не є коректним, оскільки вимірювання завжди включає операцію експериментального порівняння вимірюваної величини з її одиницею. У цьому випадку краще використати термін «прямий метод вимірювання». При такому вимірюванні значення вимірюваної величини одержується або шляхом *прямого порівняння* її розміру з мірою, за допомогою якої відтворюється відоме значення величини, або за показом засобу вимірювання. Покази ЗВ є результатом порівняння (зіставлення) лінійного або кутового переміщення покажчика (вказівника) з усіма значеннями багатозначною нерегульованою мірою (БНМ) довжини, закодованими рядом оцінок шкали-еквівалента БНМ вимірюваної ФВ.

За прямих вимірювань рівняння вимірювання збігаються з основним рівнянням вимірювання (3.8). Розглянемо приклади.

Приклад 6.1. Вимірювання довжини об'єкта за допомогою лінійки. Лінійка є водночас багатозначною нерегульованою мірою БНМ довжини (шкалою величини) і вимірювальним приладом з відомою довжиною поділки шкали. Порівняння здійснюється буквальним чином (зіставленням); його результатом є визначення трьох позначок шкали: однієї, яка збігається з початком об'єкта, і двох, найближчих до його кінця.

Приклад 6.2. Вимірювання маси на важільних вагах. У цьому випадку набір мір (гирь) є основою для формування шкали маси. У процесі зрівноважування відтворюється ділянка шкали, що прилягає до вимірюваної маси. У загальному випадку результатом зважування є визначення двох найближчих до вимірюваної маси позначок шкали (меншої і більшої), які

---

[17] *Не слід змішувати рівняння вимірювання з основним рівнянням вимірювання (3.8).*У метрологічних стандартах *рівняння вимірювання* називається рівняння зв’язку між величинами (5.5) у конкретній вимірювальній задачі.

[18]*Пряме вимірювання*-це вимірювання однієї величини, значення якої знаходять безпосередньо без перетворення її роду, або використання відомих залежностей.

[19]*Непряме вимірювання* – це вимірювання за яким, значення однієї або декількох вимірюваних величин знаходять після перетворення роду величин або обчислення за відомими залежностями.

надаються сукупністю гирь на обох чашках вагів.

Приклад 6.3. Зважування на пружинних вагах. Тут міра маси відсутня, а інформація про відомі маси укладена в характеристиках приладу. Установлена залежність між розтяганням пружини й масою вантажу; отже, опосередкованою мірою маси служить пружина, яка для цього має бути мірою пружності.

Приклад 6.4. Вимірювання електричного струму за допомогою амперметра магнітоелектричної системи аналогічно зважуванню на пружинних вагах, тільки тут порівнюються моменти сил. Навантаженню пружини відповідає момент електричних сил, які прагнуть повернути рамку зі струмом; пружність пружини обумовлює протидіючий момент. Для виразу вимірюваного струму в узаконених одиницях необхідно встановити зв'язок між відомими струмами й протидіючими моментами.

Залежно від кількості й виду функціональних залежностей між визначальною і безпосередньо вимірюваною величинами усі непрямі вимірювання поділяються на *опосередковані*[20], *сумісні*[21] і *сукупні*[22].

Рівняння *опосередкованого вимірювання* має вигляд:

$$y = \phi\left(x_1, x_2, ..., x_k\right), \tag{6.1}$$

де y і x_i $\left(i = 1, 2, ..., k\right)$ – ФВ, які піддаються, відповідно, непрямим і прямим вимірюванням.

Непрямі вимірювання можуть проводиться як експериментатором, так і відповідними обчислювальними компонентами засобів вимірювань. Так, наприклад, витрата теплоти, що відпускається споживачеві за одиницю часу теплофікаційною установкою ТЕС або АЕС, визначається за такими рівнянням непрямого вимірювання:

---

[20]*Опосередковане вимірювання*- це непряме вимірювання однієї величини з перетворенням її роду або обчисленням по результатам вимірювання інших величин(аргументів), з якими вимірювана величина пов'язана явною функціональною залежністю.

[21]*Сумісне вимірювання* – це непряме вимірювання, за яким значення декількох водночас вимірюваних різнорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо або опосередковано.

[22]*Сукупне вимірювання* – це непряме вимірювання за яким, значення декількох водночас вимірюваних однорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо або опосередковано.

$$Q = G_M \left(h_1 - h_2 \right), \tag{6.2}$$

де G_M та h_1, h_2 – масова витрата та ентальпія прямої і зворотної мережної води.

Як видно з рівняння, для вимірювання витрати теплоти мають проводитися неперервні вимірювання масової витрати води та її ентальпії. У загальному випадку ентальпія є складною функцією тиску й температури води. Тому після вимірювань цих параметрів, по таблицях «Термодинамічні властивості води й водяної пари» визначаються ентальпії прямої й зворотної води, а по рівнянню (6.2) вручну оцінюється витрата теплоти. Така реалізація рівняння (6.2) є прикладом непрямого вимірювання витрати теплоти.

Зараз для автоматизації систем теплопостачання освоєні випуски автоматичних тепломірів. У таких приладах міститься обчислювальний компонент, за допомогою якого по апроксимуючим функціям і вимірюваним параметрам теплоносія визначаються його ентальпії, а по сигналу витратоміра води автоматично обчислюється витрата теплоти. Результат обчислення фіксується вимірювальними приладами. У цьому випадку непряме вимірювання автоматизоване і по способі одержання результату(відлік показів ЗВ) його варто віднести до прямого вимірювання. У метрологічній літературі справедливо наголошується, що вимірювання часто безпосередньо зв'язані з обчисленнями. Вже давно у вимірювальних приладах разом з іншими перетвореннями величин використовуються й обчислювальні операції. Простим прикладом може служити ватметр, яким вимірюється потужність постійного струму ($P = I \cdot U$). У ньому проводиться «перемножування» двох сигналів, один із яких пропорційний струму (I), другий – напрузі (U). В результаті виходить сигнал, пропорційний вимірюваній потужності, який перетворюється далі в кут повороту покажчика ватметра. Таким чином, потужність постійного струму піддається прямому вимірюванню ватметром.

Покази більшості сучасних ЗВ, що реалізують прямі вимірювання, є неперервними функціями вимірюваної величини за значенням; такі прилади називаються *аналоговими*. Відмітною рисою такого ЗВ є наявність аналогового *показуючого пристрою*[23], що включає *покажчик ЗВ*[24] і *шкалу ЗВ*[25]. Вихідною величиною аналогового приладу найчастіше є кутове або лінійне переміщення покажчика уздовж шкали. Для створення вихідної величини застосовуються різноманітні *вимірювальні перетворювачі*[26] такої величини. В усіх аналогових приладах вихідним або кінцевим вимірювальним перетворювачем є показуючий пристрій, що робить обернене перетворення лінійного або кутового переміщення покажчика в значення вимірюваної величини, що відлічується по позначкам шкали. Для цього прилад підлягає операції градуювання (визначення градуювальної характеристики ЗВ), при якому на вхід приладу від міри подається величина x_0 заданих розмірів. Під впливом x_0 покажчик приладу переміщається уздовж шкали на ℓ_0. У цій точці на шкалі наноситься позначка, а біля неї – числове значення N_x. Таким шляхом виготовляється шкала, на якій за допомогою позначок запам'ятовується залежність $x_N = N_x \cdot \Delta x_k = f\left(\ell\right)$. Ця залежність у вигляді позначок шкали заміняє собою БНМ величини, однорідної з вимірюваною.

Так, наприклад, термометрична система рідинного термометра розширення, що складається з резервуара й капіляра (рис. 4.3), заповнених рідиною, є вимірювальним перетворювачем, що реалізує перетворення зміни температури рідини в зміну його об'єму при нагріванні (охолодженні); при постійній площі поперечного розрізу капіляра така зміна об'єму рідини характеризується висотою її стовпчика (торець стовпчика виконує роль покажчика показуючого пристрою) і виражається формулою (4.9), що приводиться до виду:

---

[23]*Показувальний пристрій ЗВ* – сукупність елементів або вузол ЗВ, які забеспечуть візуальне сприйняття значень вимірюваної величини.
[24]*Покажчик ЗВ* – частина показувального пристрою у визляді стрілки, проміню або верхнього рівня стовпчика рідини, які відносно позначок шкали визначають показ ЗВ.
[25]*Шкала ЗВ* – частина показувального пристрою ЗВ, що є упорядкованим рядом поміток у вигляді рисок, зубців, крапок тощо разом з пов’язаною з ними нумерацією, які відповідають деякому значенню ФВ.
[26]*Вимірювальний перетворювач* – це вимірювальний пристрій, який реалізує вимірювальне перетворення.

$$\ell = \frac{t - t_n}{\dfrac{t_\kappa - t_n}{\ell_\kappa}} \qquad (6.3)$$

Показуючий пристрій термометра здійснює обернене перетворення через явну функцію вимірюваної температури (4.16).

Таким чином, термометр як аналоговий прилад представляє собою послідовне з'єднання вимірювального перетворювача, що реалізує пряме перетворення ($t \to \ell$), і показуючого пристрою, що здійснює обернене перетворення ($\ell \to t$). У обох випадках перетворення проводиться зі зміною роду ФВ, що є ознакою непрямого (опосередкованого) вимірювання. Однак, якщо градуювання термометра проведено в одиницях вимірювання температури $[t] = 1\,°C$, то формально і вхідною, і вихідною величинами для термометра є вимірювана температура (перетворення ФВ має місце «усередині» приладу). Тому відлік за такою шкалою є результатом прямого вимірювання. У випадку ж градуювання термометра в одиницях переміщення покажчика $[\ell] = 1$ мм отриманий відлік за такою шкалою використовувався б для визначення вимірюваної температури за залежністю (4.16). Таке визначення температури є результатом непрямого (опосередкованого) вимірювання.

Наведені приклади прямих вимірювань свідчать про доцільність розділення таких вимірювань на два підвиди. Один характеризується тим, що сигнал вимірюваної величини безпосередньо діє на чутливий елемент ЗВ. В результаті, на виході виникає сигнал (показ ЗВ), який відповідає вимірюваній ФВ (приклади 6.1, 6.2). Другий підвид прямих вимірювань, за яких на чутливий елемент безпосередньо діє не вимірювана величина, а інша ФВ, пов'язана з вимірюваною відомою функціональною залежністю. Але градуювання ЗВ в одиницях вимірюваної величини є ознакою прямого вимірювання (приклади 6.3, 6.4 та вимірювання автоматичним тепломіром і термометром).

Таким чином, непрямі вимірювання складніші за прямі. Однак вони широко застосовуються у вимірювальній практиці або тому що прямі вимірювання є практично нездійсненними, або через те що непряме вимірювання дозволяє одержати більш точний результат у порівнянні із прямим вимірюванням.

Перша причина поширення непрямих вимірювань має місце в енерготехнологіях ТЕС та АЕС, де використовується цілий ряд технологічних процесів і операцій, режимні й техніко-економічні показники яких на даному рівні розвитку метрології й вимірювальної техніки поки що не можуть визначатися прямими вимірюваннями. Це обумовлено складністю самих технологічних процесів і слабкою метрологічною базою як наслідок недостатнього науково-методичного й апаратурного їх забезпечення. Названі параметри таких процесів піддаються непрямим вимірюванням найчастіше з великими об'ємами ручних операцій при їх реалізації. До таких параметрів відносяться, наприклад:

- показники якості вугільного пилу, завантаження млинів, пристроїв пило подачі, пиловугільних пальників;

- показники шлакоутворюючих процесів, шлакування поверхонь нагрівання котельної установки;

- прямі критерії оптимізації топкового процесу;

-показники ефективності котельної, турбінної установок і енергоблоку в цілому, апаратів золоочищення димових газів;

- показники екологічної безпеки енерговиробництва.

Саме тому, наприклад, коефіцієнт корисної дії котельної установки (КУ) визначається не прямим, а опосередкованим вимірюванням, тобто розрахунком його значень по прямому чи по зворотному балансу теплоти КУ, складові якого підлягають прямим чи опосередкованим вимірюванням.

Прикладом підвищення точності результату за рахунок застосування непрямого вимірювання є зважування маси речовини на рівноплечих вагах з порушеною симетрією плечей ($r_1 \neq r_2$). Вимірювання невідомої маси (M_x) проводиться двічі, але перед другим вимірюванням об'єкт вимірювання і зрівноважуючи його масу гирі міняються місцями.

За результатами двох зважувань маємо систему рівнянь рівноваги моментів сил:

$$\mathrm{M_X \cdot r_2 \cdot g = M_1 \cdot r_1 \cdot g}, \tag{6.4}$$

$$M_X \cdot r_1 \cdot g = M_2 \cdot r_2 \cdot g,$$

де M_1, M_2, g – маси зрівноважуючих гирь до і після обміну місцем з об’єктом вимірювання та прискорення вільного падіння, відповідно.

Розв'язання системи (6.4) одержимо рівняння опосередкованого вимірювання маси на рівноплечих вагах, де повністю усувається вплив на результат асиметрії плечей ваг:

$$M_X = \sqrt{M_1 M_2} \tag{6.5}$$

Такий спосіб зважування (метод Гауса) здійснюється, наприклад, при підборі робочих лопаток для облопачування дисків парових і газових турбін з метою покращення їх вібраційних характеристик.

Для сумісних і сукупних вимірювань функціональна залежність вимірюваних величин від аргументів, що піддаються прямим вимірюванням, виражається системою рівнянь неявних функцій цих аргументів. У такий спосіб ці вимірювання відрізняються від опосередкованих лише кількістю і видом рівнянь вимірювання.

Прикладом *сумісних вимірювань* є знаходження температурної залежності питомої електропровідності рідини (живильної води, конденсату) за показами кондуктометрів (солемірів, концетратомірів), які використовуються в енерготехнології ТЕС і АЕС. Залежність, що надалі застосовується для корекції показів приладів, має вигляд:

$$\chi_t = \chi_{t_0}\left[1 + \alpha(t - t_0) + \beta(t - t_0)^2\right], \tag{6.6}$$

де α, β – температурні коефіцієнти електропровідності вимірюваної рідини; t_0, χ_{t_0} і t, χ_t – температура і питома електропровідність рідини, відповідно, у разі градуювання приладу (звичайно $t_0 = 25$ °С) в робочих умовах. Як видно з рівняння вимірювання (6.6), різнорідними водночас вимірюваними величинами є температура і питома електропровідність рідини; метою сумісних вимірювань є находження температурних коефіцієнтів електропровідності (α, β) і значень питомої електропровідності рідини (χ_{t_0}) за умови $t_0 = 25\,^\circ$C. Із цією метою вимірюють питому електропровідність рідини $\chi_{t_1}, \chi_{t_2}, \chi_{t_3}$, за температур t_1, t_2 і t_3 відповідно; тоді складається система із трьох рівнянь, після рішення якої одержимо значення сумісно вимірюваних величин χ_{t_0}, α і β.

Другим прикладом сумісних вимірювань може служити визначення концентрації або складу компонентів рідинних сумішей шляхом рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь. У цьому випадку використовується лінійна залежність між концентрацією компонента і одним із фізико-хімічних параметрів суміші. Наприклад, оскільки електропровідність і густина суміші лінійно залежать від концентрації окремих компонентів, то для трикомпонентної суміші можна скласти такі рівняння:

$$\begin{aligned} &x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ &x_1 a_1 + x_2 a_2 + x_3 a_3 = a_{см} \\ &x_1 \rho_1 + x_2 \rho_2 + x_3 \rho_3 = \rho_{см}, \end{aligned} \qquad (6.7)$$

де x_1, x_2, …, x_n – концентрація компонентів суміші;

a_i, ρ_i і $a_{см}, \rho_{см}$ – електропровідність, густина, відповідно, чистого і-го компонента і суміші.

Величини $a_{см}$ і $\rho_{см}$ виміряються, величини a_i й ρ_i – відомі. Таким чином одержують три лінійних алгебраїчних рівняння із трьома невідомими x_1, x_2, x_3, які вирішуються спільно. Для визначення складу різних багатокомпонентних сумішей за допомогою сумісних вимірювань піддають прямим вимірюванням такі фізико-хімічні параметри, як теплопровідність, теплоємність, в'язкість тощо.

Численні приклади сумісних вимірювань поширені в процесі побудови *градуювальної характеристики ЗВ*, тобто залежності $Y = f(X)$, що пов'язує величину X на вході з величиною Y на виході ЗВ (наприклад, довжини стовпчика термометричної рідини в термометрах розширення як функції її температури). У зв'язку з цим, у міждержавному стандарті РМГ 29-99 сумісні вимірювання визначені такими, за яких *проводяться водночас вимірювання двох або декількох різнойменних величин для визначення залежності між ними.*

Приклад *сукупних вимірювань – калібрування (від фр. calibra – настройка, юстування від нім. justieren – вивіряти, приганяти) набору гирь*[27]. Значення мас набору робочих гирь 1, 2, 3, 5 й 10 кг необхідно перевірити, уточнити. При наявності рівноплечих ваг, однієї зразкової гирі масою 1 кг і дрібних гирь з масами x_a, x_b, x_c, x_d, x_e шляхом ряду сукупних вимірювань і рішення сукупності лінійних рівнянь можна більш точно визначити маси гирь набору $x_1, x_2, x_3, x_5, x_{10}$. Зробимо п'ять операцій зрівноважування рівноплечих ваг і одержимо такі п'ять рівнянь:

$$\begin{aligned} x_1 &= 1\,\text{кг} + x_a \\ x_2 &= x_1 + 1\,\text{кг} + x_b \\ x_3 &= x_2 + 1\,\text{кг} + x_c \\ x_5 &= x_3 + x_1 + 1\,\text{кг} + x_d \\ x_{10} &= x_5 + x_3 + x_1 + 1\,\text{кг} + x_e \end{aligned} \tag{6.8}$$

З п'яти отриманих рівнянь із п'ятьма невідомими визначаються точні номінальні значення мас робочих гирь даного набору.

Іншим прикладом сукупних вимірювання є знаходження електроопору двох резисторів (R_1 і R_2) за результатами вимірювань опорів послідовного ($R_{по}$) і паралельного ($R_{па}$) їх з’єднання. Значення опорів кожного із резисторів знаходяться із системи двох рівнянь:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = R_{по} \\ \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} = \dfrac{1}{R_{па}} \end{cases} \tag{6.9}$$

Таким чином, сумісні та сукупні вимірювання за способом одержання

[27]*Калібрування засобу вимірювальної техніки* – сукупність операцій, що виконуються з метою визначення метрологічних характеристик та придатності ЗВТ до застосування у певних умовах.

шуканих значень вимірюваних величин дуже близькі. Їх результати знаходяться шляхом рішення систем рівнянь. Основна відмінність полягає в тому, що при сукупних вимірюваннях водночас вимірюють кілька однорідних величин, а при сумісних – різнорідних. Ця відмінність обумовлена тим, що сумісні вимірювання засновані на відомих рівняннях, які відображають існуючі в природі зв'язки між властивостями об'єктів вимірювання. Сукупні ж вимірювання базуються на залежностях, що відбивають довільні комбінації об'єктів вимірювання з вимірюваними властивостями.

6.2. Класифікація вимірювань за ознаками, обумовленими їх похибками

- За умовами, що визначають точність результатів, вимірювання поділяються на *технічні* і *лабораторні*.

Технічні вимірювання – це вимірювання, які виконуються в заданих умовах (цех, лабораторія) за певною методикою, розробленої заздалегідь, до проведення вимірювань. Тому в процесі їх проведення необхідності визначати й аналізувати точність отриманих результатів немає. Точність результатів технічних вимірювань регламентується попередньо атестованою *методикою виконання вимірювань (МВВ)*[28]. Технічні вимірювання – це, як правило, масові вимірювання (більшість вимірюваннь, що проводяться в усіх галузях, за винятком наукових досліджень, відносяться до технічних вимірювань). Проводить їх персонал середньої кваліфікації, у функції якого не входить аналіз точності в процесі ухвалення рішень за наслідками вимірювань. Як правило, усі засоби вимірювань, які зосереджені на блокових щитах управління (БЩУ) ТЕС і АЕС, реалізують технічні вимірювання.

Лабораторні вимірювання – це вимірювання, за яких точність кожного результату оцінюється по даних, отриманих у процесі самого вимірювання.

[28]*Методика виконання вимірювання (МВВ)* – це сукупність процедур і правил, виконання яких забезпечує отримання результатів вимірювання з відомою похибкою згідно з ДСТУ ГОСТ 8.010-99.

Вони проводяться висококваліфікованим персоналом, який розуміє мету даного вимірювання та суть поставленої задачі. Наприклад, на ТЕС широко використовуються аеродинамічні потоки вугільного пилу та летучої золи. Технологічні характеристики таких потоків (швидкість і витрата газових фаз, концентрація, витрата й дисперсний склад вугільного пилу, летучої золи тощо) є важливими показниками енерготехнології. Проте через складні фізико-хімічні основи формування й перетворення вхідних сигналів такі показники на сучасному рівні розвитку метрології і вимірювальної техніки підлягати технічним вимірюванням не можуть. Тому періодичний контроль цих показників проводиться за допомогою лабораторних вимірювань. Великий об'єм таких вимірювань виконується персоналом цехів наладки і теплових випробувань у процесі балансових, режимно-налагоджувальних й експрес-випробувань котельного агрегату, турбінної установки, допоміжного устаткування енергоблоку.

- За ознакою враховується чи ні (із-за мализни) *динамічна похибка*[29] вимірювання класифікуються на *статичні*[30] та *динамічні*[31].

При роботі енергоблоку в базовому режимі його режимно-технологічні параметри залишаються сталими в часі (τ) або змінюються у вузьких регламентованих межах. Тому вимірювання параметрів, що характеризують базовий режим роботи енергоблоку, варто відносити до *статичних вимірювань* (рис. 6.2).

Робота енергоблока в перехідних і перемінних режимах (пуск, зупинення, робота на ковзних параметрах пари, часткових навантаженнях тощо) характеризується перемінними в часі значеннями режимно-технологічних параметрів, вимірювання яких відносять до *динамічних вимірювань* (рис. 6.3).

[29]*Динамічна похибка засобу вимірювання* – це похибка ЗВ, що виникає у разі вимірювання ФВ, яка змінюється в процесі вимірювання

[30]*Статичне вимірювання* – вимірювання величини, яку можна вважати незмінною в часі в процесі вимірювання.

[31]*Динамічне вимірювання* – вимірювання ФВ, що змінюється за розміром в часі.

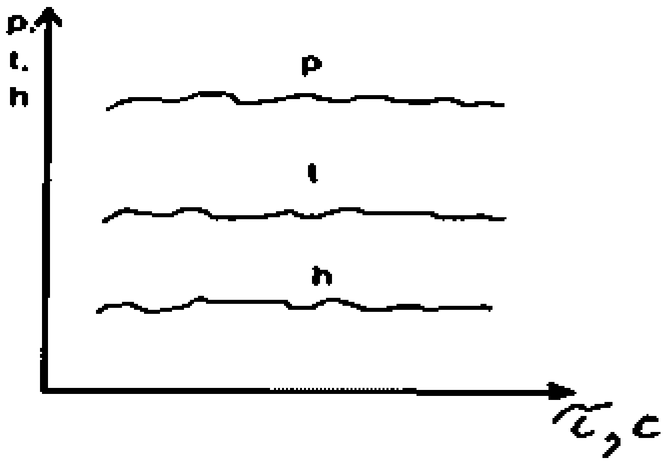


Рис. 6.2. Статичні вимірювання тисзсу (р) температури (t) та рівня воли (h)

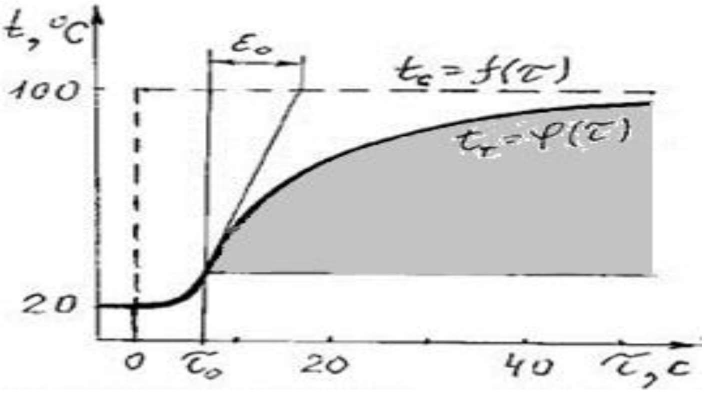


Рис. 6.3. Днамічне вимірювання температури термоелектричним перетворювачем

Статичні вимірювання використовуються для встановлення взаємозв’язку між ФВ одного і того ж об’єкта дослідження. Їх проведення у пасивних експериментах забезпечує задовільний рівень наочності при зміні величин за певний проміжок часу (годину, зміну, добу).

Динамічні вимірювання – це вимірювання, які показують зміну вимірюваної величини в часі при різних збуреннях, що впливають на об’єкт або на засіб вимірювання. Динамічні вимірювання використовують в процесі вивчення динамічних властивостей об’єктів і засобів вимірюваної техніки, особливо первинних перетворювачів.

Методику визначення динамічних похибок розглянемо на прикладі вимірювання температури. Для приблизної оцінки похибки результатів динамічних вимірювань температури рідин і газів широкого поширення одержала так звана *елементарна теорія теплової інерції* первинного термоперетворювача (ПТП). Класичний метод визначення показника теплової інерції (ГОСТ 8.009-84) ПТП заснований на теорії регулярного теплового режиму нагрівання (охолодження).

Під тепловою інерцією будь – якого тіла або системи розуміють їх властивість змінювати свою температуру під впливом різкої зміни температури середовища не миттєво, а через певний час і наближатися до останньої поступово, відповідно, за експоненційним законом. Впродовж цього часу всередині тіла проходять відповідні зміни ентальпії та температурного поля. Теплова інерція є властивістю усіх фізичних тіл, тому безінерційних ПТП створити принципово неможливо.

Теоретичний розгляд питань про зміну теплового стану тіл під впливом діяння зовнішніх умов заснований на рішенні основного рівняння теплопровідності (з відповідними початковими і межовими умовами). Одне із простіших рішень дає напрямок, який відповідає переходу в певний початковий момент часу (τ=0) вимірювання температури рідини чи газу стрибком від однієї стаціонарної початкової температури (t_n) до іншої, теж стаціонарної (t_c).

На рис. 6.3 наведені опрацьовані результати динамічних вимірювань, які одержані в процесі дослідження динамічних характеристик ПТП. Результати наведені у вигляди двох залежностей від часу (τ): вхідної ФВ (вимірюваної температури об’єкта) $t=f(\tau)$ та вихідної ФВ (температури ПТП) $t_m=\varphi(\tau)$ до і після однократної стрибкової зміни температури об’єкта. Як бачимо, до значення часу τ_0 (точка перегину залежності) зміна температури ПТП проходить за складними залежностями, обумовленими особливостями початкового розподілу температур ПТП. Це є неупорядкованою стадією або дорегулярним режимом нагрівання ПТП. Починаючи з моменту часу τ_0 (момент регуляції), наступає регулярний режим його нагрівання (затемнена область графіка). Відмітною особливістю такого режиму є те, що різниці між температурою будь – якої точки ПТП і температурою середовища (рідини, газу) змінюється в часі по експоненційному закону [28]:

$$t_{m\tau}=t_{m\tau 0}+(t_c-t_{m\tau 0})(1-\mathrm{e}^{-\frac{\tau}{\varepsilon_0}}) \quad або \quad \frac{t_{m\tau}-t_c}{t_{m\tau 0}-t_c}=\mathrm{e}^{-\frac{\tau}{\varepsilon_0}}\,, \qquad (6.10)$$

де $t_{m\tau 0}$, $t_{m\tau}$ – температура ПТП, відповідно, за τ_0 та за $\tau>\tau_0$;

t_c – вимірювана температура середовища (рідини, газу), яку при $\tau \to \infty$ приймає ПТП; ε_0 – стала часу, або показник теплової інерції (ГОСТ 8.009-84).

Скориставшись поняттям абсолютної динамічної похибки ($\Delta_{д\tau}=t_{т\tau}-t_c$), залежність (6.10) можна привести до виду:

$$\frac{\Delta_{д\tau}}{\Delta_{д\tau_0}} = e^{-\frac{\tau}{\varepsilon_0}} \qquad (6.11)$$

Як бачимо, динамічна похибка вимірювання температури змінюється у часі від максимальної за $\tau=0$ ($\Delta_{д\tau}=\Delta_{д\tau0}$) і наближається до нуля за $\tau \to \infty$. У випадку, коли $\tau=\varepsilon_0$, показник теплової інерції ε_0 чисельно рівний інтервалу часу, після закінчення якого динамічна похибка вимірювання температури складає 1/е=0,368 частки первісної (за τ_0) похибки, тобто $\Delta_{д\tau}=0{,}368\ \Delta_{д\tau0}$.

Рівняння (6.11) уможливлює визначити тривалість часу (в подальшому позначимо його через $\tau_у$), впродовж якого абсолютна динамічна похибка вимірювання температури не перевищує заданого значення. Після логарифмування (6.11) будемо маємо:

$$\tau_у = \varepsilon_0 \cdot \ln\frac{\Delta_{д\tau_0}}{\Delta_{д\tau}} \qquad (6.12)$$

Із виразу (6.12) можна знайти динамічну похибку вимірювання температури в поточному часі τ у вигляди частки динамічної похибки в момент досягнення регулярного режиму τ_0, тобто:

$\tau_у$	ε_0	$3\varepsilon_0$	$5\varepsilon_0$
$\Delta_{д\tau}/\Delta_{д\tau0}$	0,3679	0,0497	0,0067

Таким чином, температура ПТП відрізняється від температури середовища (рідини, газу) у разі $\tau_у=1\varepsilon_0$, $3\varepsilon_0$ та $5\varepsilon_0$, відповідно, на 36,79, 4,97 та 0,67%. В останньому випадку процес зміни температура ПТП майже закінчується і динамічне вимірювання переходить в статичне.

У відповідності з методичним матеріалом щодо застосування міждержавного стандарту ГОСТ 8.009-84 динамічна похибка засобу вимірювання є суттєвою, а режим вимірювання динамічним, якщо:

$$\Delta_{дmax} \geq 0{,}17\ \Delta_{max ЗВ}\ , \qquad (6.13)$$

де $\Delta_{дmax}$ та $\Delta_{max ЗВ}$ – максимальне значення, відповідно, динамічної похибки та найбільш можливе значення похибки ЗВ в робочих умовах його застосування.

Приклад 6.5. Визначити час установлення сигналу термопари, впродовж якого протікає динамічний режим вимірювання температури. На рис. 6.3 показана перехідна функція (крива розгону) термопари, яка одержана шляхом занурення її робочого кінця із приміщення з температурою t_n=20 °С в гарячу воду за температури t_c=100°С. Показник теплової інерції термопари ε_0=10 с, межа допустимого відхилення її термо-ЕРС від номінального значення складає $\Delta_{дmax ЗВ}$=±2,5 °С.

Рішення

Згідно (6.13) максимальне значення динамічної похибки термопари буде:

$$\Delta_{дmax}=0,17\cdot 2,5=0,425°C$$

Приймаючи різницю t_c-t_n=80 °С за максимальну динамічну похибку термопари на початку регулярного режиму нагрівання $\Delta_{д\tau 0}$≈80 °С, шуканий час визначимо за формулою (6.12), як:

$$\tau_у = 10\cdot \ln\frac{80}{0,425} = 10\cdot \ln 188,24 = 10\cdot 5,24 = 52,4 \text{ с}$$

Після закінчення цього терміну вимірювання температури стає статичним.

6.3. Класифікація вимірювань за іншими ознаками

За числом вимірювань у ряді вимірювання класифікуються на *однократні*[32] *і багатократні*[33].

У багатьох випадках практики теплотехнічних вимірювань виконуються саме однократні вимірювання. Вони проводяться із числом *спостережень*[34] не більше трьох. Однак два-три спостереження не є достатнім об'ємом вихідних даних для статистичного оброблення. Якщо умови, за яких проведені однократні вимірювання установлені правильно й застосовані справні засоби вимірювальної техніки, то відмінності між результатами двох-трьох спостережень мають бути незначними й не виходити за межі, що регламентуються. В цьому випадку за результат вимірювання можна взяти будь-який із отриманих результатів спостережень. Але, оскільки проведено

[32]*Однократні вимірювання* – вимірювання ФВ, виконане один раз.

[33]*Багатократні вимірювання* – вимірювання ФВ одного і того ж розміру, результат якого отриманий з декількох таких один за одним вимірювань, тобто що складається з ряду однократних вимірювань.

[34]*Спостереження при вимірюванні* – операції, що проводяться при вимірюванні і мають на метісвоєчасно і правильно провести відлік показів ВП, тобто фіксацію значення величини або числа по показувальному пристрою ВП в зваданий момент часу.

два-три спостереження, то доцільно за результат вимірювання прийняти середнє арифметичне значення. Простота одержання результату при однократному вимірюванні «сплачується» або грубою оцінкою його *випадкової похибки*[35]. Така оцінка похибки накладає метрологічні обмеження на умови проведення однократних вимірювань.

Строгої відповіді на питання, починаючи з якого числа спостережень вимірювання варто вважати *багатократними*, немає. Проте відомо, що за числа вимірювань більше $n \geq 4$ ряд однократних вимірювань може бути оброблений у відповідності з вимогами математичної статистики. Це означає, що при $n \geq 4$ вимірювання вважається багатократними. За результат багатократного вимірювання звичайно приймають середнє арифметичне значення з окремих вимірювань.

Приклад 6.6. Багатократними вимірюваннями тиску свіжої пари p_0 перед паровою турбіною і отримано ряд результатів ($n = 5$ спостережень): 12,95; 12,99; 12,96; 12,91; 12,94 МПа. Обчисливши середнє арифметичне з даного ряду значень, одержимо результат багатократного вимірювання тиску пари у вигляді:

$$\bar{p}_o = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} p_{oi} = 12{,}95 \text{ МПа.}$$

Подальше оброблення результатів багатократних вимірювань стандартизована (ДСТУ ГОСТ 8.207-2008).

Багатократні вимірювання режимно-технологічних параметрів широко використовуються у різних випробуваннях котельних та турбінних установок енергоблоків. Значна тривалість таких випробувань приводить до зміни параметрів ЗВТ і зовнішнього середовища, що може вплинути на *точність вимірювань*[36]. У цьому зв'язку в метрології, залежно від характеристик точності рядів багатократних вимірювань, останні поділяються на ряди

[35]*Випадкова похибка (вимірювання, ЗВТ)* – складова похибки, що непрогнозовано змінюється в разі вимірювань однієї й тієї ж величини.
[36]*Точність вимірювання* – головна характеристика якості вимірювання, що відображає близькість результату вимірювання до істинного значення вимірюваної величини.

рівноточних і *нерівноточних* вимірювань.

Ряди багатократних вимірювань, проведених у приблизно однакових умовах з використанням ЗВТ однакової точності, тим же числом прийомів, спостерігачами однакової кваліфікації, звичайно вважаються практично рівноточними. Іноді кожен ряд вимірювань проводиться ЗВТ, що мають різну точність, різними спостерігачами. Такі багатократні вимірювання вважаються нерівноточними. Тому спільне використання різних рядів вимірювань тісно пов'язане з попередньою перевіркою їх рівноточності.

За способом вираження результату вимірювання поділяються на *абсолютні*[37] і *відносні*[38]. Поняття «абсолютне вимірювання» застосовується як протилежне поняттю «відносне вимірювання» і розглядається як вимірювання величини в її одиницях. У такому розумінні це поняття знаходить все більше застосування.

Типові приклади відносних вимірювання:

- вимірювання активності радіонукліда в джерелі по відношенню до активності радіонукліда в однотиповому джерелі, атестованому як еталон міри активності;

- вимірювання відносної вологості повітря, як відношення фактичної маси водяної пари, що міститься в повітрі, до максимально можливої маси її в даному об'ємі повітря за даної температури;

- вимірювання ступеня сухості пари (паровмісту), як відношення маси сухої насиченої пари у вологій парі до загальної маси рідини й сухої насиченої пари, що утримується у вологій парі.

---

[37]*Абсолютне вимірювання* – це вимірювання засноване на прямих вимірюваннях однієї або декількох основних величин і (чи) використанні значень фізичних констант.

[38]*Відносне вимірювання* – це вимірювання відношень величини до однойменної величини, що грає роль одиниці, або вимірювання зміни величини по відношенню до однойменної величини, що приймається за початкову.

6.4. Основні характеристики вимірювань

До основних характеристик вимірювання відносяться *принцип вимірювання, метод вимірювання та похибка вимірювань*, визначення яких надані в табл. 1.1.

Державним стандартом ДСТУ 2681-94 регламентований цілий ряд понять, що визначають характеристики якості результату вимірювання. Якість результату визначається ступенем його близькості до істинного (дійсного) значення вимірюваної величини. Відхилення результату вимірювання (x_N) від істинного (дійсного) значення вимірюваної величини (x_i) є *абсолютна похибка результату вимірювання:*

$$\Delta x = x_\mathrm{N} - x_\mathrm{i}. \tag{6.14}$$

Очевидно, що похибка є негативним показником якості результату вимірювання, чим вона більша, тим нижче якість вимірювання і навпаки. Позитивний показник якості – це *точність результату вимірювання*. Природно, що ці показники пов'язані оберненою залежністю. Висока точність результату відповідає його малим похибкам всіх видів, як випадкових, так і *систематичних*[39]. Взагалі термін «точність вимірювання» застосовується дуже широко, але поки ще немає загальноприйнятого способу виражати точність вимірювання кількісно. Інколи кількісно точність вимірювання виражається величиною, оберненою модулю відносної похибки вимірювання ($\gamma = \Delta x / x_\mathrm{i}$). Так, наприклад, якщо $\gamma = \pm 0{,}01$, то точність вимірювання буде $|1/\gamma| = 100$.

Тому вирази «точність вимірювання дорівнює 0,1%» або «результат вимірювання вірний з точністю до 0,001%» є неправильними. Простіше указати неточність або похибку. Термін «точність» слід вживати для зіставлення результатів або відносної характеристики методів вимірювань,

[39] *Систематична похибка вимірювання* – це складова похибка, що залишається сталою або прогнозовано змінюється у ряді вимірювань тієїж величини.

наприклад, «точність вимірювання довжини за допомогою мікрометра більша, ніж точність вимірювання за допомогою штангенциркуля».

На відміну від точності вимірювання, що відбиває близькість до нуля систематичних і випадкових похибок його результату, *правильність вимірювання* є характеристикою його якості, що відображає близькість до нуля лише його систематичних похибок. Вона залежить, насамперед, від того, наскільки дійсний розмір одиниці, у якій виконане вимірювання, відрізняється від його істинного значення. Малі значення систематичної похибки свідчать про правильність вимірювань.

Якщо при вимірюванні ФВ в однакових умовах і при незмінному її розмірі одержують відмінні один від одного результати, то це означає, що в результаті вимірювання міститься випадкова похибка. Близькість до нуля випадкової похибки відображається *збіжністю вимірювань*[40].

Останньою стандартизованою характеристикою якості результатів вимірювань є їхня *відтворюваність*[41]. В стандарті ДСТУ (ГОСТ) ИСО 5725-1…6: 2005 для опису точності методу вимірювання застосовуються два терміни: «правильність» та «прецизійність» (від фр. precision – точність). «Правильність» стосується близькості між середнім арифметичним значенням великого числа результатів випробовувань та істинним чи прийнятим еталонним значенням. «Прецизійність» характеризує близькість між результатами вимірювань.

Необхідність використання терміну «прецизійність» обумовлена тим, що лабораторні випробовування під час аналізів матеріалів виконуються на заздалегідь відібраних пробах (зразках). Прикладами таких вимірювань є лабораторні аналізи проб палива на ТЕС для визначення теплоти згоряння (ДСТУ 3581-97, ГОСТ 30517-97), вмісту в ньому загальної сірки (ДСТУ 3528-97, ГОСТ 8606-93), золи (ГОСТ 11022-95 ИСО 1171-81) та його

[40]*Збіжність (результатів) вимірювань* – характеристика якості вимірювання, що відображає близькість повторних результатів вимірювання однієї і тієї ж величини в однакових умовах.

[41]*Відтворюваність вимірювань* – характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї й тієї ж величини виконаних у різних умовах(в різний час, в різних місцях, різними методами і засобами).

гранулометричного складу (ДСТУ 3550-97). Звичайно такі аналізи не дають тотожно однакових результатів, що обумовлено неминучими випадковими похибками, властивими кожній методиці аналізу. Множини різних чинників (окрім варіацій між приблизно ідентичними зразками (пробами)) сприяють *мінливості результатів*; залежно від методу аналізу такими чинниками (умовами повторюваності) являються:

а) оператор;

б) обладнання, що використовується;

в) калібрування;

г) умови довкілля (температура, тиск, волога, забрудненість повітря);

д) інтервал між вимірюваннями.

Тому на практиці мінливість результатів вимірювання повинна ураховуватися. Наприклад, мінливість між результатами вимірювань, які проводяться різними операторами та/або з використанням різного обладнання, як правило, буде вища, ніж мінливість між вимірюваннями, що виконуються в межах короткого інтервалу часу, одним оператором і з використанням одного й того ж обладнання.

У відповідності з ДСТУ (ГОСТ) ИСО 5725–1:2005 загальним терміном, що характеризує мінливість результатів повторних вимірювань (аналізів),є їх прецизійність. *Прецизійність вимірювань* – це близькість між незалежними результатами вимірювань, одержаних за таких умов:

•*умови повторюваності (збіжності)*, за яких незалежні результати одержані одним методом, на ідентичних зразках (пробах), в одній лабораторії, одним оператором, з використанням одного й того ж обладнання і за короткий інтервал часу між вимірюваннями;

• *умови відтворюваності*, за яких незалежні результати одержані одним методом, на ідентичних зразках (пробах), але в різних лабораторіях, різними операторами, з використанням різного обладнання.

Таким чином, дві умови прецизійності (умова збіжності і умова відтворюваності) визначені стандартом необхідними і для багатьох практичних випадків корисними для опису мінливості результатів вимірювання.

Отож, збіжність вимірювань – це прецизійність вимірювань за умов збіжності, а відтвореність вимірювань – це прецизійність вимірювань за умов відтворюваності. Умови збіжності і умови відтворюваності являються двома граничними умовами прецизійності, де перші характеризують мінімальну, а другі – максимальну мінливість результатів вимірювань (аналізів).

Таким чином, у вітчизняній метрологічній літературі всі характеристики якості (результатів) вимірювань спирається, за рідкісним виключенням, на їх похибки, як різниці між результатом вимірювань і істинним (дійсним) значенням вимірюваної величини. Разом з тим, в зарубіжній літературі вже давно, а у вітчизняній останнім часом, замість терміну «похибка вимірювань» застосовується термін *«невизначеність вимірювань»* (ДСТУ–Н РМГ 43: 2006).

Оцінка якості вимірювань через їх невизначеність ґрунтується не на похибці, яка ґрунтується на істинному, лише інколи відомому, значенні вимірюваною ФВ, а на її вірогідній характеристиці, тобто на спостережуваній (або оцінюваній) мінливості результатів вимірювання. Поняття «невизначеність вимірювань» знаходить віддзеркалення в останніх міжнародних і державних стандартах (Рекомендації РМГ 43-2001, ДСТУ-НРМГ 43: 2006).

Згідно з ДСТУ 2681-94, до складу основних характеристик, окрім наведених характеристик якості, віднесено цілий ряд похибок і характеристик, які пов’язані з ними. Такі похибки вимірювання і характеристики розглянуті в контекстах конкретних матеріалів відповідних глав, як-от: похибка квантування (глава 3), поправка, коригувальний коефіцієнт, непоправлений та поправлений результат вимірювання (глава 4), динамічна, статична, випадкова, систематична, абсолютна та відносна похибки (глава 6), методична похибка (глава 7). Визначення більшості похибок вимірювань і відповідних характеристик наведені у виносках зазначених глав.

Контрольні запитання

1. Прямі та непрямі вимірювання. Розтлумачити ці поняття на прикладах вимірювання маси на рівноплечих вагах, температури та густини твердого тіла.

2. Прямі вимірювання без перетворення роду ФВ та використання відомих залежностей. Розтлумачити це поняття на прикладах вимірювання об'єму рідини, довжини та маси твердого тіла.

3. Прямі вимірювання за допомогою градуювальних шкал вимірювальних приладів. Розтлумачити це поняття на прикладах вимірювання температури і тиску.

4. Непрямі вимірювання. Класифікація непрямих вимірювань, їх переваги, недоліки. Розтлумачити ці поняття на прикладах вимірювання температури і тиску.

5. Опосередковані вимірювання, їх переваги та недоліки. За якою ознакою вимірювання температури відноситься до прямого вимірювання?

6. Сумісні та сукупні вимірювання, їх призначення та умови застосування.

7. Технічні та лабораторні вимірювання. Особливості їх застосування в умовах ТЕС та АЕС.

8. Статичні та динамічні вимірювання. Динамічна похибка вимірювання температури та її визначення.

9. Однократні та багатократні, абсолютні та відносні вимірювання, їх призначення та приклади використання.

10. Точність, правильність та прецизійність результатів вимірювання.

Розділ 7. Методи вимірювання та їх класифікації

7.1. Поняття про метод вимірювання

Вимірювання проводяться різними методами залежно від різноманітних прийомів одержання вимірювальної інформації, відмінних закономірностях, які покладені в основу вимірювання, а також згідно від багатьох чинників: рід вимірюваної величини, її значення, умов вимірювання, вимог точності тощо.

На практиці в поняття метод вимірювання вкладається різне розуміння. Це обумовлено еволюцією вимірювань, яка привела до неоднозначності поняття «метод вимірювання», що віддзеркалюється в основних понятійних НД РМГ29-99, РМГ83-2007 та ДСТУ2681-99 (див. табл. 1.1). У двох із них, згідно до уявлень класичної метрології, метод вимірювання визначає логіку вимірювальної операції порівняння вимірюваної ФВ з мірою (одиницею). Але, на відміну від першого НД, у другому (РМГ83-2007) передбачена операція порівняння в сучасному розумінні, як порівняння конкретного виявлення вимірюваної властивості (величини) зі шкалою вимірювання цієї властивості (величини). Відповідно ДСТУ2681-99, навпаки, метод вимірювання – це, перш за все, сукупність способів використання *засобів вимірювальної техніки (ЗВТ)* та *принципу вимірювання* для створення вимірювальної інформації. Саме друга інтерпретація поняття (розуміння метода вимірювання як характеристики процедури вимірювання в цілому, а не лише її ядра – операції порівняння) більш конструктивна з точки зору користувача ЗВТ. Вона більш важлива і для інженера-теплоенергетика, який заклопотаний не тим, який принцип дії ЗВТ і як в ньому реалізується вимірювальна операція порівняння, а тим, як правильно і ефективно його використати для рішення вимірювальної задачі.

Поняття «метод вимірювання» часто плутають то з (більш частковим) фізичним принципам, визначення якого наведене в табл. 1.1, то з (більш загальним) поняттям «методика виконання вимірювання» (МВВ).

Фізичний принцип, який реалізується в ЗВ, і метод вимірювання, який звичайно обумовлює його побудову (конструкцію), чітко пояснюється на прикладі вимірювання маси об’єкта за допомогою різних вагів. Тут вимірювання маси з використанням сили земного тяжіння – це наукова база (принцип) вимірювання, а зважування (порівняння) маси об’єкта за допомогою пружинних чи важільних вагів – це два різних метода вимірювання. В кожному з них порівнюються різні фізичні величини: сила у пружинних та момент сили у важільних вагах. Який з них можна використати на Місяці, якщо врахувати відповідні значення сили ваги і те, що ваги градуюються у земних умовах? Очевидно, що в умовах Місяця можна використати тільки важільні ваги, оскільки жорсткість пружини у пружинних вагах не змінюється на Місяці і в умовах іншого значення сили ваги пружинні ваги будуть давати інші показання. І ще одне запитання: який метод вимірювання маси можна використати в безповітряному просторі в умовах невагомості? Легко здогадатися також, що у невагомості відсутня сила ваги і там неможливо застосувати не тільки обидва методи вимірювання, але й сам принцип вимірювання. В таких умовах слід знайти інші принципи вимірювання.

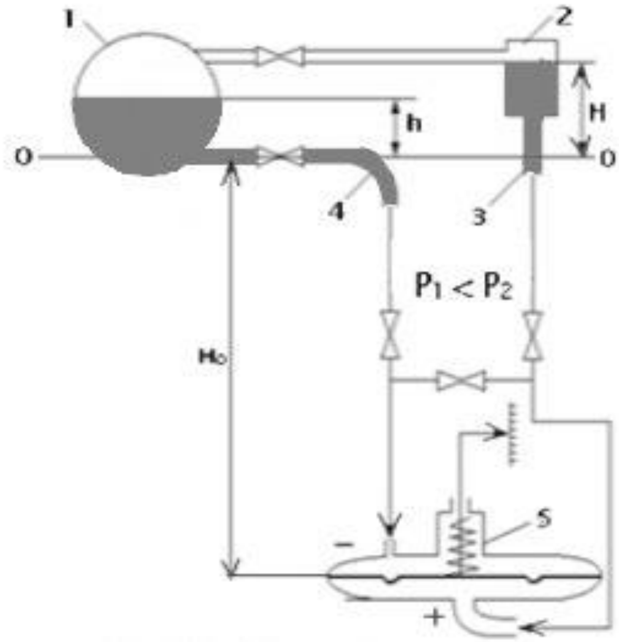


Рис. 7.1. Схема гідростатичного методу вимірюваних рівня води в барабані котла

Плутанина понять «метод вимірювання» і «методика виконання вимірювання» обумовлюється тим, що опис будь-якого методу вимірювання входить складовою до відповідної МВВ. Так, методи непрямих вимірювань, як правило, віддзеркалюють у своїй назві фізичний принцип вимірювань, на якому вони засновані, і утримують (в нормативно – описовому плані) великий комплекс технічних прийомів їх реалізації. Продемонструємо це на прикладі гідростатичного методу опосередкованого вимірювання рівня води в барабані котла, схема якого показана на рис. 7.1. Принципом (науковою базою) цього методу вимірювання є основне рівняння гідростатики, згідно з яким повний гідростатичний тиск у кожній точці нерухомої рідини складається з надлишкового тиску пари $p_{над}$ в барабані *1* і гідростатичних тисків стовпів води і пари. В позначках схеми він виражається як:

$$p=p_{над}+\rho' gh+\rho'' g\ (H-h) \tag{7.1}$$

Скориставшись манометром для вимірювання повного гідростатичного тиску (p) при визначених величинах $p_{над}$, густини води (ρ') і пари (ρ''), прискорення вільного падіння (g) і розмірі (H), можна з наведеного рівняння визначити висоту стовпа води h. Однак, для реалізації цього методу вимірювання рівня води необхідно виконати цілий ряд технічних, технологічних і метрологічних умов (прийомів), головними з яких являються:

- вилучивши із рівняння вираз гідростатичного тиску стовпа води ($\rho' gh$) і за умов h=0,63 м, $p_{над}$=100 МПа, ρ'=691,66 кг/м^3 та g=9,80665 м/с^2 оцінимо його величину: $\rho' gh$=691,66·9,80665·0,63=4273 Па=0,004273 МПа. Якщо прийняти довжину шкали манометра надлишкового тиску L=630 мм, то зміна його показань при зміні $\rho' gh$ на 0,004273 МПа буде $(L/p_{над})\ \rho' gh$=(630/100)·0,004273=0,0269 мм, що неможливо помітити неозброєним оком і робить реалізацію метода вимірювання за допомогою манометра надлишкового тиску нездійсненною. З метою вилучення з вимірювання надлишкового тиску пари в схему вводиться зрівняльна посудина 2, надлишковий тиск в якій рівний надлишковому тиску в барабана. Тоді приєднання дифманометра однією (плюсовою) камерою (позначка «+») до зрівняльної посудини, а іншою (мінусовою) камерою (позначка «-») до барабану забезпечує доступ до обох камер одного і того ж надлишкового тиску, на якій дифманометр 5 не реагує;
- місце установки дифманометра – рівнеміра не впливає на його показання лише в тому випадку, коли він знаходиться нижче рівня днища

барабану, що частіше має місце; при цьому вимірювання гідростатичного тиску проводиться відносно початкового постійного рівня води. Стабілізація цього тиску в трубі 3 висотою (H_0+H), який підводиться до плюсовою камери дифманометра (позначена знаком «+»), досягається підтриманням постійного рівня води у зрівнювальній посудині 2. Вона приєднується до парового простору барабана без теплової ізоляції, що забезпечує неперервну конденсацію пари над рівнем води для підтримки H=const. Тиск стовпа води в трубі 4 висотою (H_0+h), що підводиться до мінусової камери дифманометра (позначена знаком «-»), змінюються залежно від вимірювання рівня води h;

- для виключення впливу на показання дифманометра – рівнеміра тисків стовпів води в трубах 3 і 4 висотою H_0, які з'єднують ЗВТ з об'єктом вимірювання, необхідно підтримувати в них однакову температуру (густину води). Для цього труби мають бути укладені паралельно поблизу одна від одної.

З врахуванням перелічених умов формується тиск:

- p_1, що підводиться до плюсової камери дифманометра у вигляді суми гідростатичних тисків стовпів рідини густиною ρ і висотою H у зрівнювальній посудині 2 і H_0 у трубі 3, тобто:

$$p_1=\rho \cdot g\ (H+H_0), \tag{7.2}$$

- p_2, що підводиться до мінусової камери дифманометра у вигляді суми гідростатичних тисків стовпів рідини густиною ρ і висотою H_0 в трубі 4, котлової води в барабані густиною ρ' і висотою h та пари густиною ρ'' в паровому просторі барабану висотою (H-h), тобто [19]:

$$p_2=\rho \cdot g \cdot H_0+\rho' \cdot g \cdot h+\rho'' \cdot g\ (H-h) \tag{7.3}$$

Таким чином, перепад тиску, який діє з різних камер на пружний чутливий елемент дифманометра, визначається як:

$$\Delta p=p_1-p_2=[(\rho-\rho'')\ H-(\rho'-\rho'')\ h \rightarrow h=\frac{(\rho-\rho'')g \cdot H-\Delta p}{(\rho'-\rho'')g} \tag{7.4}$$

Як бачимо, показання дифманометра – рівнеміра (Δp) залежить не тільки від значення вимірюваного рівня води h, а й від *величин, впливають*[42] (густини котлової води ρ' і пари ρ'' в стані насичення при тиску в барабані котла). Тому розрахунок шкали приладу проводиться на робочий (номінальний) тиск пари в барабані. Похибки вимірювання рівня, які виникають у разі зміні ρ' і ρ'', досягають особливо великих значень підчас пуску котельного агрегату, а також коли він працює на ковзних параметрах. Ця технологічна особливість має відзначатись також в нормативно – описовому плані вимірювання. Таким чином, метод вимірювання повинен по можливості мати мінімальну похибку і сприяти вилученню систематичних похибок або переводу їх у розряд випадкових.

Розглянутий приклад використання дифманометра для реалізації методу опосередкованого вимірювання рівня води у барабані котла далеко не єдиний. В енерготехнологіях на ТЕС та АЕС широко використовуються дифманометри для реалізації методів опосередкованого вимірювання швидкостей і витрат технологічних середовищ (рідин, пари, газів тощо), які протікають у напірних трубопроводах. Серед них особливо поширені вимірювання швидкості (витрати) рідин та газів методом змінного тиску, який виникає в результаті взаємодії спеціального нерухомого пристрою з потоком середовищ і служить опосередкованою мірою його швидкості (витрати).

Характерними ознаками такого методу, крім простоти і широкого поширення, являється уніфікація термінів, визначень, технічних вимог та методів виконання вимірювань.

Так, згідно з комплексом міждержавних стандартів (КМС) ДСТУ (ГОСТ) 8.586.1…5: 2009 під загальною назвою «Вимірювання витрати та кількості рідини і газу із застосуванням стандартних звужувальних пристроїв» розраховуються, виготовляються, монтуються та експлуатуються для вимірювання витрати рідини (газу) методом змінного перепаду тиску такі

[1]*Впливна величина* – ФВ, що впливає на результат вимірювання, але не євимірюваною величиною.

стандартні звужувальні пристрої (СЗП) (рис. 7.2.): діафрагми, сопла (сопло 1932, еліпсове сопло, сопло Вентурі) і труби Вентурі. КМС являється модифікованим по відношенню до міжнародних стандартів ІСО 5167-4: 2003.

Метод змінного перепаду тиску заснований на створенні за допомогою СЗП, що установлюється на осі вимірювального трубопроводу (ВТ), по якому протікає рідина чи газ, місцевого звуження їх потоку. За таких умов частина потенціальної енергії (статичного тиску) потоку переходить у кінетичну енергію. Середня швидкість потоку у місці його звуження підвищується, а статичний тиск становиться меншим за статичний тиск до звуження (див. рис. 7.2.).

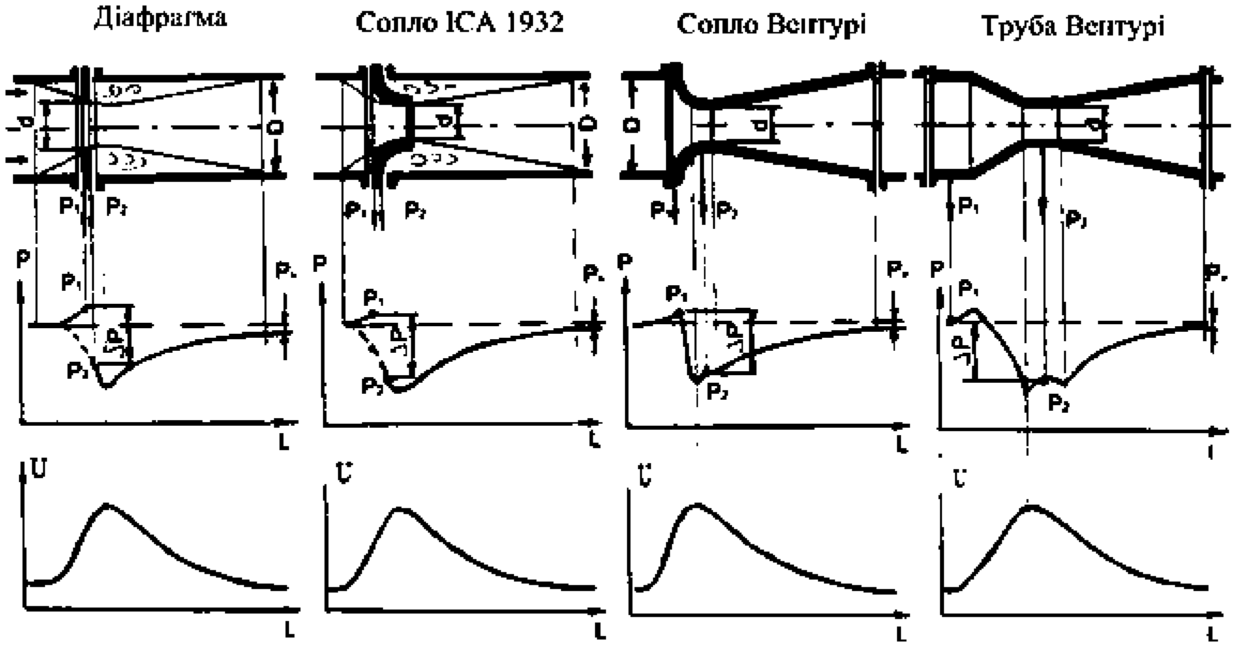


Рис. 7.2. Стандартні звужувальні пристрої (ДСТУ (ГОСТ) 8.586.1…5: 2009).
а) Профіль СЗП і схема деформації ним потоку вимірювального середовища;
б), в) Зміна по довжині трубопроводу (L) статичного тиску (p) і середньої швидкості (U) вимірюваного середовища

Різниця (перепад) статичних тисків тим більша, чим більша витрата рідини (газу) і, отже, вона може служити опосередкованою мірою витрати. Таким чином, СЗП виконує роль перетворювача перепаду тиску (Δp) у витрату (q), які пов'язані функціональною залежністю $q=f(\Delta p)$. Перепад тиску вимірюється дифманометром – витратоміром, який градуюється в одиницях витрати (ГОСТ 15528-86) розрахунковим методом (7.9).

Вид залежності $q=f(\Delta p)$ можна знайти, якщо для двох поперечних перерізів стаціонарного потоку ідеальної рідини (незвуженого та звуженого СЗП) використати:

• рівняння збереження енергії (рівняння Бернуллі):

$$p_1+\rho\frac{U_D^2}{2}=p_2+\rho\frac{U_d^2}{2} \rightarrow \Delta p=p_1-p_2=\frac{\rho}{2}\,(U_d^2-U_D^2) \qquad (7.5)$$

• рівняння нерозривності:

$$q_{мт}=\rho\cdot U_D\, f_D=\rho U_d\, f_d \rightarrow U_D=\frac{q_{мт}}{f_D\rho}\,,\ U_d=\frac{q_{мт}}{f_d\rho}\,, \qquad (7.6)$$

де p_1 і p_2 – статичний тиск рідини, відповідно, до і після СЗП;

U_D і U_d – середня швидкість потоку рідини у поперечному перерізу, відповідно, ВТ (U_D) і отвору СЗП (U_d);

$q_{мт}$ і ρ – масова витрата і густина вимірюваної рідини.

Скориставшись виразами для Δp (7.5) та U_D і U_d (7.6), одержимо теоретичне рівняння масової витрати нестисливого середовища у вигляді :

$$q_{мт}=f_d\cdot E\sqrt{2\rho\cdot\Delta p}\,, \qquad (7.7)$$

де $E=\sqrt{\frac{1}{1-\beta^4}}$ – коефіцієнт швидкості входу;

$\beta=\frac{d}{D}=\sqrt{\frac{U_D}{U_d}}=\sqrt{\frac{f_d}{f_D}}$ – відносний діаметр отвору СЗП.

Коефіцієнт швидкості входу враховує вплив початкової швидкості потоку рідини на її витрату. Дійсна масова витрата виходить меншою за розраховану по теоретичному рівнянні, що коригується коефіцієнтом витікання (C) і додатково коефіцієнтом розширення (ε) для стисливих середовищ (газів).

Коефіцієнт витікання C, згідно з ДСТУ (ГОСТ) 8.586.1…5: 2009, – це відношення дійсного значення витрати рідини до його теоретичного значення, тобто:

$$C=\frac{q_м}{q_{мт}}=\frac{q_м}{f_d\cdot E\sqrt{2\rho\cdot\Delta p}} \rightarrow q_м=C\cdot q_{мт}=f_d\cdot E\cdot C\sqrt{2\rho\cdot\Delta p} \qquad (7.8)$$

Для усіх видів СЗП коефіцієнт витікання C враховує втрату енергії у самому СЗП, а також нерівномірність розподілу швидкостей по поперечному перерізу і місцезнаходження відбору тисків p_1 і p_2. Як видно із рис. 7.3, він залежить від числа Рейнольдса Re і типу СЗП: для сопел, а також сопел Вентурі і труб Вентурі C=0,9–0,995, для діафрагм C≈0,6 (для діафрагм він також залежить від відносного діаметра отвору β).

Ретельне вивчення залежності $C=f(\mathrm{Re},\beta)$ дозволило провести стандартизацію ЗП і відказатись від індивідуального експериментального градуювання дифманометрів-витратомірів, а проводити його розрахунковим методом.

Таким чином, у загальному випадку функціональна залежність між масовою витратою рідини (Ɛ=1) чи газу (Ɛ<1) і перепадом тиску на СЗП має вид:

$$q_м = f_d \cdot E \cdot C \cdot \varepsilon \sqrt{2\rho \cdot \Delta p} \qquad (7.9)$$

Як бачимо, між витратою $q_м$ і перепадом тиску на СЗП Δp квадратична залежність. Це являється суттєвим методичним недоліком вимірювання витрат методом змінного перепаду тиску на СЗП, наслідком якого являється дуже вузький діапазон вимірювання дифманометра-витратоміра ($q_{min}/q_{max} \geq 1/3–1/4$). Його розширення за рахунок зменшення q_{min} зумовлює значну відносну похибку вимірювання перепаду тиску такими вимірювальними приладами при витратах рідини (газу) нижче за 30% від верхньої межі (q_{max}), про що свідчить такий приклад.

Приклад 7.1. Застосовується витратомір змінного перепаду тиску із СЗП – дифманометр «Сапфір-22ДД», граничний перепад тиску якого Δp_{max}=100 кПа, а межа допустимої основної похибки його вимірювання складає $\gamma_{np}=\frac{\theta}{\Delta p_{max}}\cdot 100=0{,}5\%$, де θ – межа допустимої абсолютної похибки.

Визначити відносні межі допустимої основної похибки вимірювання перепадів тиску, які відповідають проміжним значенням діапазону вимірювання витратоміра (q_{min}/q_{max}=0,8–0,3).

Рішення

Оскільки $q_{min}=f_d \cdot E \cdot C \cdot \varepsilon\sqrt{2\rho \cdot \Delta p}_{min}$, а $q_{max}=f_d \cdot E \cdot C \cdot \varepsilon\sqrt{2\rho \cdot \Delta p}_{max}$, то $(\frac{q_{min}}{q_{max}})^2=\frac{\Delta p_{min}}{p_{max}} \rightarrow \Delta p_{min}=\Delta p_{max}\,(\frac{q_{min}}{q_{max}})^2$, тобто Δp_{min}, який відповідає витраті q_{min}, пропорційний квадрату її частки. Згідно з НТД на дифманометр

«Сапфір-22ДД» межа його допустимої абсолютної похибки, однакової для кожного значення перепаду тиску в діапазоні його вимірювання, визначається як $\theta=\frac{\gamma_{пр}\cdot\Delta p_{max}}{100}=\frac{0,5\cdot 100}{100}=0,5$ *кПа. Тоді гранична відносна похибка вимірювання перепаду тиску у проміжних точках діапазону вимірювання буде:*

$$\gamma_{min}=\frac{\theta}{\Delta p_{min}}\cdot 100=\frac{\gamma_{пр}}{(\frac{q_{min}}{q_{max}})^2}.$$

Результати рішення зведені до таблиці:

$\frac{q_{\min}}{q_{\max}}$	$(\frac{q_{\min}}{q_{\max}})^2$	$\Delta p_{\min}$, Па	$\gamma_{\min}$,%
0,8	0,64	64	0,78
0,7	0,49	49	1,02
0,6	0,36	36	1,39
0,5	0,25	25	2,00
0,4	0,16	16	3,13
0,3	0,09	9	5,56

Як бачимо, за однакової межі допустимої абсолютної похибки вимірювання тиска (±5 кПа) відносна межа цієї похибки на початку шкали витратоміра ($q_{min}\leq(0,3–0,4)\ q_{max}$*) у 5–10 разів перевищує відносні межі тієї ж похибки у кінці шкали (*$q_{min}=(0,7–1)\ q_{max}$*).*

Згідно з міждержавним стандартом ГОСТ 15528-86, наступним поширеним методом опосередкованого вимірювання швидкості (витрати) рідини чи газу в напорних трубопроводах є метод змінного перепаду тиску із напірним пристроєм. Такий пристрій являє собою перетворювач швидкості потоку рідини чи газу у функціонально пов'язаний з нею динамічний тиск в одній, або декількох точках поперечного перерізу потоку. Поширення методу обумовлено необхідністю вимірювання швидкості (витрати) рідини чи газу в напірних трубопроводах великих діаметрів (більших за 1 м) та не круглих поперечних перерізів, на які не поширюються вимоги міждержавних стандартів ДСТУ (ГОСТ) 8.586.1…5: 2009 р. Такі методи вимірювання являються самостійною витратовимірювальною проблемою, яка вирішується своїм специфічним шляхом.

На відміну від методу змінного тиску із звужувальним пристроєм, в якому прямим вимірюванням є перепад статичних тисків до і після СЗП, при вимірюванні напорним пристроєм прямому вимірюванню підлягає різниця між повним тиском повністю загальмованого потоку рідини (газу) $p_п$ і його статичним тиском $p_с$, тобто динамічний тиск $p_д=p_п–p_с$ (швидкісний напір). Схема такого методу вимірювання показана на рис. 7.4.

Вимірювання повного тиску $p_п$ проводиться відкритою трубкою, яка установлена назустріч руху потоку рідини чи газу, а статичного тиску – через отвори у стіні ВТ. Динамічний тиск потоку пов'язаний з його швидкістю співвідношенням, яке одержується із рівняння Бернуллі для ідеальної рідини:

$$p_д=p_п–p_с=\rho_м.g \cdot h=\frac{\rho}{2}U^2 , \tag{7.10}$$

звідки для незбуреного потоку середня швидкість у точці установки трубки повного тиску буде визначатися як:

$$U_i=\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_п-p_c)}, \tag{7.11}$$

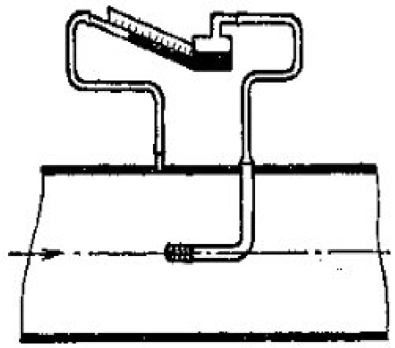


Рис. 7.4. Схема реалізації методу вимірювання динамічного тиску потоку

де ρ і $\rho_м$ – густина вимірюваної та манометричної рідини.

Подальше використання цього методу вимірювання швидкостей потоку пішло по шляху створення комбінованих напірних трубок, які мають отвори для прийому як повного, так і статичного тисків. Зараз використовують ряд конструкцій напорних трубок для лабораторних і технічних вимірювань [17, 26].

В міждержавних стандартах ГОСТ 8.361-79, ГОСТ 8.439-81 та ГОСТ 15528-86 наведені основні поняття, визначення конструкції та умови використання напорних пристроїв, а також МВВ швидкостей та об’ємних витрат рідини (газу) за допомогою найбільш поширеного напірного пристрою – диференціальної трубки Піто.

Використання трубок Піто різних фірм для вимірювання тисків у потоці рідини чи газу ґрунтується на науковому вивченні розподілу тисків по затупленому торці і боковій поверхні порожнього циліндра (наконечника) діаметром d – головного елементу диференціальних трубок Піто. Конструкції таких трубок наведені у довідкових додатках наведених НТД, які відповідають міжнародним ІСО 3354-75 та ІСО 3966-77.

Диференціальна трубка Піто (рис. 7.5 а) об'єднує дві напірні трубки (повного і статичного тиску), які розміщені одна в одній (трубка у трубці) і загнуті під кутом 90°. Прийомні отвори тисків максимально зближені з водночас виключенням їх взаємовпливу на результат вимірювання. Трубку Піто умовно можна поділити на дві різні за конструкціями та призначеннями частинами:

• осьова частина – наконечник (циліндричне тіло) діаметром, рівним діаметру зовнішньої напірною трубки d, з центральним наскрізним отвором діаметром 0,4 d. З однієї сторони наконечник закінчується головкою, яка може мати форму напівсфери (тип А), еліпсоїдальну (тип В) і форму зрізаного конусу (тип С) з центральним прийомним отвором повного тиску потоку;

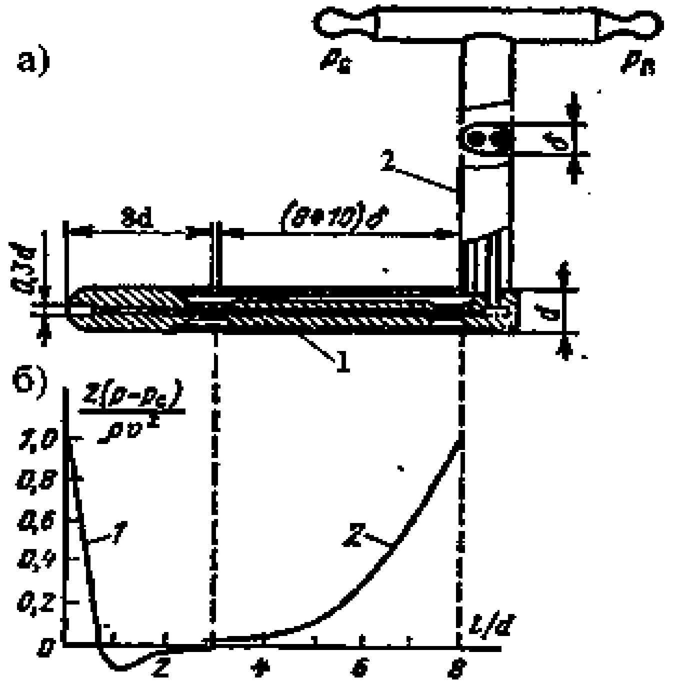


Рис. 7.5. Диференціальная трубка Піто
а) конструктивні елементи трубки; б) розподіл тисків на поверхні її наконечника

• радіальна частина (тримач) знаходиться завжди перпендикулярно осі ВТ. За його межі вона виходить через отвір у стінці та спеціальний сальник, який забезпечує герметичність ВТ, утримання осьової частини у потрібному положенні та її орієнтації і переміщення. Закінчується радіальна частина відповідним конструктивним елементом для вимірювання глибини занурення у потік осьової частини та двома штуцерами для приєднання напірних трубок до дифманометра.

Для наконечника з переднім торцем у вигляді напівсфери при подовжньому його обтіканні епюра тисків по твірній наведена на рис. 7.5 б. Графік свідчить про те, що у центральній точці торця циліндра швидкість потоку повністю відновлюється у тиск (p). Тут відношення $2\,(p\text{–}p_c)/\rho{\cdot}U^2=1$, що обумовлює виконання у цій точці прийомного отвору повного тиску. На меридіані між центральною точкою і циліндричною поверхнею тиск різко зменшується, а на початку твірної циліндра після невеликого підвищення становиться близьким до статичного тиску у потоці, що набігає (крива 1). Таким чином на поверхні циліндра є область на відстані від головки 8d, для якої з достатньою мірою приближення можна прийняти $p=p_c$. Це і являється обґрунтуванням для вибору на поверхні циліндра прийомного отвору статичного тиску потоку. Крива 2 характеризує розподіл тисків, обумовлених впливом тримача.

Як показує досвід, якою б вдалою не була конструкція диференціальної трубки Піто, нею динамічний тиск вимірюється не зовсім точно. Так, точність вимірювання статичного тиску багато в чому визначається ретельністю виготовлення його прийомних отворів; навіть непомітні на око незначні задирки і відхилення осі свердління від потрібного напрямку можуть привести до суттєвих похибок його вимірювання. Обтяжується похибкою і результат вимірювання повного тиску. На головці наконечника при подовжньому його обтіканні утворюється прикордонний шар з неізоентропною течією рідини, в наслідок чого вимірюваний в площі прийомного отвору тиск $p \neq p_n$.

За цих причин у формулу (7.11) вводиться коригувальний коефіцієнт, яким враховуються конструктивні особливості і неточності виготовлення трубок. Для трубок різних конструкцій він визначається експериментальним шляхом. У випадку вимірювання швидкості рідини коригувальний коефіцієнт можна оцінити за емпіричною формулою:

$$К_т = 1 + \frac{5{,}6}{\mathrm{Re_d}}, \qquad (7.12)$$

де Re_d – число Рейнольдса, яке розраховується по діаметру наконечника d.

Згідно зі стандартом ГОСТ 8.439-81 трубка Піто застосовується за чисел Рейнольдса, більших за $Re_d>200$ і розрахованих по діаметру прийомного отвору повного тиску (0,1–0,35) d.

Швидкість потоку у різних точках його поперечного перерізу неоднакова. У трубопроводі вона сягає максимального значення, у центральній частині перерізу, і зменшується у напрямку до стіни.

Для визначення об'ємної витрати рідини (газу) необхідно знати середню швидкість потоку, тобто швидкість, яка, будучи помноженою на площу поперечного перерізу трубопроводу (f_D), дає об'єм рідини, який протікає через трубопровід в одиницю часу:

$$q_0 = f_D \cdot U \qquad (7.13)$$

Відповідно до способу визначення середньої швидкості у поперечному перерізу потоку реалізуються такі методи опосередкованого вимірювання об'ємної витрати рідини чи газу за допомогою диференціальної трубки Піто наведених в [29]:

1. *Метод «площа – швидкість»,* в якому поперечний переріз потоку розбивають на ряд елементарних площадок (кільцевих для круглих трубопроводів) і по виміряній швидкості у кожній із них визначають середню швидкість потоку. Цей метод докладно розглянутий у стандартах ІСО 3966-77 і ГОСТ 8.439-81. Для одержання надійних результатів треба, щоб перед вимірювальним перерізом була пряма ділянка трубопроводу $\ell_1=20\,D$ або $\ell_1=40\,D_г$, де $D_г$ – гідравлічний діаметр трубопроводу круглого перерізу, а після – ділянка не менша за $5\,D$ або $10\,D_г$. Стандарт рекомендує точки вимірювання в перерізі розташовувати так, щоб поділити його на площадки з приблизно рівними витратами (для забезпечення рівної значущості цих точок). Гранична похибка вимірювання витрати цим методом складає ±1,5%.

2. *Метод безпосереднього вимірювання середньої швидкості* в місці її

існування. Він застосовується лише для труб D≥300 мм з осесиметричним потоком і достатньою довжиною прямої ділянки ℓ_1≥(30–55) D, а у випадку наявності на трубі декількох колін у різних площинах ℓ_1≥80 D. Тоді при розвитій турбулентній течії точки середньої швидкості потоку розташовані на колі, яке віддалене від стінки труби на відстані (0,242±0,013) R_D і відповідно від її центру (0,758±0,013) R_D, де R_D – це внутрішній радіус труби. Гранична похибка вимірювання витрати знаходиться на рівні ±4,4%.

3. *Метод вимірювання максимальної швидкості по осі трубопроводу* (U_{max}). В цьому випадку згідно зі стандартом ГОСТ 8.361-79 довжини прямих ділянок можуть буди меншими, ніж у разі вимірювання середньої швидкості, а саме ℓ_1=(10–25) D і лише після двох і більше колін на трубі у різних площинах ℓ_1=50D. Середня швидкість потоку визначається за рівнянням $U=K_u U_{max}$, де $K_u=U/U_{max}$. Значення коефіцієнта K_u залежить від шорсткості внутрішньої стінки труби, яка оцінюється коефіцієнтом гідравлічного тертя λ, і от числа Re. Стандартом передбачено застосування цього методу лише в автомодельній області турбулентної течії, коли K_u залежить лише від λ. Гранична похибка вимірювання витрати оцінюється величиною ±(2,5–3,2)%.

4. *Метод вимірювання витрати рідини чи газу.* Трубка Піто встановлюється у довільній точці поперечного перерізу потоку. Цей метод доцільно використовувати лише у разі установки у потоці засобів, які вирівнюють епюру швидкості (сопла, конфузори тощо). Так, якщо установити конфузор з характеристикою L/D_K=1,75, де L і D_K – довжина і вихідний діаметр конфузору, то після нього на відстані 0,75D епюра швидкості практично вирівнюється, а коефіцієнт $K_u=U/U_{max}$=0,995.

Порівнюючи між собою чотири метода, можна сказати, що при малій довжині прямої ділянки трубопроводу ℓ_1 установка перед трубкою Піто конфузору або сопла забезпечує необхідну точність вимірювання витрати. Його додаткова достойність – відсутність необхідності установки трубки Піто у строго визначеній точці вимірювального перерізу потоку.

Для другого і третього методу потрібна значна довжина ділянки ℓ_1, до того ж для другого методу (коли вимірюється середня швидкість U) потрібна більша довжина, ніж для третього методу (коли вимірюється U_{max}). Тому третій метод може забезпечити кращу точність вимірювання витрати, особливо для невеликих і середніх діаметрів трубопроводів. Але для цього методу потрібне експериментальне визначення коефіцієнта $K_u=U/U_{max}$ (він придатний лише в автомодельній області турбулентного режиму течії).

Три методи (2-4) реалізують вимірювання швидкості лише в одній точці поперечного перерізу, на відміну від першого, який потребує послідовне вимірювання швидкості потоку у багатьох його точках. Тому перший метод застосовується у лабораторних (тимчасових), але не стаціонарних вимірюваннях, хоча він і забезпечує більш підвищену точність вимірювання витрати.

7.2. Класифікація методів вимірювання

Методи вимірювань можна класифікувати за різними ознаками. Відома класифікація по основним вимірювальним операціям (відтворення, порівняння та вимірювальне перетворення ФВ). Вона тісно пов’язана з елементами засобів вимірювання, які реалізують ці операції. Така класифікація орієнтована на структурний опис засобів вимірювання і тому важлива для вимірювальної техніки, а також метрології інформаційно – вимірювальних систем та інженерно – технічних кадрів відповідних спеціальностей.

Для загальнометрологічного аналізу більш важливі традиційні класифікації, які засновані на інших ознаках. Це, перш за все, *фізичний принцип*, покладений в основу методу вимірювання. За цією ознакою усі методи вимірювання поділяються на електричні, магнітні, теплові, механічні, акустичні, оптичні тощо.

Наприклад, розглянуті вище три методи вимірювань базуються на законах *механіки рідини* (*гідростатика та гідрогазодинаміка*). Згідно з ними, фізичними принципами *механічних методів вимірювання* як міри рівня води в барабані котла, швидкості потоку рідини чи газу, їх витрати обґрунтовуються результати прямих вимірювань таких величин:

• різниці між гідростатичним тиском стовпа води у зрівнювальній посудині та стовпів води і пари в барабані котла;

• різниці статичних тисків, яка утворюється в потоці рідини чи газу до і після звужувального пристрою;

• динамічного тиску як різниці між повним і статичним тисками потоку рідини чи газу, які виявляються за допомогою напорного пристрою.

За іншою ознакою – наявність чи відсутність контакту (дотику) між чутливим елементом вимірювального приладу і об’єктом вимірювання – методи вимірювання поділяються на *контактні і безконтактні*.

Так, наприклад *контактні і безконтактні методи вимірювання температури* не тільки відповідають *термометричним і пірометричним методам вимірювання температури* за ознакою їх фізичного принципу, а й обумовлюють реалізацію останніх.

Термометричні (контактні) методи вимірювання температури засновані на використанні термометричних чутливих елементів (ТЧЕ), які входять до складу будь – якого термометра. В таких ТЧЕ при зміні їх температури формуються однозначні (монотонні і без видимого гістерезису від гр. hysteresis – відставання, запізнювання) зміни інших фізичних (термометричних) властивостей (об’єму або тиску рідини чи газу, електроопору терморезистора чи термоелектрорушійної сили тощо). ТЧЕ безпосередньо знаходиться у тепловому контакті з об’єктом вимірювання. Такий контакт забезпечує передавання теплоти до ТЧЕ теплопровідністю чи конвекцією (при вимірюванні температури твердого тіла чи рідини). І лише за умов термодинамічної (теплової) рівноваги системи ТЧЕ – об’єкт вимірювання температура ТЧЕ ($t_{\text{ТЧЕ}}$) і температура об’єкт вимірювання ($t_{\text{ОБЕ}}$) зрівняються. Порушення умов термодинамічної рівноваги системи приводить до виникнення похибки термометричного (контактного) методу вимірювання температури, величина якої визначається за формулою :

$$t_{МЕТ}=t_{ТЧЕ}-t_{ОБЕ} \tag{7.14}$$

Пірометричний (безконтактний) метод вимірювання температури ґрунтується на законах теплового випромінювання абсолютно чорного тіла (АЧТ), якими визначаються залежності спектральної (закон Планка) та інтегральної (закон Стефана-Больцмана) енергетичних яскравостей об'єкту вимірювання (випромінювання) від його температури. Причина похибки пірометричного (безконтактного) методу вимірювання температури обумовлюється відхиленням характеру теплового випромінювання об'єкта вимірювання від характеру випромінювання АЧТ, за допомогою якого проводиться градуювання пірометрів (див. гл. 4).

Найбільш розроблена класифікація методів вимірювання за видом охоронця одиниці ФВ – способом порівняння вимірюваної величини з її мірою. За цією ознакою стандартизовані два різновиди методів вимірювання: *метод безпосередньої оцінки* (МБО) і *метод порівняння з мірою* (МПМ). Порівняння з мірою притаманне будь – якому вимірюванню і не може бути визначальною ознакою. Через це, усі методи за способом порівняння вимірюваної величини з мірою (одиницею) поділено на два класи: *метод опосередкованого порівняння* (МОП) та *метод безпосереднього порівняння* (МБП) з мірою; до того ж опосередковане і безпосереднє порівняння з мірою може бути як за часом, так і у відношенні фізичної природи величини.

Наприклад, зважування маси тіла на пружинних вагах – це опосередковане в часі порівняння з мірою; річ іде про порівняння із взірцевою гирею, яка використовувалась заздалегідь для градуювання ваг. А вимірювання маси тіла на важільних вагах проводиться шляхом безпосереднього в часі порівняння з мірою – гирею чи набором гирь. Разом з тим це порівняння опосередковане у відношенні фізичної природи величини, оскільки безпосередньо порівнюються діючі на засіб вимірювання сили (моменти сил), а не маси. Якщо ігнорувати цю обставину, то виникає похибка, яка обумовлена різним гравітаційним потенціалом в точках прикладання сил. Ця похибка зневажливо мала на досяжному до сьогодні рівні точності, однак принципово важливо, що вона обумовлена різною природою вимірюваної і порівнюваних ФВ.

Опосередковано за часом і у відношеннях природи порівнюються в процесі вимірювань більшість похідних ФВ, які не мають матеріально відтворених одиниць. Наприклад, в процесі опосередкованого вимірювання масової витрати рідини (газу) шляхом прямого вимірювання маси та її диференціювання в часі витрата порівнюється із мірою (одиницею) опосередковано через одиниці маси і часу (кг/с). Таким же чином порівнюються з одиницями величини енергії (1 Дж=1 кг·м^2·с$^{-2}$) та потужності (1 Вт=1 кг·м^2·с$^{-3}$). Навіть основна величина системи SI температура будь – яким термометром перетворюється в екстенсивну ФВ (об’єм, тиск термометричної речовини тощо), однозначно пов’язаною з температурою. І лише потім розмір екстенсивної проміжної ФВ порівнюється з інтервалами температурної шкали, побудованої в процесі градуювання термометра.

В метрологічній практиці наводиться не зовсім однозначний приклад прямого вимірювання довжини об’єкта лінійкою з поділками. Таку лінійку можна розглядати і як багатозначну нерегульовану міру (БНМ) довжини, і як шкалу засобу вимірювання з визначеною довжиною її поділок. Якщо лінійка з поділками виконує роль БНМ довжини (її похибка на рівні ±0,1 мм, наприклад, штангенциркуль), то порівняння інтервалів лінійки з довжиною об’єкта можна розглядати як безпосереднє порівняння з мірою. Якщо ж така лінійка – це засіб вимірювання із заздалегідь градуйованою шкалою за участю мір довжини, то порівняння таким засобом вимірювання слід розглядати як опосередковане порівняння з мірою (похибка на рівні ±1 мм).

7.2.1. Метод опосередкованого порівняння

Метод опосередкованого порівняння реалізується за допомогою вимірювальних приладів прямої дії, в яких передбачене перетворення вимірювальної інформації в одному напрямку, а операція порівняння як складова процедури вимірювання, проводиться не над вимірюваною величиною, а над похідною (проміжною) величиною, функціонально з нею пов'язаною. На рис. 7.6 наведені принципові схеми таких приладів (пружинних ваг, деформаційного манометра, амперметра та термометра розширення).

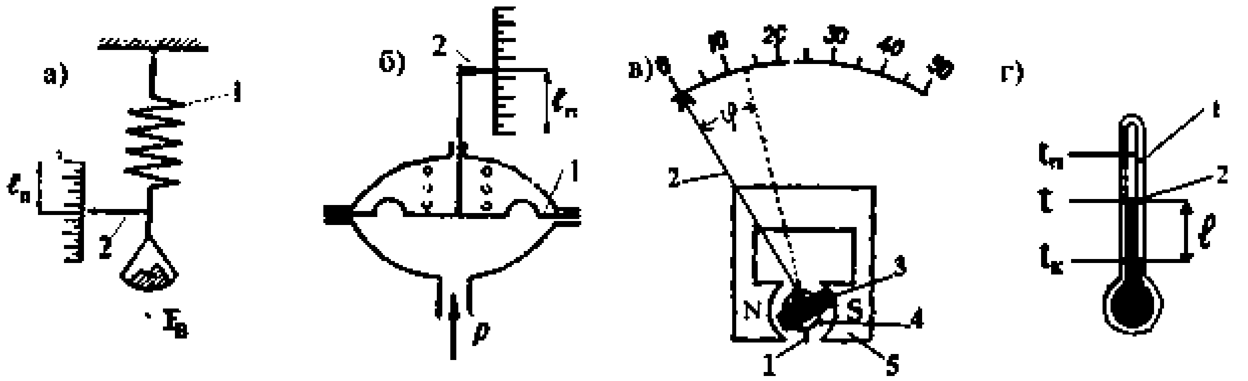


Рис. 7.6. Схеми вимірювальних приладів, в яких реалізується метод опосередкованого порівняння (МОП) з мірою
а) пружинні ваги (1 - циліндрова пружина, 2 - вказівник її деформації); б) манометр (1 - плоска мембрана, 2 - вказівник її деформації); в) амперметр (1 - спіральна пружина, 2 - вказівник її повороту, 3 - рамка, 4 - циліндрове осердя, 5 - полюсні наконечники); г) термометр (1 - капіляр, 2 - вказівник об'єму рідини в ньому)

Цими приладами (окрім термометра) вимірювані величини (маса, тиск, електричний струм), перетворюється у механічну силу або її похідну (момент сили), як-от:

а) у гравітаційному полі Землі відповідно закону всесвітнього тяжіння вимірювана маса m будь – якого об'єкта перетворюється у силу ваги, з якою об'єкт притягується до центру Землі $F=\gamma \cdot m_З m/R_З^2$ (тут γ=6,672·10^{-11}Н·м^2·кг$^{-2}$ – гравітаційна стала, $m_З$ і $R_З$ маса і радіус Землі). Якщо $g=\gamma m_З/R_З^2$, то $F_в=mg$. Таким чином, прискорення вільного падіння (g) залежить від маси Землі $m_З$=5,97·10^{24} кг і її радіусу, який на полюсі дорівнює $R_{ЗП}$=6,356·10^{6*} м, а на екваторі $R_{ЗЕ}$=6,378·10^{6*} м. Тоді прискорення вільного падіння буде мати значення на полюсі g=9,86 м/с^2, а на екваторі – g=9,79 м/с^2, абсолютна різниця Δg=0,07 м/с^2, відносна – $\Delta g\ /g\cdot 100$=0,71%. Цей методичний аспект,

* Запозичено з навчального посібника Хргиана А.Х. Физика атмосферы. – М.: изд. Московского университета, 1986.– 328 с.

якщо ним знехтувати, знижує якість результату вимірювання маси об'єктів пружинними вагами;

б) за допомогою круглої плоскої мембрани 1 манометра вимірюваний тиск (p) перетворюється в силу $F_m=p\cdot S_{еф}$ (тут $S_{еф}$ – ефективна площа мембрани). Вона залежить від розміру мембрани і характеру її деформації. Якщо мембрана має лінійну залежність прогину центра від вимірюваного тиску, то її ефективна площа залишається практично незмінною на всіх ділянках робочого ходу центра;

в) у амперметрі магнітоелектричної системи сила, яка діє на провідник з електричним струмом в магнітному полі згідно з законом Ампера виражається як $F_A=B\cdot \ell \cdot I\cdot \sin\alpha$ (тут B, ℓ, I та α – магнітна індукція, довжина провідника, вимірюваний електричний струм, кут між напрямом струму і вектором B, відносно). Оскільки провідник в амперметрі – це прямокутна рамка із n витків тонкого дроту, то $\ell=L\cdot n$ (тут L – довжина сторін рамки, які утворюють з напрямом магнітної індукції кут $\alpha=90°$). Рамка 3 розміщена у повітряному зазорі між нерухомим циліндровим осердям 4 і полюсними наконечниками 5 і повертається навколо своєї осі, що проходить через центр осердя 4. Обидві сили Ампера F_A, прикладені до відповідних плеч (важелів) – радіусу r рамки, утворюють сумарний обертальний момент сил $M_A=2BLnIr$, який повертає рамку і стрілку амперметра на кут φ.

Пружні чутливі елементи (ПЧЕ) у кожному із приладів цієї групи під впливом розглянутих сил деформуються (циліндрова пружина ваг розтягується чи стискується на $\ell_п$ від початкової довжини, центр мембрани манометра переміщується на $\ell_м$, спіральні пружини, через які підводиться електричний струм до рамки амперметра, повертаються на визначений кут φ). Водночас в матеріалі, з якого виготовлені ПЧЕ, виникають пружні сили, пропорційні деформаціям, питома величина яких в межах дії закону Гука оцінюється коефіцієнтом жорсткості ПЧЕ. Пружна сила ПЧЕ зрівноважує силу, що його деформує.

Таким чином, вимірювальна операція порівняння у процедурі вимірювання кожної із розглянутих величин уявляється так:

для пружинних ваг – $mg=F_в \approx F_{мп}=С_п\,\ell_п$, (7.15)

для манометра – $pS_{еф}=F_т \approx F_{мм}=С_м\,\ell_м$, (7.16)

для амперметра – $2B\,LnIr=M_A \approx M_{мс}=С_с\,\varphi$ (7.17)

У рівняннях (7.15) – (7.17) зліва від знаку ≈ містятся позначки та вирази величин, які підлягають прямим вимірюванням (сила ваги, сила тиску, обертальний момент); справа – величин, які відтворюються мірами. Такою мірою є жорсткість ПЧЕ (циліндрової пружини $С_п$, мембрани $С_м$ та спіральної пружини $С_с$), яка для кожного чутливого елемента визначаються через характеристики його матеріалу та конструкції, як от:

- для циліндрової пружини пружинних ваг – $С_п=\frac{F_{мп}}{\ell_п}=\frac{d^4}{8nD_п^3}G=A_п\cdot G$ (7.18)
- для плоскої мембрани манометра – $С_м=\frac{F_{мм}}{\ell_м}=\frac{64\pi}{3}\frac{\delta_м^3}{D_м^2}\frac{E}{1-\mu^3}=A_м\frac{E}{1-\mu^3}$ (7.19)
- для спіральної пружини амперметра – $С_с=\frac{M_{мс}}{\varphi}=\frac{\delta^3 b}{12\pi RN}E=A_с\cdot E$, (7.20)

де конструктивні характеристики ПЧЕ:

d, $D_п$, n – діаметр дроту циліндрової пружини, її діаметр та число витків;

$\delta_м$, $D_м$ – товщина та діаметр мембрани;

δ, b, R та N – товщина, ширина плоскої спіральної пружини, її радіус та число витків;

характеристики матеріалу ПЧЕ:

μ, G, E – коефіцієнт Пуасона, модуль зсуву та модуль пружності.

Таким чином величини, які відтворюються мірами у формулах (7.18) – (7.20), являються добутками двох співмножників: функції конструктивних характеристик ПЧЕ (A_i) та характеристик їх матеріалів (модулів пружності та зсуву).

Скляний резервуар рідинного термометра розширення (рис. 7.6 г або 4.3), заповнений термометричною рідиною та з'єднаний зі скляним вимірювальним капіляром, являється термометричним чутливим елементом (ТЧЕ). Зміна температури рідини в ньому, обумовлена контактом з об'єктом вимірювання за умов термодинамічної рівноваги в системі об'єкт – ТЧЕ, приводить до зміни об'єму рідини. Так, нагрівання від t_n до t обумовлює приріст її об'єму на $\Delta V=V–V_n=V_n\cdot\beta\cdot(t\text{-}t_n)$. Оскільки цей об'єм рідини поступає до капіляру, який виконує роль мініатюрної мензурки (від лат. mensura – міра) з поділками – багатозначної міри об'єму (місткості), то відтворений ним об'єм буде величиною, що відтворюється мірою, тобто $\Delta V_м=S\cdot\ell$ (S і ℓ – відповідно, внутрішня площа поперечного перерізу капіляра і висота рідини в ньому $0\leq\ell\leq\ell_к$). Тоді операція порівняння прирощеного об'єму рідини і величини, яка відтворюється мірою, має вигляд:

$$V_n\,\beta\,(t-t_n)=\Delta V\approx\Delta V_м=S\cdot\ell, \tag{7.21}$$

що із врахуванням (4.12) – (4.14) приводить до рівняння температурної шкали інтервалів (4.16):

$$t–t_п=\frac{t_к-t_n}{l_к}\ell \tag{7.22}$$

В таблиці 7.1 наведені складові вимірювальні операції процедур вимірювання, які реалізуються вимірювальними приладами рис. 7.6.

Як видно із таблиці, вимірювальна операція порівняння ФВ в кожному із наведених прикладів являється базовою складовою процедури вимірювання в традиційному сенсі його розуміння.

Таблиця 7.1. **Складові вимірювальні операції процедур вимірювання**

Вимірювані ФВ		**Вимірювальні операції**			**Результат порівняння величин**
назва та позначення	**одиниця ФВ**	**первинне перетворення**	**відтворення ФВ**	**порівняння величин**	
1	2	3	4	5	6
маса, m	кг	$F_п = mg$	$F_{мп} = C_п\,\ell_п$	$mg \approx C_п\,\ell_п$	$\ell_п = \frac{mg}{C_п}$
тиск, p	Па	$F_м = Sp$	$F_{мм} = C_м\,\ell_м$	$Sp \approx C_м\ell_м$	$\ell_м = \frac{pS}{C_м}$
електрострум, I	А	$M_A = 2BLnIr$	$M_{мс} = C_с\varphi r$	$2BLnIr \approx rC_с\varphi$	$\varphi = \frac{2BLnI}{C_с}$
температура, t	°С	$\Delta V = V_п\,\beta\Delta t$	$\Delta V_м = S_м\,\ell$	$V_n\,\beta\Delta t = S_м\,\ell$	$\ell = \Delta t\frac{\ell_к}{\Delta t_к}$

В одній аксіомі метрології стверджується, що таке вимірювання суть експериментальне порівняння між собою розмірів двох величин :

- проміжної, яка одержана після первинного перетворення зі зміною роду вимірюваної величини і функціонально з нею пов'язана (ліва сторона рівнянь колонки 5 табл.);
- величини, що відтворюється мірою і розмір якою пропорційний деформації ПЧЕ у перших трьох приладах чи висоті стовпчика термометричної рідини у капілярі термометра (права сторона рівнянь колонки 5 табл.).

Тому операції порівняння величин передує вимірювальна операція відтворення величин заданого розміру, точність якої безпосередньо впливає на якість порівняння.

Для приладів з порівнянням сил (моментів сил) операція відтворення реалізується ПЧЕ, деформація яких, згідно із законом Гука, пропорційна прикладеним до них силам. В термометрі операція відтворення реалізується завдяки його конструктивній особливості (прирощений об'єм термометричної рідини при її нагріванні від $t_п$ до $t_к$ рівний об'єму вимірювального капіляру між цими позначками);це обумовлює пропорційність прирощеного об'ємом рідини у разі її нагрівання за умов $t_п<t\leq t_к$ і об'єму капіляра, заповненого рідиною (добуток висоти стовпчика рідини на площу його поперечного перерізу). Але повної відповідності деформації ПЧЕ чи висоти стовпчика рідини величинам, що відтворюються мірами, не досягаються за таких причин:

- модуль (від лат. modulus – міра) пружності *E* як міра пружності матеріалу ПЧЕ навіть для одного і того ж матеріалу не є сталою величиною. Для деяких матеріалів величина *E* виявляється однаковою як при розтягуванні, так і при стискуванні (сталь, мідь), в інших випадках – різні для кожної з цих деформацій. Тобто межа пропорційності деформації ПЧЕ йому навантаженню як і межа пружності, не є абсолютною величиною. Тому закон Гука, який приблизно віддзеркалює результати експериментів, схематизуючи їх, не являє собою цілком точну залежність. Крім того, в процесі використання сили каліброваної пружини виникають труднощі, пов'язані із забезпеченням точності і лінійності характеристики самої пружини у разі її великих деформацій. Такі деформації обумовлюють вибір розмірів елементів механізму порівняння, наприклад, опор для умов максимальної деформації. Це погіршує чутливість механізму і приводить до похибок (особливо поблизу нижньої межі вимірювання) та до небажаної нелінійності;

- в термометрі розширення лише початковий $V_п$ і кінцевий $V_к$ об'єми термометричної рідини в капілярі поставлені у відповідність початковій $t_п$ та кінцевій $t_к$. Об'єми ж капіляру у проміжних позначках між $t_п<t≤t_к$ приймаються пропорційними температурам рідини лише за домовленістю. Адже експериментально виявлено, що ні одна із термометричних рідин не змінюється з її температурою строго лінійно і степінь нелінійності для різних термометричних властивостей і рідинне однакова.

Розглянуті схеми та складові операції вимірювальних приладів свідчать про те, що деформації ПЧЕ чи зміни об'єму рідини в термометрі трансформуються в лінійне чи кутове переміщення покажчиків (стрілок чи верхнього рівня стовпчика рідини) їх *показуючих пристроїв*. Величини таких переміщень із-за наведених недоліків ПЧЕ можна розрахувати за формулами останнього стовпця таблиці 7.1 лише приблизно. Як показує досвід, такі прилади (згідно з сучасними вимогами щодо їх точності) не можуть наділятись розрахунковими шкалами. Тому замість розрахунків проводиться експериментальне *передавання шкали (розміру одиниці) вимірювання,* тобто приведення шкали (або її ділянки), яка зберігається даним приладом, у відповідність до шкали (одиниці), що відтворюється мірою або іншим *зразковим засобом вимірювальної техніки*[2]. Таким чином, поміткам шкали на виході засобу вимірювання надаються значення вимірюваної величини на вході. Одержана експериментальна залежність між значеннями вимірюваної

[2] *Зразковий засіб вимірювальної техніки (засіб вимірювання)* – ЗВТ (засіб вимірювання), який служить для повірки інших ЗВТ і затверджений як зразковий.

величини на виході та вході ЗВТ називається *градуювальною характеристикою*.

Розрізняють градуювання (визначення градуювальної характеристики засобу вимірювання) в окремих точках діапазону вимірювання та побудову неперервної градуювальної характеристика.

Градуювання в окремих точках діапазону вимірювання найбільш просте. Наприклад, при градуюванні термометра у двох реперних точках (температура танення льоду та температура кипіння води) одержують по декілька значень висоти стовпчика рідини в кожній точці. Потім у центрі розсіювання наносять помітки шкали і надають їм значення 0 °С і 100 °С, відповідно. Якщо висота стовпчика рідини прямо пропорційна вимірюваній температурі, то відстань між одержаними помітками шкали можна поділити на 100 рівних частин і одержати умовну температурну шкалу з ціною поділки в 1 °С.

Одна із можливостей побудови градуювальної характеристики полягає в необхідності апроксимації (від лат. approximare – наближатися) експериментальних результатів аналітичною залежністю. Питання про те, який із варіантів апроксимації кращій, має вирішуватись на основі якогось критерію; наприклад, використовується критерій найменших квадратів.

На завершення розгляду методу опосередкованого порівняння слід зауважити, що таке порівняння в процесі вимірювання розглянутими приладами застосовується двічі: по-перше, після первинного перетворення вимірювальних величин має місце опосередковане порівняння у відношенні природи величини, оскільки порівнюються не маса, тиск, електрострум чи температура, а проміжні величини: сила ваги, сила тиску, момент сил чи об’єм рідини, відповідно; по-друге, опосередковане порівняння вимірювальної величини з мірою у часі, яке реалізується, наприклад, у разі вимірюванні маси пружинними вагами (мова йде про порівняння взірцевою гирею, яка заздалегідь використовувалась для градуювання ваг).

Таким чином, вимірювання приладами, якими реалізується метод опосередкованого порівняння, проводиться достатньо швидко та просто і не потребує високої кваліфікації користувача, оскільки не треба створювати спеціальні вимірювальні установки і виконувати будь-які складні розрахунки. Однак точність вимірювання часто виявляється невисокою із-за похибок, пов’язаних з необхідністю градуювання приладів та дією величин, що впливають і чинників, які змінюються, наприклад, жорсткість пружних чутливих елементів, температура і тиск атмосферного повітря, перевантаження ПЧЕ тощо.

7.2.2. Метод безпосереднього порівняння

Метод безпосереднього порівняння (МБП) передбачає безпосереднє порівняння вимірюваної величини і величини, що здійснюється або відтворюється мірою, в кожній процедурі вимірювання відповідним приладом. Тобто відмітною ознакою методу МБП є безпосередня участь в процесі вимірювання міри відомої величини. Тому похибки результатів вимірювання визначаються, в основному, похибками мір, з розмірами яких порівнюють розмір вимірюваних ФВ. Тож застосування мір з більш високими метрологічними характеристиками забезпечує підвищену точність результатів вимірювання (на відміну від методів вимірювання з опосередкованим порівнянням з мірою).

Цей метод має цілий ряд різновидів, які відрізняються прийомами та способами порівняння вимірюваної величини і величини, що відтворюється мірою. Найбільший інтерес викликає класифікація методів безпосереднього порівняння за характером виявлення розмірів ФВ. За такою ознакою МБП поділяються на (рис. 7.7) на:

- методи зіставлення пасивних ФВ(лінійні розміри окремих об’єктів, невеликі переміщення, інтервали часу тощо);
- методи зрівноваження активних (векторних, полярних) та окремих скалярних ФВ.

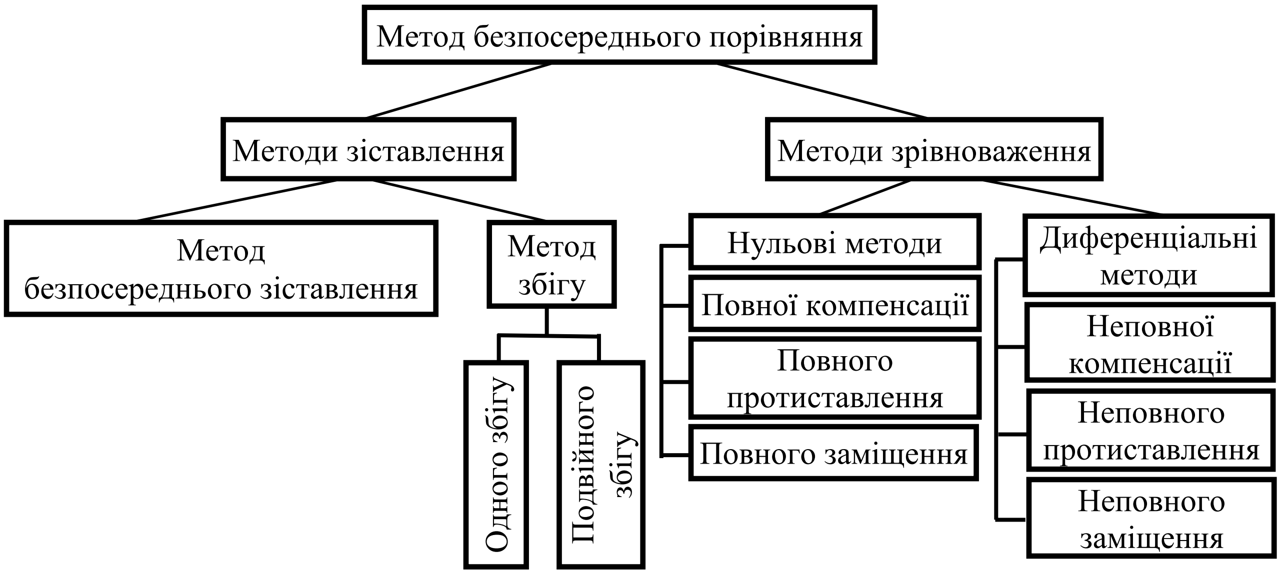


Рис. 7.7. Класифікація методів безпосереднього порівняння вимірюваних величин з мірами

Методи зіставлення характеризуються безпосереднім зіставленням розмірів невідомої величини з усіма відомими розмірами величин, що відтворюються мірою. Метод передбачає використання однозначних чи багатозначних нерегульованих мір (ОНМ, БНМ). Залежно від числа застосованих БНМ розрізняють *метод безпосереднього зіставлення* та *метод збігу*.

Метод безпосереднього зіставлення – це метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням вимірювальної величини з вихідною величиною ОНМ чи з усіма вихідними величинами БНМ. Наприклад, порівняння довжини об’єкта лінійкою з поділками. В цьому випадку пристроями порівняння являються сукупність поміток лінійки та глазомір користувача. Числове значення результату вимірювання визначається порядковим номером позначки шкали БНМ, яка збігається з кінцем об’єкта (N_x) або найбільш наближена до нього, і записується як:

$$\boldsymbol{x} \approx \boldsymbol{x}_{\mathrm{N}} = \mathrm{N}_x \cdot \Delta \boldsymbol{x}_{\mathrm{к}} \qquad (7.23)$$

Метод одного збігу (методноніуса[43]) – це метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням вихідних величин двох БНМ з різними за

[29] *від Nonius* – латинізоване ім'я португальського математика і винахідника шкали P.Nunes (1493 - 1577).

розмірами ступенями, нульові позначки яких зсунуті між собою на розмір вимірюваної величини. Метод використовується у випадках, коли ступені міри великі для вимірювання із заданими чутливістю і точністю (коли вимірювана величина $\boldsymbol{x}$ менша за довжину поділки $\Delta\boldsymbol{x}_{к}$ і треба вимірювати частину ступені).

Визначаючи чутливість вимірювального приладу як відношення загального числа поділок його шкали до діапазону вимірювання, можна навести кратність підвищення чутливості, наприклад, штангенциркуля (рис. 7.8 а), обумовлену наявністю в його складі додаткової шкали (ноніуса), у вигляді:

$$n = \frac{\Delta\boldsymbol{x}_0}{\Delta\boldsymbol{x}_0 - \Delta\boldsymbol{x}_н}, \tag{7.24}$$

де $\Delta\boldsymbol{x}_0$ і $\Delta\boldsymbol{x}_{н}$ – розмір ступені основної (першої) шкали та ноніуса (другої шкали), розташовані на штанзі 1 та рухомій рамці 2.

Тоді необхідний розмір ступені другої шкали визначається як:

$$\Delta\boldsymbol{x}_н = \Delta\boldsymbol{x}_0 \left(1 - \frac{1}{n}\right) \tag{7.25}$$

Згідно з рис. 7.8а, на якому початок розміру об’єкта вимірювання 3 збігається з нульовою поміткою першої міри, а його кінець – з нульовою поміткою другої міри, відстань від початку об’єкта до збіжної помітки (N_i) по двох шкалах мір виражається рівнянням:

$$(Ц + N_i)\,\Delta\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{x} + N_i \cdot \Delta\boldsymbol{x}_н, \tag{7.26}$$

де Ц – ціле число розмірів ступені основної шкали.

Таким чином, з врахуванням (7.24), із (7.26) будемо мати:

- номер збіжної помітки $N_i = \dfrac{\boldsymbol{x} - Ц \cdot \Delta\boldsymbol{x}_0}{\Delta\boldsymbol{x}_0 - \Delta\boldsymbol{x}_н} = \dfrac{\boldsymbol{x} - Ц \cdot \Delta\boldsymbol{x}_0}{\Delta\boldsymbol{x}_0}\boldsymbol{n}$ (7.27)

- результат вимірювання $\boldsymbol{x} \approx \boldsymbol{x}_N = Ц \cdot \Delta x_0 + N_i(\Delta\boldsymbol{x}_0 - \Delta\boldsymbol{x}_н) \left(Ц + \frac{N_i}{n}\right) \Delta x_0$ (7.28)

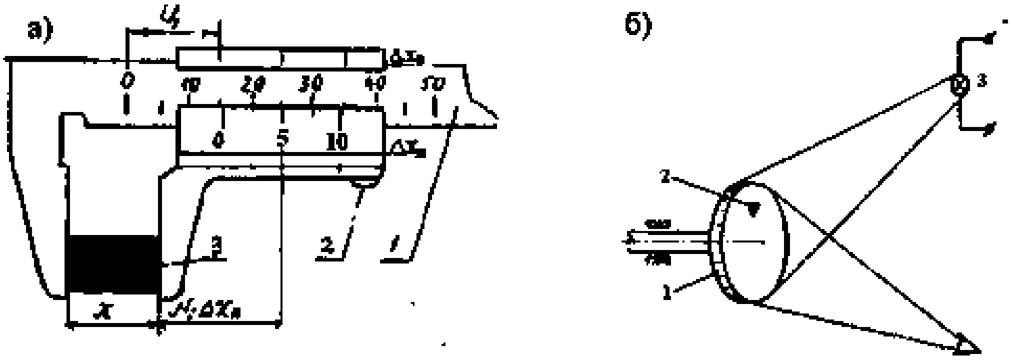


Рис. 7.8. Реалізація методу безпосереднього порівняння з мірою (методу одного збігу): а) штангенциркулем б) строботахометром

Таким чином, у випадку, коли нульова позначка шкали ноніуса опиняється між поділками основної шкали штангенциркуля, для якого $\Delta\boldsymbol{x}_0$=1 мм, а $\Delta\boldsymbol{x}_{н}$ =0,9 мм, це означає, що до цілого числа міліметрів слід додати число десятих часток міліметра, рівне добутку, номеру збіжної позначки шкали ноніуса на різницю розмірів ступенів $(\Delta\boldsymbol{x}_0 - \Delta\boldsymbol{x}_{н})$. *Так, наприклад, при вимірюванні розміру деталі відстань між нульовими позначками основної шкали і шкали ноніуса (ціле число міліметрів основної шкали) на рис. 7.8 а складає 15 мм, а номер збіжної позначки по шкалі ноніуса* N_i*=5. Тоді вимірюваний розмір буде* $\boldsymbol{x}_N$*=15+5(1-0,9)=15+0,5=15,5 мм.*

Метод збігу застосовується також в процесах приймання точних сигналів часу, вимірювання частоти обертання та в інших випадках. Найбільш поширеними являються строботахометри (від гр. strobos – кружляння + taxos – швидкість + метр) – частотоміри, які засновані на стробоскопічному ефекті (стробо + від гр. скореӧ – дивлюсь, розглядаю, спостерігаю) [26]. Суть ефекту полягає в тому, що людське око зберігає на десяті частки секунди видиме зображення об’єкта навіть після його зникнення. Тому, якщо на валу 1, який обертається, зробити позначку 2 (рис. 7.8 б) і періодично освітлювати її на короткий відрізок часу, то в момент збігу частоти спалахів $f_{сп}$ з частотою обертання валу $f_{об}$ ця позначка буде здаватися спостерігачу нерухомою. Ефект короткочасного освітлення валу можна створювати різними способами, однак кращі результати одержують у разі використання спеціальних газорозрядних ламп 3 з регульованою частотою спалахів.

Якщо частота спалахів $f_{сп}$ трохи відрізняється від частоти обертання валу $f_{об}$, то, зображення позначки (стробоскопічної картини) буде обертатись з частотою $f_{сп}$-$f_{об}$, причому знак цієї різниці показує напрямок видимого обертання. Оскільки візуально можна помітити навіть дуже повільний рух помітки, то, підбираючи частоти спалахів, за яких зупиняється стробоскопічна картина, і приймаючи її рівною частоті обертання валу, останню можна виміряти достатньо точно.

Таким чином, скориставшись стробоскопічним ефектом, реалізуємо метод зіставлення з мірою (метод збігу), коли частота обертання валу зрівнюється з частотою міри ($f_{сп}$=$f_{об}$). Мірою частоти в даному випадку є генератор, що живить газорозрядну лампу. Точність вимірювання визначається точністю відтворення і вимірювання частоти спалахів, а також точністю регістрації моменту зупинки стробоскопічної картини.

Метод подвійного збігу, метод коінциденції (від нім. DieKoinzidenz – збіг, суміщення, налягання) [2] – метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням двох квантованих ФВ: вимірюваної та відтворюваної багатозначною нерегульованою мірою. Наприклад, якщо прикласти до лінійки з міліметровими поділками лінійку з дюймовими поділками, заздалегідь сумістивши їх нульові позначки, то виявимо, що збігаються дві позначки однієї лінійки з відповідними двома показниками іншої:

- міліметрова позначка 127 мм з дюймовою позначкою 5 дюймів;
- міліметрова позначка 254 мм з дюймовою позначкою 10 дюймів.

Звідси: 1 дюйм = 25,4 мм

Методи зрівноваження вимірюваної величини і величини, відтвореної мірою, застосовуються для вимірювання як активних величин, що несуть в собі деякий запас енергії (сила, тиск, момент сил, електричні напруга та струм, яскравість джерела випромінювання тощо), так і пасивних величин (електричні, гідравлічні, пневматичні та інші опори). Реалізуються методи зрівноваження за допомогою однозначних нерегульованих мір (ОНМ), багатозначних регульованих мір (БРМ) або компараторів. Компаратори виконують лише роль приладу порівняння (нуль-компаратор), або вимірювального приладу, який реалізує вимірювання методом опосередкованого порівняння (МОП) з мірою (компаратор, який має межі вимірювання, відмінні від нуля) [30].

Доцільність застосування методів зрівноваження вимірюваної ФВ з мірою пояснюється тим, що міру і компаратор визначеної точності виготовити, як правило, простіше і дешевше, ніж вимірювальний прилад, який реалізує МОП з тією ж точністю. Завдяки цьому міри і компаратори високої точності набули широкого розповсюдження. Результати вимірювання такими методами визначаються або через значення міри, через суму значень порівняльної міри, і показу відповідного приладу. Тому, наприклад, результат вимірювання маси рівноплечевими вагами (механічним компаратором) буде визначатись таким алгоритмом:

в абсолютній формі – $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_{бз}+\boldsymbol{x}_{оз}$,

у відносній формі – $1=a_{бз}+a_{оз}$, (7.29)

де $\boldsymbol{x}_{бз}$, $a_{бз}=\boldsymbol{x}/\boldsymbol{x}_{бз}$ та $\boldsymbol{x}_{оз}$, $a_{оз}=\boldsymbol{x}_{оз}/\boldsymbol{x}$ – частина і частка вимірюваної величини $\boldsymbol{x}$, яка безпосередньо та опосередковано врівноважується з мірою.

Відсутність або наявність різниці $\boldsymbol{x}_{оз}=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{бз}$ є класифікаційною ознакою, за якою методи зрівноваження поділяються на [30]:

- *нульові методи*, або методи повного безпосереднього зрівноваження вимірюваної ФВ з мірою (коли $\boldsymbol{x}_{оз}=0$);
- *диференціальні (різницеві) методи* або методи неповного безпосереднього зрівноваження вимірюваної ФВ з мірою (коли $\boldsymbol{x}_{оз}\neq0$)

Нульовий метод – це метод зрівноваження, в якому підбором розміру відтвореної мірою величини (наприклад, гирь на рівноплечих вагах) або шляхом її примусової зміни ефект дії порівнянних величин на нуль – компаратор доводиться до нуля. За умов використання регульованої міри високої точності в поєднанні з нуль – компаратором забезпечується найбільша точність результату в порівнянні з іншими методами.

Диференціальний (різницевий) метод – це метод зрівноваження, за яким невелика різниця $\boldsymbol{x}_{оз}$ між вимірюваною ФВ і вихідною величиною однозначної міри вимірюється не обов'язково приладом порівняння (частіше приладом, який реалізує МОП). Таким чином, метод супроводжується неповним (частковим) зрівноваженням шляхом порівняння між собою вимірюваної ФВ і близькою за розміром однозначної міри с подальшим більш точним вимірюванням різниці між ними ($\boldsymbol{x}_{оз}$). Так, виходячи із поняття відносної похибки вимірювання і скориставшись рівняннями (7.29), відносну похибку результату вимірювання диференціальним (різницевим) методом можна визначити як [6]:

$$\gamma_{дм}=\frac{\Delta\boldsymbol{x}_{бз}+\Delta\boldsymbol{x}_{оз}}{\boldsymbol{x}}=\frac{\gamma_{бз}\cdot\boldsymbol{x}_{бз}+\gamma_{оз}\cdot\boldsymbol{x}_{оз}}{\boldsymbol{x}}=a_{бз}\cdot\gamma_{бз}+\ a_{оз}\cdot\gamma_{оз}, \qquad (7.30)$$

де $\Delta\boldsymbol{x}_{бз}$, $\gamma_{бз}$ та $\Delta\boldsymbol{x}_{оз}$, $\gamma_{оз}$ – абсолютна і відносна похибка вимірювання методом, відповідно, безпосереднього та опосередкованого зрівноваження (порівняння).

Оскільки $\gamma_{оз} \gg \gamma_{бз}$, то можна стверджувати, що чим більша частка $a_{бз}$ (менша частка $a_{оз}$), тим точнішим буде результат вимірювання диференціальним методом. У крайніх випадках отримаємо:

$a_{бз} = 1$ $a_{оз}=0 \rightarrow \gamma_{дм} = \gamma_{бз} = 0$ (МБП, нульовий метод вимірювання);

$a_{бз} = 0$ $a_{оз}=1 \rightarrow \gamma_{дм} = \gamma_{оз}$ (метод опосередкованого порівняння).

Таким чином, у відношенні похибки результату вимірювання диференціальний метод займає проміжне положення між похибками методів опосередкованого та безпосереднього порівняння. Такий метод дозволяє одержати результат вимірювання з високою точністю навіть у випадку застосування відносно неточних вимірювальних приладів, що реалізують МОП за умови $a_{бз}/a_{оз}>10$ та застосування високоточних ОНМ. Це уможливлює використання диференціального методу у випадку відтворення з високою точністю відомої величини, за розміром близької до значення вимірюваної.

Реалізацію нульового та диференціального методів зрівноваження доцільно розглянути на простому рідинному U-подібному манометрі для вимірювання невеликих тисків, розріджень чи різниць двох тисків, схема якого наведена на рис. 9.

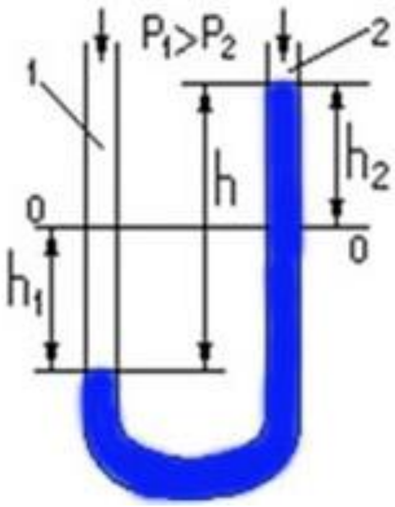


Рис. 7.9. Схема U-подібного манометра

Як видно із рисунку, він складається із двох з'єднаних між собою вертикальних трубок 1 і 2, наполовину заповнених манометричною рідиною густиною ρ. До вільних кінців трубок приєднується об'єкт вимірювання. У відповідності з законами гідростатики (закон Паскаля та закон сполучених посудин) за умови рівності тисків $p_1=p_2$ вільні поверхні менісків рідини в обох трубках встановлюються на нульовому рівні. Якщо один тиск перевищує інший ($p_1>p_2$), то різниця тисків $\Delta p=p_1-p_2$ викликає опускання рівня рідини в трубці 1 і відповідно піднімання його в трубці 2 (аж до самої рівноваги). Стан рівноваги гідростатичної системи описується рівнянням, за яким сила тиску p_1 у трубці 1 врівноважується сумою сил тиску p_2 і гідростатичного тиску рідини у трубці 2 висотою h. За таких умов маємо:

$$p_1 = p_2 + \rho gh \rightarrow \Delta p = p_1 - p_2 = \rho gh, \quad (7.31)$$

де $h=h_1+h_2$.

Чітка класифікація методів вимірювання, які реалізуються даним приладом, обумовлюється такими чинниками, як вид тисків, перепад яких вимірюється, засіб вимірювання висоти стовпчика рідини, методи порівняння з мірою і власно міри, які при цьому використовуються.

По-перше, метод вимірювання таким приладом залежить від виду тисків, перепад яких вимірюється. Рівняння (7.31) відноситься до випадку вимірювання перепаду двох тисків, ні один з яких не є тиском навколишнього середовища. Інший випадок вимірювання перепаду тисків як різниці двох тисків, один з яких є абсолютним тиском навколишнього середовища, прийнятий за початок відліку. В більшості випадків абсолютний тиск навколишнього середовища – це атмосферний тиск $p_{атм}$ в місці вимірювання (ДСТУ 3711-98). Атмосферний тиск поряд з температурою та відносною вологістю повітря в метрології прийнято відносити до *умов вимірювання.* Нормальними умовами є такими, впливом яких на результат вимірювань можна зневажати. Нормальним умовам відповідають номінальні значення величин, що впливають, забезпечити які буває досить важко. Тому звичайно установлюють межі нормальної області значень величин, що впливають де їх впливом на результат вимірювань можна знехтувати. Для атмосферного тиску це величина $p_{атм}$=(100±4) кПа. За умов коли $p_1=p_{абс}$, а $p_2=p_{атм}+\rho gh$, рівняння рівноваги гідростатичної системи манометра має вигляд:

$$p_{абс}=p_{атм}+\rho gh \rightarrow \Delta p=p_{над}=p_{абс}-p_{атм}=\rho gh, \qquad (7.32)$$

де $p_{абс}$ та $p_{над}$ – вимірювані абсолютний та надлишковий тиск газу, густиною якого $\rho_г << \rho$.

По-друге, в рівняннях (7.31) и (7.32) $\Delta p=\rho gh$. Тому згідно від того, яким засобом вимірюється висота стовпчика рідини h, вимірювання перепаду тисків можна класифікувати за двома ознаками:

а) висота стовпчика вимірюється звичайною лінійкою з поділками шкали Δh=1 мм. Тоді можливі два принципові випадки якщо:

- шкала манометра виконана в одиницях (висоти стовпчика),тоді визначення $\Delta p=\rho gh$ в рівняннях (7.31) і (7.32) відносяться до опосередкованого вимірювання;
- шкала манометра виконана заздалегідь в одиницях тиску, тоді визначення $\Delta p=\rho gh$ відноситься до прямого вимірювання з опосередкованим порівнянням Δp з величиною, що відтворюється мірою;

б) висота стовпчика вимірюється лінійкою з поділкою шкали Δh=0,1 мм (зразкові мікроманометри), яка в певних умовах може виконувати роль БНМ довжини (висоти стовпчика), тоді добуток ρgh в рівняннях (7.31) і (7.32) буде гідростатичним тиском, що відтворюється мірою довжини, а трубка 2 манометра, заповнена до висоти h рідиною – це багатозначна регульована міра (БРМ) гідростатичного тиску. Така її роль обумовлюється тим, що збільшення (зменшення) вимірюваного перепаду тисків автоматично пропорційно змінює висоту стовпчика h, а отож і значення гідростатичного тиску (при незмінних інших членів добутку – ρ та g). При цьому вимірюваний перепад тисків автоматично порівнюється з величиною, що відтворюється мірою, яка регулюється автоматично до їх повного зрівноваження. Це є характерною ознакою методу повного зрівноваження з регульованою мірою нульового методу. Рівність порівнянних величин фіксується моментом нерухомості гідростатичної системи приладу, коли швидкість переміщення (зміна положень менісків стовпчиків рідини) дорівнює нулю.

По-третє, можна уявити, якщо номінальне значення атмосферного тиску ($p_{атм}$=100 кПа) як величини, що впливає водночас є номінальним значенням природної однозначної міри атмосферного тиску, роль якої виконує стовп атмосфери у місці використання U-подібного манометра. Така однозначна міра відноситься до групи мір, що відтворюють не одиниці ФВ, а їх значення, які пов’язані з відповідною одиницею відомим співвідношенням, (наприклад, гиря – міра маси номінальним значенням 2 кг, нормальний елемент – міра ЕРС номінальним значенням 1,0186 В тощо). В такому разі визначення абсолютного тиску вимірюваного газового середовища (газ природний, димовий тощо) за формулою (7.32) може відноситись або до:

- нульового методу зрівноваження за допомогою двох мір: однозначної міри атмосферного тиску ($p_{атм}$) та регульованої міри гідростатичного тиску ($\rho g h$) у випадку, якщо використовується міра висоти стовпчика рідини; при цьому однозначна міра уявляє собою декаду грубого зрівноваження, а регульована міра $\rho g h$ – декаду точного зрівноваження;
- або диференціального методу – неповного безпосереднього зрівноваження, коли більша частка $p_{абс}$ врівноважується однозначною мірою ($a_{бз} \cdot p_{абс} = p_{атм}$), а менша – ($a_{оз} \cdot p_{абс} = \rho \cdot g \cdot h$) вимірюється методом

опосередкованого порівняння (у випадку, якщо не використовується міра висоти стовпчика рідини).

Оцінимо точність нульового і диференціального методів вимірювання абсолютного тиску U-подібним манометром, з урахуванням того, що сумарна похибка манометра складається з похибок визначення висоти стовпчика рідини (h), її густини (ρ) та прискорення вільного падіння (g). Точність відліку положень меніску рідини залежить від ціни поділки шкали і визначається з похибкою Δh_i=±1 мм вод.ст. Оскільки виконується два відліку (h_1+h_2), то абсолютна похибка відліку буде ±2 мм вод.ст. Для зразкових мікроманометрів ця похибка знаходиться на рівні ±0,05 мм вод.ст., що уможливлює реалізацію безпосереднього зіставлення висоти з її мірою.

Приклад 7.2. Порівняти відносні похибки диференціального і нульового методів вимірювання абсолютного тиску природного газу U-подібним манометром за умов: результат вимірювання надлишкового тиску $\Delta p = \boldsymbol{x}_{оз} = 2000$ Па*, номінальне значення міри атмосферного тиску* $p_{атм} = \boldsymbol{x}_{бз} = 100000$ Па*, абсолютні похибки вимірювань висоти стовпчика рідини* $\Delta h = \pm 2$ мм вод.ст. *(20 Па, атмосферного тиску* $\delta \Delta p_{атм} = \Delta p\ \boldsymbol{x}_{бз} = \pm 20$ Па.

Рішення: абсолютний тиск $p_{абс} = 100000 + 2000 = 102000$ Па

Відносна похибка вимірювання:

$$\text{атмосферного тиску} - \gamma_{бз} = \frac{\pm 20}{100000} 100 = \pm 0{,}02\%,$$

$$\text{надлишкового тиску} - \gamma_{озі} = \frac{\pm 20}{2000} 100 = \pm 1\%$$

Частка $p_{абс}$*, яка врівноважується мірою, –* $a_{бз} = 100000/102000 = 0{,}98$

Тоді похибка диференціального методу вимірювань, згідно з (7.30) буде:

$$\gamma_{дм} = 0{,}98 \cdot 0{,}02 + 0{,}02 \cdot 1 = 0{,}0196 + 0{,}02 = 0{,}0396\% \approx 0{,}04\%$$

Якщо ж абсолютна похибка вимірювання висоти стовпчика рідини складає $\Delta h = \Delta \boldsymbol{x}_{бзі} = 0{,}05$ мм вод.ст. *(0,5* Па*),то відносна похибка його буде:*

$$\gamma_{бзі} = 0{,}5 \cdot 100/2000 = 0{,}025\%, \text{ а } \gamma_{нуль} = 0{,}98 \cdot 0{,}02 + 0{,}2 \cdot 0{,}025 = 0{,}02\%$$

Таким чином, $\gamma_{дм}/\gamma_{нуль} = 0{,}04/0{,}02 = 2$*, тобто нульовий метод вимірювання абсолютного тиску U-подібним манометром у двічі точніший за диференціальний.*

Подальша класифікація методів зрівноваження ґрунтується на *особливостях створення різниці* порівнянних ФВ (вимірюваної і відтвореної мірою), які обумовлюються наявністю векторних, полярних та скалярних ФВ. Полярні ФВ поряд з розмірами характеризуються напрямком(як і векторні ФВ), але для них можливі лише два протилежні напрямки (наприклад, напруга в ланцюгах постійного струму).

Розміри векторних ФВ виявляється сумісно як сума чи різниця розмірів, або не виявляються зовсім, якщо різниця розмірів рівня нулю. Таким чином, вимірюваний сигнал про суму чи різницю розмірів векторних ФВ формується без застосування вимірювальних приладів (ВП). Але для створення такого сигналу об’єкт вимірювання і міра, з якою порівнюється вимірювана величини об’єкта, мають взаємодіяти так, щоб порівнянні векторні величини (сила, переміщення, швидкість) мали протилежні напрямки, полярні ФВ (протилежну полярність).

Методи зрівноваження, засновані на формуванні вимірюваного сигналу про різність розмірів ФВ без застосування ВП, *називаються компенсаційними методами, або методами компенсації* [31].

Для порівняння скалярних ФВ необхідно мати вимірювальний прилад, оскільки без нього сформувати вимірювальний сигнал неможливо (наприклад, про різницю мас двох тіл чи про різницю в’язкості двох рідин).

Порівняння розмірів скалярних ФВ з розмірами ФВ, що здійснюються або відтворюються мірами, можливе *методами протиставлення або заміщення*.

Метод протиставлення – це метод зрівноваження з мірою, в якому вимірювана величина та величина, що відтворюється мірою, водночас діють на прилад, за допомогою якого установлюється співвідношення між ними величинами. Прикладами цього методу є зважування вантажу на рівноплечих вагах, коли вимірювана маса визначається як сума маси гирь, які її зрівноважують, і показів по шкалі ваг.

Застосування методу протиставлення дозволяє зменшити дію величин, що впливають на результат вимірювань. Зменшення впливу обумовлюється тим, що цим методом оцінюється результат сумісних дій порівняних величин на два різних входи двоканального компаратора. Показуючий пристрій приладу порівняння реагує на різницю сигналів, тому спотворення сигналів в деякому степені компенсують один одного.

Метод заміщення – це метод зрівноваження з мірою, в якому вимірювана величина заміщається відомою величиною, що відтворюється мірою. Прикладом реалізації методу є зважування по черзі вимірюваної маси і гирь на одній і тій же чашці ваг (метод зважування на одному плечі або метод Борда). Інший приклад – вимірювання значного електричного опору шляхом почергового вимірювання сили струму через контрольний і зразковий резистори, що живляться від одного джерела постійного струму. Перевага методу полягає в послідовному за часом порівнянні вимірюваної ФВ і ФВ, що відтворюється мірою. Завдяки тому, що обидві ці величини вмикаються одна за одною в одну і ту ж частину вимірювального кола приладу, точність вимірювання значно підвищується.

Таким чином, наявність чи відсутність різниці між розмірами порівнянних ФВ, а також особливості формування сигналу про таку різницю спричинили виділенню різновидів методів *компенсації, протиставлення та заміщення* серед нульових і диференціальних методів. Якщо сигнал свідчить про рівність порівнянних розмірів, то такі різновиди методу зрівноваження з мірою називають *нульовими (компенсації, протиставлення, заміщення)* або *методами повної компенсації, повного протиставлення чи заміщення*. Якщо ж вимірюваний сигнал вказує на наявність різниці порівнянних розмірів, то ці різновиди методу зрівноваження з мірою називають *диференціальними методами (компенсації, протиставлення, заміщення) або методами неповної компенсації, неповного протиставлення чи заміщення* [31].

Нульові методи компенсації та протиставлення досягли значного поширення при вимірюваннях електричних величин (напруга, сила струму, опір, ЕРС тощо), в які перетворюється переважна більшість технологічних параметрів і показників енерговиробництва на ТЕС та АЕС (температура, тиск, витрата, параметри складу та властивостей технологічних рідинних, газових, парових середовищ тощо). Реалізуються ці методи за допомогою компенсаційних та мостових електричних схем, які базуються на дільниках напруги (рис. 7.10 а).

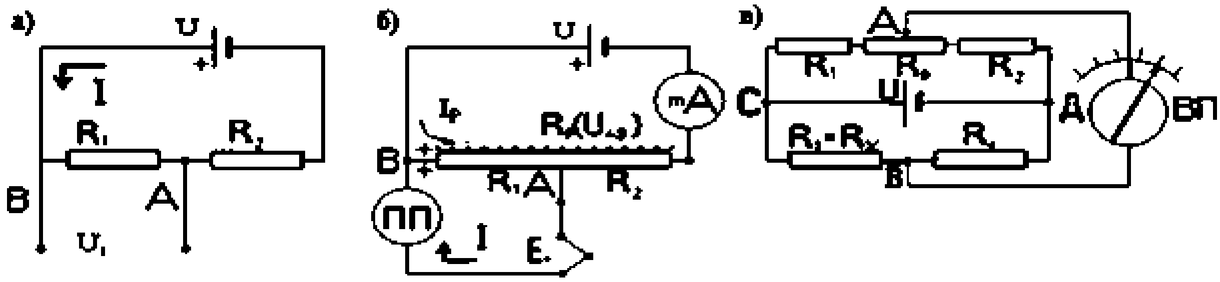


Рис. 7.10. Спрощені електричні схеми реалізації нульових методів компенсації та протиставлення
а) дільник напруги; б) потенціометр постійного струму; в) вимірювальний міст

Як видно із схеми, до складу дільника входять два послідовно з’єднаних резистори R_1 і R_2, через які проходить електричний струм I від джерела живлення U. Вихідною величиною дільника є напруга U_1 на резисторі R_1, яка, згідно з другим правилом Кірхгофа, визначається як [19]:

$$U_1=R_1 \cdot I=U\frac{1}{\frac{R_2}{R_1}+1} \qquad (7.33)$$

Таким чином, за умов проведення метрологічної атестації, дільник напруги буде виконувати роль багатозначної регульованої міри (БРМ) напруги постійного струму. Вихідною величиною БРМ є вихідна напруга дільника U_1, яка залежить від напруги джерела живлення та відношення опорів резисторів R_2/R_1. Плавна зміна цього відношення досягається застосуванням контактного змінного резистора – реохорда (від гр. rheos – течія, потік + chordö – струна) у вигляді дроту, по якому пересувається контакт (повзунок). Реохордний дільник такий як БРМ використовується в схемі (рис. 7.10 б) нульового компенсаційного методу вимірювання електрорушійної сили термопари (термо-ЕРС). Схема складається із двох кіл: робоче коло – коло дільника (БРМ) з джерелом живлення U, міліамперметром для контролю сили робочого струму $I_р$ в колі та реохордом. Коло термопари, утворено послідовним з’єднанням термопари і нуль – компаратора, приєднаних до виходу дільника (БРМ) в точках А і В.

З’єднання двох кіл виконується так, щоб порівнянні полярні ФВ (вимірювальна термо-ЕРС $E_т$ і напруга, яка відтворюється мірою U_{AB}) вмикались назустріч одне одному. Завдяки цьому, струми від двох джерел на ділянці реохорда АВ збігаються за напрямком. За такої умови, якщо скористатись другим правилом Кірхгофа для кола термопари, одержимо залежність між порівнянними ФВ у вигляді:

$$E_т = I_p R_{AB} + I\,[(R_т + R_{пп} + R_{AB})], \tag{7.34}$$

де $R_т$ і $R_{пп}$ – електричний опір термопари і приладу порівняння (ПП);

R_{AB} – електричний опір реохорда між точками АВ;

I_p, I – сила електричного струму у відповідних колах схеми.

Оскільки поняття електрорушійної сили (ЕРС) має сенс лише за умови розімкненого кола термопари, що рівнозначно відсутності в ньому електричного струму I, то при I=0 залежність (7.34) приводиться до виду:

$$E_т \approx U_{AB} = I_p \cdot R_{AB} \tag{7.35}$$

Таким чином, порівняння вимірюваної величини з величиною, що відтворюється мірою, проводиться зміною розміру останньої. Це досягається переміщенням пересувного контакту – повзунка реохорда (ручним способом або автоматично) у відповідну сторону до тих пір, поки нуль-компаратор не покаже нуль. Відлік результату вимірювання (напруги, відтвореної мірою U_{AB}) проводиться по шкалі реохорда, яка градуюється в одиницях напруги за рівнянням (7.35).

Головною перевагою компенсаційної схеми вимірювання є відсутність струму в колі термопари, що робить результат вимірювання термо-ЕРС незалежним від його опору. Але застосування в схемі міліамперметра магнітоелектричної системи унеможливлює одержання високої точності вимірювання відтвореної мірою величини $U_{AB}=I_p \cdot R_{AB}$ як функції сили електричного струму. Цей недолік ліквідується в схемах сучасних потенціометрів з постійною силою електричного струму, величина якого контролюється через залучення нормальним елементом – міри ЕРС ($E_{не}$=1,0186 В) та еталонних резисторів $R_{ет}$. Компенсаційна схема уможливлює вимірювання ЕРС і напруги методом їх порівняння з напругою на еталонних резисторах. Це дозволяє опосередкованим шляхом визначати силу електричного струму, потужність та інші параметри електричного ланцюга: $E_{не}=I_р\cdot R_{ет} \rightarrow I_p=E_{не}/R_{ет}$.

Якщо об’єктами вимірювання являються параметри, які не несуть в собі енергію, наприклад, електричний опір резистора, то для реалізації нульового методу протиставлення використовуються мостові схеми (рис. 7.10 в). Вимірювальний міст в таких схемах – це паралельне з’єднання двох дільників напруги, які живляться від загального джерела U і вихідні величини яких направлені назустріч одна одній. Перший дільник в складі резисторів R_1, R_2 з реохордом грає роль БРМ напруги $U_м$ і утворює порівняльну вітку моста, другий – в складі резистора R_4 і резистора, опір якого вимірюється ($R_3=R_x$), грає роль перетворювача опору об’єкта в напругу (U_x) і утворює вимірювальну вітку моста. Діагональ СД – діагональ живлення моста від джерела напругою U, діагональ АВ – діагональ з вимірювальним приладом (ВП) – мілівольтметром, яким вимірюється різниця $\Delta U=U_x-U_м$; згідно з (7.33), вона виражається через параметри дільників:

$$\Delta U=U_x-U_м=U\left(\frac{R_x}{R_x+R_4}-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) \tag{7.36}$$

Як бачимо, різницевий сигнал $\Delta U=U_x-U_м$ може бути не рівним нулю. В такому разі вимірювальний міст буде *незрівноваженим,* а його реохорд використовується для зрівноваження мосту лише при початковому значенню вимірюваного опору реостата $R_3=R_{xo}$. У разі, змін Rx, тобто, коли $R_x \neq R_{xo}$, міст виходить із рівноваги і через вимірювальний прилад (ВП) в діагоналі АВ з’являється електричний струм, обумовлений різницею потенціалів на вершинах моста А і В, при $U_x \neq U_м$.

Як видно із (7.36), напруга між вершинами моста залежить не лише від співвідношення опорів пліч моста, але і від значення напруги джерела живлення U. Саме це є головним його недоліком незрівноваженого моста. Але відсутність необхідності проводити будь-які зміни опорів чи перемикань в колі моста, а також можливість проведення вимірювань параметрів як статичних, так і динамічних процесів сприяли поширеному застосуванню незрівноважених мостів. Вони використовуються, зокрема, для вимірювання електричних опорів первинних перетворювачів (теплових та хроматографічних) газоаналізаторів, водне – та киснемірів в газових і рідинних середовищах. Градуювання ВП виконується в одиницях опору або в одиницях величин, що характеризують перетворених в опір склад чи властивість технологічних середовищ енерговиробництва на ТЕС та АЕС.

Незрівноважений міст застосовується також в автоматичних потенціометрах постійного струму, якими реалізується нульовий компенсаційний метод вимірювання термо-ЕРС в термоелектричних термометрах. Однак, у зв'язку з тим, що автоматичний потенціометр виконує ряд додаткових функцій, а також враховуючи особливості серійного виробництва приладів, компенсаційна схема автоматичного потенціометра має деякі відміни від компенсаційних і мостових схем, наведених на (рис. 7.11).

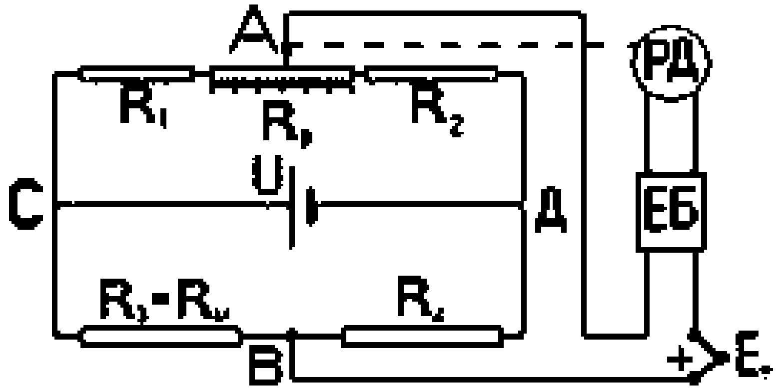


Рис. 7.11. Принципова електрична схема автоматичного потенціометра

Головна відмінність потенціометра викликана необхідністю автоматичного корегування напруги, що відтворюється мірою – незрівноваженим мостом, у разі зміни сигналу термопари, обумовленої відхиленням температури її вільних кінців від установленого значення. Для цього одне із пліч моста містить мідний резистор R_3=$R_м$, який розташовується поряд з вільними кінцями термопари і змінює свій опір при зміні їх температури. Зміна опору $R_м$ перетворюється на зміну напруги на ньому, за корегується вихідний сигнал моста U_{AB} з метою вилучення впливу температури вільних кінців термопари на результат порівняння. Зустрічне вмикання U_{AB} і сигналу термо-ЕРС $E_т$ забезпечує одержання різницевого сигналу двох полярних величин $\Delta U = U_{AB} - E_т$ при $U_{AB} \neq E_т$. Цей сигнал поступає на електронний блок ЕБ, де перетворюється із постійного струму в змінний, підсилюється по напрузі і потужності і живить реверсивний двигун РД. Вал двигуна переміщує повзунковий контакт реохорда так, що ΔU починає зменшуватись до $\Delta U = 0$, коли $U_{AB} = E_т$. Відлік результату вимірювання проводиться по шкалі реохорда, проградуйованої в одиницях напруги або вимірюваної температури (для кожного типу термопари термоелектричного термометра).

Значне місце в електричних нульових методах вимірювання параметрів енерготехнології та енергозбереження на ТЕС і АЕС займають зрівноважені мости, які характеризуються відсутністю електричного струму у вимірювальній діагоналі. Тому за однакових потенціалів “вершин” моста А і В залежність (7.36) приймає вид:

$$0 = U\left(\frac{R_x}{R_x + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right), \tag{7.37}$$

тобто результат вимірювання R_x виражається як:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_4 \tag{7.38}$$

Як бачимо, *умовою зрівноваження моста є відсутність електричного струму в його вимірювальній діагоналі, або рівність добутків опорів його протилежних пліч.* Принциповою перевагою зрівноваженого моста (в порівнянні із незрівноваженим) є незалежність результату вимірювання від напруги джерела живлення моста.

Застосування зрівноваженого моста розглянемо на прикладі безконтактного методу вимірювання температури об’єкта по його тепловому випромінюванню за допомогою пірометра «Промінь» зі зникаючою ниткою (рис. 7.12).

Принцип дії пірометра заснований на залежності спектральної енергетичної яскравості (СЕЯ) абсолютного чорного тіла (АЧТ) від його термодинамічної температури, яка виражається законом. Планка (див. гл. 4). Пірометром реалізуються нульові методи компенсації (протиставлення) при зрівноваженнях двох таких ФВ:

- спектральної (монохроматичної) енергетичної яскравості об'єкта вимірювання з яскравістю градуйованого джерела випромінювання з відомими характеристиками ($L_{\lambda T_{ян}}=f(R_н)=\varphi(T_{ян})$ тут $L_{\lambda T_{ян}}$, $R_н$ і $T_{ян}$ – відповідно СЕЯ у світлі довжини хвилі λ нитки пірометричної лампи розжарювання, електроопір нитки та її яскравісна температура). Із рівня СЕЯ об'єкта і нитки лампи слідує висновок про рівність яскравісних температур об'єкту $T_я$ і нитки $T_{ян}$. Індикатором рівності (компаратором) СЕЯ являється людське око. Для порівняння яскравостей передує оптичної системи пірометра наводиться на об'єкт, та зображення якого суміщається з площиною нитки лампи шляхом переміщенням об'єктиву $O_б$ і окуляру $O_к$. Власне вимірювання зводиться до плавного повороту повзункового контакту реостата фотометрирування $R_ф$ в діагоналі живлення моста (після натиснення кнопки B_1). Зміна напруги живлення нитки лампи приводить до плавної зміни електричного струму і досягнення моменту, коли її візуальна яскравість не стане рівною яскравості зображення об'єкта. В цей момент око спостерігача перестає розрізнювати нитку лампи на фоні зображення об'єкта, і вона, як кажуть, «зникає» з поля зору. За добрих умов освітлення око людини може виявити різницю між яскравостями двох сумісних полів до ±1%, що еквівалентне різниці між температурами двох АЧТ поблизу 1000 °C всього біля ±1^{0}C, або ±0,1% [32]. Таким чином, людське око як нуль-індикатор безпосередньо фіксує на достатньо високому метрологічному рівні момент рівності яскравостей двох об'єктів випромінювання;
- електричного опору як скалярної величини нитки пірометричної лампи, увімкненої у плече вимірювальної вітки моста, що перетворюється у полярну величину (падіння напруги $I_p \cdot R_н$), яка і порівнюється з відомим значенням міри напруги порівняльної вітки моста. Це досягається вмиканням

(кнопкою B_2) у вимірювальну діагональ моста нуль-компаратора та плавною установкою (поворотом повзункового контакту реохорда R_p) його вказівника на нульову позначку.

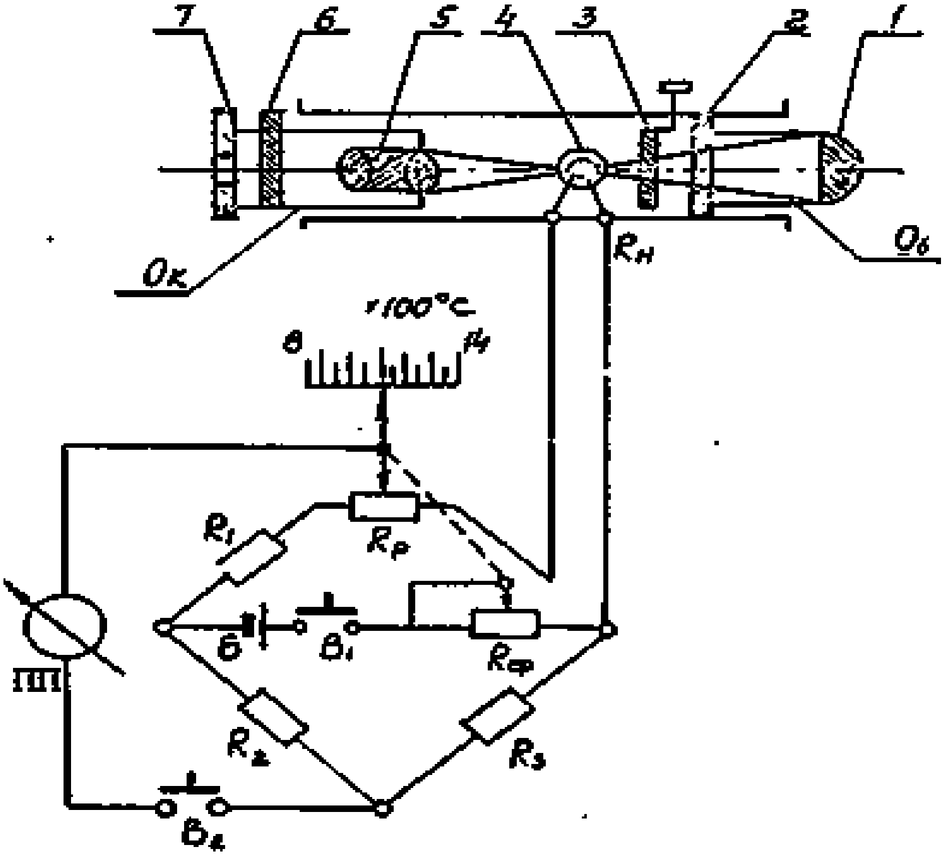


Рис. 7.12. Схема візуального пірометра «Промінь»
Об – об'єктив (1 – лінза об'єктива, 2 –діафрагма), 3 – поглинальне скло, 4 – пірометрична лампа, Ок – окуляр (5 – апланатична лупа окуляра, 6 – червоний світлофільтр, 7 – вихідна діафрагма) R_1, R_2, R_3 резістори моста, $R_н$ – опір нитки пірометричної лампи, $R_р$ – реохорд, $R_ф$ – реостат фотометрирування, Б –джерело живлення. B_1 – кнопка вмикання джерела живлення моста, ПП – компаратор, B_2 – кнопка вмикання компаратора

Згідно (7.38), рівняння рівноваги моста пірометра буде мати вид:

$$(R_1=m\cdot R_p)R_3=R_2[(1\text{-}m)\ R_p+R_н], \qquad (7.39)$$

де $m=r/R_p$ – частка (r – частина) опору реохорда зліва від повзункового контакту, яка визначається координатою його положення на школі реохорда.

Умови рівноваги (7.39) приводить до лінійної залежності між електричним опором нитки пірометричної лампи ($R_н$) і переміщеням повзункового контакту реохорда (m) у вигляді:

$$R_н=a+вm, \qquad (7.40)$$

де $a=(\frac{R_3}{R_2}R_1\text{-}R_p)$; $в=(\frac{R_3}{R_2}+1)\ R_p$

Шкала пірометра виконана в одиницях температури за допомогою експериментальних залежностей між яскравістю, температурою та електричним опором нитки пірометричної лампи.

Контрольні запитання

1. Інтерпретація понять «метод вимірювання» в державних та міждержавних метрологічних стандартах. Метод вимірювання в сучасному розумінні.
2. Гідростатичний метод вимірювання рівня води в барабані котла та особливості його використання в умовах ТЕС.
3. Вимірювання витрат технологічних середовищ (рідинних, газових, парових) методом змінного перепаду тиску із звужувальними пристроями, їх метрологічна особливість та уніфікація.
4. Вимірювання швидкостей і витрат технологічних середовищ (рідинних, газових, парових) методом змінного перепаду тиску із напірним пристроєм. Метрологічні особливості, уніфікація, способи застосування методу.
5. Контактні і безконтактні методи вимірювання температури. Метрологічні особливості, уніфікація та приклади використання в умовах енерговиробництва на ТЕС і АЕС.
6. Визначити методи вимірювання, переваги та недоліки методів опосередкованого та безпосереднього порівняння.
7. Методи безпосереднього зіставлення та методи збігу. Їх метрологічні особливості та приклади застосування.
8. Методи зрівноваження (нульовий та диференціальний методи), їх переваги та недоліки.
9. Методи повної компенсації, протиставлення та заміщення. Їх метрологічні особливості та приклади використання в умовах енерговиробництва на ТЕС і АЕС.
10. Методи неповної компенсації, протиставлення та заміщення. Їх метрологічні особливості та приклади використання в умовах енерговиробництва на ТЕС і АЕС.

Розділ 8. Похибки (невизначеності) результатів вимірювання

8.1. Загальні відомості про похибки (невизначеність) вимірювання

В процесі аналізів вимірювань слід чітко розмежувати два поняття: *істинне значення* величин та її емпіричне виявлення – *результат вимірювання*. Істинне значення являється тією абсолютною істиною, коли повні, вичерпні знання набуваються лише в нескінченному процесі, що перекликається, зокрема, із народною мудрістю, яка стверджує: «Все пізнається в порівнянні».

Вимірювальна операція порівняння двох однорідних ФВ є складовою будь-якої процедури вимірювання. Тому другою аксіомою метрології цей факт подається як: *вимірювання суть порівняння розмірів величин дослідним шляхом* [14], коли нескінченній множині розмірів величини x ставиться у відповідність скінченна лічильна множина їх мінливих значень $x_N = N_x \cdot \Delta x_K$. Математична операція порівняння виражається основним рівнянням вимірювання. Числове значення N_x – є результатом лічби кількості одиниць вимірювання Δx_K; воно має бути цілком визначеним невипадковим числом. Але, як показано у п. 3.4, процедура вимірювання є гомоморфним відображенням розміру неперервної вимірювальної величини x її перервним (квантованим) значенням x_N, яке відтворюється мірою. Гомоморфізм в процесі вимірювання (порівняння) носить ймовірний характер і є причиною неминучої появи похибки неперервності.

Крім того, на практиці порівняння між собою двох однорідних величин проходить в умовах наявності множин випадкових і невипадкових чинників, точно врахувати які неможливо. Тому в процесі багатократних вимірювань однієї і тієї ж величини постійного розміру результат порівняння N_x може бути різним. Значенням ж вимірюваної величини, одержане шляхом порівняння $x = x_N$, носить ймовірний характер і є *оцінкою істинного значення ФВ*. Таким чином, хоча істинне значення ФВ існує і не змінюється для кожного розміру, точно визначити його експериментально неможливо. Це зумовлено поряд з гомоморфізмом в процесі порівняння неперервних ФВ впливом на результат вимірювання дестабілізуючих зовнішніх чинників. Лише для деяких величин істинні значення точно відомі. Наприклад, один повний оберт рівний 2π радіан, відношення довжини кола до його діаметру рівне π, маса міжнародного прототипу кілограма, за визначенням, точно рівна 1 кг. Незважаючи на це істинне значення уведене в теорії вимірювання і використовується в теоретичних дослідженнях. Це спонукає розрізнювати істинне, дійсне (умовно істинне) значення вимірюваної ФВ та результат вимірювання.

Як бачимо, і *дійсне значення величини,* і *результат її вимірювання* як емпіричне виявлення істинного значення є продуктом нашого пізнання, тією відносною істиною, за якої значення неповні, незавершені, часткові, в подальшому уточняються та поглиблюється. Наприклад, за останній час вдалося в декілька разів підвищити точність вимірювання швидкості світла. Однак це не означає, що змінилось істинне значення швидкості світла; змінилось лише його дійсне значення: в результаті уточнення дійсне значення наблизилось до істинного, яке є однією із фізичних сталих природознавства.

Сумісний же вплив на процес вимірювання множини різних чинників, точний облік яких неможливий, а підсумок непередбачено приводить до того, що результат вимірювання, виявляється випадкових. Це положення сформульоване у вигляді третьої аксіоми метрології: *результат вимірювання без округлення є випадковим* [14]. Таке ствердження не є незвичайним. Всі події в нашому житті зумовлені множиною обставин і являються випадковими. Ймовірність настання реальної події може бути високою або низькою, якою-небудь іншою, але вона ніколи не рівна нулю або одиниці. Третя аксіома метрології – одне із виявлень загального закону природи.

Із третьої аксіоми витікає важливий висновок : *результат вимірювання не має конкретного значення.* Ні за яких обставин, наприклад, не можна сказати, що результат вимірювання довжини складає 10 м, чи результат вимірювання температури -205 °С. Це окремі значення кожного із результатів вимірювання (спостереження підчас вимірювання, відлік[44] показів засобу вимірювання[45]). Уявлення ж про самі результати вимірювання можна скласти лише на основі аналізу масивів експериментальних даних, одержаних в процесі вимірювань довжини чи температури. Результати вимірювань можуть використовуватися лише за умови, якщо відомі відповідні характеристики похибок вимірювань (ДСТУ 2681-94). Разом з тим, в цьому стандарті поняття «результат вимірювання» супроводжується приміткою, згідно з якою термін рівнозначно відноситься до показу, непоправленого чи поправленого результату та середнього з декількох вимірювань. Це свідчить про неусталеність терміну «результат вимірювання». Нижче наведені таблиця форм подання результатів вимірювання за основними типами шкал [4].

Таблиця 8.1. **Форми подання результатів вимірювання**

<table>
<tr><th rowspan="2">Назва шкали</th><th colspan="2">Результат вимірювання</th></tr>
<tr><th>одиниця</th><th>форма подання</th></tr>
<tr><td>Шкала різниць (інтервалів)</td><td>Одиниця за погодженням</td><td rowspan="3">Середнє арифметичне значення із ряду результатів рівноточних вимірювань.</td></tr>
<tr><td>Шкала відношень</td><td>Одиниця за погодженням</td></tr>
<tr><td>Абсолютна шкала</td><td>%,%, арифметична 1</td></tr>
<tr><td>Шкала порядку</td><td>Не має сенсу</td><td>Медіана, як серединне значення несиметричних розподілів результатів ряду спостережень</td></tr>
<tr><td>Шкала назв</td><td>Не має сенсу</td><td>Виражається еквівалентністю конкретного виявлення властивості точці[46] чи класу еквівалентності шкали</td></tr>
</table>

[44]*Відлік показу засобу вимірювання*-фіксація значення величин чи числа (позначки) по показувальному пристрою (приладу) в заданий момент часу.
[45]*Показ засобу вимірювання* – значення вимірювальної величини, створене за допомогою засобу вимірювання.
[46]*Точка шкали* – одне окреме число чи позначка із специфікації шкали вимірювання.

Міру достовірності результату вимірювання прийнято характеризувати значенням похибки, властивій цьому результату. Одна і та ж похибка вимірювання математично може виражатись у двох формах:

- *Абсолютна* похибка як алгебрична різниця між результатом вимірювання і істинним (дійсним) значенням вимірювання ФВт (x_{ic}):

$$\Delta x = x_N - x_{ic} \tag{8.1}$$

- *Відносна похибка* як відношення абсолютної похибки до істинного (дійсного) значення ФВ:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_{ic}} \text{ або } \gamma_{\%} = \frac{\Delta x}{x_{ic}} 100\% \tag{8.2}$$

Абсолютна похибка зручна для характеристики результату вимірювання, оскільки уможливлює відразу визначити, надійні чи ні розряди його числового значення. Наприклад, якщо результат вимірювання електроструму I=5,243A з абсолютною похибкою $\Delta I = \pm 0,01A$, то цифра «3» результату є неправильною. Тому абсолютна похибка визначається з метою округлення результатів вимірювання та його правильного запису, які використовуються за такими правилами [20]:

1. Числове значення результату вимірювання повинне обмежуватись тим же десятковим знаком, яким закінчується округлена абсолютна похибка.
2. В запису похибки результату звичайно обмежуються однією значимою цифрою, якщо перша із них більша чи рівна 3, і двома значущими цифрами, якщо перша із них рівна цифрі 1 або 2. Дуже не часто у разі особливо точних вимірюваннях похибки записується трьома цифрами.
3. Округлення числа до «n» значущих цифр зводиться до відкидання всіх цифр, які стоять справа від «n-ої» значимої цифри. До того ж, якщо перша зліва із відкиданих цифр:

- більша чи рівна 5 і такі цифри не нулі, то останню залишену цифру збільшують на одиницю;
- менше 5, то останні цифри числа не змінюються;
- рівна 5, з наступними нулями, то останню залишену цифру не

змінюють, якщо вона парна і збільшують на одиницю, якщо вона непарна.

4. Округлення проваджується лише в остаточній відповіді, а попередні розрахунки здійснюються з одним-двома зайвими знаками.

Основним недоліком абсолютної похибки є те, що вона сама по собі не може служити показником точності вимірювання. Наприклад, одне і те ж значення абсолютної похибки $\Delta x = \pm 0,05\,мм$ для довжини x_1=100 мм відповідає досить високій точності, а для довжини x_2=1 мм – низькій. Це стає очевидним, якщо похибку виразити у відносній формі: $\gamma_{\%1} = (\pm 0{,}05/100) \cdot 100 = \pm 0{,}05\%$, а $\gamma_{\%2} = (\pm 0{,}05/1) \cdot 100 = \pm 5\%$, тобто точність вимірювання першої довжини на два порядки вище за точність другої.

Відносна похибка придатна для визначення точності результатів вимірювання величин за шкалами відношень та абсолютними шкалами, а також різниць величини, а не самих величин, які описуються шкалами інтервалів (безглуздо виражати в процентах похибки вимірювання температур за УТШ). Поняття самої похибки вимірювання непридатне для одержаних результатів за шкалами назв і порядку, для яких одиниці вимірювання неприйнятні.

Оскільки ні істинне значення величини, ні ступінь наближення до нього дійсного значення невідомі, то визначення похибок вимірювання за формулами (8.1) та (8.2) неможливе. Факт принципової неможливості визначення похибки вимірювання є вираженням основного діалектичного протиріччя між потребами практики і об’єктивними можливостями їх задоволення. Розв’язання такого протиріччя спонукало запровадження оцінок (граничних значень) похибок. Такі оцінки – це відомі величини, які називаються також «верхніми межами» або коротко «межами». Абсолютної чи відносної похибок. В подальшому була започаткована одна із характерних тенденцій розвитку сучасної практичної метрології. Суть її – прагнення максимально наблизити оцінку похибки (результату) вимірювання до її дійсного значення так, щоб вона в будь-якому разі залишалась у ймовірному розумінні «оцінкою зверху». Така оцінка означає, що краще перебільшити похибку вимірювання, ніж її применшити: у першому випадку знижується якість вимірювання, у другому – можливе повне знецінювання всього вимірювання оскільки:

- завищені оцінки похибок вимірювання ведуть до необхідності зростання витрат на проведення вимірювального експерименту, розробки, промислового випуску та експлуатації нових засобів вимірювальної техніки;
- зниження оцінки похибки вимірювання нижче її фактичного значення веде до порушення технології використання палива на ТЕС, його перевитрату та зростання забруднення довкілля технологічними відходами. Крім того, можливі невірні виводи та помилкові рішення в процесах експлуатації та наукових досліджень об’єктів енерготехнології.

Точність результатів вимірювання має відповідати меті останнього, *«настільки точно, наскільки це необхідно, але не настільки точно, наскільки це можливо»*.

Слід визначити, що «оцінку зверху» у ймовірному розумінні можна розглянути як принцип оцінювання похибок вимірювання відповідними інтервалами на основі методів теорії ймовірності: якщо оцінка не виходить за межі інтервалу, називається *безумовним*; якщо оцінка перебуває в інтервалі лише за певної ймовірності, то інтервал називається *умовним(ймовірним, довірчим чи вірогідним*). Такі інтервальні оцінки похибок вимірювання характеризують *невизначеність* одержаного результату.

Поява концепції *невизначеності результату вимірювання* є спробою сформулювати більш загальний, в порівнянні з поняттям «похибка», універсальний підхід до оцінки якості вимірювань. Упровадження в метрологічну практику поняття «*невизначеність*» (*невпевненість*) стало можливим після накопичення величезного досвіду практичного застосування поняття «похибка» і є формою його природного розвитку та узагальнення.

Міжнародними організаціями з метрології були започатковані роботи з опрацювання рекомендацій щодо оцінки якості вимірювань через *їх невизначеність (невпевненість).* Мета проведених робіт полягала в тому, щоб прийти до загальнопоширеної процедури виразу вимірювальної невизначеності та об’єднання її складових компонентів в одну загальну невизначеність. Робота була завершена в 1993 році публікацією *«Руководства по выражению неопределенности измерений»* від імені 7-ми міжнародних організацій.[47]

Міждержавна рада зі стандартизації, метрології та стандартизації прийняла рекомендації РМГ 43-2001 *Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений»* та створила робочу групу для координації робіт з упровадження оцінки невизначеності в метрологічну практику держав – членів СНД.

В рекомендаціях РМГ 43-2001 *невизначеність вимірювання визначена як параметр, пов'язаний із результатом вимірювання, що характеризує розсіювання значень, які могли б бути обґрунтовано приписані вимірюваній величині*.

Невизначеність вимірювань може бути наслідком двох причин:

- розсіювання результатів вимірювання в процесі багатократних спостережень, що є об’єктивним законом природи;
- відсутність необхідної інформації, тобто недостатність якихось знань (відомостей), що характерно не лише для вимірювань.

Відповідно існують дві категорії кількісної оцінки невизначеності:

Категорія А – використання апостеріорної (від лат. aposteriori – після досвіду, в даному випадку-після вимірювання) інформації, одержаної в процесі багатократних спостережень;

Категорія В – математичне моделювання ситуації за умов відсутності якоїсь необхідної інформації, що обумовлює використання апріорної (від лат.

[47] Як-от: Міжнародні організації законодавчої метрології (OILM) та по стандартизації (ISO);
Міжнародні союзи з чистих і прикладних фізики(IUPAP) та хімії (IUPAC);
Міжнародні електрична комісія(IEC) та федерація клінічної хімії(IFCC);
Міжнародне бюро мір та ваг(BIPM).

apriori – із попереднього, в даному випадку – до вимірювання) інформації.

Таким чином, *невизначеність є властивістю, загальною у якісному відношенні для результатів в багатьох ситуаціях, але у кількісному відношенні індивідуальною в кожному конкретному випадку.* Тому вона має стати загальноприйнятою чи установленою законодавчим шляхом мірою.

Обидві категорії невизначеності оцінюються на основі розподілу ймовірностей (апостеріорних – для типу А, апріорних – для типу В) та характеризуються кількісно стандартними відхиленнями.

Зараз у вітчизняній нормативній літературі регламентовані терміни та визначення на базовому понятті «похибка вимірювання» дублюються термінами та визначеннями, що застосовуються в міжнародній практиці та базуються на понятті «невизначеності вимірювань». Таким чином, поняття «невизначеність вимірювання» запроваджується у вітчизняну метрологічну практику не замість поняття «похибка вимірювання», а нарівні з ним [33].

8.2. Класифікація похибок вимірювання за причин виникнення

Традиційний аналітичний підхід до вивчення похибок вимірювання полягає в розподілу їх на складові, кожна з яких обумовлена визначеним чинником. Це дозволяє досліджувати джерела складових, проводити необхідні експерименти, в тому числі, і допоміжні вимірювання для визначення властивостей та оцінювання з необхідною точністю таких похибок.

У формуванні результату вимірювання фізичної величини як емпіричного виявлення її істинного значення приймають участь, принаймні, три компонента вимірювання: метод пізнання-метод вимірювання; інструмент пізнання-засіб вимірювання; суб’єкт пізнання – оператор (спостерігач, експериментатор). Недосконалість кожного компонента викликає відхилення результату вимірювання від істинного (дійсного) значення. Ці три компонента процедури вимірювання (метод, засіб вимірювання та оператор) являються трьома потенційними джерелами похибки результату вимірювання [34].

В метрології, поряд з поняттям похибки вимірювання, історично закріпились терміни, якими позначені похибки усіх трьох джерел. визначення таких похибок наведені в таблиці 8.2.

Таблиця 8.2. **Похибки основних компонентів вимірювання**

Назва джерела похибки	**Складова похибка вимірювання**	
	позначка	**визначення**
Метод вимірювання	$\Delta_м$	Похибка методу вимірювання (методична похибка) – це складова похибки, яка виникає від недосконалості методу вимірювання.
Засіб вимірювання	$\Delta_{інс}$	Похибка засобу вимірювання (інструментальна похибка) – це складова похибки, яка залежить від похибки застосованого засобу вимірювання.
Оператор (суб'єкт)	$\Delta_{суб}$	Суб'єктивна похибка вимірювання – це складова похибки вимірювання, обумовлена індивідуальними особливостями оператора.

Загальна похибка вимірювання визначається сумарною похибкою:

$$\Delta = \Delta_м \cdot \Delta_{інс} \cdot \Delta_{суб}\,, \tag{8.3}$$

де – символічний знак об'єднання складових похибок вимірювання (алгебраїчне, геометричне та ін.).

В окрему групу слід об'єднати причини похибок, пов'язаних із впливом умов проведення вимірювань. Останні виявляються двояко. З однієї сторони, усі ФВ, які грають яку-небудь роль в запровадженні вимірювань, в тій чи іншій мірі залежать одна від одної. Тому зі зміною зовнішніх умов істинні значення вимірюваних величин теж змінюються. З другої сторони, умови проведення вимірювань впливають на характеристики засобів вимірювання та фізіологічні властивості органів чуття спостерігача, що також може стати причиною виникнення похибок вимірювання.

8.2.1. Похибка методу вимірювання

Відмітною особливістю методичних похибок вимірювання є їх індивідуальність, яка пов'язана не лише із застосуванням методу чи фізичного принципу вимірювання, але й з конкретним утіленням такого методу. Ця похибка звичайно в нормативній документації не вказується. Однак в ній можуть бути наведені особливості (вказівки) застосування конкретного засобу вимірювання, які дозволять понизити або усунути деякі складові методичної похибки.

До основних методичних похибок *прямих вимірювань* відносять:

- похибка від неадекватності (від лат. adaequatus – прирівнювальний) моделі об'єкта вимірювання реальному об'єкту. Наприклад, у вимірювальній моделі приймається, що:

- вимірюванню підлягають діаметр та довжина тіла циліндричної форми, однак реальна його форма відрізняється від циліндра;
- тверде тіло має рівномірну густину по всьому об'єму, а реально в ньому є неоднорідності і пори;

- похибка із-за відхилення від номінального значення величини, що впливає та входить до визначального рівняння вимірювання. Наприклад, похибка вимірювання маси рідини в резервуарі по її рівню обумовлена відміною дійсного значення густини рідини і геометричних розмірів резервуару від номінальних значень;

- похибка передавання розміру вимірювальної величини від об'єкта вимірювання до засобу вимірювання. Наприклад, похибка вимірювання тиску рідини, яка обумовлена зміною густини рідини в імпульсній лінії, що з'єднує точку відбору тиску з вимірювальним приладом, який установлений вище або нижче точки відбору.

До основних методичних похибок *непрямих вимірювань* відносять:

- похибка із-за відмінності функціоналу[48] (функції), яка визначає

[48]Функціонал – відображення простору функції в числову множину.

вибраний метод вимірювання, від функціоналу (функції), котрим описується за визначенням вимірювана величина. До прикладів методичної похибки цього роду слід віднести [35]:

- вимірювання абсолютного тиску в конденсаторі парової турбіни по температурі (в стані насичування) обтяжує методична похибка у разі відмінності значення температури в точці установки чутливого елементу термометра від середнього значення температури, яке в найбільшій ступені визначає абсолютний тиск в конденсаторі (необхідно мати на увазі, що температурне поле в конденсаторі більш нерівномірне, ніж поле абсолютного тиску);
- вимірювання абсолютного тиску в конденсаторі парової турбіни за допомогою вакуумметра і барометра обтяжує методична похибка у разі значної дискретності в часі вимірювання атмосферного тиску(один раз за зміну або за добу);
- вимірювання середніх значень технологічних параметрів може супроводжуватись методичною похибкою із-за заміни операції інтегрування параметру операцією підсумовування його значень в дискретні момент часу чи у визначених точках об'єму об'єкта вимірювання, як-от:

Приклад 8.1. Виміряти середню температуру $\bar{t}$ *в об'ємі об'єкта V.*

Рішення

Згідно з визначенням, середня температура об'єму $\bar{t}$ *виражається:*

, (8.4)

де x, y, z – координати точки всередині об'єму V. Практично температура вимірюється за допомогою N термоперетворювачів, розташованих у визначених точках об'єму V. Таким чином, температура t *– неперервною функція координат, вимірюється в дискретних точках об'єму і результати вимірювання середньої температури (функціонал) розраховується за формулою:*

$$\tilde{\bar{t}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \qquad (8.5)$$

Різниця $\Delta t = \tilde{\bar{t}} - \bar{t}$ *є складова похибка вимірювання, яка обумовлена тим, що функція* $t(x, y, z)$ *вимірюється за дискретних значеннях аргументів. Крім того алгоритм визначення результату вимірювання (8.5) відрізняється від* *визначення вимірювальної величини (8.4). Ця складова похибки вимірювання не залежить від властивостей вимірювальних термоперетворювачів і тому відноситься до методичних похибок вимірювання* [36].

Приклад 8.2. Визначити результат і похибку для серії із n багатократних вимірювань однієї й тієї ж ФВ x_i.

Рішення

Оскільки і результат, і похибка вимірювання є величинами випадковими, то їх визначення ґрунтується на таких поняттях теорії ймовірностей і математичної статистики, як числові характеристики випадкових величин (див. гл. 9). До них відносяться:

- *характеристики положення* m_x *– математичне очікування (генеральне середнє значення) результату вимірювання (формула (9.4));*
- *характеристика розсіювання* σ_x *– генеральне середнє квадратичне відхилення (СКВ) інакше «стандарт» або «стандартне відхилення» від* m_x *результатів вимірювання (формула (9.9)).*

Обидві числові характеристики справедливі лише за умови нескінченного числа спостережень при вимірюванні ($n \to \infty$*). В реальних умовах* n *– скінченна величина, що обумовлює визначити не самі числові характеристики, а їх оцінки, як-от:*

- *оцінка* положення $\overline{x}$ *– середнє арифметичне значення (формула (9.10)).*
- оцінка *розсіювання* S_x *– експериментальне (вибіркове) середнє квадратичне відхилення (СКВ) (результат вимірювання) від* $\overline{x}$ *(формули (9.11, 9.12)). За відомого генерального середнього значення* m_x *оцінка СКВ визначається за формулою [2]:*

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_x)^2}{n}} \tag{8.6}$$

Кожна із оцінок числових характеристик тим більше відрізняються від свого теоретичного значення, чим менше число спостережень підлягають обробці. Різниці між оцінками числових характеристик і їх відповідними теоретичними значеннями і є методичними похибками вимірювань:

$$\Delta m_x = \overline{x} - m_x \tag{8.7}$$

$$\Delta\sigma_x = S_x - \sigma_x$$

Ряд методичних похибок вимірювання зустрічається в метрологічній практиці під назвою «*похибки взаємодії засобів вимірювальної техніки з об'єктом вимірювання*». Вплив вимірювальної техніки на об'єкт може значно змінити реальну картину. Наприклад, при вимірюванні ртутним термометром температури термодинамічна рівновага установлюється за температури, близької до температури термометра, а не об'єкта вимірювання. Перерозподіл струмів і напруг в електричних ланцюгах (колах) у разі приєднання електровимірювальних приладів інколи значно впливає на результат вимірювання. Поміщення первинного вимірювального перетворювача в ламінарну течію робить її турбулентною і т.д. Значення таких похибок залежать не лише від властивостей об'єктів вимірювання, а й від конструктивних особливостей засобів вимірювальної техніки (ЗВТ), обумовлених принципами їх вимірювання. Завдяки ним виникають взаємодії з об'єктом вимірювання напірних та звужувальних пристроїв витратомірів і вимірювачів швидкості потоків технологічних середовищ (рідин, газів, пари), а також електровимірювальних приладів магнітоелектричної системи, які розглянуті у главі 7.

До таких методичних похибок відноситься похибка методу опосередкованого порівняння з мірою, який реалізується для вимірювання термо-ЕРС мілівольтметром МЕС. Взагалі ЕРС будь-якого джерела, як різниці потенціалів його затисків при розімкненому колі, має вимірюватись за умови відсутності електричного струму в його колі. Ця умова дотримується у разі застосування методу безпосереднього порівняння з мірою, який реалізується потенціометром постійного струму, більш точного, але й значно складнішого за мілівольтметр. Саме простота вимірювання термо-ЕРС мілівольтметром спонукає його використання в менш відповідальних випадках технологічних вимірювань. Оскільки мілівольтметр є струмовим приладом за принципом дії, то через термопару протікає вимірювальний струм, що порушує умову визначення ЕРС як ФВ та обумовлює методичну похибку вимірювання. За таких умов між показом мілівольтметра U і вимірювальною термо-ЕРС E_T справедливе співвідношення:

$$U = \frac{R_M}{R_З + R_M} E_T \tag{8.8}$$

де R_M та $R_З$ – внутрішній опір мілівольтметра та опір зовнішнього ланцюга(термопара, з’єднувальні проводи, припасувальна катушка), відповідно.

Методична похибка вимірювання виражається у вигляді:

- абсолютної похибки: $\Delta U_{\text{м}} = -\frac{R_{\text{З}}}{R_{\text{М}}+R_{\text{З}}} \cdot E_{\text{т}}$; (8.9)

- відносної похибки: $\gamma_{\text{м}} = -\frac{R_{\text{З}}}{R_{\text{М}}+R_{\text{З}}} \cdot 100\%$ (8.10)

Таким чином, наведений приклад свідчить: причиною виникнення методичної похибки є те, що вимірюється не та ФВ, яку треба вимірювати, а інша, близька, але не рівна їй. Цей спосіб заміни того, що в дійсності підлягає вимірюванню, тим, що трішки відрізняється від потрібного, але простіше здійснюється, дуже широко використовується в процесі розробки ЗВТ і практиці організації вимірювань [37].

Другим прикладом методичної похибки із-за взаємодії ЗВТ з об’єктом є похибка опосередкованого вимірювання ваговим методом масової концентрації летючої золи (ЛЗ) в димових газах (ДГ), що протікають в газоходах до і після золоуловлювача (ЗУ). Метод заснований на видаленні із потоку ДГ частинок ЛЗ і визначення їх маси шляхом зважування. Складовими операціями методу являється:

- відбір (аспірація від лат. aspiratio – дихання, техн. система ежекції пилу із газоходу) проби ДГ;
- золоочистка (фільтрація) відібраної проби;
- прямі вимірювання: маси видалених із проби частинок ЛЗ, m; об’ємної витрати відібраної проби ДГ, $V_{\text{П}}$; тривалість відбору проби ДГ, τ;

Концентрація ЛЗ в ДГ розраховується за визначальним рівнянням [38]:

$$C = \frac{m}{V_П \cdot \tau} \tag{8.11}$$

Вимірювання концентрації ЛЗ як і будь-якого пилу в газі, є важкою метрологічною задачею. Суміш газу з частинками ЛЗ дуже нестійка, а сама зола, яка складається із частинок різного розміру і маси, розподіляється в газовому потоці дуже нерівномірно як за розміром, так і за масою. Тому процес відбору проби організовується шляхом відгалуження від об'єкту вимірювання (потік ДГ в газоході) потоку невеличкого об'єму за допомогою пробовідбірника (зонда у вигляді трубки визначеного розміру), який занурюється в об'єкт. Стінки зонда на вході в його отвір мають бути достатньо тонкими, щоб можна було знехтувати осіданням частинок на торці зонда, а його вхідний отвір завжди установлюється назустріч потоку. Таким чином, в потоці ДГ зонд виконує роль вимірювального масштабного перетворювача, завдяки якому об'єм відібраної проби зменшується в 1/Г разів, тут Г – показність (рос. представительность) відібраної проби, що використовується в теорії та практиці пило-золоочистки газів:

$$Г = \frac{V_П}{V_{ДГ}} \tag{8.12}$$

де $V_{ДГ}$ – об'ємна витрата ДГ, у поперечному перерізі газоходу.

Важливою умовою правильного вибору проб є дотримання *ізокінетичності* – забезпечення рівності швидкості досліджуваного потоку в місці знаходження вхідного отвору зонда ($\vartheta_{ДГ}$) і швидкості газу у його вхідному отворі ($\vartheta_п$). Порушення ізокінетичності відбору проби приводить до виникнення інерційних сил, які діють на частинки ЛЗ, та до викривлення їх фактичного фракційного складу та концентрації у відібраній пробі ДГ. Якщо швидкість $\vartheta_\text{п} < \vartheta_\text{дг}$, то концентрація ЛЗ у пробі буде завищена, і навпаки, коли $\vartheta_\text{п} > \vartheta_\text{дг}$, то концентрація буде занижена.

Похибка вагового методу вимірювання концентрації ЛЗ в ДГ визначається як:

(8.13)

де $C_П$ та С – концентрація ЛЗ у вхідному отворі зонда та в незбуреному аспірацією потоці, відповідно.

8.2.2. Інструментальні похибки вимірювання

Як вже відзначалось, однією з основних складових загальної похибки результату вимірювання є інструментальна похибка, обумовлена властивостями засобів вимірювання. Достовірна оцінка інструментальної похибки є однією з головних задач технологічних вимірювань. Специфіка такої оцінки полягає в тім, що вона, як правило, вирішується до проведення вимірювань, на стадії вибору або підготовки до приведення вимірювань. Єдиним практично доступним способом її рішення в цьому випадку є розрахункові оцінки інструментальної похибки за метрологічними характеристиками, нормованими у технічній документації ЗВ. При цьому *метрологічними називаються такі характеристики властивостей ЗВ, які впливають на точність результатів й похибки вимірювань.*

Крім абсолютної (формула (8.1)) і відносної (формула (8.2)) похибок, якими характеризуються інструментальні похибки вимірювання, для засобів вимірювання нормується ще одна похибка у відносній формі як частка нормованого значення вимірюваної величини – *приведена похибка*. Нормувальним значенням вимірюваної величини може бути обраний діапазон вимірювань або верхня межа вимірювання ЗВ. Приведена похибка звичайно виражається у відсотках. Наприклад, приведена похибка термометра, діапазон вимірювання якого *Д*=150 °С (нормувальне значення), за дійсного значення температури x_{ic}=100 °С і показану x_N =100,9 °С буде:

$$\gamma_{пр} = \frac{x_N - x_{ic}}{Д} \cdot 100 = \frac{100,9 - 100}{150} \cdot 100 = +0,6\% \qquad (8.14)$$

Приведена похибка ЗВ характеризує його метрологічну властивість, а не похибку отриманого результату вимірювання. Вона дозволяє порівнювати метрологічні характеристики ЗВ, що мають різні межі вимірювання. Будучи зручною характеристикою похибки ЗВ, приведена похибка у жодному разі не повинна застосовуватися як характеристика похибки результату вимірювання; для цієї мети повинні застосовуватися тільки абсолютна й відносна похибки.

Інструментальна похибка як складова похибки результату вимірювання містить у собі основну й додаткову похибки.

Основна похибка ЗВ – це похибка ЗВ, яке застосовується в нормальних умовах. Під нормальними розуміються такі умови застосування ЗВ, за яких величини, що впливають на процес вимірювання (температура, вологість навколишнього середовища, частота й напруга електроживлення ЗВ, зовнішні магнітні поля, положення ЗВ в просторі тощо) мають нормальні значення або перебувають у нормальних областях значень. Нормальне значення величин, що впливають або її нормальну область вказують у технічній документації як умови, за якої ЗВ має номінальну точність.

Основна похибка ЗВ обумовлена відмінністю дійсної градуювальної характеристики його в нормальних умовах від номінальної, приписаної йому відповідним нормативом.

Поняття номінальної градуювальної характеристики пов'язане з так званою смугою похибок (смугою невизначеності) ЗВ, тобто смугою графіка, обмеженої двома лініями, між якими розташовані всілякі дійсні градуювальні характеристики ЗВ, або серії однотипних ЗВ. *Деяка детермінована середня лінія такої смуги приймається за номінальну градуювальну характеристику ЗВ (рис. 8.1)*.

Основна похибка найпоширеніших ЗВ в умовах ТЕС і АЕС нормується шляхом завдання її допустимої межі. Під допустимою межею основної похибки розуміють найбільшу (без урахування знаку) основну похибку ЗВ, за якої вона може бути визнана придатною до застосування.

Додаткова похибка ЗВ – це похибка, що виникає уразі відхилення умов роботи ЗВ від нормальних. Додаткові похибки ЗВ викликаються відхиленнями значень однієї або декількох величин, що впливають від нормальних або виходом за межі нормальних областей. Для оцінки додаткової похибки використовують функцію впливу, що виражає залежність похибки від зміни величин, що впливають. Додаткова похибка нормується або межами додаткових похибок, що допускаються, або змінами показів ЗВ у разі відхилення умов їхньої роботи від нормальних.

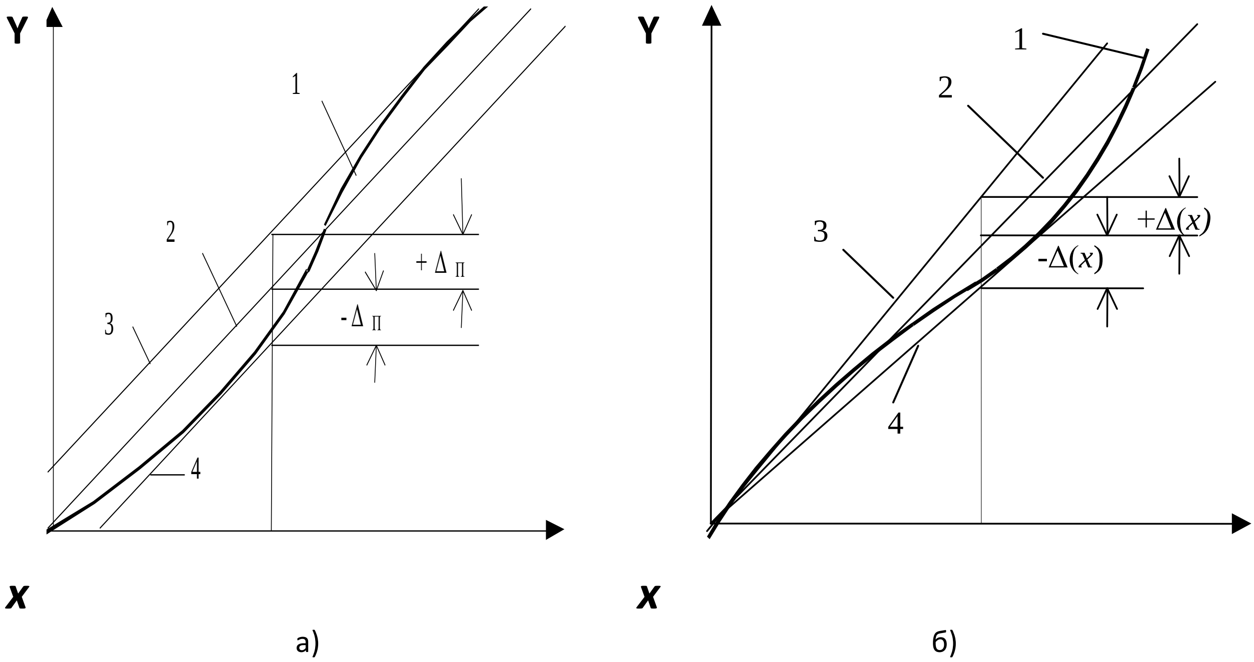


Рис. 8.1. Градуювальні характеристики ЗВ

1 – дійсна градуювальна характеристика; 2 – номінальна градуювальна характеристика; 3 – верхня межа смуги невизначеності; 4 – нижня межа смуги невизначеності

Ділення похибки ЗВ на основну і додаткову обумовлюється в технічній документації на кожний ЗВ.

Для оцінки похибок технічних вимірювань використовуються метрологічні характеристики ЗВ. Однієї з таких узагальнених характеристик, що визначається межею допустимих основної й додаткових похибок, а також іншими властивостями ЗВ, що впливають на їхню точність, є *клас точності ЗВ*.

Вибір способу встановлення класу точності залежить від форми смуги похибок ЗВ:

- якщо ширина смуги ($\pm\Delta_{П}$) не залежить від значення вимірюваної величини й обмежена постійною межею похибки (рис. 8.1 а), то така *смуга й відповідна їй похибка ЗВ називається адитивною* (від лат.

additio – отриманий шляхом додавання). Джерелами адитивної похибки є тертя в опорах, неточність відліку, шум, вібрації ЗВ та ін. Від цієї похибки залежить найменше значення величини, що може бути виміряне ЗВ;

- якщо ширина смуги $\pm\Delta(x)$ похибок ЗВ залежить від значення вимірюваної величини й обмежена у разі її зростання зростаючою межею похибки, яка на нульовій позначці шкали перетворюється в нуль (рис. 1.1 б), то *така смуга й відповідна їй похибка ЗВ називається мультиплікативною* (від лат. multiplikator – отриманий шляхом множення). Джерелами цієї похибки є вплив зовнішніх факторів, старіння елементів і вузлів ЗВ.

Для ЗВ, що має чисто адитивну похибку вимірювання, або вона настільки велика, що мультиплікативну похибку можна зневажати, клас точності встановлюється як:

$$К_А = \frac{\pm\Delta_П}{Д} \cdot 100,\ \% \tag{8.15}$$

У такий спосіб клас точності ЗВ, визначений за формулою (8.15), є по суті межею допустимої похибки ЗВ.

Для ЗВ з переважною мультиплікативною похибкою вимірювання клас точності є межею відносної похибки, тобто:

$$К_М = \frac{\pm\Delta(x)}{x} \cdot 100,\ \% \tag{8.16}$$

Значення класів точності, визначених за формулами (8.15) і (8.16), вносяться в паспортні дані ЗВ й маркіруються на шкалі (без відсотків). Цифри, що позначають клас точності ЗВ за формулою (8.16), наносяться в кружках.

Слід зазначити, що клас точності ЗВ характеризує їхню властивість відносно точності, але не є безпосереднім показником точності ЗВ. Наприклад, для ЗВ класу точності 1,5 межа допустимою похибки становить 1,5% діапазону вимірювання, а дійсне значення основної похибки може мати значення $0 \le \Delta \le 1,5\%$. Існують і інші способи встановлення класів точності

ЗВ. У табл. 8.3. наведені приклади позначення класів точності ЗВ, які регламентуються діючими нормативами.

Таблиця 8.3. **Правила побудови й приклади позначення класів точності ЗВ [34]**

<table>
<tr><th rowspan="2">Формула для визначення меж допустимої похибки</th><th rowspan="2">Приклади меж допустимої основної похибки</th><th colspan="2">Позначення класу точності</th><th rowspan="2">Примітка</th></tr>
<tr><th>у НТД</th><th>на ЗВ</th></tr>
<tr><td>$\Delta_П = \pm a$</td><td>—</td><td>Клас точності М</td><td>М</td><td>—</td></tr>
<tr><td>$\Delta_П = \pm(a+вx)$</td><td>—</td><td>Клас точності С</td><td>С</td><td>—</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$K_A = \frac{\Delta_П}{x_N}\cdot 100 = \pm p$</td><td>$К_A = \pm 1,5$</td><td>Клас точності 1,5</td><td>1,5</td><td>Якщо x *виражено* в одиницях ФВ</td></tr>
<tr><td>$К_A = \pm 0,5$</td><td>Клас точності 0,5</td><td>0,5</td><td>Якщо x_N визначається довжиною шкали (її частини)</td></tr>
<tr><td>$K_M = \frac{\Delta(x)}{x}\cdot 100 = \pm q$</td><td>$К_M = \pm 0,5$</td><td>Клас точності 0,5</td><td>0,5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>$K_M = \pm\left[c + d\cdot\left(\left|\frac{x_K}{x}\right| - 1\right)\right]$</td><td>$\delta = \pm\left[0,02 + 0,01\left(\left|\frac{x_K}{x}\right| - 1\right)\right]$</td><td>Клас точності 0,02/0,01</td><td>0,02/0,01</td><td>-</td></tr>
</table>

Позначення в табл. 8.3.

x — значення вимірюваної величини на вході (виході) ЗВ або число поділок, відлічуваних по шкалі; $\Delta_П$ — межа допустимої основної абсолютної похибки на вході (виході) ЗВ або умовно в поділках шкали; *а* й *в* — додатні числа, що не залежать від x; $К_М$ — межа допустимої основної відносної похибки %; $К_А$ — межа допустимої основної наведеної похибки %; $x_К$— більша по модулю із меж вимірювань.

8.2.3. Суб'єктивні похибки вимірювання

Особливе місце серед джерел похибок вимірювання займає суб'єкт (персонал, оператор), що бере участь у процесі вимірювання й обтяжує його результат похибками суб'єктивного характеру. Дуже велике значення мають кваліфікація, психологічний та психофізичний стан персоналу, що виконує вимірювання (знання, уміння, навички, зосередженість, уважність, зрівноваженість, сумлінність, самопочуття, настрій, гострота зору і багато іншого). До вимірювань допускаються особи, які пройшли спеціальну підготовку і мають відповідні знання, уміння та практичні навички. У відповідних випадках їх дії мають бути суворо регламентовані. Важливі, насамперед, різні психологічні бар'єри й інерційність мислення, тобто особистісні властивості оператора (обмеженість його здатностей до розрізнення даних, накопичених досвідом, рівень його вміння проводити вимірювальні експерименти й т.д.). Впливають на результат й недосконалість органів чуття спостерігача, а також недостатні його досвідченість і уважність у момент відліку показів ЗВ.

Суб'єктивна похибка вимірювання або похибка, внесена оператором, найчастіше проявляється при виконанні фізико-хімічних аналізів, які широко використовуються на ТЕС (аналіз димових газів; рідин технологічних середовищ; визначення питомої теплоти згоряння органічних палив тощо). Такі аналізи являють собою сукупність процесів і процедур, які здійснюються в певній послідовності для визначення якісного і кількісного складу аналізованих проб речовин. При цьому точність аналітичних визначень у значній мірі залежить від кваліфікації й досвіду оператора, як суб'єкта вимірювального процесу. Кількісно таку залежність можна визначити лише для окремих суб’єктивних похибок, зокрема для похибки відліку – складової похибки вимірювання, що виникає від недостатньо точного відліку показів ЗВ. Вимірювальні прилади розміщують в полі зору оператора в зоні, обмеженій кутами $\pm30^{\circ}$ від осі в горизонтальній і вертикальній плоскості. Показуючий (відліковий) пристрій розташовують перпендикулярно лінії зору оператора. Оптимальна відстань від шкали до очей оператора визначається за формулою [14]:

$$l = \frac{h}{tg\alpha}, \tag{8.17}$$

де h – висота знаку, який підлягає відліку; α – кут зору, рівний 40–50°. Для розрізнення позначки шкали з кутовим розміром 30–40° потрібний час 0,03 с, з розміром 3–6° до 0,3 с. Залежно від індивідуальних особливостей операторів, пов’язаних з їх реакцією, вимірювальними навичками тощо, неточність окомірного відліку по шкалам вимірювальних приладів досягає

±0,1 поділки шкали.

У метрології оцінювання цієї похибки формалізовано; загальне вираження для обчислення похибки відліку має вигляд [39]:

$$\Delta_0 = \sqrt{\Delta_{01}^2 + \Delta_{02}^2 + \Delta_{03}^2}\ , \tag{8.18}$$

де Δ_{01} – складова похибки відліку через обмежену дозвільну здатність зору:

$$\Delta_{01} = \pm 0{,}07\frac{x_K}{L}\ , \tag{8.19}$$

де $x_К$ – кінцеве значення шкали приладу в одиницях вимірюваної величини;

L – довжина шкалі приладу, мм;

Δ_{02} – похибка від паралакса – складова похибки відліку, що є наслідком візування стрілки, розташованої на деякій відстані від поверхні шкали в напрямку, неперпендикулярному поверхні шкали:

$$\Delta_{02} = \pm 0{,}055\frac{x_K}{L} \tag{8.20}$$

Δ_{03} – похибка інтерполяції при відліку – складова похибка відліку, що виникає від недостатньо точного оцінювання на око частки поділки шкали:

$$\Delta_{03}=\pm 0{,}1\alpha\ , \tag{8.21}$$

де α – ціна поділки шкали.

Удосконалення конструкцій відлікових і регулювальних пристроїв, застосування противопаралаксових шкал і збільшення в них числа проміжних поділок дозволяє при користуванні сучасними ЗВ понизити похибку відліку до незначної величини або усунути її взагалі (цифрові прилади). Однак зростання об’єму побутової вимірювальної інформації і зріст психофізичного навантаження можуть привести до виникнення чуттєвої складової похибки взаємодії, обумовленої дією експериментатора, в тому числі помилками відліку показів ЗВ.

8.3. Класифікація похибок вимірювань за характером їх виявлення

Процес вимірювання технологічних параметрів проходить, як правило, у змінних умовах. Внаслідок цього на покази ЗВ водночас з вимірюваною величиною впливає ряд факторів як з боку об'єкта вимірювання (температура, амплітуда й частота вібрацій і інші параметри самого об'єкта), так і з боку навколишнього середовища (параметри середовища, наведення у вигляді постійних напруг, напруга живлення ЗВ й ін.). Впливні фактори можуть бути постійними або закономірно (випадково) змінюватись. Відповідно й похибки вимірювань кожного джерела будуть постійними або такими, що змінюються залежно від характеру різних причин. Тому похибку вимірювання кожного джерела доцільно представляти як суму двох складових, перша з яких є наслідком детермінованого (невипадкового), а друга стохастичного (випадкового) впливу факторів. У таблиці 8.4 наведені складові методичних, інструментальних і суб'єктивних похибок та причини появи кожної із них. Як вже відзначалось, оцінка похибки результату вимірювання складається з підсумовування оцінок похибок трьох джерел (похибок методу МВ, засоби вимірювання ЗВ та суб'єктивної похибки), кожна з яких, залежно від характеру впливу факторів підрозділяється на систематичну й випадкову складову. Тому суму складових систематичної похибки логічно назвати систематичною похибкою результату вимірювання. Ця похибка залишається постійною або закономірно змінюється при повторних вимірюваннях однієї й тієї ж фізичної величини. Серед змінних систематичних похибок прийнято виділяти *прогресуючі, монотонно зростаючі* або *спадні в процесі своєї зміни та періодичні,* що змінюються з певним періодом.

Таблиця 8.4. **Складові похибок вимірювання та їхні причини**

Похибка вимірювання	**Характер впливу чинників, що впливають, на процес вимірювання**	
	детермінований вплив	**стохастичний вплив**
Похибка МВ	Складова систематичної похибки методу через: - недосконаліcть, неповноту теоретичних обґрунтувань МВ; - зміна умов і властивостей об'єкта вимірювання під впливом параметрів зовнішнього середовища.	Складові випадкової похибки методу через: - зміну умов і властивостей об'єкта вимірювання під впливом флуктуацій параметрів зовнішнього середовища, період яких менше тривалості процесу вимірювання.
Похибка ЗВ	Складова систематичної похибки ЗВ через: - зношування й старіння матеріалу деталей ЗВ; - неточне нанесення поміток шкали; - неправильну установку ЗВ; - вібрації, електромагнітні поля, зміна напруги живлення.	Складові випадкової похибки ЗВ через: - флуктуацію параметрів зовнішнього середовища, період яких менше тривалості процесу вимірювання; - тертя, люфти і зазори у вузлах кінематичної схеми ЗВ.
Суб'єктивна похибка	Складові систематичної суб'єктивної похибки через: - зміну кута візування при відліку показів.	Складові випадкової суб’єктивної похибки: - випадкова зміна кута візування при відліку показу; - інтерполяція при відліку.

Постійні систематичні похибки розділяють на безумовно й умовно постійні. До перших завжди відносять постійні похибки МВ. Умовно постійна похибка зберігає своє значення в рамках даного вимірювання, але може змінюватися при заміні ЗВ (того самого типу) і при зміні спостерігача.

Складову *випадкової похибки результату вимірювання* або просто *випадковою похибкою результату* вимірювання аналогічно назвемо *суму складових випадкової похибки*. Вона змінюється випадковим чином при повторних вимірюваннях однієї й тієї ж величини, проведених з однаковою ретельністю. На рис. 8.2. надана структурна схема похибки результату вимірювання.

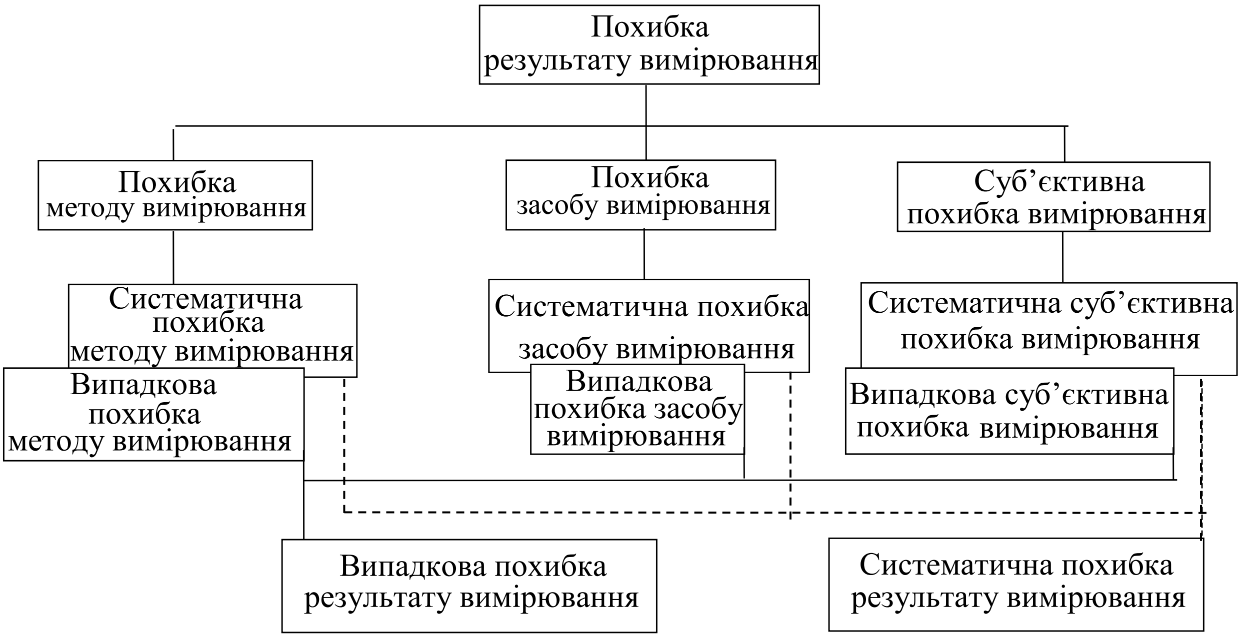


Рис. 8.2. Структурна схема похибки результату вимірювання

Випадкова похибка вимірювання характеризує відхилення окремого спостереження[49] від деякого центра їхнього групування, систематична похибка вимірювання — зміщення цього центру групування відносно істинного значення вимірюваної величини. Таким чином, похибка результату вимірювання може бути надана у вигляді суми систематичної й випадкової похибок, які розрізняються за умов повторюваності (збіжності) (п. 6.4). В [34, 39] показано, що випадкова похибка, яка виникає під впливом численних чинників може розглядатися як випадкова величина з математичним очікуванням, рівним нулю, а систематична похибка у цьому випадку є математичним очікуванням похибки результату.

У процесі багаторазових спостережень при вимірюванні можлива поява окремих спостережень, результат яких різко відрізняється від інших. Причиною появи подібних похибок можуть бути особливо несприятливі збіги обставин (різкий поштовх під час проведення експерименту, раптова відмова ЗВ, різкі короткочасні зміни напруги живлення тощо). Такі похибки не є систематичними, однак вони не можуть бути названі й випадковими,

[49]Прийнято називати значення величини, отримане при окремому спостереженні, результатом спостереження, а середнє арифметичне групи результатів багатократних спостережень (за відсутності систематичної похибки) - результатом вимірювання.

тому що не викликані впливом різних численних чинників [40]. Подібні похибки називаються *грубими*. До них примикають *промахи* – похибки, що залежать від спостерігача й пов'язані з його неправильною дією,(наприклад, описка при записі результатів спостереження, неправильне зняття показів ЗВ).

Результати спостережень, що містять грубі похибки (промахи), часто бувають добре помітні, сильно відрізняючись від інших результатів; такі результати варто відразу відкинути як явно помилкові. Якщо повної впевненості в помилковості якого-небудь результату немає, то перевіряється закономірність приналежності його до даної сукупності результатів спостережень (глава 9).

Поділення похибок на систематичні та випадкові часто є відносним, оскільки межі між закономірністю й випадковістю не є незмінними. Те, що випадково в умовах рішення однієї задачі, може бути закономірним в інших умовах. Наприклад, використання в технологічному процесі ТЕС нової партії палива, що відрізняється від попередньої зольністю або вологістю, буде джерелом систематичної похибки при оцінці її техніко-економічних показників. Якщо ж якість палива змінюється багатократно, то вплив цього фактору буде мати випадковий характер [41].

Складність причинно-наслідкових зв'язків похибок ЗВ добре проглядається в прикладах наведених в [42]:

- при виготовленні дільників напруги використовують резистори, похибки яких розподілені за випадковим законом, але при встановленні в конкретний дільник вони викликають систематичну похибку;

- похибка аналогового ЗВ можна вважати систематичною в нормальних умовах, коли вона відома, тобто внесена в нормативно-технічну документацію, наприклад МВВ. Але якщо такої документації немає й відомо лише, що ЗВ задовольняє вимогам класу точності, то похибку варто вважати розподіленою за випадковим законом у межах, установлених для ЗВ даного класу.

Відмінність між випадковими й систематичними похибками можна визначити не завжди [43]. Наприклад, при зміні положення голови спостерігача стосовно вказівника приладу результати відліку показів будуть змінюватися через похибку, що виникає через паралакс. Ця похибка дорівнює нулю, коли голова спостерігача розташована точно перед вказівником приладу, а погляд збігається з нормаллю до площини шкали в точці установки вказівника. Але навіть акуратний спостерігач не завжди дотримує зазначених умов відліку показів. Отже, результати відліку будуть містити малі похибки й вони, мабуть, будуть випадковими. З іншого боку, необережний спостерігач, що відраховує покази перебуваючи збоку від приладу, внесе похибку відліку показів, що за своїм характером буде систематичною. У такий спосіб той самий чинник, паралакс, може привести до випадкової похибки в одному випадку і систематичної в іншому.

8.4. Класифікація невизначеності результатів вимірювання

Невизначеності результатів вимірювання класифікуються за двома ознаками (рис. 8.2): метод оцінки невизначеності та спосіб її вираження.

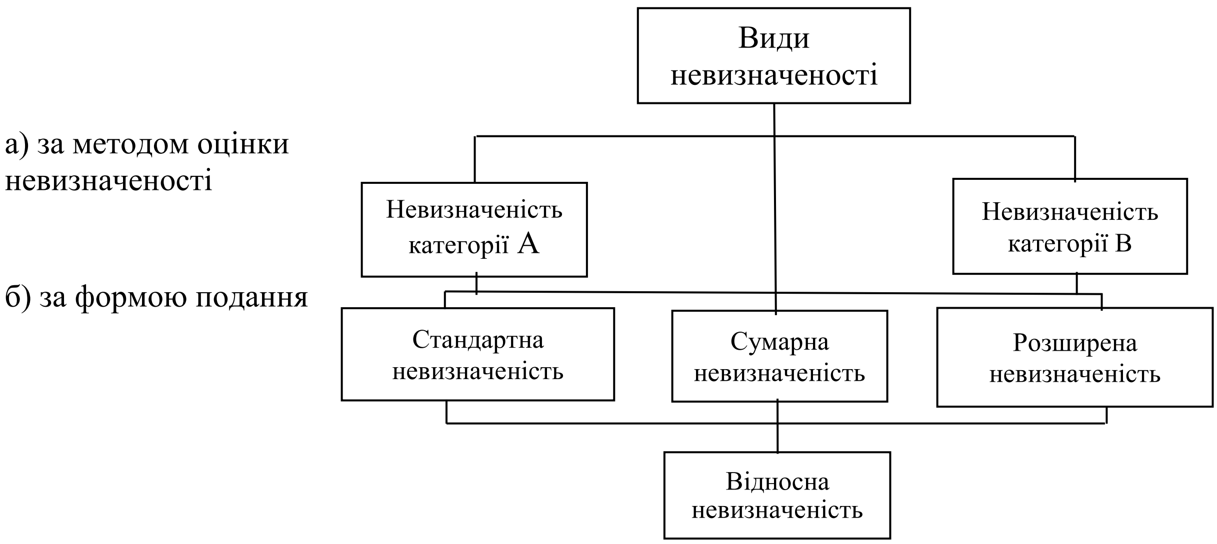


Рис. 8.2. Класифікація невизначеності результату вимірювання

Усі невизначеності за ознакою "метод оцінки" поділяються на дві категорії: А та В.

До категорії А відносяться складові невизначеності, які оцінюються шляхом застосування статистичних методів.

До категорії В відносяться складові невизначеності, які оцінюються іншими способами.

За ознакою "спосіб вираження" розрізняють стандартну, сумарну, розширену та відносну невизначеності.

Стандартна невизначеність – невизначеність результату вимірювання, яка виражається через стандартне відхилення формули (8.6), (9.9), (9.11), (9.12), (12.1) – (12.3)

Сумарна невизначеність – стандартна невизначеність результату вимірювання, який одержують через значення інших величин, пов'язаних з вимірюваною.

Розширена невизначеність – інтервальна оцінка невизначеності, яка уявляє собою добуток стандартної невизначеності на коефіцієнт охоплення, залежного від виду розподілу і рівня довіри(ймовірність охоплення).

Відносна невизначеність – відношення стандартної, сумарної чи розширеної невизначеності до оцінки вимірюваної величини.

Контрольні запитання

1. Охарактеризуйте істинне (дійсне) значення ФВ та результат його вимірювання.
2. Надайте визначення похибок, класифікованих за формою вираження.
3. Проаналізуйте причини (чинники) виникнення похибок вимірювання.
4. Назвіть та охарактеризуйте складові похибок результатів вимірювання, класифікованих за джерелом виникнення.
5. Назвіть та охарактеризуйте складові похибок результатів вимірювання, класифікованих за характером виявлення.
6. Що узагальнює та розрізнює похибку та невизначеність результату вимірювання?
7. Назвіть види похибок результатів та засобів вимірювання.
8. Надайте визначення та наведіть приклади випадкових та систематичних похибок вимірювання.

9. Оцінювання випадкових похибок вимірювань

9.1. Способи опису випадкових величин

Результат окремого спостереження при багатократних прямих вимірюваннях якої-небудь фізичної величини через наявність випадкових похибок являє собою випадкову величину. Результати спостереження як випадкові величини можуть приймати будь-які значення, тому такі випадкові величини є неперервними. Оскільки закономірність появи результатів спостережень невідома, їх аналіз може бути проведений тільки методами теорії ймовірностей і математичної статистики [1, 6, 8].

З теорії ймовірностей відомо, що випадкові величини характеризуються законом розподілу, який являє собою правило (таблицю, функцію), що дозволяє знаходити ймовірність можливих подій, (наприклад, ймовірність того, що результат спостереження при вимірюванні прийме якесь значення або потрапить у якийсь j-ий інтервал). Отож закон дає можливість одержати розподіл ймовірностей між окремими спостереженнями, (звідки термін «розподіл»). Існування такого закону можна виявити при багатократному вимірюванні однієї й тієї ж фізичної величини в умовах повторюваності (збіжності). Підрахувавши загальне число спостережень (n) і число спостережень, які потрапили в довільно обраний j-ий інтервал (m_j — абсолютна частота влучень), можна виявити факт: при досить великій кількості спостережень відносна частота влучення в інтервал:

$$P_j^* = \frac{m_j}{n} \tag{9.1}$$

виявляється близькою до постійного числа (для кожного інтервалу певної довжини).

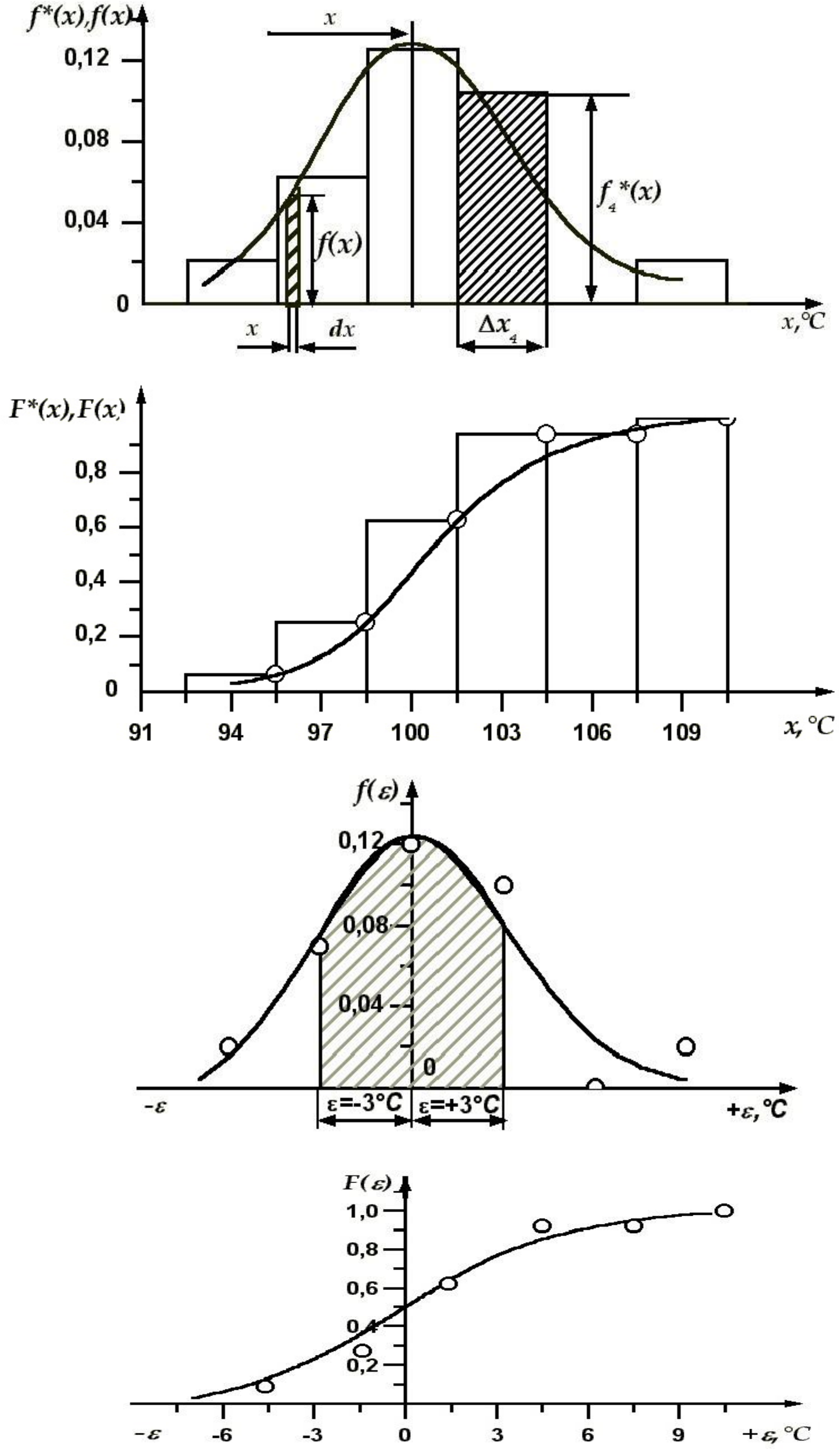
Вважається, що експериментальні дані характеризуються статистичною стійкістю. Стійкість же відносних частот при незмінних умовах експерименту є конкретним проявом загальної природничо-наукової вимоги відтворюваності результатів експериментів і становить емпіричну основу для застосування статистичних методів. Властивість стійкості відносної частоти виділяє із всіх подій випадкові події, результат яких є неоднозначним, тому для опису результатів спостережень можна використовувати ймовірнісну модель, а для оброблення даних – методи математичної статистики [34].

Рішення подібних задач розглянемо на прикладі багатократних спостережень за температурою технологічного середовища, наданих у таблиці 9.1 у вигляді варіаційного ряду. Розіб'ємо весь діапазон температур, у який попадають спостереження, на окремі інтервали довжиною Δx=3 °С; початком відліку інтервалів приймемо значення температури 92,5 °С. Підрахуємо число спостережень в кожному інтервалі, а також відносні частоти і їхні середні щільності (стовпці 6, 7, 8 табл. 9.1).

Таблиця 9.1. **Статистичне оброблення результатів спостережень**

Спостереження		**Інтервал**			**Частота**			
i	**x_i, ^{0}C**	**номер, j**	**межа**	**сере-дина**	**абс. m_j**	**відносна** $P_j^* = \frac{m_j}{n}$	**щільність** $f_j^*(x) = \frac{P_j^*}{\Delta x_j}$	**накопичена** $F^*(x) = \sum_{j=1}^{k} P_j^*$
1	95	1	92,5–95,5	94	1	0,0625	0,0212	0,0625
2	96	2	95,5–98,5	97	3	0,1875	0,0625	0,2500
3	96							
4	97							
5	99	3	98,5–101,5	100	6	0,3750	0,1250	0,6250
6	99							
7	99							
8	99							
9	99							
10	100							
11	102	4	101,5–104,5	103	5	0,3125	0,1042	0,9375
12	102							
13	102							
14	102							
15	103							
16	110	6	107,5–110,5	109	1	0,0625	0,0212	1,0000
∑	1600	-	-	-	16	1,0000	-	-

Перенесемо результати табл. 9.1 на графік. Для цього відкладемо уздовж осі результатів спостережень інтервали Δx_j у порядку зростання індексу j.



а) б) в) г)

Рис. 9.1. Закони розподілу результатів спостережень (а, б)
і випадкових похибок (в, г)

На кожному інтервалі побудуємо прямокутник, ширина якого дорівнює довжині інтервалу, а висота — середній щільності відносної частоти — $f^*(x)$. У результаті одержимо графік *емпіричної щільності розподілу результатів спостережень* (рис. 9.1 а), що зветься гістограмою (з грецьк. histos – стовп і грама), або стовпчастою діаграмою.

Вона є одним з видів графічного зображення емпіричного розподілу випадкової величини (результатів спостережень) по кількісній ознаці. Як видно з рис. 9.1 а, гістограма являє собою сукупність суміжних прямокутників, побудованих на одній прямій; площа кожного з них пропорційна відносній частоті знаходження випадкової величини в інтервалі, на якому побудований наведений прямокутник.

Наприклад, відносна частота влучення результату одиничного спостереження в інтервалі j=4 (Δx_4) або частка спостережень, що потрапили в цей інтервал, зображується площею прямокутника (на рис. 9.1 а вона заштрихована) і виражається як:

$$f_4^*(x)\cdot\Delta x_4=\frac{P_4^*}{\Delta x_4}\cdot\Delta x_4=P_4^*=0{,}3125$$

Площа всіх шести прямокутників дорівнює:

$$\sum_{j=1}^{j=6} f_j^*(x)\cdot\Delta x_j=\sum_{j=1}^{j=6}\frac{m_j\cdot\Delta x_j}{n\cdot\Delta x_j}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{j=6}m_j=1$$

На рис. 9.1 б надана розривна ступінчаста функція, рівна нулю лівіше найменшого й одиниці правіше найбільшого результату спостереження. Вона побудована за значеннями відносних накопичених частот у розглянутих інтервалах (стовпець 9 табл. 9.1) і називається графіком *емпіричної функції розподілу результатів спостережень* — $F^*(x)$, яка показана жирною лінією, а крапками – значення накопичених відносних частот у точках стрибків функції $F^*(x)$. Сума всіх п'яти стрибків функції дорівнює одиниці, тобто:

$$F^*(x)=\sum_{j=1}^{j=6} f_j^*(x)\Delta x_j=1$$

Функція $F^*(x)$ дозволяє оцінити відносну накопичену частоту появи результату по величині, не переважаючого заданого значення. Так, наприклад, відносна частота результату спостереження по величині $x < 104{,}5\ ^0$C (межа між інтервалами j=4 і j=5 табл. 9.1) виражається через функцію F*(x) як:

$$F^*(104{,}5) = \sum_{j=1}^{j=4} f_j^*(x)\Delta x_j = 0{,}9375$$

Розглянутий приклад показує, що емпіричні аналоги характеристик результатів спостережень f*(x) і F*(x) дають якісь уявлення про характер їхнього розподілу. Однак вони носять загальний характер, незважаючи на те, що деякі особливості цих функцій випадкові й пов'язані з вибором розглянутого ряду результатів спостережень. Використання інших результатів при збереженні загальної тенденції дали б інші графіки функцій [45].

Методично побудова таких функцій можлива лише при дуже великому (теоретично нескінченному) числі спостережень, що називається *генеральною сукупністю*, коли результати спостережень (і можливі випадкові похибки) приймають значення від -∞ до +∞. Обмежене число спостережень (n<30) утворить вибірку об'ємом **«n»** з генеральної сукупності, під якою розуміється послідовність **«n»** результатів незалежних вимірювань при однакових умовах. При побудові функцій f*(x) і F*(x) на основі такої вибірки виникає питання про мінімально прийнятний її об'єм з метою одержання результатів необхідної точності. Остання досягається при об'ємі вибірки n ≥ (40–100) результатів спостережень при 7–9 інтервалах розбивки їх діапазону. Розглянутий приклад при обмеженому об'ємі вибірки лише ілюструє методику побудови орієнтовних емпіричних розподілів результатів спостережень.

Для згладжування елементів випадків при побудові графіків емпіричних розподілів результатів спостережень із метою більш впевненого виявлення закономірностей проводиться теоретична ідеалізація шляхом збільшення об'єму вибірки й звуження інтервалу аж до $n \to \infty$, а $\Delta x \to 0$. Наслідком цього є:

- відносна частота влучення в інтервал (P_j*) зближається з її ймовірністю (сходиться по ймовірності), що виражається через математичну межу відносної частоти як:

$$p_j = \lim_{n\to\infty}\frac{m_j}{n} \tag{9.2}$$

- *гістограма емпіричної щільності розподілу $f^*(x)$* при $\Delta x\to 0$ переходить у плавну криву – функцію $f(x)$, що називається *диференціальною функцією або щільністю розподілу ймовірностей результатів спостереження.* Використання терміну «щільність», очевидно, пояснюється тим, що результати спостережень густіше (щільніше) розташовані в околиці тих точок, яким відповідає більше значення $f(x)$. Графік щільності розподілу називають **кривою розподілу** (рис. 9.1 а) вона показана плавною залежністю), для якої справедливо граничне вираження:

$$f(x) = \lim_{\substack{n\to\infty\\ \Delta x\to\infty}} f^*(x) = \lim_{\substack{n\to\infty\\ \Delta x\to\infty}} \frac{m}{n\Delta x}$$

- *графік емпіричної функції розподілу $F^*(x)$* при $\Delta x\to 0$ переходить у плавну криву – функцію $F(x)$, що називається *інтегральною функцією або функцією розподілу ймовірностей результатів спостережень.* На рис. 9.1 б вона показана плавною залежністю) тобто:

$$F(x_1) = \lim_{\substack{n\to\infty\\ \Delta x\to\infty}} F^*(x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx$$

Очевидно, оскільки $F(-\infty)=0$, а $F(+\infty)=1$, тому що функція $F(x)$ є неубутною.

Елемент імовірності являє собою частку спостережень, що попадають в інтервал від x до $x+dx$ (імовірність влучення одиничного спостереження в інтервал); графічно елемент імовірності виражається площею елементарного прямокутника, що опирається на елементарний відрізок dx і примикає до точки x (на рис. 9.1 а площа елементарного прямокутника заштрихована). Тоді імовірність влучення результату спостереження в інтервал $x_1<x<x_2$ буде дорівнювати сумі елементів ймовірностей на всьому інтервалі, тобто:

$$P(x_1<x<x_2)=\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \tag{9.3}$$

Добуток $f(x)\cdot\mathrm{d}(x)$ у теорії ймовірностей іменується *елементом ймовірності* [45]. Із кривої розподілу видно, що результати спостережень концентруються навколо істинного значення вимірюваної величини. По мірі наближення до нього елемент ймовірності зростає. Це дає підставу використовувати як істинне значення вимірюваної величини абсцису центру маси площі між кривій $f(x)$ і віссю абсцис. Для характеристики положення цієї точки на числовій осі застосовується математичне очікування (теоретичне або генеральне середнє) результатів спостережень у вигляді [42]:

$$M[x] = m_x = \int_{-\infty}^{=\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} xdF(x) \tag{9.4}$$

Використовуючи поняття математичного очікування результатів спостережень (m_x), можна тримати точне визначення випадкових і постійної систематичної похибок [26]:

- випадкова похибка (випадкове відхилення результату спостереження) – це різниця між результатом одиничного спостереження й математичним очікуванням:

$$\varepsilon_{x_i} = x_i - m_x \tag{9.5}$$

- систематична постійна похибка – це різниця між математичним очікуванням результатів спостережень і істинним значенням вимірюваної величини, тобто:

$$\Delta_c = m_x - x_{ic} \tag{9.6}$$

З формул (9.5) і (9.6) виходить, що випадкова похибка характеризує відхилення окремого спостереження від деякого центру їхнього групування, тобто робить результат недостовірним; систематична ж похибка характеризує зміщення центру групування щодо істинного значення вимірюваної величини; через цю похибку результат стає зміщеним.

Таким чином, випадкова похибка за теорією ймовірностей є центрованою випадковою величиною [45], що відрізняє її від нецентрованої випадкової величини, яка є результатом спостереження при вимірюванні. Центрування випадкової величини рівносильно переносу початку відліку в точку m_x (центр розподілу), що ілюструється графіками (рис. 9.1 в, 9.1 г) на яких надані залежності $f(\varepsilon)$ – щільність, $F(\varepsilon)$ – функція розподілу ймовірностей випадкових похибок. За формою кожна із цих залежностей не відрізняється від відповідних залежностей для результатів спостережень як нецентрованих випадкових величин. Як видно з рис. 9.1 в і доведено в теорії ймовірностей, математичне очікування центрованої випадкової величини дорівнює нулю, тобто:

$$m_\varepsilon = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \cdot f(\varepsilon) \cdot d(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \cdot dF(\varepsilon) = 0 \tag{9.7}$$

Розсіювання випадкових величин біля їхнього математичного очікування характеризується дисперсією (від лат. dispersus – розсіяний, розсипаний), що виражається як [42]:

$$\mathrm{D}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 \cdot f(x)\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} (\varepsilon - m_\varepsilon)^2 \cdot f(\varepsilon) \cdot d \cdot \varepsilon = D(\varepsilon) \tag{9.8}$$

Як видно з (9.8), дисперсія має розмірність квадрату випадкової величини, що не завжди зручно. Тому на практиці для характеристики розсіювання випадкової величини користуються виразом, розмірність якого збігається з її розмірністю. Для цього з дисперсії витягають квадратний корінь, а отримане додатне значення кореня називається *середнім квадратичним відхиленням (СКВ)*, (*генеральне СКВ)* результату спостереження або його *середньою квадратичною похибкою (СКП)*. Звичайно термін СКВ використовується в нормативно-технічних документах в області метрології, а термін СКП – у технічній літературі по обробці результатів експерименту. Таким чином, СКВ чи СКП визначаються як:

$$\sigma_x = +\sqrt{D(x)} = +\sqrt{D(\varepsilon)} = \sigma_\varepsilon \tag{9.9}$$

Рівняння (9.4) математичного очікування (m_x) і (9.9) СКВ (σ_x) є теоретичними, приналежними до генеральної сукупності результатів спостережень. Їх знаходження потребує оброблення нескінченно великої кількості спостережень. У кожному конкретному випадку число спостережень завжди скінченне. Тому практично можна визначити не самі параметри m_x і σ_x, а лише їх оцінки. Для оцінки маточікування (найбільш ймовірного значення) результату вимірювання використовується середнє арифметичне значення (вибіркове середнє):

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \approx m_x \qquad (9.10)$$

Очевидно, що у випадку повного виключення із результату систематичних похибок ця оцінка результату вимірювання може стати оцінкою істинного значення вимірюваної величини.

Оцінка генерального СКВ (стандартного відхилення) результату спостереження проводиться за допомогою вибіркового СКВ, що визначається за формулою:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \approx \sigma_x \qquad (9.11)$$

Суму квадратів відхилень x_i від $\overline{x}$, що входять у формулу (9.11.), раціонально замінити алгебраїчно рівноцінним виразенням, більше простим для ручного і машинного рахунку. З цією метою зазначена сума представляється у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\overline{x} + \overline{x}^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + n\overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x}n\overline{x} + n\overline{x}^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\overline{x}^2 + n\overline{x}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2$$

Щоб уникнути похибок при округленні останній член отриманого вираження має обчислюватися як:

$$n\overline{x}^2 = \frac{1}{n}(n\overline{x})^2 = \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2, \text{ тоді } \qquad \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2$$

(9.11) заміняється строго рівноцінною формулою:

$$S_x = \sqrt{\frac{\varphi^2}{n-1}}, \text{ де } \varphi^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 \qquad (9.12)$$

Оцінки $\overline{x}$ і S_x називають *точковими*, тому що їх можна представити геометрично у вигляді точок на координатній осі, де відкладаються значення однорідної випадкової величини; для них справедливі такі залежності:

$$m_x = \lim_{n\to\infty} \bar{x} \qquad \sigma_x = \lim_{n\to\infty} S_x \tag{9.13}$$

Функції $f(x)$ і $F(x)$ (рис. 9.1 а і 9.1 б) дозволяють визначити ймовірність влучення результату спостереження (випадкової похибки) у довільно обраний інтервал. Використовуючи рівняння (9.3) і властивість адитивності визначеного інтеграла, можна записати:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{x_2} f(x)\,dx - \int_{-\infty}^{x_1} f(x)\,dx = F(x_2) - F(x_1), \tag{9.14}$$

$$P(\varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_2) = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon)\,d\varepsilon = \int_{-\infty}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon)\,d\varepsilon - \int_{-\infty}^{\varepsilon_1} f(\varepsilon)\,d\varepsilon = F(\varepsilon_2) - F(\varepsilon_1),$$

тобто ймовірність влучення результату спостереження або випадкової похибки в заданий інтервал дорівнює різниці значень функції розподілу ймовірностей цих випадкових величин на межах такого інтервалу.

У формулах (9.14.) нижнє (x_1, ε_1) і верхнє (x_2, ε_2) значення випадкової величини називається, відповідно, *нижніми* й *верхніми довірчими межами*, що утворюють довірчий інтервал. Ймовірність, з якої довірчий інтервал накриває математичне очікування випадкової величини (m_x, m_ε), називається *довірчою ймовірністю*.

При оцінці ймовірностей результатів спостережень і їх випадкових похибок найчастіше доводиться мати справа із симетричними довірчими межами й відповідними довірчими інтервалами, коли $|\Delta x_1|=|\Delta x_2|=\pm\Delta x$, а $x_1=m_x-\Delta x$, $x_2=m_x+\Delta x$, а $|\varepsilon_1|=|\varepsilon_2|=\pm\varepsilon_x$.

Тоді ймовірності влучення розглянутих випадкових величин у такі інтервали можна виразити, перетворюючи рівняння (9.14.) для цих ймовірностей, у вигляді:

$$P\,[(m_x-\Delta x)<m_x<(m_x+\Delta x)]=F(m_x+\Delta x)-F(m_x-\Delta x)=F(+\Delta x)-F(-\Delta x) \tag{9.15}$$

$$P(-\varepsilon_x < m_\varepsilon < \varepsilon_x)=F(+\varepsilon_x)-F(-\varepsilon_x)$$

У випадку рівності довірчих інтервалів ($\pm\Delta x=\pm\varepsilon_x$) імовірності влучення в них результатів спостережень і випадкових похибок будуть однаковими. Використовуючи числові значення функцій F(x) або F(ε), наваеведених на рис. 9.1 б, 9.1 г, можна орієнтовно обчислити ці ймовірності для різних довірчих інтервалів. Результати таких обчислень надані у табл. 9.2.

Таблиця 9.2. **Результати обчислень довірчих ймовірностей**

Значення довірчого інтервалу $\Delta x = \varepsilon_x$, ^{0}C	**Значення F(x) і F(ε) з рис. 9.1б і 9.1г**		**Значення довірчої ймовірності**
	F(-Δx)=F(-ε_x)	**F(+Δx)=F(+ε_x)**	**P_∂=F(+Δx)-F(-Δx)**
± 3	0,22	0,78	0,78-0,22=0,56
± 6	0,06	0,92	0,92-0,06=0,86
± 9	0,02	0,98	0,98-0,02=0,96

Цих же значень довірчих ймовірностей можна одержати, використовуючи функції щільності ймовірностей $f(x)$, або $f(\varepsilon)$, надані на рис. 9.1 а і 9.1 в. Як приклад, рис. 9.1 в) ілюструє ймовірність влучення випадкової похибки в інтервал ε_x=±3^{0}С. У геометричній інтерпретації вона дорівнює площі, що розташована між кривій $f(\varepsilon)$, віссю абсцис і перпендикулярами, відновленими на довірчих межах (на рис. 9.2 в) ця площа заштрихована). Як видно, для обчислень довірчих ймовірностей з використанням функцій $f(\varepsilon)$ необхідно робити планіметрування площ. Слід зазначити, що отримані функції дають можливість вирішувати й зворотну задачу, тобто знаходити довірчий інтервал по заданій величині довірчої ймовірності влучення в нього випадкової величини.

Таким чином, уявлення випадкових величин (результатів спостережень і випадкових похибок) за допомогою функціональних характеристик (диференціальних $f(x)$ і $f(\varepsilon)$ і інтегральних $F(x)$ і $F(\varepsilon)$ функцій розподілу) є найбільш універсальним способом їхнього опису. Вони дозволяють оцінювати довірчу ймовірність влучення результатів спостережень і їхніх випадкових похибок у довірчий інтервал заданої довжини або при заданій довірчій імовірності визначати довірчий інтервал. Однак, для одержання таких характеристик необхідні спеціальні статистичні дослідження, що пов'язане зі значними втратами матеріальних спромог і часу. Тому до побудови функцій розподілу ймовірностей результатів спостережень звертаються лише у випадках метрологічних досліджень їх нових методів і засобів вимірювань.

9.1.1. Нормальний розподіл

Практика оцінки випадкових похибок заснована на гіпотезі про те, що в процесі вимірювання результати спостережень і їх випадкові похибки розподілені за нормальним законом. Ця гіпотеза теоретично обґрунтована *центральною граничною теоремою теорії ймовірностей* (ЦГТТЙ), суть якої зводиться до такого: **розподіл результатів спостережень і їхніх випадкових похибок буде близько до нормального щоразу, коли вони формуються під впливом великого числа незалежно діючих чинників, кожний з яких справляє лише незначний вплив на результат спостереження в порівнянні із сумарною дією усіх інших** [26]. До того ж закони розподілу випадкових похибок, формованих кожним чинником, значення не мають. Це обумовлює приймати нормальний розподіл для випадкових похибок без проведення статистичних досліджень (побудови гістограм та ін.), а лише на основі аналізу джерел і причин їхнього формування.

ЦГТТЙ є однієї із самих чудових математичних теорем, у розробці якої брали участь видатні математики: А.де Муавр, К.Ф. Гаусс, Р.де Лаплас, П.Л. Чебышев, А.М. Ляпунов та ін.

Нормальний розподіл результатів спостережень (випадкових похибок) займає в статистичному аналізі особливе положення, що зв'язано з традиціями і з величезним та ретельно розробленим, зручним для використання математичним апаратом.

Нормальний закон розподілу випадкових величин (результатів спостережень або їхніх випадкових похибок) має такі імовірнісні властивості:

- *неперервності*: результати спостережень або їхні випадкові похибки приймають неперервний ряд значень (у межах $-\infty \leq x \leq +\infty$ і $-\infty \leq \varepsilon \leq +\infty$). Ця властивість відбиває ідеалізований підхід до випадкових величин, тому що в реальних умовах результати спостережень при вимірюванні більшості технологічних параметрів і оцінка їхніх випадкових похибок змінюються в набагато менших межах;

- *симетричності*: таким чином ця властивість дає підставу стверджувати, що функції розподілу $f(x)$ і $f(\varepsilon)$ є парними стосовно центра розподілу, оскільки зміна знаку випадкових похибок результатів спостережень або відхилень останніх від центра розподілу значень функцій $f(x)$ і $f(\varepsilon)$не змінює рівні за абсолютним значенням, але протилежні за знаком випадкові похибки результатів спостережень або відхилення останніх від центра розподілу зустрічаються однаково часто.

- *концентрації*: дозволяє укласти, що функції щільності розподілу $f(x)$ і $f(\varepsilon)$ – убутні функції з обох сторін від центра розподілу. В результаті цього малі за абсолютним значенням випадкові похибки результатів спостережень або відхилення останніх від центра розподілу зустрічаються частіше, ніж великі.

Нормальний розподіл нескінченно великої сукупності неперервних випадкових величин описується функцією щільності розподілу у вигляді:

- для результатів спостережень:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x}}$$

- для випадкових похибок: (9.16)

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}$$

Функції (9.16) аналогічні відповідним залежностям, показаним на рис. 9.1 а і 9.1 в, симетричні щодо ординати, що проходить через центр розсіювання, маючи у цій точці єдиний максимум. З обох сторін від максимуму функції $f(x)$ і $f(\varepsilon)$ монотонно убувають і асимптотично прагнуть до нуля. Аналіз рівнянь показує, що внаслідок умов нормування, коли:

$$F(+\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\varepsilon)\,d\varepsilon = 1, \tag{9.17}$$

при зменшенні СКВ випадкових величин максимуми кривих зростають і вони стають більш гостровершинними.

Зовнішня подібність побудованих за експериментальним даними графіків $f(x)$ і $f(\varepsilon)$ (рис. 9.1 а, 9.1 в) і відповідних графіків функцій (9.16), як буде показано далі, використовується для ідентифікації розподілів випадкових вибірок результатів спостережень при всіляких статистичних дослідженнях.

Нормальний розподіл випадкових величин уперше ввів А. де Муавр (1733 р.), але він залишився непоміченим; потім його досліджували К.Ф. Гаусс (1809 р.) і Р. де Лаплас (1812 р.).

Використання нормального розподілу для оброблення *скінченних сукупностей* випадкових величин можливо також, якщо число спостережень достатньо велике (n≥30). У цьому випадку вважають, що спостережуване число значень вимірюваної величини являє собою випадкову вибірку об'ємом n з уявлюваної *нескінченної генеральної сукупності*. Тоді, оцінивши за формулами (9.10), (9.12) найбільш ймовірне значення результату спостереження і його СКВ, можна без побудови емпіричних функцій $f^*(x)$ і *F*(x)* обчислити ймовірність влучення такого нормального розподіленого результату в будь-який довільно обраний інтервал. Наприклад, використовуючи формули (9.14) і (9.16) для оцінки результату спостереження й випадкової похибки таку ймовірність можна представити у вигляді:

$$P(x_1 < m_x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-m_x)}{2\sigma_x^2}}\,dx$$

(9.18)

$$P(\varepsilon_1 < m_\varepsilon < \varepsilon_2) = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{1}{\sigma_\varepsilon\sqrt{2\pi}} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}\,d\varepsilon$$

Зробимо заміну змінних:

$$\frac{x-m_x}{\sigma_x}=\frac{\varepsilon_x}{\sigma_\varepsilon}=t;\ \frac{x_1-m_x}{\sigma_x}=\frac{\varepsilon_1}{\sigma_\varepsilon}=t_1;\ \frac{x_2-m_x}{\sigma_x}=\frac{\varepsilon_2}{\sigma_\varepsilon}=t_2;\quad dx=\sigma_x\,dt$$

Така заміна змінних дозволяє перейти від точкової σ_x до інтервальної оцінки ε_x випадкової похибки результату спостереження у формі симетричного довірчого інтервалу:

$$\varepsilon_x=t\cdot\sigma_x\ , \tag{9.19}$$

довірча ймовірність влучення в який після заміни змінних визначається із виразу:

$$P(x_1<m_x<x_2)=P(\varepsilon_1<0<\varepsilon_2)=\int_{t_1}^{t_2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0,5t^2}dt \tag{9.20}$$

Інтеграл рівняння (9.20) не виражається через елементарні функції, тому обчислення довірчих ймовірностей по отриманому рівнянню проводять такими способами:

- графічним інтегруванням правої частини рівняння (9.20) з побудовою графіка підінтегральної функції, що йменується диференціальною функцією нормованого нормального розподілу випадкових величин і записується у вигляді:

$$f(\mathrm{t})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0,5t^2} \tag{9.21}$$

Звичайно значення цієї функції табульовані [26]. Графік такої функції наведений на рис. 9.2 а. В умовах нормування (9.17), коли вся площа між кривою $f(\mathrm{t})$ і віссю абсцис дорівнює одиниці, планіметруючи площі під графіком, можна обчислити інтеграл функції в заданих межах, тобто оцінити довірчу ймовірність випадкової похибки ($P_д$).

- заміною інтеграла в рівнянні (9.20) спеціальними функціями. Властивість визначеного інтеграла дозволяє представити довірчу ймовірність у вигляді різниці:

- інтегральних функцій нормованого нормального розподілу випадкових величин як:

$$P_{\partial}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{t_1}^{t_2}e^{-0.5t^2}dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t_2}e^{-0.5t^2}dt-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t_1}e^{-0.5t^2}dt=F(t_2)-F(t_1) \qquad (9.22)$$

- нормованих функцій Лапласа (інтеграла ймовірностей) як:

$$P_{\partial}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{t_1}^{t_2}e^{-0,5t^2}dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t_2}e^{-0,5t^2}dt-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t_1}e^{-0,5t^2}dt=\Phi(t_2)-\Phi(t_1) \qquad (9.23)$$

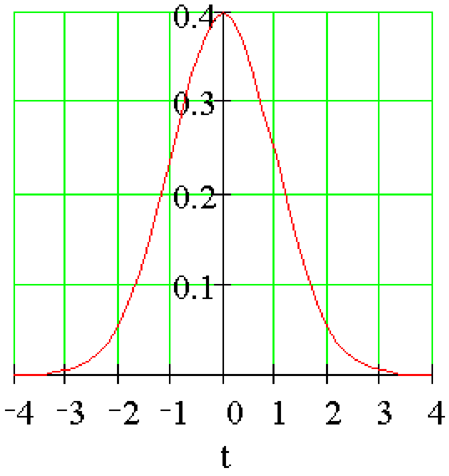
Спеціальні функції F(t) і Ф(t) також не виражаються через елементарні функції, тому для них складені таблиці (табл. Д3, Д4 додатків).

За допомогою таких таблиць на рис. 9.2 б побудовані графіки нормованих функцій F(t) і Ф(t). У геометричній інтерпретації значення обох функцій зображуються площами, укладеними між кривою нормального розподілу *f*(t) і віссю абсцис. Але якщо для функції F(t) площа опирається на вісь абсцис між помітками -∞ і t, то для функції Ф(t) – між помітками 0 і t. зв'язок між цими функціями легко встановити з рис. 9.2 б: *F(t)=0,5+Ф(t)* [45] відзначено що користуванні таблицями потрібно мати на увазі, що в деяких посібниках по обробці результатів спостережень нормованою функцією Лапласа (інтегралом ймовірностей) називають не функцію:

$$\Phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-0,5t^2}\,dt \qquad (9.24)$$

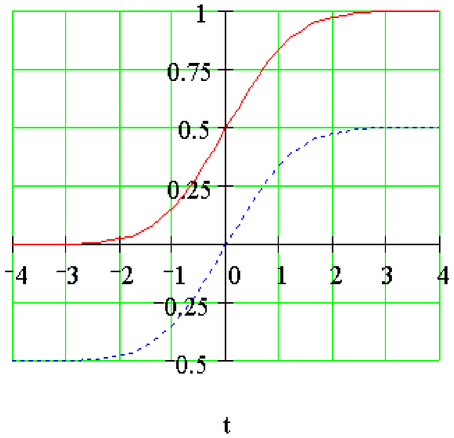
а іншу, що відрізняється від неї постійним множником, рівним 2.

а)



$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0,5t^2}$$

б)



$$F(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\infty}^{t}e^{-0,5t^2}\,dt$$

$$\Phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t}e^{-0,5t^2}\,dt$$

Рис. 9.2. Нормована форма диференціальної – *f(t)* і інтегральної – *F(t)* функцій нормального розподілу ймовірностей випадкових похибок, *Ф(t)* – функція Лапласа

Отже, табульовані значення такої функції завищені у два рази проти фактичного значення функції Лапласа. Некоректність у назві функції, очевидно, з'ясовується прагненням спростити операцію оцінки довірчої ймовірності по формулі (9.23) в окремому, але найпоширенішому випадку, коли випадкові похибки(випадкові відхилення) симетричні щодо центра розсіювання. Так, якщо безрозмірнісний аргумент $t_2=|-t_1|=\pm t$, то використовуючи властивість непарності функції $\Phi(-t)=-\Phi(t)$ різниця нормованих функцій Лапласа можна представити у вигляді:

$$P_\partial=\Phi(t_2)-\Phi(t_1)=\Phi(-t)-\Phi(-t)=2\Phi(t)$$

що виключає операцію вирахування значень функції Лапласа при оцінці довірчої ймовірності по формулі (9.23).

У додатку надана таблиця Д3 саме подвоєних значень нормованої функції Лапласа (інтеграла ймовірностей), що значно спрощує користування ними для обчислення довірчих ймовірностей при симетричних довірчих інтервалах. Ця таблиця дозволяє знайти відповіді на багато питань практики, що стосуються вірогідності оцінки випадкових відхилень нормально розподілених результатів спостережень від центру розсіювання. Розглянемо приклади використання функції Лапласа.

Приклад 9.1. Яка ймовірність того, що випадкове відхилення результату спостереження не перевершить за абсолютним значенням своє СКВ?

Рішення

По відомому безрозмірному аргументі $t=\pm\varepsilon_x/\sigma_x=\pm 1$ *за допомогою таблиці Д3 знаходимо подвійне значення нормованої функції Лапласа* $2\Phi(t)=P_\partial=0{,}6827$. *Отже, у симетричний довірчий інтервал* $\varepsilon_x=\pm\sigma_x$ *випадкове відхилення результату спостереження попадає з довірчою ймовірністю* $P_\partial=0{,}6827$.

Той же результат можна одержати, якщо скористатися значеннями інтегральної функції нормованого нормального розподілу (табл. Д4). Так, якщо $F(+1)=0{,}8413$, *а* $F(-1)=0{,}1587$, *то, відповідно до формули (9.22),* $P_\partial=0{,}8413-0{,}1587=0{,}6826$.

Приклад 9.2. Яка частка результатів спостережень, для яких випадкові відхилення перевершать за абсолютним значенням своє СКВ більш, ніж в 2,5 рази?

Рішення

Аналогічно рішенню прикладу 9.1. по $t=\varepsilon_x/\sigma_x=2{,}5$, *використовуючи таблицю подвійних значень нормованої функції Лапласа, знаходимо* $2\Phi(t)=P_\partial=0{,}9876$. *Тоді ймовірність виходу випадкового відхилення одиничного спостереження за межі симетричного довірчого інтервалу довжиною* $\varepsilon_x=2{,}5\sigma_x$ *виразиться як* $\alpha=1-P_\partial=1-0{,}988=0{,}012$. *Отже, в 12 спостереженнях з тисячі можливий вихід випадкового відхилення результату спостереження за межі* $\varepsilon_x=\pm 2{,}5\sigma_x$.

Приклад 9.3. СКВ результату спостереження при вимірюванні тиску перегрітої пари $\sigma_x=1$ *МПа. Знайти симетричний довірчий інтервал випадкового відхилення результату спостереження при довірчій імовірності* $P_\partial=0{,}95$.

Рішення

По $P_\partial=2\Phi(t)=0{,}95$ *за допомогою таблиці подвійних значень нормованої* *функції Лапласа знаходимо її аргумент $t=\varepsilon_x/\sigma_x=1{,}96$, звідки $\varepsilon_x=\pm1{,}96\sigma_x=\pm1{,}96$ МПа.*

Приклад 9.4. У результаті повірки термометра встановлено, що 89% випадкових відхилень результатів його спостережень не перевершує $\varepsilon_{x1}=\pm8\ ^0C$. Знайти ймовірність того, що випадкове відхилення результату спостереження перевершить $\varepsilon_{x2}=\pm10\ ^\circ C$.

Рішення

По $P_{\partial 1}=0{,}89$ за допомогою таблиці подвійних значень нормованої функції Лапласа знаходимо її аргумент $t_1=\varepsilon_{x1}/\sigma_x=1{,}6$, звідки $\sigma_x=\varepsilon_{x1}/t=8/1{,}6=5\ ^\circ C$. Тоді, визначивши нове значення аргументу функції Лапласа, $t_2=\varepsilon_{x2}/\sigma_x=10/5=2$ і, повторно скориставшись таблицею цієї функції, по $t_2=2$ знаходимо $P_{\partial 2}=0{,}95$.

Приклад 9.5. Яке мінімальне число спостережень необхідно зробити, щоб тільки в одному з них випадкове відхилення результату спостереження перевищило довірчий інтервал з довірчою ймовірністю $P_\partial=0{,}95$?

Рішення

Як ми вже відзначали у відповіді прикладу 9.2, імовірність виходу похибки одиничного спостереження за виділений інтервал визначається як $\alpha=1-P_\partial=1-0{,}95=0{,}05$, тоді $P_\partial/\alpha=0{,}95/0{,}05=19$, де P_∂ – частка спостережень, що попали в інтервал; α – частка спостережень, що не потрапили в інтервал.

Таким чином, тільки в одному випадку із 19 випадкове відхилення результату спостереження перевищить довірчий інтервал з довірчою ймовірністю $P_\partial=0{,}95$.

Приклад 9.6. Знайти довірчі ймовірності влучення в довірчі інтервали $e_{x1}=\pm3^0C$, $\varepsilon_{x1}=\pm3^0C$, $\varepsilon_{x2}=\pm6^0C$, і $\varepsilon_{x3}=\pm9^0C$ похибки результату одиничного спостереження вибірки об'ємом $n=16$, наданої в табл. 9.1. Відповідь зрівняти з результатами, що утримуються в табл. 9.2. і одержані за допомогою попередньо побудованої функції розподілу.

Рішення

По формулі (9.11) знаходимо оцінку СКВ результату спостереження й прирівнюємо генеральному СКВ, тобто:

$$S_x=\sqrt{\frac{196}{(16-1)}}=3{,}615^0C\approx\sigma_x;\ \text{по аргументах}\ t_1=\frac{\varepsilon_{x_1}}{\sigma_x}=\frac{3}{3{,}615}=0{,}83;$$

$$t_2 = \frac{\varepsilon_{x_2}}{\sigma_x} = \frac{6}{3{,}615} = 1{,}66 \quad і \quad t_3 = \frac{\varepsilon_{x_3}}{\sigma_x} = \frac{9}{3{,}615} = 2{,}49$$

за допомогою таблиці Д3 одержуємо шукані довірчі ймовірності $P_{д1}=0{,}593$; $P_{д2}=0{,}903$ *і* $P_{д3}=0{,}987$. *Порівнювані результати занесені в таблицю.*

Довірчий інтервал, ε_x, ^{0}C	**Довірча ймовірність**		**Відносна розбіжність, %**
	таблиця 9.2	**таблиця Д3**	
± 3	0,56	0,593	+ 5,56
± 6	0,86	0,903	+ 4,76
± 9	0,96	0,987	+ 2,74

Розбіжності в значеннях величин довірчої ймовірності, отриманими різними способами, пояснюються, насамперед, обмеженістю об'єму вибірки (тільки при $n \geq 30$ *допускається використання таблиці нормального розподілу); джерелом похибки є також недостатній масштаб графіка рис. 9.1 г. Проте для* $P_д \geq 0{,}95$ *(найбільш уживане значення довірчої ймовірності в технологічних вимірюваннях) розбіжність виправдана й припустима.*

9.1.2. Розподіл Стьюдента

Звертає на себе увагу приклад 9.6, у якому досліджується вибірка обмеженого об'єму (n=16). У ньому проводиться оцінка маточікування найбільш імовірного значення вимірюваної величини, у якості якого використовується її середнє арифметичне ($\bar{x}$). Крім того оцінена дисперсія у формі СКВ результату одиничного спостереження (від середнього арифметичного). Очевидно, що в міру росту об'єму вибірки нормально розподілених результатів спостережень середнє арифметичне стає при відомих умовах усе більше надійною оцінкою дійсного значення вимірюваної величини. До того ж по властивостям воно буде усе більше наближатися до випадкової величини «у малому», тобто з незначною часткою випадковості, тому що основна частина його стає невипадковою величиною. Таке середнє значення, у свою чергу, має нормальний розподіл при тому ж маточікувані, але іншій дисперсії (СКВ).

Проведемо аналіз взаємозв'язку дисперсії (СКВ) результату спостереження — *D(x)* або (σ_x) і дисперсії (СКВ) результату вимірювання — ($D(\overline{x})$ або ($\sigma_{\overline{x}}$). Для цієї мети візьмемо вибірку незалежних спостережень x_1, x_2, ..., x_n, у якій кожне спостереження характеризується однієї й тією же дисперсією (СКВ) (у метрології такі вимірювання йменуються рівноточними, рівнорозсіяними). Визначимо середнє арифметичне значення як:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{n}x_1 + \frac{1}{n}x_2 + ... + \frac{1}{n}x_n \qquad (9.25)$$

Скористаємося теоремами про дисперсії [45]: I теорема — $D(x_1+x_2)=D(x_1)+D(x_2)$, II теорема – якщо c=const, те D(c) = 0, III теорема — $D(cx)=c^2 \cdot D(x)=c^2 \cdot \sigma_x^2$ і представимо дисперсію середнього арифметичного в рівнянні (9.25) у вигляді:

$$D(\overline{x}) = \frac{1}{n^2}D(x_1) + \frac{1}{n^2}D(x_2) + ... + \frac{1}{n^2}D(x_n)$$

або в термінах СКВ результату вимірювання:

$$\sigma_{\overline{x}}^2 = \frac{1}{n^2}\sigma_{x_1}^2 + \frac{1}{n^2}\sigma_{x_2}^2 + ... + \frac{1}{n^2}\sigma_{x_n}^2$$

Але, оскільки $\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2} = ... = \sigma_{x_n} = \sigma_x$, то остаточно будемо мати:

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad \text{або} \quad S_{\overline{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \qquad (9.26)$$

З отриманої формули виходить, що $\sigma_{\overline{x}}$ (СКВ, СКП) результату вимірювання тим менше, чим менше σ_x (СКВ, СКП) результату спостереження й більше число спостережень (n). Звідси випливають два шляхи зменшення випадкової похибки результату вимірювання. Перший – збільшення числа спостережень. Формально зробивши їх досить багато, можна домогтися малого значення $\sigma_{\overline{x}}$. Однак, як відзначено в [46], через те, що в знаменнику формули (9.26) фігурує $\sqrt{n}$, то істотне зменшення $\sigma_{\overline{x}}$ при σ_x=const досягається лише після виконання дуже великої кількості додаткових спостережень. Тому, починаючи з деякого числа n, подальше його збільшення знижує $\sigma_{\overline{x}}$ досить незначно. Крім того, формула (9.26) отримана в припущенні, що систематичні похибки повністю вилучені з результатів спостережень. У дійсності, цього досягти неможливо, якась систематична похибка все-таки залишається. У зв'язку з цим, якщо в результаті збільшення числа спостережень СКП результату вимірювання стане менше систематичної похибки, подальше збільшення числа спостережень зниження похибки результату вимірювання не дає. Тому на практиці варто використовувати другий шлях зменшення випадкової похибки результату – підвищення метрологічних якостей методів і засобів вимірювань, що знижує СКП результату спостереження й пропорційно зменшує випадкову похибка результату вимірювання. Інтервальна оцінка випадкової похибки результату вимірювання визначається аналогічно оцінці похибки результату спостереження по формулі (9.19), але із заміною підрядкових індексів, тобто:

$$\varepsilon_{\bar{x}} = t \cdot \sigma_{\bar{x}} \tag{9.27}$$

Ця формула справедлива при відомому значенні СКВ результату спостереження (наприклад, якщо при роботі енергоблоку σ_x визначено на підставі сотень і тисяч окремих спостережень). Значення t тут також вибирається з табл. Д3 через довірчу ймовірність як аргумент функції Лапласа.

При невідомому σ_x, коли на підставі ряду спостережень отримана лише його оцінка, спосіб визначення довірчого інтервалу випадкової похибки результату вимірювання залежить від об'єму вибірки:

- якщо n≥30, а закон розподілу результатів спостережень близький до нормального при будь-якому розподілі вихідних даних, то довірчий інтервал визначається як:

$$\varepsilon_{\bar{x}} = t \cdot S_{\bar{x}} \tag{9.28}$$

- при 2<n<30 формально знайдена оцінка S_x по формулі (9.12) буде сама мати великий розкид, тобто оцінка S_x при малій вибірці істотно відрізняється від значення цього параметра для генеральної сукупності.

Рішення було знайдено в 1908 році англійським статистом і викладачем В.С. Госсетом (1876–1937 р.), який показав, що щільність розподілу ймовірності відношення:

$$t_S = \frac{\varepsilon_{\bar{x}}}{S_{\bar{x}}} \tag{9.29}$$

при нормально розподіленій генеральній сукупності результатів спостережень має вигляд:

$$\varphi(t_S) = \frac{\Gamma(\frac{f+1}{2})}{\sqrt{f\pi}\,\Gamma(\frac{f}{2})}(1+\frac{t_S^2}{f})^{-\frac{f+1}{2}}$$

де f=n-1 – так зване число ступенів свободи, що залежить від числа спостережень (суть цього поняття розкрита в п. 10.1);

$\Gamma(f)$ – гамма-функція, значення якої залежить від числа ступенів свободи.

При публікації розподілу Госсет підписав роботу псевдонімом Student, тому в літературі воно одержало назву «розподіл Стьюдента», а відношення $t_s = \varepsilon_{\bar{x}} / S_{\bar{x}}$ – коефіцієнт (дріб) Стьюдента. У табл. Д5 додатку ці коефіцієнти надані у вигляді функції $t_s = \varphi(P_д, f)$. Як видно з таблиці, при зменшенні об'єму вибірки значення t_s різко зростають. Однак, при n ≥ 8 відмінність t_s від аргументу функції Лапласа t становить менш 20%, а при n→∞ t_s=t; а при n > 30 графіки нормального розподілу й розподілу Стьюдента практично збігаються.

Таким чином при n<30 довірча межа випадкової похибки результату вимірювання ($\varepsilon_{\bar{x}}$) визначається як:

$$\varepsilon_{\bar{x}} = t_s \cdot S_{\bar{x}} \tag{9.30}$$

Приклад 9.7. По наданій у табл. 9.1 вибірці об'ємом n=16 оцінити довірчий інтервал для довірчої ймовірності $P_д$=0,9.

Рішення

Визначається оцінка за формулою (9.26) з використанням результатів прикладу 9.6:

$$S_{\bar{a}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \frac{3,615}{\sqrt{16}} = 0,904 \ ℃.$$

Використовуючи табл. Д5, знаходимо коефіцієнт Стьюдента по:

$$\left.\begin{matrix} P_{\partial} = 0,9 \\ f = n - 1 = 15 \end{matrix}\right\} \rightarrow t_s = 1,75$$

і обчислюємо довірчий інтервал: $\varepsilon_{\bar{x}} = 1,75 \cdot 0,904 = 1,58$ *℃.*

9.2. Аналіз статистичних вибірок

Оцінювання випадкових похибок результатів спостережень (ε_x) і результатів вимірювань ($\varepsilon_{\bar{x}}$) ґрунтується на точкових статистичних оцінках параметрів розподілу результатів спостережень, отриманих за допомогою випадкових вибірок певного об'єму з генеральної сукупності результатів. Ці оцінки є функціями членів такої вибірки. Тому, коли з генеральної сукупності здійснюється випадкова вибірка нових результатів спостережень того ж об'єму, випадковим образом змінюються і її члени й точкові оцінки, тобто оцінки $\bar{x}$ й S_x — величини випадкові. Вплив об'єму вибірки на число й стабільність статистичних характеристик показано в табл. 9.3.

Таблиця 9.3. **Характеристики статистичної вибірки**

Найменування випадкової величини	**Найменування характеристики вибірки**	**Тенденція до зміни характеристики вибірки при збільшенні її об'єму**
Результат спостереження	Випадкове відхилення результату спостереження ε_x	Змінюється випадково
	Оцінки СКВ результату спостереження S_x	Спочатку хаотично коливається, але поступово стабілізується й наближається до межі – генерального СКВ $\lim\limits_{n\to\infty} S_x = \sigma_x$
	Середнє арифметичне результату спостереження $\bar{x}$	Хаотично коливається, але поступово стабілізується й наближається до межі – генерального середнього арифметичного $\lim\limits_{n\to\infty} \bar{x} = m_x$
Результат вимірювання	Випадкова похибка результату вимірювання $\varepsilon_{\bar{x}}$	Коливається, але повільно зменшується ($\lim\limits_{n\to\infty} \varepsilon_{\bar{x}} = 0$)
	Оцінки СКВ результату вимірювання $S_{\bar{x}}$	Коливається, але повільно зменшується ($\lim\limits_{n\to\infty} S_{\bar{x}} = 0$)

Як видно з таблиці, при n→∞ статистичні характеристики ($\overline{x}$ і $S_{\overline{x}}$) наближаються до своїх меж (m_x, σ_x), тобто стають детермінованими, а не випадковими величинами, якими вони є при обмеженому об'ємі вибірки. Найчастіше передбачається, що розподіл результатів спостережень і випадкових похибок у вибірках, підлеглий нормальному розподілу, обґрунтованому ЦГТТЙ. Однак відомі випадки, коли розподіл результатів спостережень при вимірюваннях не відповідає нормальному. Згідно [34], коли вимірюваною величиною є середнє значення, то розподіл спостережень може мати будь-який вид. У енерготехнологічній вимірювальній практиці це відноситься насамперед до вимірювань середніх значень температури, динамічного тиску газового потоку, концентрації газових компонентів і летючої золи в ньому. Тому положення про нормальний розподіл результатів спостережень у загальному випадку має перевірятися. Повинні піддаватися аналізу отримані за випадковими вибірками і параметри їхнього розподілу.

Припущення про погодженість експериментальних даних (випадкових вибірок результатів спостережень) з теоретичною моделлю (нормальним розподілом випадкової величини), а також про відповідність оцінок параметрів розподілу в математичній статистиці прийнято називати *статистичною гіпотезою* [31, 41]. У такий спосіб основною задачею статистичного аналізу результатів спостережень є перевірка статистичних гіпотез (припущень) наприклад, про закон розподілу, гіпотези про анормальність результатів спостереження, гіпотези про однорідність серій спостережень та ін. Гіпотезу можна перевірити статистично, тобто опираючись на випадкову вибірку результатів спостережень. Така перевірка проводиться за допомогою статистичного критерію – однозначно визначеного правила, що встановлює умови, за яких гіпотезу варто прийняти або відкинути. Перевірка гіпотези зводиться до зіставлення статистичних критеріїв (статистик), обчислених за випадковими вибірками, зі значеннями цих критеріїв, визначених теоретично в припущенні, що гіпотеза вірна.

Класичною теорією перевірки статистичних гіпотез, як правило, висувається одна основна, (так звана нульова гіпотеза) і одна конкуруюча (альтернативна гіпотеза).

Вибір і використання того або іншого статистичного критерія засновані на принципі практичної впевненості. Для цього задаються ймовірністю помилкового відкидання нульової гіпотези — так званим «*рівнем значимості критерію» (α)*. Якщо ця ймовірність досить мала, говорять, що цей критерій забезпечує малий ризик зробити помилку. При перевірці гіпотези можлива одна із двох помилок — відкинути гіпотезу, коли вона вірна (помилка І роду) або прийняти гіпотезу, коли вона помилкова (помилка ІІ роду). Рівень значимості за змістом — це ймовірність практично неможливої події (α=1-P_{∂}); найчастіше α приймається рівним 0,05 або 0,01. Менші α відповідають даним, отриманим з високою точністю й у великому об'ємі [41].

Рівень значимості визначає *критичну область*, у той час як довірча ймовірність — *область припустимих значень*. Якщо значення критерію попадає в критичну область, то гіпотеза відкидається. Якщо та ж оцінка виявилася в області припустимих значень, то можна лише стверджувати, що знайдене значення оцінки відповідного критерію не суперечить допустимості гіпотези, однак доти, поки інші, більш ретельні дослідження остаточно не підтвердять правильність гіпотези або не приведуть до протилежного висновку. Результат перевірки гіпотез, як і будь-якого статистичного випробування, значною мірою залежить від об'єму наявних даних: чим більше даних, тим більша ймовірність відкинути неправильну гіпотезу.

9.2.1. Перевірка відповідності дослідного розподілу теоретичному

Перевірка згоди експериментального розподілу випадкової величини є важливою процедурою статистичного аналізу, який широко застосовується при обробці результатів спостережень. Є декілька методів перевірки статистичних гіпотез.

Графічний метод перевірки. Попередній висновок про тип розподілу нерідко робиться на основі графічного оформлення статистичного матеріалу у вигляді емпіричної функції $F^*(x)$ або щільності $f^*(x)$ розподілу з порівнянням їхніх графіків із графіками відомих типів розподілу. Як було відзначено раніше, побудована гістограма або емпірична щільність розподілу за зовнішнім виглядом нагадує щільність нормального розподілу результатів. Надійна перевірка їхньої відповідності вимагає значного об'єму вибірки — декількох десятків і навіть сотень спостережень. Більше того, простого збільшення об'єму вибірки ще недостатньо, щоб гістограма $f^*(x)$ завжди прагнула до щільності $f(x)$; необхідно оцінити ще досить складні співвідношення між числом спостережень і числом інтервалів, використаних для побудови гістограми.

На відміну від гістограми емпірична функція розподілу $F^*(x)$ при $n \to \infty$ без обмежень переходить в $F(x)$, робить емпіричну функцію на практиці кращою для побудови функції розподілу $F(x)$, статистичного аналізу та висновків за обмеженого об'єму вибірки ($n<40$).

Побудова емпіричної функції розподілу випадкової величини проводиться на так званій імовірнісній сітці (паперу). На ній нанесена прямокутна система координат: по осі абсцис відкладаються випадкові величини (результати спостережень або їхні випадкові відхилення — x, ε_x), по осі ординат — накопичену частоту. Якщо через отримані точки можна, нехтуючи однієї-двома крайніми точками по обидва боки, провести пряму, то дана сукупність є частиною нескінченної генеральної сукупності, розподіленої за нормальним законом (рис. 9.1 б, 9.1 г). Успіх оцінки типу розподілу і його використання значною мірою залежить від досвіду дослідника. До об'єктивних методів належать розрахункові методи – *методи перевірки статистичних гіпотез*.

Для перевірки гіпотез за законом розподілу в практиці статистичних досліджень знаходять застосування кілька статистичних критеріїв:

- коли об'єм вибірки $n > 50$ кращими критеріями перевірки вважають критерій К. Пирсона (критерій χ^2) для групованих по інтервалах спостережень і критерій. Мизеса-Смирнова (критерій ω^2) для негрупованих спостережень [34];

- коли об'єм вибірки $15 < n < 50$ для наближеної перевірки запропонований складений критерій [34]; при цьому висновок щодо приналежності даного ряду спостережень до нормального розподілу вважається правильним відповідно до складеного критерію, якщо дотримуються обидва критерії, включені в складений; у цьому випадку рівень значимості складеного критерію дорівнює сумі рівнів критеріїв, включених у складений;

- коли об'єм вибірки $3 < n < 50$ одним з найбільш потужних (з малими ймовірностями похибок) критеріїв для виявлення відхилення розподілу від нормального є критерій Шапиро й Уилка (критерій W) [38]. Перевірку гіпотези за цим критерієм раціонально проводити по таблиці. З такою послідовністю:

1. Результати спостережень, попередньо розташовані в порядку їхнього зростання (упорядкована вибірка або варіаційний ряд), записуються в стовпець 3 табл.; у наступному стовпці містяться значення їх квадратів. Визначаються суми значень величин, поміщених у стовпцях 3 і 4 табл. 9.4.

Таблиця 9.4. **Виявлення відхилення розподілу від нормального за критерієм W**

Номер спостереження вибірки, рахуючи від її		Результати спостереження вибірки		Коефіцієнт для оцінки W (табл. Д6) $a_q = \varphi(n, q)$	Різниця симетричних спостережень $\Delta x_q = x_q - x_i$	Добуток $a_q \cdot \Delta x_q$
початку, i	кінця, q	x_i	x_i^2			
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	—	x_1	x_1^2	—	—	—
2	—	x_2	x_2^2	—	—	—
n-ℓ +1	ℓ	x_i	x_i^2	a_ℓ	$x_\ell - x_i$	$a_\ell(x_\ell - x_i)$
n-q+1	n-i+1	x_i	x_i^2	a_q	$x_q - x_i$	$a_q(x_q - x_i)$
n-1	2	x_{n-1}	x_{n-1}^2	a_{n-1}	$x_2 - x_{n-1}$	$a_{n-1}(x_q - x_i)$
i = n	1	x_n	x_n^2	a_n	$x_n - x_1$	$a_n(x_n - x_1)$
		$\sum x_i$	$\sum x_i^2$			$\sum a_q(x_q - x_i)$

2. У першому стовпці табл. записуються значення порядкового індексу $i=1, 2, 3, ..., n$ при прямій (з початку вибірки), а в другому стовпці індекси $q=1, 2, 3, ..., \ell$ при зворотній (з кінця вибірки) нумерації результатів спостережень, де $\ell = 0{,}5n$ (для парного n) і $\ell = 0{,}5(n-1)$ (для непарного n).

3. У стовпці 5 записують коефіцієнти a_q, значення яких знаходять по табл. Д6 як $a_q = \phi(n, q)$.

4. У стовпці 6, починаючи з рядка ℓ, записують різниці між спостереженнями, симетрично розташованими щодо середини вибірки (для останнього рядка це буде різниця між крайніми спостереженнями вибірки (x_n-x_1)).

5. У стовпці 7 записують значення добутків чисел стовпців 5 і 6 і суму цих добутків.

6. Розраховують статистики, під якими в математичній статистиці розуміються функції елементів вибірки, використовувані для перевірки гіпотези [43]:

$$\phi^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 \tag{9.31}$$

$$b^2 = \left[\sum_{q=1}^{1} a_q \Delta x_q\right] \tag{9.32}$$

7. Обчислюють критерій:

$$\text{W}=\frac{b^2}{\varphi^2} \tag{9.33}$$

8. Визначається межа критичної області (області відхилення гіпотези):

$$\text{P}(\text{W}_\alpha > \text{W}) = \alpha\ , \tag{9.34}$$

де $\text{W}_\alpha = \varphi(\text{n}, \alpha)$ вибирається з табл. Д7.

Якщо $W \geq W_\alpha$, припущення про відповідність досвідченого розподілу нормальному приймається, у противному випадку нульова гіпотеза відкидається. Техніку застосування критерію W розглянемо на такому прикладі.

Приклад 9.9. Перевірити відповідність нормальному розподілу результати спостережень вибірки, наведеної в табл. 9.1.

Рішення

Результат дослідження простіше одержати, якщо скласти таблицю.

i	**Q**	x_i	x_i^2	a_q	$\Delta x_q = x_q - x_i$	$a_q \Delta x_q$
1	-	95	9025	-	-	-
2	-	96	9216	-	-	-
3	-	96	9216	-	-	-
4	-	97	9409	-	-	-
5	-	99	9801	-	-	-
6	-	99	9801	-	-	-
7	-	99	9801	-	-	-
8	-	99	9801	-	-	-
9	8	99	9801	0,0196	0	0,000
10	7	100	10000	0,0593	1	0,0593
11	6	102	10404	0,1005	3	0,3015
12	5	102	10404	0,1447	3	0,4341
13	4	102	10404	0,1939	5	0,9695
14	3	102	10404	0,2521	6	1,5126
15	2	103	10609	0,3290	7	2,3030
16	1	110	121100	0,5056	15	7,584
		1600	160196			13,172

Визначаємо статистику: $\varphi^2=160196-(1600^2:16)=196$

$b^2=(13,172)^2=173,50$

Обчислюємо критерій: $W=\dfrac{b^2}{\varphi^2}=\dfrac{173,50}{196}=0,885$

Використовуючи табл. Д7, знаходимо $W_{\alpha=0,05}=0,887$, $W_{\alpha=0,01}=0,844$

Оскільки $0,885=W<W_{\alpha=0,05}=0,887$, *то гіпотеза про нормальний розподіл результатів спостережень не підтверджується, при більшому ризику зробити помилку, оскільки* $0,885=W>W_{\alpha=0,01}=0,844$, *отже при п'ятикратно більшому ризику помилитися зазначену гіпотезу можна прийняти.*

9.2.2. Перевірка анормальності результатів спостережень

У статистичній вибірці будь-якого об'єму можлива наявність декількох спостережень, що різко виділяються серед інших. Якщо дослідник у процесі вимірювань виявляє такі спостереження, і знаходить причини їхньої появи, то він, звичайно, вправі відкинути ці результати й провести повторні вимірювання. Але необдумане відкидання результатів, що різко відрізняються від інших, може привести до істотної зміни характеристик розсіювання ряду спостережень, тому повторні вимірювання краще проводити не замість сумнівних, а на додаток до них [26].

Особливо гостро ставиться питання про усунення анормальних спостережень, викликаних грубими похибками, при обробці вже наявного статистичного матеріалу, коли неможливо врахувати всі обставини, при яких проводилися вимірювання. У цьому випадку доводиться прибігати до чисто статистичних методів. Так, наприклад, якщо явно відомо, що результати спостережень розподілені за нормальним законом, то можна провести оцінку їх згідно широко розповсюдженій статистичній гіпотезі про анормальність результатів спостережень. У цьому випадку з'ясовується, чи є спостереження, що різко відхилилось від інших, анормальне, чи воно належить даній генеральній сукупності спостережень, але малоймовірне. Анормальний результат повинен бути відкинутий і далі не враховуватися при обробці ряду спостережень.

Статистичним критерієм перевірки гіпотези є статистика:

$$U_{макс} = \frac{x_{макс} - \overline{x}}{S_x}; \quad \text{або} \quad U_{мин} = \frac{\overline{x} - x_{мин}}{S_x} \tag{9.35}$$

де $x_{макс}$ і $x_{мин}$ — спостереження, що різко виділяються, відповідно в більшу чи меншу сторону від $\overline{x}$.

Критична область значень цього критерію:

$$P(U>U_{\alpha})=\alpha, \tag{9.36}$$

де $U_{\alpha}=f(\alpha, n)$ визначаються по табл. Д8.

Якщо $U>U_{\alpha}$, то підозріле спостереження анормальне і має бути виключене з вибірки.

Приклад 9.10. Перевірити, чи не є промахом спостереження x_{16}=110°C вибірки об'ємом n=16, що надана в табл. 9.1., для якої $\overline{x}$ =100 °C S_x=3,615 °C.

Рішення

Обчислюємо значення статистичного критерію.

По табл. Д8 знаходимо:

$$\left.\begin{array}{l} a = 0,05 \\ n = 16 \end{array}\right\} \rightarrow U_{a=0,05} = 2,670 \qquad \left.\begin{array}{l} a = 0,01 \\ n = 16 \end{array}\right\} \rightarrow U_{a=0,01} = 2,946$$

Отже: $U_{макс} = \frac{110-100}{3,615} = 2,766$; *$U_{макс}>U_{\alpha}$ при α=0,05 і $U<U_{\alpha}$ – при*

α=0,01, тобто гіпотеза є сумнівною. У цьому випадку або йдуть на ризик і приймають гіпотезу про промах, або доповнюють досліджувану вибірку новими експериментальними даними.

9.3. Підсумовування складових випадкової похибки

Точкові $S_{\bar{x}}$ і інтервальні $\varepsilon_{\bar{x}}$ показники точності результатів прямих вимірювань характеризують всю випадкову похибка, що включає складові випадкової похибки методу, засобу вимірювання, а також суб'єктивної похибки. Це пояснюється тим, що будь-який помітний стохастичний вплив чинників на кожний із компонентів вимірювального процесу приводить до флуктуацій результатів спостережень. У результаті цього оцінка дисперсії результату спостереження формується під впливом всіх випадково діючих чинників. Тому проблеми складових випадкової похибки при прямих вимірюваннях не існує, тому що вони машинально підсумуються в процесі оброблення ряду спостережень. Однак така проблема існує в метрологічній практиці принаймні у двох випадках: при оцінці похибки результату непрямого вимірювання, та у процесі атестації вимірювальних каналів.

Труднощі підсумовування складових випадкових похибок полягають в тому, що вони, з погляду теорії ймовірності, найбільш повно описуються своїми законами розподілу, а їх спільна (сумарна) дія – відповідним багатомірним законом (композицією законів розподілу, якщо доданки незалежні). Однак у такій постановці задача підсумовування практично нерозв'язна вже для 3–4 складових, тому що операції з такими багатомірними законами дуже складні [34, 39]. Тому практичний шлях рішення задачі підсумовування складових випадкової похибки замість знаходження законів розподілу зводиться до розрахункової оцінки результуючих числових характеристик по числових характеристиках доданків. Використання таких характеристик і, зокрема, дисперсій похибок, що складаються, дозволяє одержати сумарну дисперсію незалежно від законів розподілу доданків і деформації цих законів при підсумовуванні.

Ускладнюючою обставиною при оцінці результуючої дисперсії шляхом підсумовування дисперсій складових випадкової похибки є те, що властивості суми випадкових величин властивостями окремих доданків не вичерпуються; істотну роль грають при цьому можливі зв'язки між ними [45].

Методичний аспект підсумовування дисперсій розглянемо на прикладі непрямих вимірювань з лінійною залежністю між двома аргументами у вигляді суми (різниці) останніх. Такі непрямі вимірювання досить поширені в умовах ТЕС, наприклад, вимірювання продуктивності парового котла як суми продуктивності двох його паралельних ниток поверхонь нагрівання; вимірювання присосів повітря на фіксованих ділянках газоходу котла як різниця між коефіцієнтами надлишку повітря на його виході та вході; вимірювання різниці температур головного періоду калориметричного досвіду та ін. Таке ж підсумовування дисперсій зустрічається при атестації широко використовуваних на ТЕС вимірювальних каналів (складних ЗВ, у комплект яких входять первинний перетворювач і вторинний вимірювальний прилад). У розглянутому випадку шукану величину А представимо як суму двох величин a_1 і a_2:

$$A = a_1 + a_2 \tag{9.37}$$

Оскільки результати прямих вимірювань a_1 і a_2 (після виключення систематичних похибок) містять у собі деякі випадкові похибки, то формулу непрямого вимірювання суми можна переписати у вигляді:

$$\overline{A} - \Delta A = \overline{a}_1 - \Delta a_1 + \overline{a}_2 - \Delta a_2 \tag{9.38}$$

де $\overline{a}_1$ й $\overline{a}_2$ – середні арифметичні, отримані при обробці прямих вимірювань величин a_1 і a_2;

Δa_1, Δa_2 — випадкові похибки вимірювання $\overline{a}_1$ і $\overline{a}_2$;

$\overline{A}$, ΔA – оцінка (дійсного) значення опосередковано вимірюваної величини і його випадкова похибка.

З рівняння (9.38) безпосередньо випливає справедливість двох таких залежностей:

$$\bar{A} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2; \quad \Delta A = \Delta a_1 + \Delta a_2, \tag{9.39}$$

тобто оцінкою істинного значення опосередковано вимірюваної величини повинна служити сума оцінок істинних значень вихідних величин, випадкові похибки яких складаються [26].

Математичне очікування оцінки (А дорівнює, істинному значенню шуканої величини):

$$M\left[\bar{A}\right] = M[\bar{a}_1 + \bar{a}_2] = M[\bar{a}_1] + M[\bar{a}_2] = a_1 + a_2 = A,$$

а її дисперсія може бути надана у вигляді [26]:

$$\sigma_{\bar{A}}^{\ 2} = D[\bar{\mathrm{A}}] = D[\Delta A] = D[\Delta a_1 + \Delta a_2] = M[(\Delta a_1 + \Delta a_2)^2] = M[\Delta a_1^2 + \Delta a_2^2 + 2\Delta a_1 \Delta a_2] =$$
$$= M[\Delta a_1^2] + M[\Delta a_2^2] + 2M[\Delta a_1 \Delta a_2] = \sigma_1^{\ 2} + \sigma_2^{\ 2} + 2M[\Delta a_1 \Delta a_2] \tag{9.40}$$

Математичне очікування добутку двох випадкових похибок називається *коваріацією* (інакше – *кореляційним моментом*) *випадкових похибок* [45] – характеризує не тільки ступінь залежності випадкових похибок між собою, але і їхнє розсіювання навколо точки (a_1, a_2). Розмірність коваріації дорівнює добутку розмірностей випадкових похибок. Щоб одержати безрозмірну величину, яка характеризує лише взаємозалежність між похибками, а не розкид, коваріацію ділять на добуток $\sigma_1 \cdot \sigma_2$:

$$r_{12} = \frac{M[\Delta a_1 \cdot \Delta a_2]}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \tag{9.41}$$

Величина r_{12} називається *коефіцієнтом кореляції випадкових похибок*, який він характеризує ступінь взаємозалежності між цими величинами, причому, не будь-якої залежності, а лише лінійної. Така залежність виражається в тому, що при зростанні або убуванні випадкової похибки інша також виявляє тенденцію зростати або убувати. У першому випадку – $r_{12}>0$ і похибки пов'язані позитивною кореляцією, у другому $r_{12}<0$ і кореляція негативна; якщо ж коефіцієнт кореляції дорівнює нулю, то похибки вимірювань некорелiровані.

Кореляція між похибками вимірювань аргументів найчастіше виникає в тих випадках, коли вимірювання виконуються водночас; при цьому зміни величин, що впливають (температура повітря, напруга живлення й т.п.), хоча й припустимі самі по собі, впливають якось на результати спостереження. Якщо ж аргументи вимірюють у різний час і для їхніх вимірювань використовують різні за устроєм ЗВ, то підстав очікувати появі кореляції між похибками немає [40]. У деяких випадках причиною кореляції між результатами спостережень при вимірюванні може стати сам оператор (при ручному зрівноважуванні приладів порівняння). В остаточному виді, використовуючи формули (9.40), (9.41), одержимо вираз для результуючої СКВ величини $\bar{A}$:

$$\sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2r_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2} \tag{9.42}$$

З рівняння (9.42) можна зробити висновок: вибір методу підсумовування СКВ випадкових похибок двох величин, що піддаються прямим вимірюванням, або двох ЗВ, що утворять вимірювальний канал, залежить від того, корелірованими величинами чи ні є похибки (додатки):

- якщо похибки некореліровані (r_{12}=0), то підсумовування їх СКВ має проводитися геометрично, тобто як корінь квадратний із суми квадратів СКВ окремих доданків;

- якщо похибки жорстко кореліровані (r_{12}=±1), то підсумовування їх СКВ повинне проводитися алгебраїчно з урахуванням їх знаків, тобто як сума (різниця) СКВ окремих доданків.

Якщо лінійна функціональна залежність між вимірюваною величиною А і вимірюваними аргументами a_i в загальному виді виражається як:

$$A = \sum_{i=1}^{m} в_i \cdot a_i \ , \tag{9.43}$$

де $в_i$ – постійний коефіцієнт при і-му аргументі, m – число аргументів, то оцінка СКВ результату непрямого вимірювання при наявності кореляції між аргументами обчислюється за формулою [34]:

$$S_{\bar{A}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2 \cdot S_i^2 + 2\sum_{k \neq l}^{m} r_{kl} \cdot b_k \cdot b_l \cdot S_k \cdot S_l} \tag{9.44}$$

де S_i, S_k, S_l – оцінка СКВ результату вимірювання аргументів відповідно $\alpha_i, \alpha_k, \alpha_l$ відповідно;

r_{kl} – оцінка коефіцієнта кореляції між випадковими похибками вимірювання аргументів α_k та α_l, яка визначається за формулою:

$$r_{kl} = \frac{\sum_{j=1}^{n} (x_{kj} - \bar{a}_k)(x_{lj} - \bar{a}_l)}{S_k S_l} \tag{9.45}$$

Отримані за формулами (9.42) і (9.44) точкові характеристики похибок непрямого вимірювання у випадку необхідності використовуються для знаходження їх інтервальних характеристик. Застосування для зазначеної мети нормованої функції Лапласа (при n>30) обґрунтоване тим, що при нормально розподілених результатах спостережень вимірюваних аргументів розподіл випадкових похибок непрямих вимірювань буде також нормальним [26].

Контрольні запитання

1. Що таке емпірична щільність та функція розподілу результатів спостереження при вимірюваннях та як вони будуються в процесі їх обробок?

2. Назвіть основні властивості диференціальної та інтегральної функції розподілу випадкових похибок.

3. Надайте точне визначення постійної систематичної та випадкової похибок, виходячи із основних понять теорії ймовірностей.

4. Надайте визначення довірчої межі (нижня, верхня) та довірчому інтервалу (симетричний, несиметричний) випадкової величини.

5. Що таке довірча ймовірність та як вона впливає на величину довірчого інтервалу випадкової похибки?

6. В чому суть центральної граничної теореми теорії ймовірностей?

7. В яких випадках для оцінки випадкової похибки вимірювання використовуються безрозмірний аргумент функції Лапласа (t), а в яких коефіцієнт Стьюдента (t_s)?

8. Як використовуються статистичні гіпотези для аналізу статистичних вибірок результатів спостережень при вимірюваннях?

9. Що таке коваріація та коефіцієнт кореляції випадкових похибок?

Розділ 10. Оцінювання систематичних похибок вимірювання

Обрахування і усунення систематичних похибок становлять найважливіше завданням кожного вимірювання. Постійна систематична похибка вимірювання зміщає результати спостережень від середнього арифметичного (формула (9.6)). Наслідком цього, як видно з формули 9.10, таке ж зміщення, але вже від істинного значення вимірюваної величини, зазнає й середнє арифметичне ($\bar{x}$). Тому аналіз наведених раніше точних визначень понять постійної систематичної й випадкової похибок, виражених формулами (9.5) і (9.6) з урахуванням (9.10), дозволяє зробити два висновки:

- випадкове відхилення результату спостереження (випадкової похибки) не залежить від постійної систематичної похибки; тому результат статистичного оброблення результатів спостережень для оцінки випадкової похибки буде однаковий як у наявності, так і відсутності постійної систематичної похибки;

- формальна заміна математичного очікування результату спостереження (m_x) його статистичною оцінкою ($\bar{x}$), що є по суті величиною випадковою, перетворює різниця m_x-$x_{\text{іс}}$≈x-$x_{\text{іс}}$ формули (9.6) у випадкову величину; (нагадаємо, що в точному розумінні, ця різниця являє собою постійну систематичну похибку). У такий спосіб, дотриманням рівності $\mathrm{m_x} \approx \bar{x}$ обґрунтовує можливість розглядати систематичні похибки, як випадкові величини. Наявність істотної змінної складової систематичної похибки, крім зміщення середнього арифметичного результату спостереження, спотворює оцінки характеристик випадкової похибки і її розподіл.

Аналіз і обрахування систематичних похибок багато в чому залежить від кваліфікації експериментатора й від тієї апріорної інформації, яку він має. Разом з тим, метрологічною практикою накопичено певний досвід, що дозволяє досить коректно поводитися із систематичними похибками вимірювання. З урахуванням цього, пропонується така послідовність дій з аналізу й оцінки таких похибок вимірювання: виявлення похибки; усунення причин виникнення похибки; виключення (зменшення) похибки вимірювання в процесі його проведення; виключення (зменшення) похибки вимірювання корекцією його результату.

Зупинимося більш докладно на діях експериментатора, пов'язаних з виявленням, обрахуванням і виключенням систематичних похибок вимірювання.

10.1. Виявлення систематичних похибок

В [47] для виявлення систематичної похибки рекомендується:

- провести вимірювання іншим, максимально відмінним від використаного, методом і зрівняти результати; наприклад, систематичні похибки вимірювання витрати палива, споживаного паровим котлом, і виробленої їм пари, покладених в основу оцінки ККД котла методом прямого балансу, виключаються переходом на ККД. Метод зворотного балансу – метод вимірювання ККД, у якому відпадає необхідність у вимірюваннях витрат палива й пари;

- різко змінити умови вимірювання (використати інші екземпляри ЗВ, перемінити оператора, змінити час спостережень, наприклад, провести їх у нічний час, при більш сприятливих умовах роботи технологічного устаткування);

- провести контрольне вимірювання із залученням виконавців інших організацій, що мають більш точні ЗВ й МВВ;

- виконати теоретичну (розрахункову) оцінку систематичної похибки із залученням наявних апріорних знань про об'єкт вимірювань, більше точних або інших його моделей, методів і засобів вимірювання.

Систематичні похибки, що змінюються, виявити легше, ніж постійні. Для цього використовуються різні методи виявлення [6, 23, 31]. Це насамперед, графічні методи – найбільш прості, які не вимагають спеціальних знань. Розрахункові статистичні методи, навпроти, реалізуються лише на базі спеціальної підготовки.

10.1.1. Графічні методи виявлення

Для виявлення змінної систематичної похибки користуються графіками, на яких наносять результати спостережень у послідовності, їх отримання. Із цією метою по осі ординат наносяться точки, що виражають значення результатів спостереження, а на осі абсцис – момент часу їх одержання або порядковій номера спостережень. Загальна картина розташування отриманих точок дозволяє виявити наявність систематичної зміни результатів спостережень без математичного аналізу. Якщо виявлено закономірну зміну результатів і відомо, що вимірювана величина при цьому не змінювалася, це свідчить про наявність систематичної похибки, що змінюється закономірно.

На рис. 10.1. виражена прогресуюча лінійно зростаюча по модулю похибка. На ньому точками, з'єднаними прямими лініями, позначені результати в і-ому спостереженні.

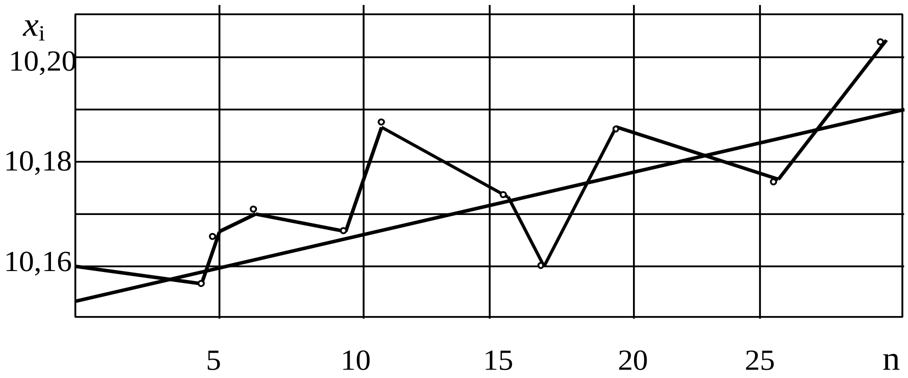


Рис. 10.1. Графічний метод виявлення систематичної похибки

Товста лінія виражає зміну середнього арифметичного значення$\bar{x}$. Незважаючи на помітні випадкові відхилення, тенденція до збільшення систематичної похибки зі зростанням n явно виявляється. У цьому випадку варто зафіксувати, що модуль змінної складової систематичної похибки приблизно оцінюється як $\Delta_c \approx 0{,}04/30 \cdot i$ (тут *«і»* – номер спостереження).

10.1.2. Статистичні методи виявлення

Ці методи виявлення змінних систематичних похибок, засновані на критеріях перевірки однорідності результатів спостережень. Під однорідністю результатів спостережень розуміється їх статистична підконтрольність, стійкість, що виражаються в групуванні результатів вимірювання навколо одного того ж центру з однаковим розсіюванням [34]. При цьому термін використовується стосовно до серій (груп) результатів спостережень. Якщо в серії в процесі проведення вимірювання діє чинник, що породжує змінну систематичну похибку, то це приводить, крім зміщення центру групування спостережень, до зміни характеру їхнього розсіювання. Перевірка однорідності спостережень таких серій дозволяє виявити ці зміни. Необхідною ознакою однорідності спостережень двох серій є збіг їхніх функцій розподілу.

Перевірка однорідності нормально розподілених вибірок результатів спостережень звичайно виконується шляхом порівняння їх середніх арифметичних і дисперсій; при відсутності значимих розходжень в оцінках $\bar{x}$ і S_x^2 таких вибірок вони визнаються статистично однорідними, тобто простими випадковими вибірками з однієї й тієї ж генеральної сукупності. У противному випадку, вибірки спостережень визнаються статистично неоднорідними, які виконуються в різних умовах. Якщо вони незалежні й вільні від систематичних похибок, то вибірки будуть мати однакові середні, але різні дисперсії. У такий спосіб значимі розходження між $\bar{x}$двох серій (вибірок) є ознакою наявності систематичної похибки в одній з них [34].

Статистичними методами обробляються різні сукупності (серії, групи, ряди) вибірок результатів спостережень, виконані за різних умов, у різний час, за участю різних виконавців. Такі сукупності зустрічаються в процесі багатократних вимірювань технологічних параметрів на ТЕС, наприклад, в процесі будь-якого випробування котельних установок енергоблоків (приймальні та балансові експлуатаційні випробування тощо.). Значна тривалість таких випробувань приводить до зміни параметрів ЗВ й зовнішнього середовища, що може викликати систематичні або випадкові зміни математичних очікувань і дисперсій результатів спостережень. В процесі аналітичних вимірювань, на ТЕС досить розповсюджених (аналіз властивостей і сполуки твердих тіл, рідких і газоподібних технологічних середовищ) часто виникає необхідність у зіставленні результатів аналізу однієї й тієї ж речовини, отриманих у різних умовах (різні методи, ЗВ, лаборанти й т.п.). На підставі зіставлення робляться висновки про допустимість розбіжностей між аналізами й оцінюється якість роботи лаборанта. У цих випадках багатократні спостереження також проводять у кілька серій (груп), кожна з яких відповідає певним значенням чинника, що впливає. Такими чинниками, за якими проводиться об'єднання результатів спостережень по серіях (групам), можуть бути, крім параметрів ЗВ й зовнішнього середовища (температура, тиск і т.д.), також індивідуальні особливості експериментатора (лаборанта), часова послідовність проведення вимірювань тощо.

Наявність або відсутність систематичних похибок результатів вимірювань серій (груп) або наявність розходжень у характеристиках їхніх похибок установлюють за допомогою статистичних гіпотез.

Гіпотезу про однорідність серій (груп) вибірок результатів спостережень перевіряють у два етапи:

перший – перевірка гіпотези про рівність дисперсій по всіх групах вибірок результатів спостережень;

другий – перевірка гіпотези про рівність математичних очікувань в усіх групах вибірок результатів спостережень. Виявлене значиме розходження між оцінками математичних очікувань ($\bar{x}$) (при рівності дисперсій у групах)є ознакою наявності постійної для даної вибірки (і змінної для групи вибірок) систематичної похибки.

Перевірка гіпотези про однорідність серії (групи) вибірок результатів спостережень залежно від числа вибірок у серії (групі) виконується по-різному.

Так, для двох вибірок перевірку гіпотези про однорідність результатів спостережень проводять по двох критеріях:

- критерій Фішера (гіпотеза про рівність дисперсій):

$$F=\frac{S_1^2}{S_2^2} \tag{10.1}$$

де S_1^2 і S_2^2 – оцінки дисперсії результату спостереження відповідно першої й другої вибірки ($S_1^2>S_2^2$), обчислені за формулами (9.11), (9.12). Межа критичної області критерію або область відхилення гіпотези виражається у вигляді:

$$P(F>F_\alpha)=\alpha, \tag{10.2}$$

де $F_\alpha=\varphi\ (\alpha, f_1, f_2)$ (табл. Д9).

Число ступенів свободи f_1, що відповідає більшій оцінці S_1^2, визначає стовпець таблиці, а число f_2, що відповідає меншій оцінці S_2^2, визначає рядок таблиці.

Якщо $F_\alpha>F$ гіпотеза приймається, тобто оцінки дисперсій обох вибірок можна вважати незалежними оцінками однієї й тієї ж дисперсії. У противному випадку доводиться визнати розходження між S_1^2 і S_2^2 істотним, що має більш глибокі причини ніж проста розбіжність, викликана обмеженістю експериментальних даних.

- t – критерій (гіпотеза про рівність маточікування) використовується при невідомих дисперсіях вибірок за умови, що обидві вибірки мають однакові дисперсії (їхні оцінки, природно, можуть відрізнятися):

$$t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{S_0\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}, \tag{10.3}$$

де S_o – оцінка об'єднаного СКВ результату спостереження, визначена як:

$$S_0=\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}},$$

$\overline{x}_1$, $\overline{x}_2$ — середнє арифметичне результату спостереження відповідно першої, об'ємом n_1, і другої, об'ємом n_2, вибірки.

Межа критичної області t-критерію записується як:

$$P(t>t_\alpha)=\alpha, \qquad (10.4)$$

де $t_\alpha=\varphi(f, \alpha)=t_s=\varphi(f, P_\partial)$ див. табл. Д5,

$$f=f_1+f_2=(n_1-1)+(n_2-1)=n_1+n_2-2$$

Розходження між середніми арифметичними вибірок уважається припустимим, якщо $t_\alpha>t$.

Приклад 10.1. Зіставити результати двох вибірок, отриманих різними лабораторіями в процесі аналізу однієї й тієї ж аналітичної проби речовини:

перша вибірка: $n_1=21$, $\overline{x}_1=4{,}5655$, $S_1^2=0{,}03$;

друга вибірка: $n_2=13$, $x_2=4{,}5577$, $S_2^2=0{,}014$.

Рішення:

Знаходимо критерій (10.1):

$F=\dfrac{0{,}03}{0{,}014}=2{,}143$ *і його критичне значення по табл. Д9:*

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= 21-1=20 \\ f_2 &= 13-1=12 \\ a &= 1-P_0=0{,}05 \end{aligned}\right\} \rightarrow F_a=2{,}544$$

$$\alpha=1-P_\partial=0{,}05$$

Оскільки $F_\alpha=2{,}544>F=2{,}143$, то розходження між оцінками дисперсій вибірок незначуще.

Знаходимо оцінку об'єднаного СКВ результату спостереження:

$$S_0=\sqrt{\frac{20\times0{,}03+12\times0{,}014}{21+13-2}}=0{,}1574$$

Знаходимо значення t-критерію:

$$t=\frac{4{,}5655-4{,}5577}{0{,}1574\sqrt{\frac{1}{21}+\frac{1}{13}}}=0{,}141$$

і його критичне значення по табл. Д5:

$$\left.\begin{aligned} f &= f_1+f_2=20+12=32 \\ a &= 1-P_0=0{,}05 \end{aligned}\right\} \rightarrow t_a=2{,}04$$

Оскільки $t_\alpha=2{,}04$ > $t=0{,}141$, то розходження між середніми арифметичними двох вибірок незначуще й ознак наявності змінних Систематичних похибок немає.

Для більш, ніж двох вибірок результатів спостережень перший етап перевірки їхньої однорідності, тобто перевірка гіпотези про рівність дисперсій, проводиться за двох критеріїв:

- критерій Кохрена (G-критерій) для вибірок однакового об'єму:

$$G = \frac{S_j^2}{\sum\limits_{j=1}^{L} S_j^2}, \tag{10.5}$$

де j-ий номер вибірки, j = 1, 2, 3 ... L (L – число вибірок);

S_j^2 – оцінка дисперсії результатів спостережень j-ой вибірки.

Межа критичної області критерію виражається у вигляді:

$$\mathrm{P}(G_j > G_\alpha) = \alpha, \tag{10.6}$$

де $G_\alpha = \varphi(f, L)$ (табл. Д10)

Якщо $G_\alpha > G_j$, то гіпотеза про рівність дисперсій приймається, у противному випадку – відкидається.

Приклад 10.2. Через певні проміжки часу в одній і тій же пробі рідини проведені чотири серії (L=4) визначень (n=5) концентрації речовини, що перебуває в аналітично активній формі, і отримані оцінки дисперсій результатів спостережень чотирьох серій:

$$S_1^2 = 2{,}0 \cdot 10^{-4};\ S_2^2 = 2{,}9 \cdot 10^{-4};\ S_3^2 = 9{,}9 \cdot 10^{-4} \text{ і } S_4^2 = 2{,}6 \cdot 10^{-4}.$$

Необхідно підтвердити гіпотезу про рівність дисперсій.

Рішення

Обчислюємо відношення оцінки максимальної дисперсії всіх 4 серій:

$$G = \frac{9{,}9 \cdot 10^{-4}}{(2{,}0 + 2{,}9 + 9{,}9 + 2{,}6) \cdot 10^{-4}} = 0{,}5689$$

Для зіставлення G з G_α необхідно скористатися таблицею Д10:

$$\left.\begin{aligned} f &= n - 1 = 4 \\ L &= 4 \\ a &= P_0 = 0{,}05 \end{aligned}\right\} \rightarrow G_a = 0{,}6287$$

Оскільки $G_\alpha = 0{,}6287 > G = 0{,}5689$, то гіпотеза про рівність дисперсій всіх серій спостережень підтверджується.

- Критерій Бартлетта для вибірок різного об'єму (об'єм кожної вибірки не менш чотирьох спостережень):

$$\chi^2 = \frac{2,303}{C} \sum_{j=1}^{L} f_j \lg(\frac{S_в^2}{S_j^2}), \qquad (10.7)$$

де $S_в^2$ – оцінка середнього значення дисперсії результату спостереження усередині серії (групи) вибірок:

$$S_в^2 = \frac{\sum_{j=1}^{L} f_j S_j^2}{\sum_{j=1}^{L} f_j} \qquad (10.8)$$

C – величина, обумовлена рівнянням:

$$C = 1 + \frac{1}{3(L-1)} (\sum_{j=1}^{L} \frac{1}{f_i} - \frac{1}{\sum_{j=1}^{L} f_j}) \qquad (10.9)$$

Розподіл статистики Бартлетта апроксимується χ^2 – розподілом з f=L-1 ступенями свободи. Тому межа критичної області критерію Бартлетта записується у вигляді:

$$P(\chi^2 > \chi_\alpha) = \alpha, \qquad (10.10)$$

де χ_α^2 – критичне значення χ^2_f – критерію; визначається із таблиці Д11 як $\chi_\alpha^2 = \varphi(f, \alpha)$.

Якщо $\chi_\alpha^2 > \chi^2$, то розходження між оцінками дисперсій вибірок незначуще й гіпотеза про рівність їхніх дисперсій підтверджується.

Перевірку гіпотези про рівність математичних очікувань для більш ніж двох серій (груп, вибірок) результатів спостережень, як може здатися на перший погляд, можна провести за розглянутим вже t-критерієм. Формально для цього його варто застосувати до всіх можливих пар середніх арифметичних сукупності результатів. Однак рішення використовувати для зазначеної мети t-критерій є неправильним, тому що приводить до істотного зниження ймовірності правильного прийняття нульової гіпотези [48]. Наприклад, треба перевірити гіпотезу про рівність математичних очікувань у п'яти вибірках результатів спостережень, використовуючи попарні порівняння по t-критерії. Всіх можливих пар десять; для кожної окремої перевірки ймовірність правильного прийняття нульової гіпотези становить (1-α)=0,95 при (α=0,05); отже (у випадку незалежних перевірок) імовірність правильного прийняття нульової гіпотези для всіх десяти перевірок виявляється рівною $(0{,}95)^{10} \approx 0{,}6$.

Більш коректною процедурою перевірки рівності математичних очікувань декількох серій (груп, вибірок) результатів спостережень є однофакторний дисперсійний аналіз. Він дозволяє виявляти ступінь впливу різних чинників, що мають систематичний характер, на вихідні характеристики ЗВ, результати спостережень при вимірюванні й т.д. Сутність його полягає в тому, що загальна мінливість (нестійкість) результатів спостережень серій (груп, вибірок) розбивається на окремі складові, кожна з яких формується за різних умов. При цьому кількісно мінливість результатів спостережень оцінюється сумою квадратів їхніх відхилень від середнього значення.

Якщо позначити через x_{ij} – і-оє спостереження в j-ої серії (групі, вибірці) j=1, 2, 3, ..., L, то середнє арифметичне j-ой серії (серійне середнє) буде дорівнювати:

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}}{n_j} \quad , \tag{10.11}$$

а при загальному числі спостережень у всіх серіях (групах, вибірках) $N = \sum_{j=1}^{L} n_j$ загальне середнє арифметичне всіх спостережень (середнє зважене) можна виразити як:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{j=1}^{L} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{L} n_j \bar{x}_j}{N} \tag{10.12}$$

Тоді загальна сума квадратів відхилень результатів спостережень всіх серій від загального середнього арифметичного можна представити у вигляді [31, 45]:

$$\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{\overline{x}})^2=\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{\overline{x}}+\overline{x}_j-\overline{x}_j)^2=$$
$$=\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}[(\overline{x}_j-\overline{\overline{x}})+(x_{ij}-\overline{x}_j)]^2=\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(\overline{x}_j-\overline{\overline{x}})^2+ \tag{10.13}$$
$$+2\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(\overline{x}_j-\overline{\overline{x}})(x_{ij}-\overline{x}_j)+\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{x}_j)^2$$

Додаток зі мішаними добутками дорівнює нулю, оскільки:

$$\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{x}_j)=\sum_{i=1}^{n_j}x_{ij}-\sum_{i1}^{n_j}\overline{x}_j=\sum_{i=1}^{n_j}x_{ij}-n\frac{\sum_{i=1}^{n_j}x_{ij}}{n}=\sum_{i=1}^{n_j}x_{ij}-\sum_{i=1}^{n_j}x_{ij}=0,$$

тому:

$$\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{x})^2=\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(\overline{x}_j-\overline{x})^2+\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{x}_j)^2 \tag{10.14}$$

Співвідношення (10.14) можна записати в символічному виді [48]:

$$SS_{заг}=SS_{в}+SS_{м}\quad , \tag{10.15}$$

де $SS_{заг}=\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{x})^2$ – загальна сума квадратів відхилень результатів спостережень всіх серій від загального середнього через випадкові похибки вимірювань усередині кожної серії й *міжсерійних* систематичних розходжень, що виникають під впливом досліджуваного чинника, по якому формувалися серії випробувань;

$SS_{в}=\sum_{J=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\overline{x}_j)^2$ – сума квадратів відхилень результатів спостережень всіх серій від *внутрішньосерійних* середніх, обумовлених винятково внутрішньосерійними випадковими похибками вимірювань (внутрішньосерійними відхиленнями);

$SS_{м}=\sum_{J=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(\overline{x}_j-\overline{x})^2$ – сума квадратів відхилень *внутрішньосерійних* середніх значень всіх серій результатів спостережень від загального середнього; вони обумовлені не тільки випадковими похибками вимірювань, але й систематичними розходженнями (якщо такі є) між результатами спостережень (їх середніми арифметичними), згрупованими по серіях (міжсерійними відхиленнями).

Від сум квадратів відхилень (SS) у рівнянні (10.15) можна перейти до відповідних дисперсій, оцінки яких виражаються як:

$$S^2=\frac{SS}{f}, \qquad (10.16)$$

де f – число ступенів свободи величини SS, рівне числу її незалежних елементів. Наприклад, сума $SS=\sum_{i=1}^{n}(x_1-\bar{x})^2$ являє собою суму квадратів n елементів $x_1-\bar{x}$, $x_2-\bar{x}$, ... , $x_n-\bar{x}$. Ці елементи не є незалежними, оскільки $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0;$ отже незалежні тільки (n-1) з них, тобто число ступенів свободи SS становить f=n-1.

У такий спосіб можна визначити числа ступенів свободи усіх сум квадратів відхилень рівняння (10.15): так сума $SS_{общ}$ володіє $f_{общ}$=(N-1) ступенем свободи, оскільки загальне число спостережень виражається як $N=\sum_{j=1}^{L}n_j$ (при різних об'ємах вибірок) або N=L·n (при рівних об'ємах вибірок); число елементів суми $SS_м$ по серіях дорівнює L, тому ця сума володіє $f_м$=(L-1) ступенем свободи; нарешті, число спостережень у кожній серії (групі) дає (n_j-1) ступенів свободи для оцінки випадкової похибки, але оскільки число серій дорівнює L, то сума $SS_в$ володіє $f_в$=L(n-1)=Ln- L=N-L ступенем свободи (при однакових об'ємах вибірок по серіях) і $f_в=\sum_{j=1}^{L}(n_j-1)$ (при різних об'ємах вибірок).

Тоді, використовуючи формули (10.15) і (10.16), можна одержати такі вираження для оцінок дисперсій:

- оцінка середнього значення внутрішньосерійної (внутрішньогрупової) дисперсії:

$$S_в^2=\frac{SS_в}{f_в}=\frac{\sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij}-\bar{x}_j)^2}{\sum_{j=1}^{L}(n_j-1)}=\frac{\sum_{j=2}^{L}(n_j-1)S_j^2}{\sum_{j=1}^{L}(n_j-1)}=\frac{\sum_{j=1}^{L}f_jS_j^2}{\sum_{j=1}^{L}f_j} \qquad (10.17)$$

(останнє відношення використане в критерії Бартлетта, формула (10.8);

- оцінка середнього значення міжсерійних (міжгрупової) дисперсії:

$$S_м^2 = \frac{SS_м}{f_м} = \frac{\sum_{j=1}^{L} n_j(\bar{x}_j - \bar{x})^2}{L-1} \tag{10.18}$$

- оцінка загальної дисперсії результатів спостережень:

$$S_{заг}^2 = \frac{SS_{заг}}{f_{заг}} = \frac{SS_в + SS_м}{f_{заг}} = \frac{\sum_{j=1}^{L}(n_j - 1)S_j^2 + \sum_{j=1}^{L} n_j(\bar{x}_j - \bar{x})^2}{\sum_{j=1}^{L} n_j - 1} \tag{10.19}$$

Якщо всі серії результатів спостережень належать до однієї й тієї ж генеральної сукупності, а міжсерійні систематичні розходження (систематичні похибки) відсутні, то зі зростанням n_j і L і, відповідно, N відношення міжсерійної дисперсії до внутрішньосерійного наближається до одиниці. Значне ж перевищення оцінки міжсерійної дисперсії над внутрішньосерійною свідчить про істотне відхилення серійних середніх арифметичних від загального середнього, тобто про деякі реальні розходження між серіями результатів спостережень відносно математичних очікувань результатів вимірювань.

Таким чином, критерієм систематичних розбіжностей між серіями результатів спостережень (гіпотези про відсутність розходжень між серіями) використовується відношення дисперсії міжсерійної до внутрішньосерійної (дисперсне відношення Фішера):

$$F_L = \frac{S_м^2}{S_в^2} \tag{10.20}$$

Критична сфера критерію надана формулою (10.2). Якщо $F_L > F_{L\alpha}$ то нульова гіпотеза про відсутність систематичних зміщень результатів спостережень по серіях відкидається, тобто виявляється систематична похибка, викликана тим чинником, за яким групувалися результати спостережень.

Менш чутливий до розсіювання серійних середніх арифметичних, ніж дисперсійне відношення Фішера, але який дозволяє виявляти їх монотонні зміщення, є критерій Аббе [33]. Відмінною рисою цього критерію є те, що його можна використовувати як для виявлення зміщень середніх арифметичних серій результатів спостережень j=1, 2, 3, ..., L, коли L≥4, так і середньої арифметичної одиночної серії i=1, 2, 3, ..., n, коли n≥4.

Техніка застосування критерію Аббе полягає в тому, що результати спостережень одиничної серії (вибірки) або середнє арифметичне серій (вибірок) записуються в послідовності, яка відповідає черговості їхнього одержання. Потім знаходять серійні й міжсерійні середні арифметичні й оцінки відповідних дисперсій двох різних методах, наданих у табл. 10.1.

Критерій Аббе записується у вигляді:

$$A=\frac{S_d^2}{S_\varepsilon^2}\ , \qquad (10.21)$$

де S_ε^2 і S_d^2 — оцінка дисперсії, обчисленої, відповідно, або по сумі квадратів відхилень від середнього арифметичного або по сумі квадратів послідовних різниць результатів спостережень.

Таблиця 10.1. **Методи оцінки дисперсій (МОД)**

Найменування	**Оцінка дисперсії**	
	результатів спостережень j-тої серії навколо її середнього арифметичного	**серійних середніх арифметичних навколо загального середнього**
МОД через суми квадратів відхилень від середнього арифметичного (ε)	$S_{j\varepsilon}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n_j}(x_i-\bar{x}_j)^2}{n_j-1}$	$S_{L\varepsilon}^2=\frac{\sum_{j=1}^{L}\left(\bar{x}_i-\bar{x}\right)^2}{L-1}$
МОД через суми квадратів послідовних різниць (d)	$S_{jd}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n_j}(x_{i+1}-x_i)^2}{2(n_j-1)}$	$S_{Ld}^2=\frac{\sum_{j=1}^{L}\left(\bar{x}_{j+1}-\bar{x}_j\right)^2}{2\left(L-1\right)}$

Оскільки S_d^2 менш чутлива до систематичних змін результатів спостережень, ніж S_ε, то межа критичної області критерію Аббе записується у вигляді [34]:

$$P(A<A_\alpha)=\alpha, \qquad (10.22)$$

де $A_\alpha=\varphi(L$ або $n, \alpha)$ вибирається з табл. Д12. Якщо $A<A_\alpha$ (при заданому значенні α і L або n), то нульова гіпотеза про сталість центра групування результатів спостережень або групи середніх арифметичних відкидається, тобто виявляється систематичне зміщення результатів спостережень. У противному випадку середнє арифметичне одиночної вибірки або серії вибірок систематичних зміщень не мають, а результати спостережень таких вибірок (або одиночної вибірки) є випадковими незалежними нормально розподіленими величинами.

Приклад 10.3. на об'ємних хімічних газоаналізаторах чотирма лаборантами (j=1–4)проведене паралельне визначення об'ємної концентрації кисню (%) в одній і тій же газовій пробі сухих продуктів згоряння органічного палива (див. табл. результатів аналізу).

Перевірити однорідності результатів спостережень і на її основі оцінити якість роботи кожного лаборанта.

Таблиця **Результати аналізу і обчислень їх послідовних різниць**

I	j=1		j=2		j=3		j=4	
	x_i	$(x_{i+1}-x_i)^2$	x_i	$(x_{i+1}-x_i)^2$	x_i	$(x_{i+1}-x_i)^2$	x_i	$(x_{i+1}-x_i)^2$
1	3,5	0,16	3,1	0,16	3,2	0,36	3,4	0,09
2	3,9	0,01	3,5	0,16	3,8	0,49	3,7	0,25
3	3,8	0,00	3,1	0,01	3,1	1,00	3,2	0,01
4	3,8	0,00	3,2	0,09	4,1	1,44	3,3	0,09
5	3,8	0,01	3,5	0,04	2,9	0,00	3,0	0,04
6	3,9	0,04	3,7	0,04	2,9	0,09	3,2	0,00
7	4,1	0,01	3,5	0,01	3,2	0,04	3,2	
8	4,0	0,01	3,4	0,01	3,0	1,00	-	-
9	3,9	0,01	3,3	0,09	4,0	0,04	-	-
10	3,8		3,6		3,8		-	-
Σ	38,5	0,25	33,9	0,61	34,0	4,46	23,0	0,48

Рішення: перевірці однорідності паралельних визначень концентрації кисню передують перевірка відповідності експериментальних даних нормальному розподілу й виявлення анормальних результатів (грубих похибок).

Перевірка відповідності результатів аналізу нормальному розподілу проведена за допомогою двох таблиць, у першій з яких надані впорядковані вибірки (варіаційні ряди) результатів аналізу лаборантів і всі допоміжні *величини, необхідні для такої перевірки (див. п. (9.2.1):*

J	i	q	x_i	x_i^2	a_q	$\Delta x_q = x_q - x_i$	$\Delta x_q \cdot a_q$
1	1		3,5	12,25,			
	2		3,8	14,44			
	3		3,8	14,44			
	4		3,8	14,44			
	5		3,8	14,44			
	6	5	3,9	15,21	0,0399	0,1	0,00399
	7	4	3,9	15,21	0,1224	0,1	0,01224
	8	3	3,9	15,21	0,2141	0,1	0,02141
	9	2	4,0	16,00	0,3291	0,2	0,06582
	10	1	4,1	16,81	0,5739	0,6	0,34434
	Σ		38,5	148,45			0,44780
2	1		3,1	9,61			
	2		3,1	9,61			
	3		3,2	10,24			
	4		3,3	10,89			
	5		3,4	11,56			
	6	5	3,5	12,25	0,0399	0,1	0,00399
	7	4	3,5	12,25	0,1224	0,2	0,024448
	8	3	3,5	12,25	0,2141	0,3	0,06423
	9	2	3,6	12,96	0,3291	0,5	0,16455
	10	1	3,7	13,69	0,5739	0,6	0,34434
	Σ		33,9	115,31			0,60159
3	1		2,9	8,41			
	2		2,9	8,41			
	3		3,0	9,00			
	4		3,1	9,61			
	5		3,2	10,24			
	6	5	3,2	10,24	0,0399	0,0	0,0
	7	4	3,8	14,44	0,1224	0,7	0,08568
	8	3	3,8	14,44	0,2141	0,8	0,17128
	9	2	4,0	16,00	0,3291	1,1	0,36201
	10	1	4,1	16,81	0,5739	1,2	0,68868
	Σ		34,0	117,60			1,30765
4	1		3,0	9,00			
	2		3,2	10,24			
	3		3,2	10,24			
	4		3,2	10,24			
	5	3	3,3	10,89	0,1401	0,1	0,01401
	6	2	3,4	11,56	0,3031	0,2	0,06062
	7	1	3,7	13,69	0,6233	0,7	0,43631
	Σ			75.86			0,51094

Результати перевірки наведені в другій таблиці, куди внесені обчислені значення критеріїв W по формулі (9.33) і їхні критичні значення W_α *із табл. Д7.*

Вирази (позначення) статистик (критеріїв)	j=1	j=2	j=3	j=4
1	2	3	4	5
$b^2 = \left(\sum_{q=1}^{\ell} \Delta x_q a_q \right)^2$	0,2005	0,3619	1,7099	0,2611
$\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2$	148,225	114,921	115,600	75,571
$W = \frac{b^2}{\varphi^2}$	0,891	0,930	0,855	0,842
$W_\alpha = \varphi(n, \alpha)$	0,842	0,842	0,842	0,803
$\varphi^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2$	0,225	0,389	2,00	0,289

Як видно з таблиці, нерівність критеріїв $W > W_\alpha$ спостерігається для вибірок спостережень всіх лаборантів, що підтверджує гіпотезу про нормальний розподіл їхніх результатів аналізу.

Виявлення грубих похибок (див. п. 9.2.2) проведено також за допомогою таблиці:

j	$S_{j\varepsilon} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{n-1}}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$	$x_{макс}$	$x_{мин}$	$U_{макс} = \frac{x_{макс} - \bar{x}}{S_{j\varepsilon}}$	$U_{мин} = \frac{\bar{x} - x_{мин}}{S_{j\varepsilon}}$	***$U_\alpha = \varphi(n, \alpha)$ при $\alpha = 0{,}05$ (табл. Д8)***
1	0,158	3,85	4,0	3,5	0,949	2,215	2,294
2	0,208	3,39	3,7	3,1	1,490	1,394	2,294
3	0,471	3,40	4,1	2,9	1,486	1,062	2,294
4	0,219	3,29	3,7	3,0	1,872	1,324	2,093

За даними табл. видно, що гіпотеза, про відсутність у результатах аналіз у всіх лаборантів грубих похибок підтверджується, тому що при $\alpha=0{,}05$ $U_\alpha > U_{макс}$ і $U_\alpha > U_{мин}$.

Перевірку однорідності результатів спостережень почнемо з перевірки гіпотези про рівність їхніх дисперсій. Оскільки в сукупності містяться вибірки різного об'єму, то для цієї мети скористаємося критерієм Бартлетта, значення якого доцільно визначити за даними таблиці:

j	n_j	$f_j = n_j - 1$	$S_{j\varepsilon}^2 = \frac{\varphi^2}{f_j}$	$f_j \cdot S_{j\varepsilon}^2$	$\frac{S_в^2}{S_{j\varepsilon}^2}$	$lg\left(\frac{S_в^2}{S_{j\varepsilon}^2}\right)$	$f_j \, lg\left(\frac{S_в^2}{S_{j\varepsilon}^2}\right)$	$\frac{1}{f_j}$
1	10	9	0,0250	0,225	3,519	0,546	4,918	0,111
2	10	9	0,0432	0,389	2,036	0,308	2,780	0,111
3	10	9	0,2222	2,000	0,396	-0,402	-3,622	0,111
4	7	6	0,0482	0,289	1,925	0,261	1,568	0,166
Σ	37	33	—	2,903	—	—	5,644	0,499

Оцінка середньої внутрішньосерійної дисперсії визначається за формулою (10.8):

$$S_в^2 = \frac{2{,}903}{33} = 0{,}08797$$

Оцінка серійних дисперсій S_j^2 визначається за формулою (9.12), а значення φ_j^2 у цій формулі вибирається з таблиці перевірки відповідності нормальному розподілу (третій рядок другої табл.).

За формулою (10.9) обчислюємо величину:

$$C = 1 + \frac{1}{3(4-1)}(0{,}499 - \frac{1}{33}) = 1{,}052$$

Визначаємо критерій Бартлетта формула (10.7):

$$\chi^2 = \frac{2{,}303}{1{,}052} 5{,}644 = 12{,}356$$

По табл. Д11 знаходимо критичне значення критерію:

$$\left.\begin{aligned} f &= L - 1 = 3 \\ a &= 0{,}05 \end{aligned}\right\} \chi^2 = 7{,}8$$

Оскільки χ^2=12,356> χ_α^2=7,8, то гіпотеза про рівність дисперсій досліджуваних вибірок відкидається і їхні результати спостережень не можуть уважатися однорідними за дисперсіями.

Продовжимо перевірку гіпотези про рівність дисперсій, виключивши з розрахунку результати аналізу з найбільшим значенням оцінки серійної дисперсії, тобто $S_{j\varepsilon}^2$=0,2222. Складемо нову таблицю:

j	**n$_j$**	***f*$_j$=n$_j$-1**	$S_{j\varepsilon}^2 = \frac{\varphi^2}{f_j}$	$f_j \cdot S_{j\varepsilon}^2$	$\frac{S_в^{2*}}{S_{j\varepsilon}^2}$	$lg\left(\frac{S_в^2}{S_{j\varepsilon}^2}\right)$	$f_j\, lg\left(\frac{S_в^2}{S_{j\varepsilon}^2}\right)$	$\frac{1}{f_j}$
1	10	9	0,0250	0,225	1,505	0,1775	1,5978	0,111
2	10	9	0,0432	0,389	0,8709	-0,0600	-0,5400	0,111
4	7	6	0,0482	0,289	0,7806	-0,10757	-0,6454	0,166
Σ	27	24	—	0,903	—	—	0,4124	0,388

$$S_в^2{*} = \frac{0{,}903}{24} = 0{,}0376$$

$$C{*} = 1 + \frac{1}{3(3-1)}(0{,}388 - \frac{1}{24}) = 1{,}058$$

$$\chi^2{*} = \frac{2{,}303}{1{,}058} 0{,}4124 = 0{,}8977$$

$$\left.\begin{aligned} f^* &= 3 - 1 = 2 \\ a &= 0{,}05 \end{aligned}\right\} x^{2*} = 6{,}0$$

Оскільки χ^2=0,8977<χ_α^{2*}=6,0, то гіпотеза про рівність дисперсій результатів аналізу, отриманих першим, другим і четвертим лаборантами підтверджується.

Продовжимо перевірку однорідності результатів аналізу, перейшовши до перевірки гіпотези про рівність математичних очікувань. Спочатку продемонструємо можливості критерію Аббе відносно виявлення зміщення центру групування результатів спостережень кожного лаборанта. Складемо таблицю для обчислення цього критерію:

j	n_j	$S_{jd}^2 = \dfrac{\sum (x_{i+1} - x_i)^2}{2(n-1)}$	$S_{j\varepsilon}^2$	$A_j = \dfrac{S_{jd}^2}{S_{j\varepsilon}^2}$	$A_{j\alpha} = \varphi(n,\alpha)$ (табл. Д12) α=0,05
1	10	0,00133	0,0250	0,0532	0,5311
2	10	0,0339	0,0432	0,7847	0,5311
3	10	0,2347	0,2222	1,056	0,5311
4	7	0,040	0,0482	0,8299	0,4680

Оцінки серійних дисперсій S_{jd}^2 визначаються через суми квадратів послідовних різниць результатів спостережень, тобто через $\Sigma(x_{i+1}-x_i)^2$, що втримуються в таблиці результатів аналізу. Для цього використовується формула табл. 10.1.

Як видно з таблиці, тільки результати аналізу першого лаборанта характеризуються нерівністю $A_{j\alpha}>A_j$, тобто їхній центр групування має зміщення, викликане систематичною похибкою; результати аналізу інших лаборантів не мають цього, тому що для них $A_j>A_{j\alpha}$. У такий спосіб результати аналізу кожного із цих лаборантів можна розглядати як ряд незалежних випадкових нормально розподілених величин.

Скористаємося критерієм Аббе повторно, але для виявлення розсіювання серійних середніх арифметичних. Із цією метою складемо таблицю для оцінки дисперсії групи середніх:

j	n_j	$\bar{x}_j$	$\bar{x}_{j+1} - \bar{x}_j$	$(\bar{x}_{j+1} - \bar{x}_j)^2$	$n_j \cdot \bar{x}_j$	$\bar{x}_j - \bar{x}$	$(\bar{x}_j - \bar{x})^2$
1	10	3,85	0,46	0,2116	38,5	0,353	0,1246
2	10	3,39	0,01	0,0001	33,9	-0,107	0,0114
3	10	3,40	0,11	0,0121	34,0	-0,097	0,0094
4	7	3,29			23,0	0,207	0,0428
Σ	37	-	-	0,2238	129,4	-	0,1882

Загальне середнє арифметичне визначаємо за формулою (10.12):

$$\bar{\bar{x}} = \frac{129,4}{37} = 3,497$$

Оцінки дисперсій серійних середніх арифметичних навколо загального середнього по двох різних методах визначаємо за формулами табл. 10.1:

$$S^2_{Ld} = \frac{0,2238}{2(4-1)} = 0,0373; \; S^2_{L\varepsilon} = \frac{0,1882}{4-1} = 0,0627$$

Визначаємо критерій Аббе (ф. 10.21):

$$A_L = \frac{0,0373}{0,0627} = 0,595$$

Використовуючи табл. Д12, знаходимо критичні значення критерію:

$$\left.\begin{matrix} l = 4 \\ a = 0,05 \end{matrix}\right\} A_{La} = 0,39$$

Оскільки A_L=0,595>$A_{L\alpha}$=0,39, то розсіювання серійних середніх навколо одного й того ж значення математичного очікування вважається припустимим. У такий спосіб критерій Аббе не виявляє значущих розходжень між середніми арифметичними результатів аналізу всіх чотирьох лаборантів, хоча вище було виявлено зміщення центру групування результатів першого лаборанта. Тому скористаємося більше чутливим критерієм - дисперсійним відношенням Фішера до розсіювання серійних середніх арифметичних.

Визначимо оцінку міжсерійної дисперсії за формулою (10.18):

$$S_M^2 = \frac{10 \cdot 0,1246 + 10 \cdot 0,0114 + 10 \cdot 0,0094 + 7 \cdot 0,0428}{4-1} = 0,585$$

Обчислимо дисперсійне відношення Фішера за формулою(10.20):

$$F_L = \frac{0,585}{0,08797} = 6,65$$

Критичне значення критерію знаходимо по табл. Д9:

$$\left.\begin{matrix} f_1 = 3 \\ f_2 = 33 \\ L = 0,05 \end{matrix}\right\} F_{La} = 2,89$$

F_L=6,65>$F_{L\alpha}$=2,89, отже нульова гіпотеза про відсутність систематичних зміщень результатів спостережень по серіях (лаборантам) відкидається, тобто через наявність систематичної похибки в аналізах (першого лаборанта, що підтверджено критерієм Аббе) результати спостережень всіх лаборантів не можливо визнати однорідними по середнім. Тому виключимо з розрахунку результати аналізу першого лаборанта й повторимо перевірку гіпотези про рівність математичних очікувань.

j	**N_j**	$\bar{x}_j$	$\bar{x}_j - \bar{x}^*$	$(\bar{x}_j - \bar{x}^*)^2$
2	10	3,39	0,024	0,000576
3	10	3,40	0,034	0,001156
4	7	3,29	0,076	0,005776
Σ	27	-		

$$\overline{x}*=\frac{10\cdot3{,}39+10\cdot3{,}4+7\cdot3{,}29}{27}=3{,}366$$

$$S_в^{2**}=\frac{2{,}903-0{,}225}{33-9}=0{,}1116$$

$$S_м^{2*}=\frac{10\cdot0{,}000576+10\cdot0{,}001156+7\cdot0{,}005776}{3-1}=0{,}0289$$

$$f_1*=3\text{-}1=2$$

$$f_2*=27\text{-}3=24 \rightarrow F_{L\alpha}*=3{,}4;\;\; F_L*=\frac{0{,}0289}{0{,}1116}=0{,}259$$

$$\alpha=0{,}05$$

Оскільки $F_L*=0{,}259<F_{L\alpha}*=3{,}4$*, то гіпотеза про рівність математичних очікувань трьох вибірок результатів аналізу підтверджується.*

Висновки: результати аналізу другим і четвертим лаборантом виявилися кращими, тому що вони однорідні за дисперсіями і середніми, і не містять ознак систематичної похибки; результати аналізу лаборантами обтяжені систематичними похибками (перший лаборант) і випадковою похибкою (третій лаборант).

10.2. Усунення причин систематичних похибок

Виявлення й усунення причин систематичних похибок – це найпоширеніший спосіб виключення (зменшення) всіх видів систематичних похибок вимірювання. Нижче у табл. 10.2. наведені найбільш поширені причини складових систематичних похибок і способи їхнього усунення (профілактика похибок).

Таблиця 10.2. **Причини виникнення систематичних похибок**

Джерело похибки	**Причина похибки**	**Спосіб усунення зменшення впливу причини**
Метод вимірювання (МВ)	Відсутність термодинамічної рівноваги в системі термоприймач-об'єкт вимірювання температур газових технологічних середовищ	Зміна умов теплообміну в системі термоприймач-об'єкт вимірювання з метою наближення до її термодинамічної рівноваги.
	Приблизна функціональна залежність між величиною, що піддається непрямому вимірюванню і величинами - аргументами.	Уточнення функціональної залежності.
	Різниця між швидкістю газів у вхідному отворі зонда у точці його установки при вимірювані концентрації летючої золи в ДГ ваговим методом. Різниця між спектральною випромінювальною здатністю об'єкта вимірювання і моделі абсолютно чорного тіла, за допомогою якої градуюється (повіряєтся) квазі-монохроматичний пірометр. Виникнення вимірювального струму в електричному контурі термоелектричного термометра з мілівольтметром, що створює падіння напруги в його зовнішньому ланцюзі.	Вирівнювання швидкостей газу у вхідному отворі зонда і в точці його установки (ізокінетичний відбір). Проведення градуювання (повірки) пірометра безпосередньо на об'єкті вимірювання. Перехід на інший метод вимірювання ЕРС (метод безпосереднього порівняння з мірою).
Засоби вимірювання (ЗВ)	Відхилення умов роботи ЗВ від нормальних через: - виникнення зовнішніх электромагнітних полів - зміни температури середовища, що оточує ЗВ; - виникнення вібрацій ЗВ Неправильна установка ЗВ. Зміщення шкали аналогового приладу Старіння елементів і вузлів (резистори, розтяжки, постійні магніти й ін.).	- видалення перешкод (екранування ЗВ); - термостатування ЗВ - амортизація ЗВ. Установка ЗВ в повній відповідності з вимогами. Коректором приладу показчик установлюється на нульову помітку. Стабілізація елементів ЗВ шляхом штучного й природного старіння.
Оператор	Паралакс в процесі відліку показів.	Перемістити ЗВ або оператора в положення, що виключає виникнення паралакса, використання безпаралаксових шкал, цифрових ЗВ.

10.3. Вилучення похибок вимірювання в процесі його проведення

Для вилучення (зменшення) систематичних похибок у ході виконання вимірювань застосовуються такі спеціальні методи [47].

Метод заміщення (метод різночасного порівняння). Його суть – заміна вимірюваної величини відомою мірою так, щоб у стані й дії використовуваних ЗВ не відбувалося ніяких змін. Метод заміщення є універсальним методом, що дозволяє усувати більшість постійних систематичних похибок ЗВ. Вимірювання проводяться у два прийоми. Спочатку знімається відлік вимірюваної величини, а потім, зберігаючи всі умови експерименту незмінними, замість вимірюваної величини на вхід ЗВ подають відому величину, відтворену мірою. При цьому величина останньої встановлюється такою, щоб показання ЗВ залишалися незмінними. За результат спостереження приймається значення величини, відтвореною мірою. У першому етапі вимірювання показ ЗВ можна записати як:

$$x_{\text{п}}=x+\Delta_{\text{c}} \quad , \qquad (10.23)$$

де Δ_{c} – невідома систематична складова похибки ЗВ.

Забезпечивши такий ж показ ЗВ за допомогою величини, відтвореною мірою, після другого етапу будемо мати:

$$x_{\text{п}}=x_{м}+\Delta_{\text{c}} \quad , \qquad (10.24)$$

де $x_{м}$ – значення величини, відтвореною мірою.

Зіставляючи підсумки двох етапів вимірювання, одержуємо результати у вигляді:

$$x=x_{м} \text{ і } \Delta_{з}=x_{п}-x_{м} \qquad (10.25)$$

Отже, метод заміщення дає можливість, по-перше, одержати результат спостереження, з якого виключена постійна систематична похибка, а по-друге, експериментально оцінити величину останньої.

Відмінною рисою методу є те, що він виключає систематичну похибку ЗВ незалежно від того, чим вона обумовлена (неточністю нанесення поділок шкали, дією зовнішніх величин, що впливають або старінням і зношуванням елементів ЗВ). Метод заміщення широко використовується для підвищення точності вимірювання ряду величин, наприклад, для визначення маси тіла за допомогою рівноплечих ваг і набору гирь, для точного вимірювання електроопору термоперетворювача й інших величин, для яких існують багатозначні міри.

Різновидом методу заміщення є метод *зразкових сигналів*, коли на вхід ЗВ замість вимірюваної величини періодично подаються зразкові сигнали такого ж роду, що й вимірювана величина [49]. Різниця між реальною й номінальною градуювальними характеристиками використовується для корекції показів приладу. Характерним прикладом методу зразкових сигналів є періодичне підстроювання робочого струму в потенціометрах постійного струму за допомогою нормального елемента.

Метод протиставлення, за якого вимірювання виконується із двома спостереженнями, проведеними так, щоб причина систематичної похибки справляла на результат спостереження різні, але відомі по закономірності впливи, тобто причина постійної систематичної похибки в першому спостереженні має протилежну дію на результат другого. Метод широко використовується в тих же випадках, що й метод заміщення.

Прикладом такого виключення систематичної похибки є зважування маси речовини на рівноплечих вагах з порушеною симетрією плечей. Метод ускладнює процес вимірювання (подвійне зважування однієї й тієї ж маси, складання і вирішення системи рівнянь моментів (6.4)), але його результат (формула (6.5)), не залежить від асиметрії плеч.

Метод компенсації (вилучення) похибки за знаком (метод протилежного впливу) передбачає вимірювання із двома спостереженнями, виконуваними так, щоб постійна складова систематичної похибки входила в результат кожного з них з різними знаками. Для його реалізації за другим спостереженням змінюють умови або процедуру, щоб причина систематичної похибки за першим спостереженням, протилежно впливала за другим. У цьому випадку результати спостережень мають рівні (або близькі) по модулю, але протилежні за знаком, похибки; результат же вимірювання, дорівнює напівсумі (сумі) результатів спостережень, вільний від систематичної похибки.

Реалізацію методу компенсації розглянемо на прикладі мікроманометра компенсаційного типу. Використані в цих приладах мікрометричні гвинти мають мертвий хід. Вплив метрового ходу на результат виражається тим, що при обертанні голівки гвинта в якому-небудь напрямку переміщення рухливої (мінусової) посудини починається після того, як голівка повернеться на деякий кут. Внаслідок цього відлік кута повороту по нанесеній на голівці гвинта шкалі, тобто відлік часток міліметра переміщення рухливої посудини, буде містити систематичну похибку. Для виключення похибки тиск вимірюється двічі (при різних процедурах компенсації зміни рівня рідини в нерухливій посудині): у 1-му – процедура компенсації досягається підйомом рухливої посудини (обертання мікрометричного гвинта в одному напрямку), у 2-му – опусканням посудини (обертанням гвинта в протилежному напрямку). Середнє арифметичне двох спостережень буде позбавлено систематичної похибки через мертвий хід мікрометричного гвинта.

Цей же метод компенсації (вилучення) систематичної похибки можна використовувати при вимірюванні перепаду тиску газових середовищ U-подібним рідинним диференціальним манометром з видимим рівнем (рис. 7.9).

Для зручності відліку показів у приладі нульова помітка шкали розташована по її середині й суміщається з дотичною до менісків рідини у сполучених трубках при $p_1 = p_2$. Таке суміщення (корекція нуля) проводиться або переміщенням самої шкали, або зміною об'єму манометричної рідини в системі. Це дозволяє при $p_1 \geq p_2$ висоту стовпчика рідини (h) вимірювати опосередковано, як суму переміщень менісків рідини від нульової помітки вниз у лівій (h_1) і вгору у правій (h_2) трубках. Величини переміщень менісків рідини в трубках з поперечними перерізами S_1 (ліва трубка) і S_2 (права трубка) зв'язані між собою рівнянням рівності об'ємів рідини: $h_1 \cdot S_1 = h_2 \cdot S_2$. В окремому випадку (при $S_1 = S_2$) спостерігається симетрія в переміщеннях менісків рідини (симетричні покази), коли $h_1 = h_2$, а висота стовпа виражається як:

$$h = 2h_1 = 2h_2 \quad (10.26)$$

Саме цей окремий випадок широко застосовується на практиці для скорочення часу одержання результату за рахунок відліку не обох показів, а тільки одного з них. Однак при використанні останньої формули варто пам'ятати, що будь-які причини порушення симетрії показів $h_л \neq h_п$ спотворюють кінцевий результат спостереження тим більше, чим сильніше їх асиметрія. І тільки незалежний відлік h_1 та h_2 дозволяє за рахунок компенсації похибок, рівних по модулем (але протилежними за знаками), скорегувати результат у процесі вимірювання. Так, наприклад, якщо записати асиметричні покази у вигляді:

$$h_1' = h_1 + \Delta h \text{ та } h_2' = h_2 + \Delta h \quad (10.27)$$

то результат опосередкованого вимірювання висоти стовпчика буде таким:

$$h = h_1' + h_2' = h_1 + \Delta h + h_2 - \Delta h = h_1 + h_2 \quad (10.28)$$

Результат вимірювання, вільний від систематичних похибок, можна також одержати, якщо одну й ту ж величину вимірювати двома різними ЗВ наприклад вимірюванням двома термометрами, що мають постійні систематичні похибки, різниці температур теплоносія на вході в теплообмінник t_g і на виході з нього t_n, тобто $\Delta t = t_n - t_g$. Для одержання результату вимірювання, проводиться відлік показів термометрів за двох умов:

перша – термометр I встановлюється до, а термометр II – після теплообмінника; при цьому покази приладів можна представити як:

$$t_{Ig} = t_g + \Delta C_I t_{IIg} = t_n + \Delta C_{II} \quad (10.29)$$

друга – міняємо місцями термометри, тобто термометр I установлюється на виході з теплообмінника, а термометр II – на вході в нього, тоді отримаємо:

$$t_{IIg} = t_g + \Delta C_{II};\ t_{In} = t_n + \Delta C_I; \tag{10.30}$$

очевидно, що перепад температур теплоносія можна представити у вигляді:

$$\Delta t = \frac{(t_{Ig} + t_{IIg}) - (t_{IIn} + t_{In})}{2} \tag{10.31}$$

Підставляючи в (10.31) вираження для показань приладів у зазначених умовах, одержимо:

$$\Delta t = \frac{(t_n + \Delta_{cI} + t_1 + \Delta_{cII}) - (t_g + \Delta_{cII} + t_g + \Delta_{cI})}{2} = t_n - t_g \tag{10.32}$$

тобто з результату вимірювання систематичні похибки ЗВ вилучені.

Метод усунення прогресуючих похибок. Використовується у разі, коли похибка змінюється пропорційно часу за лінійним законом.

Такий характер, наприклад, має похибка термопари, у гарячому спаї якої під впливом високої температури вимірюваного середовища проходять окислювально-відновні процеси, що змінюють структуру й властивості металів спаю. Результатом цього є прогресуюче в часі порушення стандартної градуювальної характеристики – залежності між термо-ЕРС і температурою гарячого спаю при незмінній температурі холодного.

Якщо відомо, що прогресуюча похибка термопари згодом змінюється лінійно, то для її усунення достатньо двох спостережень за сигналом термопари, виконаних з фіксацією часу. Так, для двох моментів часу τ_1 і τ_2 вимірювані сигнали термопари можна представити у вигляді [34]:

$$E_1 = E + k\tau_1; \qquad E_2 = E + k\tau_2, \tag{10.33}$$

де Е – вимірювана термо-ЕРС; k – коефіцієнт пропорційності між похибкою вимірювання й часом.

Із (10.33) маємо:

$$E = \frac{E_1\tau_2 - E_2\tau_1}{\tau_2 - \tau_1} \tag{10.34}$$

Метод симетричних спостережень ґрунтується на використанні такої властивості будь-яких двох спостережень [47]: середнє значення лінійно прогресуючої похибки результатів будь-якої пари симетричних спостережень дорівнює похибці, що відповідає середині інтервалу часу між ними. У цьому випадку виконується не два, а три вимірювання: перше – відомої величини, відтвореною мірою, друге – вимірюваної величини, третє – знову відомої величини, відтвореною мірою. Інтервал часу між вимірюваннями вибирають однаковим (звідси назва методу).

Реалізацію методу симетричних спостережень розглянемо на прикладі вимірювання електроопору перетворювача термометра напруги на вимірюваному R_Z й зразковому R_e резисторах: резистори включені послідовно в контур, що містить джерело живлення (рис. 10.2). Прогресуюча похибка вимірювання електроопору виникає через розрядку джерела живлення Б, що приводить до зменшення електричного струму (I) у контурі на величини ΔI.

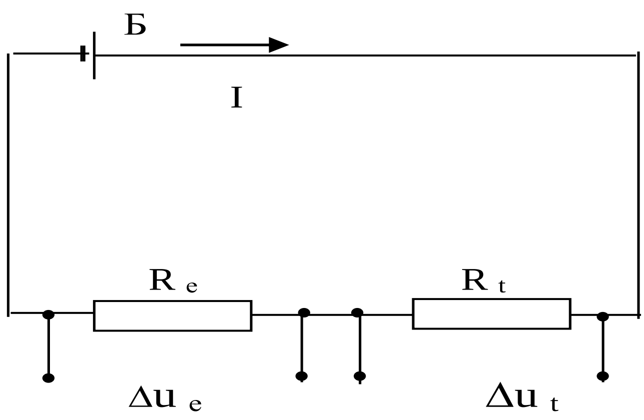


Рис. 10.2. Схема вимірювання опору R_t

Для виключення похибки проводиться три вимірювання падіння напруги через рівні проміжки часу: перше – на зразковому резисторі R_e, що дорівнює:

$$\Delta U_{e1} = I \cdot R_e \tag{10.35}$$

- на вимірюваному резисторі R_t:

$$\Delta U_t = (I - \Delta I_1)\, R_t \tag{10.36}$$

- на зразковому резисторі R_e:

$$\Delta U_{e2} = (I - \Delta I_2)\, R_e \tag{10.37}$$

Якщо струм змінюється в часі за лінійним законом, то для його прогресуючої похибки справедлива рівність: $\Delta I_2=2\Delta I_1$ і спільне рішення записаних рівнянь дозволяє одержати результат вимірювання у вигляді:

$$R_t = R_e \frac{2\Delta U_t}{\Delta U_{e1} + \Delta U_{e2}} , \tag{10.38}$$

тобто з результату вимірювання прогресуюча систематична похибка, викликана зниженням струму у вимірювальному контурі виключена.

Метод рандомізації, у якому використовується той факт, що ділення похибок на систематичні і випадкові є умовним (відносним). У вимірювальному процесі часто буває так, що той самий чинник, що впливає на процес, в одному випадку чинить детермінований, а в іншому-стохастичний (випадковий) вплив. Так, наприклад, якщо причини систематичних похибок відомі, але їхні абсолютні значення й знак невідомі, то підвищити правильність вимірювань можна за допомогою рандомізації, тобто штучного переведення систематичних похибок у випадкові термін «рандомізація» має походження від англійського: «перемішування, створення хаосу». Для цього організовується вимірювання таким чином, щоб чинники, що впливають на його результат у кожному із спостережень, діяли неоднаково, і результат їхньої дії носив випадковий характер [40].

Приклад рандомізації:

- суб’єктивної похибки: суб’єктивна систематична похибка при відліку показань приладу може бути переведена у випадкову, якщо після кожного спостереження однієї й тієї ж величини змінювати оператора;

- похибки методу вимірювання: овальність поперечного перерізу трубопроводів приводить до виникнення систематичної похибки методу вимірювання його діаметра, якщо вимірювати тільки один діаметр і вважати поперечний переріз трубопроводу круглим. Вимірявши кілька діаметрів, одержимо ряд спостережень, середнє арифметичне яких достовірніше характеризує розмір діаметра; при цьому випадкове відхилення результату спостереження відбиває систематичну похибку вимірювання діаметра;

- похибки ЗВ неточна установка шкали вимірювального приладу приводить до появи систематичної похибки, постійної для даного ЗВ. Якщо ж взяти кілька аналогічних приладів, то ці похибки змінюються від приладу до приладу випадковим чином. Тоді вимірявши величину, що цікавить, декількома однотипними вимірювальними приладами, можна істотно зменшити систематичну похибку ЗВ.

10.4. Вилучення похибок вимірювань корекцією їх результату

Цей спосіб вилучення (зменшення) систематичних похибок реалізується до або після проведення вимірювального процесу. В основі способу покладений той факт, що систематичні похибки є детермінованими величинами, тому можуть бути визначені (теоретично або експериментально) і вилучені із результату шляхом корекції останнього за допомогою поправок. Поправка по модулю дорівнює значенню систематичної похибки з протилежним знаком (адитивна поправка). У деяких випадках похибка виключають шляхом множення результату спостереження (вимірювання) на коригувальний коефіцієнт, що може бути більше або менше одиниці (мультиплікативна поправка).

У метрології у зв'язку з корекцією результатів вимірювання уведене поняття метод рандомізації реалізується шляхом ускладнення вимірювального експерименту й застосовується для вилучення (зменшення) умовно постійних систематичних похибок. Однаку у кожному конкретному випадку метод потребує обґрунтування, *непоправлений (поправлений) результат* спостереження (вимірювання) як результат, отриманий до (після) введення поправки і (чи) врахування коригувального коефіцієнта:

$$\bar{x} = x_{ic} + \Delta_{\text{с}} \cdot x_{\text{ПОП}} = \bar{x} - \Pi \qquad (10.39)$$

де $\bar{x}$ та $x_{\text{ПОП}}$ – непоправлений та поправлений результат вимірювання;

$\Delta_{\text{с}}$ та П – систематична похибка та поправка, яка її враховує (П=-$\Delta_{\text{с}}$).

Поправкою усувається вплив на результат тільки однієї цілком певної складової систематичної похибки, природа якої відома, а знак і величина можуть бути досить точно визначені. Але оскільки систематична похибка результату вимірювання формується під впливом декількох складових, то доводиться вводити велику кількість поправок. Систематичні похибки, що залишаються після введення виправок, містять у собі цілий ряд елементарних складових, іменованих у метрології *невилученими залишками систематичних похибок* або просто *невилученими систематичними похибками (НСП)*; до якого належать:

- похибки визначення поправок;
- похибки вимірювання величин, що впливають і входять до формули для обчислення поправок;
- похибки, що виникають через коливання величин, що впливають та які не враховуються поправкою;
- похибки, поправки на які не уведені через їхню малість.

Для перелічених похибок, як правило, відомі лише межі їхніх можливих значень θ_f (f – порядковий індекс); сума всіх складових НСП визначає межу *результуючої НСП* або межу НСП результату вимірювання. Таким чином кожна складова похибки, постійна або та, що закономірно змінюється, по визначенню є систематичною, але її значення невідомо, а відомі лише межі, у яких це значення може перебувати.

В [36] в процесі аналізу постійних, але невідомих за величиною похибок обґрунтовується можливість деяких припущень про те, у яких межах вони можуть визнаватися розподіленими як випадкові величини. Так, наприклад, якщо методичні похибки МВВ постійні для кожної реалізації даної МВВ, то для всієї множини можливих реалізацій даної МВВ вони являють собою випадкові величини. Це обумовлено тим, що в практичній реалізації МВВ завжди є деякі, нехай незначні, випадкові відхилення методичних похибок від тих постійних значень, якими характеризується сама МВВ.

Аналогічно можна представити й деякі постійні похибки кожного конкретного екземпляра ЗВ даного типу. Наприклад, характеристики систематичних похибок ЗВ нормуються, як правило, для великої сукупності ЗВ певного типу. При цьому систематичні похибки кожного екземпляра ЗВ об'єктивно є окремими реалізаціями випадковим чином розподіленої (по екземплярах) величини. У такий спосіб за великої кількості вимірювань однієї й тієї ж величини одним і тим же методом, але за допомогою різних ЗВ певного типу систематичні похибки ЗВ й відповідні їм НСП можна розглядати як реалізації випадкових величин [6].

Тому при аналізі й підсумовуванні таких НСП потрібно користуватися методами теорії ймовірностей з врахуванням деяких особливостей НСП як випадкової величини [36]: вона має деякі властивості детермінованої величини (умовно постійна або закономірно, але невідомо, як змінюється) і окремими, але не всіма властивостями випадкової величини (випадково розподілена на безлічі можливих реалізацій), але не може бути зменшена шляхом багатократних вимірювань на одній реалізації МВИ або ЗВ.

Математичні методи підсумовування випадкових величин припускають функції їхнього розподілу відомими. Однак для окремих НСП такі функції невідомі, тому для підсумовування НСП формою їхнього розподілу задаються. Коли ж відомості про природу тієї або іншої похибки не дозволяють установити форму розподілу, варто керуватися такою рекомендацією, розробленої на основі здорового глузду й інтуїції [34]: якщо відома оцінка меж якоїсь похибки, її розподіл варто вважати *рівномірним*; якщо відома оцінка СКВ похибки, розподіл варто вважати *нормальним*. Тоді при наявності декількох НСП, заданих своїми межами θ_f, довірчу межу результуючої НСП можна одержати на основі імовірнісних подань, що відповідають механізму утворення похибок. Так статистичне підсумовування НСП шляхом побудови композицій рівномірних розподілів дає такі результати: форма функції щільності розподілу суми двох доданків має вигляд трикутника; при трьох доданках функція складається із трьох відрізків квадратичних парабол, зовні схожих на криву нормального розподілу; за чотирьох доданків функція розподілу – майже не відрізняється від нормального.

Кінцеві формули для обчислення довірчої межі результуючої НСП (або НСП результату прямого вимірювання) мають вигляд [34]:

$$\theta = \begin{cases} K\sqrt{\sum_{f=1}^{m}\theta_f^2}, \text{ якщо } \sqrt{\sum_{f=1}^{m}\theta_f^2} < \sum_{f=1}^{m}\theta_f, \\ \sum_{f=1}^{m}\theta_f, \text{ якщо } \sqrt{\sum_{f=1}^{m}\theta_f^2} \geq \sum_{f=1}^{m}\theta_f, \end{cases} \qquad (10.40)$$

де К – поправочний коефіцієнт, що залежить від довірчої ймовірності P_∂, з якої потрібно визначити довірчу межу результуючої НСП, а при $P_\partial \geq 0{,}99$ ще й від числа доданків (m); нижче наведені усереднені значення цього коефіцієнта залежно від довірчої ймовірності:

P_∂	0,90	0,95	0,98	0,99
К	0,95	1,1	1,3	1,4

Межі НСП результату непрямого вимірювання за лінійної функціональної залежності між вимірюваними аргументами виду (9.42) обчислюються за формулою:

$$\theta = K\sqrt{\sum_{i=1}^{m} в_i^2 \theta_i^2} \qquad (10.41)$$

За нелінійної залежності між вимірюваними аргументами виду (9.45) межі НСП результату непрямого вимірювання обчислюється також за формулою (10.41), але замість постійних коефіцієнтів $в_1$, $в_2$, …, $в_m$ підставляються часткові похідні $\partial\varphi/\partial a_1$, $\partial\varphi/\partial a_2$, …, $\partial\varphi/\partial a_m$ від зазначеної нелінійної функції.

Відзначена особливість підсумовування рівномірно розподілених величин є не єдиною. У міру росту числа рівномірно розподілених складових НСП функція розподілу результуючої НСП дедалі наближається до нормального. Слід виділити ще дві особливості рівномірного розподілу, у значній мірі визначаючі його застосування для даної мети:

- оцінка СКВ випадкової величини (НСП) у припущенні її рівномірного розподілу має максимальне (у порівнянні з іншими законами розподілу) значення; таким чином незнання фактичних законів розподілу НСП «відплачується» запасом точності «зверху»;

- проста залежність між оцінкою СКВ випадкової величини (НСП) і найбільшим інтервалом її можливих значень від $-\theta_f$ до $+\theta_f$:

$$S_{\theta_f} = \frac{\theta_f}{\sqrt{3}} \tag{10.42}$$

Тоді, відповідно до відомої теореми [45] оцінка СКВ результуючої НСП визначиться як:

$$S_{\theta} = \sqrt{\sum_{f=1}^{m} S_{\theta_f}^2} \tag{10.43}$$

Таким чином, на відміну від випадкової похибки результату вимірювання, що характеризується двома величинами (довірчим інтервалом і довірчою ймовірністю), його систематична похибка характеризується трьома величинами:

- поправкою, якою коректується непоправлений результат вимірювання, перетворюючи його у поправлений.

- межами результуючої НСП, що поєднує цілий ряд складових НСП, які виникають через невизначеність поправок і характеризують особливу частину систематичних похибок (володіють властивостями і детермінованих, і випадкових величин) [44];

- довірчою ймовірністю, з якої відома довірча межа результуючої НСП (у випадку використання імовірнісної моделі при підсумовуванні результуючої НСП);

- у разі арифметичного підсумовування межа результуючої НСП достовірна й відповідає довірчій імовірності рівній одиниці.

Оскільки поправка по величині дорівнює систематичній похибці з протилежним знаком, то знаходження поправки зводиться до оцінюванню систематичної похибки. Зупинимося більш докладно на методах оцінювання складових систематичної похибки кожного компонента вимірювального процесу (МВ, ЗВ, експериментатора).

10.4.1. Оцінювання методичних похибок

Взагалі задача оцінки методичної похибки вимірювання відноситься до розділу складних задач. Оцінювання похибки МВ найчастіше проводиться на основі використання рівняння збереження (енергії, маси, кількості руху тощо). Практично в розпорядженні дослідника є найрізноманітніші рівняння балансу. При дослідженні термодинамічних систем можна використовувати рівняння збереження ентальпії, енергії або ентропії, у деяких гідродинамічних системах – рівняння балансу напору, тиску або питомої енергії.

Приклад 10.4. Оцінити похибку контактного методу вимірювання температури димових газів, електричним термометром. Термоелектричний перетворювач термометра в захисному керамічному чохлі, заповненому керамічним порошком, через проріз у стінці газоходу занурюється у потік газів.

Вихідні дані: температура димових газів, T=423 К, швидкість газів ϑ=15 м/с, температура внутрішньої поверхні стінки газоходу $T_{ст}$=403 К; діаметр, довжина й ступінь чорності чохла, відповідно, рівні d=20 мм, L=1 м, ε=0,8.

Рішення

Причини похибки контактного методу вимірювання температури розглянуті у главі 7; теоретичною основою рішення задачі є рівняння збереження енергії для робочої (зануреної в гази) частини термоперетворювача у вигляді:

$$q_к=q_в+q_т,$$

де $q_к$, $q_в$, $q_т$ — питомий тепловий потік, відповідно, від газу до термоперетворювача конвекцією, від термоперетворювача на стінку газоходу випромінюванням і за рахунок теплопровідності арматури самого термоперетворювача (кондукцією), Вт/м^2.

Конструктивна особливість термоперетворювача ($\pi{\cdot}d{\cdot}L{>>}\pi\cdot d_{2/4}$) і низька теплопровідність його матеріалу (кераміка) дає підставу знехтувати питомим тепловим кондуктивним потоком q_m у порівнянні з іншими потоками балансового рівняння. Рішення спрощеного балансового рівняння ітераційним або графо-аналітичним методами дозволяє визначити значення температури термоперетворювача (T_m). Для цього виразимо питомі теплові потоки через відомі залежності:

$$q_к=\alpha(T-T_m),\ \ q_в=\varepsilon\cdot\sigma_0(T_m{}^4-T_{cm}{}^4),$$

де σ_0=5,67·10^{-8} Вт/(м^2·К^4) – стала Стефана-Больцмана;

α – середній коефіцієнт тепловіддачі при обтіканні термоперетворювача; (визначається через критерій подібності конвективної тепловіддачі при змушеному русі теплоносія):

$$Nu=\frac{\alpha d}{\lambda}\to\alpha=Nu\ \frac{\lambda}{d},$$

де Nu – критерій Нуссельта обчислюється за допомогою критеріального рівняння (5.31):

$$N_u=0{,}023\,Re^{0,8}Rr^{0,4}\ ,$$

де $P_r=\nu/a$критерій Прандтля $R_e=\nu d/\nu$ = критерій Рейнольдса.

Нижче наведені значення теплофізичних характеристик газів, що входять до критеріїв подібності у вигляді коефіцієнтів: λ – теплопровідності, ν – кінематичної в'язкості й a – температуропровідності, при t=150 ℃ наведені в таблиці:

t, °C	**λ, Вт/(м·К)**	***a*, м²/с**	***ν*, м²/с**	**Pr=$\frac{\mu\cdot Cp}{\lambda}$= *ν /a***
150	0,0357	39,85·10^{-6}	27,17·10^{-6}	0,6818

Обчислимо значення критеріїв:

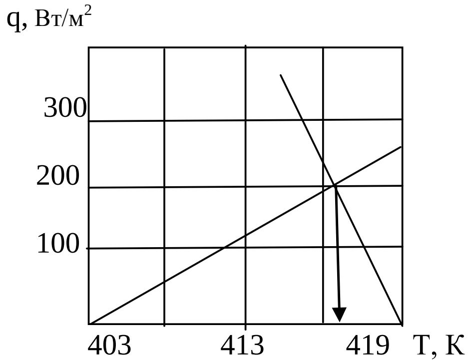
$$Re=\frac{v\cdot d}{\nu}=\frac{15\cdot 0{,}02}{27{,}17\cdot 10^{-6}}=11{,}04\cdot 10^3,\ Nu=0{,}023\cdot 0{,}6818^{0,4}\cdot 11040^{0,8}=38{,}8$$

Коефіцієнт тепловіддачі буде:

$$\alpha=33{,}8\ \frac{0{,}0357}{0{,}02}=60{,}4\ Вт/(м^2\cdot К).$$

Нижче наведені результати обчислень питомих теплових потоків $q_к$ і $q_в$ для трьох значень температури термоперетворювача 403, 420 і 423 К.

T_m, К	Питомий тепловий потік, Вт/м²	
	$q_к$	$q_в$
403	1208	0
420	180	215,0
423	0	255,5



За обчисленим значенням побудовані залежності питомих теплових потоків від температури. Точка перетинання таких залежностей (коли $q_к=q_в$) відповідає шуканій температурі термоперетворювача $T_т=419$ К.

Таким чином, похибка контактного методу вимірювання температури виразиться як:

$$\Delta_{мв}=T_т-T=419-423=-4\ К\ ,$$

а поправка, що враховує систематичну похибка методу вимірювання, буде дорівнювати:

$$П_{мв}=-\Delta_{мв}=+4\ К.$$

10.4.2. Оцінювання інструментальних похибок

Визначення систематичних похибок ЗВ проводиться як експериментальним, так і розрахунковим способами. Експериментальний спосіб дозволяє оцінити результуючу систематичну похибку ЗВ незалежно від того, чим обумовлені її складові (неточність виготовлення й градуювання шкали, приладу, старіння елементної бази, зношування кінематичних вузлів тощо). Реалізується такий спосіб через *повірку (звірення) ЗВТ*, яка проводиться методом безпосереднього *звірення ЗВТ.* Для фізико-хімічних вимірювань надзвичайно перспективними засобами повірки робочих ЗВ є *стандартні зразки складу і властивостей* газових і рідинних середовищ [46].

В процесі повірки за допомогою зразкового ЗВ в обраних точках x_1, x_2, …, x_j діапазону вимірювання ЗВ, що повіряється експериментально, визначається $2n_1$, $2n_2$, …, $2n_j$ реалізацій похибки як $\Delta_j=x_j-x_{j0}$, де x_j і x_{j0} — покази (сигнали) ЗВ, що повіряється, та зразкового ЗВ, відповідно.

Багатократні реалізації похибки тут використовуються як для оцінювання випадкової складової похибки ЗВ, що повіряється (якщо це необхідно), так і для зменшення впливу на систематичну похибку ЗВ, що повіряється, та випадкових складових похибок ЗВ, які входять у схему повірки.

Експеримент здійснюється за плавного підходу до помітки x_j спочатку з боку менших, а потім з боку більших (або менших) значень вимірюваної величини. Отриманий статистичний матеріал у вигляді двох груп реалізацій похибки (Δ_j' – при підході до позначки знизу та Δ_j'' – при підході зверху) використовується для оцінки систематичної складової похибки ЗВ у вигляді:

$$\Delta_c = \frac{1}{2}\left(\overline{\Delta}_j' + \overline{\Delta}_j''\right) \qquad , \tag{10.44}$$

де $\overline{\Delta}_j'$ і $\overline{\Delta}_j''$ – центри групування реалізацій похибки, які визначаються із виразів:

$$\overline{\Delta}_j' = \frac{1}{n_j}\sum_{j=1}^{n_j}\Delta_j{}' ; \qquad \overline{\Delta}_j'' = \frac{1}{n_j}\sum_{j=1}^{n_j}\Delta_j{}'' \tag{10.45}$$

За результатами повірки будується графік або складається таблиця поправок (систематичних похибок) для вибраних позначок діапазону вимірювання ЗВ. Такі графіки (таблиці) використовуються для коректування показів ЗВ в період між їхньою повіркою. Коректування показів ЗВ проводиться як при обробці результатів спостережень, так і в процесі підготовки ЗВ до вимірювань (регулювання нуля та чутливості).

Експериментальний спосіб оцінювання систематичної похибки ЗВ характеризується високою точністю, що наближається до точності зразкових ЗВ, які використовуються в повірочній схемі. Межа допустимих похибок, останніх приймається за НСП ЗВ, що повіряються. Однак якість повірки ЗВ в значній мірі залежить від метрологічних характеристик зразкових ЗВ (межі й ціна розподілу шкали, межі допустимої основної похибки, характеристики випадкової складової похибки тощо). Тому для повірки як зразкові використовуються ЗВ, похибки яких, принаймні, у кілька разів менші за очікувані похибки ЗВ, що повіряються. Однак висока точність зразкового ЗВ – це необхідна, але недостатня умова для його використання в повірочній схемі. Необхідно мати у своєму розпорядженні ще реальні статистичні властивості похибок таких ЗВ. На підтвердження сказаному приведемо приклад [6].

Приклад 10.5. Є три манометри класів точності 0,3 , 0,6 і 1,0 , тобто допустимі межі основної похибки манометрів, виражені у відсотках від вимірюваної величини, (саме це означає знак ○), не перевищує відповідно 1; 0,6 і 0,3 %. Необхідно повірити манометр класу 1. Який з манометрів – класу 0,3 або 0,6 – доцільно використовувати як зразковий (без додаткової атестації), забезпечивши при цьому максимальну достовірність (мінімальну ймовірність похибки результатів повірки)?

Рішення

Очевидна відповідь – «доцільно використовувати манометр класу 0,3» у загальному випадку невірний. Дійсно, можна припустити (і так може бути насправді), що основна похибка манометра класу 0,3 практично цілком визначається НСП градуювання його шкали. У той же час, основна похибка манометра класу 0,6 може практично цілком визначатися випадкової складової похибки, обумовленої, наприклад, гістерезисом, тертям, люфтами тощо. У цьому випадку, природно, більш доцільно використовувати для повірки манометр класу 0,6, звівши при повірці його випадкову похибку до мінімуму багатократними вимірюваннями.

Розрахунковий спосіб визначення складових систематичних похибок ЗВ застосовується, головним чином, при оцінці додаткових похибок, що виникають в умовах зміни величин, що впливають проти їхніх номінальних значень.

Розглянемо застосування такого способу на розрахунках додаткових похибок рідинних манометрів, для яких вони реалізуються порівняно просто. Мірою вимірюваного тиску цими ЗВ є висота стовпчика манометричної рідини (вода або ртуть). Саме ця обставина привела до появи позасистемних одиниць вимірювань: мм вод.ст., мм рт.ст. тощо, які природно випливають із принципу дії рідинних манометрів. Розміри цих одиниць тиску перерахуємо в одиницю міжнародної системи, Па, на підставі формули:

$$p = \rho_н \cdot g_н \cdot h \,, \qquad (10.46)$$

де h – висота стовпчика рідини, тиском якого врівноважується вимірюваний тиск (р), м;

$\rho_н$ – щільність манометричної рідини, кг/м^3;

$g_н$ – прискорення вільного падіння, м/с^2.

Розміри одиниць тиски регламентовані умовами:

- щільність води відповідає температурі $t''_н$=+4 °С і дорівнює: $\rho_н=1\cdot10^3$ кг/м^3;

- щільність ртуті відповідає температурі $t''_н$=0 °С і дорівнює: $\rho_н=13{,}595\cdot10^3$ кг/м^3;

- прискорення вільного падіння дорівнює нормальному: $g_н$=9,80665 м/с^2.

При експлуатації рідинних манометрів регламентованих умов, як правило, не дотримуються, що є причиною складових систематичних похибок [17, 48]:

- похибка через відхилення температури шкали манометра від тієї, при якій проводилось градуювання. Оцінка поправки, що враховує цю складову похибки, визначається з рівняння:

$$П_ш=p\cdot a(t-t_н)\,, \tag{10.47}$$

де t – температура шкали й манометричної рідини під час вимірювань (приймається рівній температурі повітря в приміщенні, де встановлений прилад), °С;

$t'_н=20^0$ С – температура градуювання шкали манометра, °С;

a – температурний коефіцієнт лінійного розширення шкали, $(°C)^{-1}$; залежно від матеріалу шкали він дорівнює для: латуні – $19\cdot10^{-6}$; сталі – $11\cdot10^{-6}$; скла – $8{,}5\cdot10^{-6}$.

У лабораторних умовах при t=20±5 °С поправка не перевищує ±0,01% ; похибка її оцінки (НСП) визначається як:

$$\Theta_ш=\pm pa\Delta_t\,, \tag{10.48}$$

де $\Delta_t=\pm0{,}5^0$C – абсолютна похибка вимірювання температури шкали, ^{0}С;

- похибка через відхилення температури рідини від температури, що відповідає прийнятої щільності її при градуюванні; оцінка поправки, що враховує цю складову похибка, визначається як:

$$П_ж = p\cdot\beta(t''_н - t) = p\frac{\rho_t - \rho_н}{\rho_t} \quad , \qquad (10.49)$$

де β – температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини, $(°C)^{-1}$; при температурах, близьких до 20 °С, залежно від роду рідини він дорівнює: для води – $20\cdot10^{-5}$, ртуті – $18{,}2\cdot10^{-5}$;

ρ_t – щільність манометричної рідини при температурі t.

При t=20±5 ^{0}С ця поправка змінюється від -0,09 до -0,29% (вода) і від -0,27 до -0,45% (ртуть); похибка її оцінки (похибка оцінки НСП) визначаються як:

$$\Theta_ж = \pm p\cdot\beta\cdot\Delta_t \, , \qquad (10.50)$$

- поправки, що враховує похибку через відхилення місцевого прискорення вільного падіння від значення, прийнятого за нормальне; оцінюється за формулою:

$$П_g = p\frac{g - g_н}{g} \, , \qquad (10.51)$$

де g – прискорення вільного падіння на географічній широті місця проведення вимірювань;

Поправки для географічної широти ~50° (м. Харків) становить +0,04%; похибка її визначення приймаються рівною половині похибки округлення табличного значення прискорення вільного падіння (±0,001%).

Приклад 10.6. Покази вакуумметра, що має латунну шкалу й приєднаний до горловини конденсатора парової турбіни, становять h_t=725 мм рт.ст. при температурі навколишнього повітря t=30 ^{0}С. Визначити абсолютний тиск відпрацьованої пари, якщо барометричний тиск, приведений до нормальних умов дорівнює $B_н$=753 мм рт.ст., а вимірювання проводилось на географічної широті м. Харкова, для якої g=9,81066 м/с^2.

Рішення

За формулами (10.47), (10.49) і (10.51) знаходимо відповідні поправки:

$П_ш = 725\cdot19\cdot10^{-6}(+10) = +0{,}38$ *мм рт.ст.*

$П_ж = 725\cdot18{,}2\cdot10^{-5}(-30) = -3{,}96$ *мм рт.ст.*

$$\Pi_g = 725\frac{9,81066-9,80665}{9,80665} = +0,296 \text{ м рт. ст.}$$

Сума поправок дорівнює – 3,28 мм рт.ст.

За формулами (10.48), (10.50) розраховуємо похибки визначення поправки (НСП):

$$\theta_ш = \pm 725 \cdot 19 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 = \pm 0,0069 \text{ мм рт.ст.}$$

$$\theta_ж = \pm 725 \cdot 18,2 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5 = \pm 0,0659 \text{ мм рт.ст.}$$

$$\theta_g = \pm 725 \cdot 0,00001 = \pm 0,00725 \text{ мм рт.ст.}$$

сумарну НСП знаходимо за формулою 10.40:

$$\theta = \pm 1,1\sqrt{0,0069^2 + 0,0659^2 + 0,00725^2} = \pm 7,33 \cdot 10^{-2} \text{ мм рт.ст.}$$

Таким чином виправлений показ вакуумметра складає:

h_H =725-3,28=721,72 мм рт.ст.;

абсолютний тиск відпрацьованої пари:

$ha = B_н - h_н$=753-721,72=31,28 мм рт.ст.

Знехтуючи методичною похибкою й похибкою відліку, результат вимірювання абсолютного тиску можна записати у вигляді:

А=(31,28±0,07) мм рт.ст. при $P_д$ =0,95

10.4.3. Оцінювання суб'єктивних похибок

Суб'єктивні похибки й, зокрема, похибки відліку показів ЗВ, як показано в п. 8.2.3, викликаються різними чинниками, які впливають (паралакс, інтерполяція тощо). При цьому характер впливу таких чинників на процес відліку показів по шкалах ЗВ проявляється по-різному. Якщо, наприклад, інтерполяція при відліку показів викликає, як правило, випадкову складову похибку відліку (див. табл. 8.4), то похибка від паралакса може бути як систематичною, так і випадковою; все залежить від характеру відхилення погляду спостерігача від нормалі до площини шкали приладу на позначці установки стрілки. З точки зору урахування суб'єктивних похибок, важливо відзначити, що випадкові складові похибки відліку оцінюються спільно з випадковими складовими інших джерел при статистичній обробці результатів спостережень. Однак статистичне оброблення виділити окремо оцінку випадкової складової похибки відліку показів не дозволяє. Що стосується оцінок систематичних складових похибок відліку, то вони можуть бути оцінені по залежностях (ф. 8.19–8.21) роздільно, у вигляді своїх меж.

У табл. 10.3 наведено результати розрахунків складових суб'єктивних похибок відліку показань по шкалах двох категорій приладів (рідинних термометрів розширення й міліамперметрів МЕС). З таблиці видно, що похибки відліку показів міліамперметрів співрозмірні з ціною їх поділок, а межі допустимих похибок термометрів значно перевищують похибки відліку їх показів.

Таблиця 10.3. **Результати розрахунків похибок відліку**

Видпохибки	**Межі абсолютної похибки**			
	термометра склян. ртутного, °C		**міліамперметра, мА**	
	П12 10 240 66, межа допуск. похиб. ±15 ^{0}C	**ТЛ-3 1-А 8, межа допуск. похиб. ±4 ^{0}C**	**М 4204 кл.1.5, 0-30 мА, ціна поділки 1 мА**	**М2015 кл.0,2, 0-30 мА, ціна поділки 0,2 мА**
Δ_1 – через обмежену дозвіл. здатність зору, Δ_1 (ф. 8.19),	(0,22	(0,09	(0,042	(0,015
Δ_2 – через паралакс, Δ_2 (ф.8.20)	(0,17	(0,07	(0,033	(0,0
Δ_3 – через інтерполяцію, Δ_3 (ф.8.25.),	(1,00	(0,20	(0,100	(0,02
Сума, Δ_0(ф.8.18)	1,2	0,6	0,4	0,2

Контрольні запитання

1. У чому полягає відмінність методичних основ оцінки систематичної похибки результату вимірювання в порівнянні з оцінкою випадкової похибки?
2. Навести послідовність дій з аналізу й оцінки систематичних похибок результату вимірювання.
3. У чому суть статистичних методів виявлення систематичних похибок вимірювання?
4. Навести приклади усунення причин виникнення систематичних похибок вимірювання.
5. Навести приклади вилучення(зменшення) систематичних похибок вимірювання в процесі його проведення.
6. Навести приклади вилучення(зменшення) систематичних похибок вимірювання корекцією його результату.
7. Як оцінюються поправки та невилучені залишки систематичних похибок результату вимірювання?

11. Оброблення результатів спостережень при вимірюваннях

11.1. Цілі, задачі й вимоги до якості оброблення

Оброблення результатів спостережень при вимірюваннях являє собою їх заключний етап. Одержати оцінку найбільш імовірного значення вимірюваної величини й оцінити її похибку – мета математичного оброблення експериментальних даних з використанням апріорної вимірювальної інформації про метрологічні характеристики використаних методів і засобів вимірювань, умовах їх проведення.

Для досягнення цієї мети в процесі оброблення експериментальних і вихідних даних послідовно вирішуються такі основні задачі:

- дослідження ряду (рядів) результатів спостережень як статистичної вибірки (вибірок) з генеральної сукупності (перевірки статистичних гіпотез), оцінка найбільш імовірного значення вимірюваної величини й характеристик його випадкової похибки (методичні основи рішення цих задач розглянуті в главі 9);

- виявлення й оцінка детермінованої складової систематичної похибки результату вимірювання й одержання результуючої поправки для його корекції; оцінка складових НСП і результуючої НСП результату вимірювання (методичні основи рішення таких задач розглянуті в главі 10);

- одержання похибки результату вимірювання шляхом об'єднання (підсумовування) випадкової й систематичної похибок вимірювання і оцінка його результату у вигляді поправленого, найбільш імовірного значення; методичні основи об'єднання похибок вимірювань розглянемо в даній главі.

Якщо обробці підлягають різні сукупності (серії, групи, вибірки) результатів багатократних спостережень, виконаних у різних умовах (у різний час, різними методами й засобами вимірювань, операторами різної кваліфікації), то вибору раціонального способу рішення задачі передує попередня перевірка таких сукупностей на однорідність.

Методи оброблення результатів спостережень істотно залежать від виду вимірювань (прямі, непрямі). Для кожного виду вимірювань існує відповідний метод їх оброблення.

Рішення більшості перерахованих задач оброблення базуються на основних положеннях теорії ймовірностей і математичної статистики.

Залежно від того, які поняття математики використовуються для опису властивостей похибок вимірювань як випадкових величин, у сучасній метрології розрізняють дві категорії характеристик [6, 33].

Перша категорія – імовірнісні характеристики похибок вимірювань, засновані на поняттях теорії ймовірностей, що представляють похибки вимірювання у вигляді детермінованих характеристик генеральної сукупності випадкових величин. Сфера використання таких характеристик – технічні вимірювання (80–90% технологічних вимірювань на ТЕС і АЕС – технічні вимірювання; це, насамперед, масові вимірювання температур, тисків, витрат, параметрів якості й складу технологічних середовищ, а також температури конструктивних елементів технологічного устаткування, механізмів, машин). Значення імовірнісних характеристик похибок у вигляді меж їх припустимих або максимально можливих значень задаються вимогами (нормами) або приписуються всій можливій сукупності результатів спостережень. Такі спостереження виконуються за певними, зафіксованими у технічній документації правилами або атестованими методиками виконання вимірювань (МВВ). Інакше кажучи, нормовані або приписані імовірнісні характеристики похибки МВВ стосовно до кожного окремого отриманого результату вимірювання – це характеристика похибки «зверху», тобто найгірша можлива характеристика для МВВ, даної групи об'єктів вимірювання, даної сукупності важливих чинників.

Друга категорія – статистичні характеристики похибок вимірювань, які засновані на поняттях математичної статистики і являють собою похибки вимірювань у вигляді статистичних (вибіркових) оцінок імовірнісних характеристик. У міру росту об'єму вибірки багатократних спостережень випадкові статистичні оцінки усе більше наближаються до характеристик всієї генеральної сукупності випадкової величини – похибки вимірювань. І лише у разі $n \to \infty$ такі оцінки стають рівними детермінованим величинам - імовірнjсним характеристикам похибки вимірювань. У такий спосіб статистичні характеристики відбивають близькість до істинного значення вимірюваної величини того єдиного результату вимірювання, що (оцінений) безпосередньо після виконання даного вимірювання й оброблення ряду спостережень. Статистичні характеристики вказуються у вигляді вибіркових оцінок відповідних похибок (оцінка нижньої й верхньої межи інтервалу похибки вимірювань) і використовуються в результатах лабораторних вимірювань, досить розповсюджених в енерготехнологіях ТЕС і АЕС.

Наприклад, на ТЕС широко використовуються аеродисперсні потоки вугільного пилу й летючої золи. Технологічні характеристики таких потоків (швидкість і витрата газових фаз, концентрація, витрата й дисперсний склад вугільного пилу, летючої золи тощо) є відповідальними режимними й техніко-економічними показниками енерготехнології (готування; подача, спалювання вугільного пилу; видалення й очищення газоподібних продуктів спалювання). Однак через складні фізичні основи формування й перетворення інформативних параметрів вхідних сигналів такі характеристики вони не можуть на сучасному рівні розвитку вимірювальної техніки піддаватися в реальному часі технічним вимірюванням, тому що не забезпечені метрологічно ні в методичному, ні в апаратурному плані (відсутні стандартні первинні перетворювачі, методики повірок і градуювання ЗВ, атестовані МВВ тощо).

Систематизовані й узагальнені відомості по метрології пилового контролю наведені в [35, 49], де для умов енерготехнології ТЕС рекомендовані різні засоби вимірювань концентрацій пилу від пиломірів, що реалізують головним чином оптичний абсорбційний метод вимірювання, до лідарів – для лазерного зондування викидів в атмосферу летючої золи. Однак через дорожнечу й обмеженість виробництва, відсутності досвіду експлуатації таких засобів вимірювань вони поки що не знаходять застосування на ТЕС. Тому замість технічних вимірювань параметрів аеродисперсних потоків вугільного пилу й летючої золи застосовують лабораторні вимірювання. Єдність таких вимірювань у кожному конкретному випадку досягається розробкою спеціальних методик, виготовленням, атестацією нестандартизованих ЗВ, а також оброблення результатів спостережень для одержання статистичних характеристик складової систематичної й випадкової похибок вимірювань.

Великий об'єм лабораторних вимірювань режимних і технологічних параметрів виконуються персоналом цехів наладки й теплових випробувань у процесі балансових, режимно-налагоджувальних і експрес-випробувань парових котлів, турбін і їх допоміжного обладнання. Так, при випробуванні золоуловлювачів лабораторним вимірюванням підлягає цілий ряд величин [53]:

- загальний і фракційний ступінь очищення димових газів;
- початкова й кінцева концентрація летучої золи;
- об'ємна витрата димових газів;
- масова витрата летючої золи після золоуловлювача;
- температура точки роси димових газів і ін.

Лабораторне вимірювання кожної з наведених величин (режимних і технологічних характеристик аеродисперсного потоку летучої золи, а також ефективності золоуловлювача та ін.) складним трудомістким вимірювальним процес, який включає ряд регламентованих процедур, які слабко піддається автоматизації. Наприклад, непряме вимірювання концентрації летючої золи в аеродисперсному потоці, як показано у главі 8, передбачає процедури, пов'язані з вимірюванням маси летючої золи й об'єму димових газів, відібраних пробовідборним зондом за регламентованих умов.

Реалізація лабораторних вимірювань багатьох, у тому числі й перерахованих параметрах аеродисперсних газових потоків, пов’язана з усе більш зростаючими труднощами. На жаль, компонування й монтаж технологічного устаткування, а часом і його конструкція, виконуються без урахування особливих метрологічних вимог, що позначається на якості лабораторних вимірювань таких технологічних параметрів як повний і статистичний тиск газових і газодисперсних потоків, концентрації в них газових компонентів, твердих часток тощо. Як правило, у зазначених випадках прямому вимірюванню підлягає місцеве значення величини, тобто значення величини, отримане в точці установки чутливого елемента первинного перетворювача (напірні трубки Пито, Прандтля, пробовідбірні зонди, ЦКТІ, ВТІ тощо). Інтегральні ж характеристики таких потоків, як витрата газу й твердих часток через поперечний переріз потоку, заради яких, властиво, і виконуються вимірювання, одержують опосередковано, з використанням попередньо усереднених по перетину потоку вимірюваних величин-аргументів. Основною умовою якісного вимірювання середнього по перетині потоку параметра є можливо більша його осесиметричність, яка забезпечується насамперед нормованою довжиною ділянки потоку. Однак цю вимогу не завжди вдається дотримуватись в умовах ТЕС через прагнення до компактності при конструюванні, компонуванні та монтажу устаткування, а також через установку на трасі потоків різних технологічних пристроїв (регулюючої запірної арматури, газорозподільних апаратів тощо), які деформують потік. Тому доводиться вимірювати витрати газу й твердих часток на коротких вимірювальних ділянках або поблизу поворотів траси потоків, у дифузорах, на нагнітанні димососів і в інших поперечних перерізах потоків, де поля швидкостей і концентрацій деформовані й асиметричні. Це приводить до значних похибок при оцінці середніх по перетину швидкостей потоку. В [54] на підставі багатого експериментального матеріалу для підвищення надійності лабораторних вимірювань параметрів газових і аеродисперсних потоків запропоновані такі заходи:

- збільшення (удвічі проти рекомендованих) числа точок вимірювань у контрольному перетині потоків, що дозволяє точніше будувати поля швидкостей і концентрацій;

- вимірювання проводити в усіх точках контрольного перетину без його попередньої тарування (тарування допускається лише при осесиметричних полях швидкостей і концентрацій),що уможливлює виявити вплив на поля швидкостей і концентрацій постійних дестабілізуючих чинників;

- вимірювання в кожній точці поперечного перерізу потоку робити з багатократними спостереженнями, що дозволяє врахувати випадкову похибку вимірювання.

Результати лабораторних вимірювань режимних і технологічних параметрів енерготехнології ТЕС використовуються насамперед для складання режимно-експлуатаційної документації (режимні карти, типові енергетичні характеристики устаткування), а також для розрахунків техніко-економічних показників роботи основного й допоміжного устаткування. Що стосується використання результатів таких вимірювань для керування реальному часі технологічними процесами, то це стане можливим лише в майбутньому. Тільки після уніфікації та стандартизації методів і засобів лабораторних вимірювань технологічних і режимних параметрів, забезпечення їхньої єдності й автоматизації основних метрологічних операцій такі вимірювання можуть стати масовими й метрологічно забезпеченими, тобто лабораторні вимірювання придбають якості технічних вимірювань.

Технологічний контроль в реальному часі кожного параметра, отриманого лабораторними вимірюваннями, у тому числі, й кожного з параметрів аеродисперсних потоків вугільного пилу й летючої золи, поки що забезпечується вимірюваннями іншого технологічного параметра, кореляційно пов'язаного з контрольним. Ступінь кореляції таких пар показників перевіряється за результатами водночас проведенних лабораторних і технічних вимірювань у процесі балансових або режимно-налагоджувальних випробувань основного й допоміжного устаткування, а також з використанням експериментальних стендів і моделюючих пристроїв.

У табл. 11.1 наведено перелік деяких основних пар корельованих технологічних параметрів, як двомірних сукупностей випадкових величин:

через X позначаються параметри, що підлягають технічним, через Y – лабораторним вимірюванням; наведено також чинники, що впливають на результати вимірювань корельованих величин і вид зв'язку між ними.

Наявність кореляційних зв'язків між величинами X і Y істотно ускладнюють статистичне оброблення їхніх результатів спостережень. Це пов'язане з низькою статистичною стійкістю коефіцієнта кореляції (r_{xy}). Досить стійкі значення r_{xy} досягаються лише при обробці вибірок значних об'ємів, для чого потрібно проведення тривалих вимірювань з великим числом спостережень. Крім цього, такі вимірювання повинні проводиться за однакових умов, що забезпечити на ТЕС досить непросто і АЕС. Найбільші труднощі виникають при статистичній оцінці слабких кореляційних зв'язків, для яких $r_{xy} \leq 0,1$.

Таблиця 11.1. **Основні пари корельованих технологічних параметрів ТЕС**

Вимірюваний параметр		**Вид зв'язку**	**Чинники, що впливають на результат вимірювання**
поз.	**найменування**		
X Y	- число обертів лопатевого пиложивильника - витрата вугільного пилу на пальник	Прямий ($r_{xy}>0$)	Режим роботи млинової системи, рівень пилу в бункері, тонкість помелу, вологість пилу, гідравлічний тиск у потоці живильника, пульсації потоку, зависання пилу в бункері тощо [52].
X Y	- концентрація надлишкового кисню в топці - вміст горючих у виносі	Зворотній ($r_{xy}<0$)	Якість палива й процесів його підготовки до спалювання, технічний стан топки, пальників, навантаження й продуктивність котла [55].
X Y	- навантаження електродвигуна димососа - об'ємна витрата димових газів (ДГ)	Прямий ($r_{xy}>0$)	Коефіцієнт надлишку повітря в топці, присоси повітря по газовому тракту, температура ДГ, продуктивність і навантаження котла [55].
X Y	- напруженість электрич. поля в активній зоні електрофильтра - ефективність очищення ДГ від летючої золи	Прямий ($r_{xy}>0$)	Питомий електричний опір золи, швидкість дрейфу й розмір золових часток, швидкість ДГ, їх температура [56].
X Y	- термодинамічні параметри пари в конденсаторі - термодинамічні параметри пари у вихлопі парової турбіни	Прямий ($r_{xy}>0$)	Пропуск пари в конденсатор, нерівномірність полів його температур і тисків в перетинах конденсатора та у вихлопі турбіни [35].
X Y	- оптична щільність продуктів згоряння мазуту -втрата теплоти з хим- і мех. недопалами мазуту	Прямий ($r_{xy}>0$)	Коефіцієнт надлишку повітря в топці, теплова напруженість топкового об'єму, конструкція й компонування пальників [55].
X Y	- температура рідини, після підігрівача - недогрів рідини у поверхневому підігрівачі	Зворотній ($r_{xy}<0$)	Кількість теплоти, відданої гріючою парою та отриманою рідиною, що підігрівається [12].
X Y	- параметри пари в камерах відборів -ККД відсіку парової турбіни	Зворотній ($r_{xy}<0$)	Парове навантаження конденсатора, стан проточної частини турбіни, режим роботи, та теплофікаційне навантаження [57].
X Y	- температура бабіту упорного підшипника (величина осьового зсуву турбін) -забруднення проточної частини турбіни	Прямий ($r_{xy}>0$)	Склад нерозчинних речовин, що втримуються в парі (оксиди заліза, цинку, міді й ін.) [58].
X Y	- різниця температур зворотної й прямої циркуляційної води - забруднення теплообмінної поверхні конденсатора	Прямий ($r_{xy}>0$)	Парове навантаження конденсатора, витрата циркуляційної води, присоси повітря в конденсатор [59].

11.2. Об'єднання та підсумовування похибок

Як уже показано раніше, випадкова й систематична похибки вимірювання оцінюються у формі точкових ($S_{\overline{X}}$, S_θ) або інтервальних ($\varepsilon_{\overline{X}}$, θ) характеристик. Похибка результату вимірювання включає в себе обидва види похибок; вони також може бути надана результуючими (підсумковими) оцінками точкової (S_Δ) або інтервальної (Δ) характеристик. Для оптимізації технологічних процесів, контролю їх режимних параметрів, ефективного планування й проведення досліджень та випробувань енергетичного устаткування, а також керування енерговиробництвом на ТЕС і АЕС найкращою є вимірювальна інформація, похибка якої оцінена у формі її результуючої інтервальної характеристики. У подібних випадках необхідно знати, що похибка кінцевого результату, по якому приймається рішення, не перевищує по абсолютній величині визначеного значення з відомою ймовірністю [36].

Формально, з погляду математики, якщо результуючі випадкові й систематичні похибки оцінені за імовірнісними моделями як випадкові величини, то не має значення, як оцінюється їх сума (похибка результату вимірювання), точковою чи інтервальною характеристиками: між ними існує функціональний зв'язок, обумовлений видом функції розподілу похибки результату вимірювання. Це справедливо для результуючої НСП, отриманої шляхом квазістатистичного підсумовування складових (умовно постійних НСП і НСП, що змінюються нерегулярним чином у відомих межах). Суворо постійні складові НСП (наприклад, постійні методичні похибки) підсумовуються арифметично. Тому метод об'єднання випадкової й систематичної похибки в сумарну похибку вимірювання залежить від того, чи є результуюча НСП суворо або умовно постійною:

- якщо результуюча (підсумкова) НСП безумовно постійна, але невідома ні по знаком, ні за величиною в достовірній (з імовірністю P=1) межі θ, то її об'єднання з результуючою (підсумковою) випадковою похибкою проводиться підсумовуванням інтервальних характеристик доданків;

- якщо результуюча (підсумкова) НСП умовно постійна або змінюється нерегулярним чином у відомій довірчій межі, то її об'єднання з результуючою випадковою похибкою проводиться підсумовуванням точкових характеристик доданків.

11.2.1. Об'єднання інтервальних характеристик похибок

За постійної результуючої НСП об'єднання (підсумовування) випадкової й систематичної похибок засновано на уявленні про сумарну похибку як про випадкову величину (Δ) в математичному сенсі. Відповідно до такого поняття систематичну похибку можна представити як математичне очікування результуючої похибки вимірювання (θ =M[(Δ]); у цьому випадку випадкова похибка – це центрована складова, тобто є різниця між похибкою результату вимірювання (Δ) і її математичним очікуванням (ε = Δ - M[(Δ]). Механізм об'єднання (підсумовування) похибок за постійної результуючої НСП видний з рис. 11.1, де праворуч від вісі ординат розташована крива щільності розподілу ймовірностей результатів спостережень (випадкових похибок) за додатного значення достовірної межі НСП (маточікування похибки результату вимірювання), а ліворуч – та ж крива за від'ємного значення достовірної межі НСП.

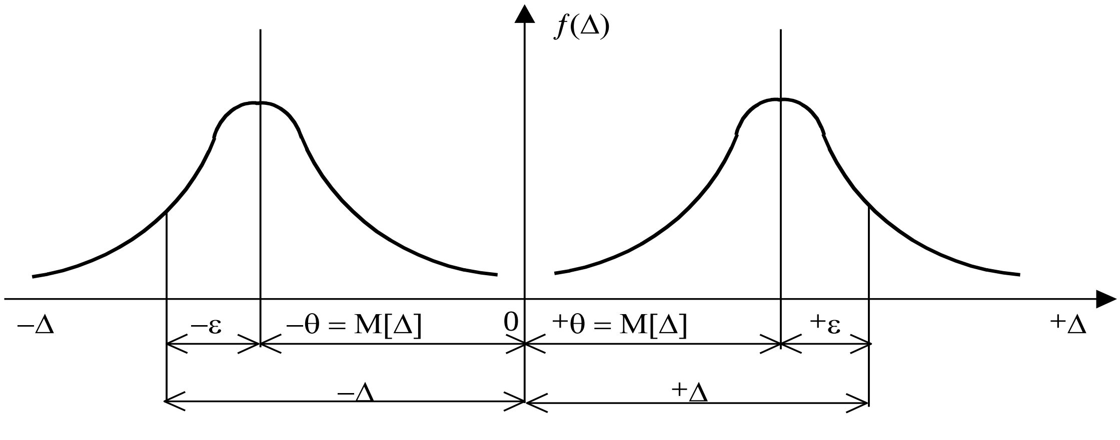


Рис. 11.1. Модель утворення інтервальної характеристики похибки результату вимірювання

Якщо довірча межа з імовірністю P_∂ для випадкової похибки визначається як $\varepsilon = t\sigma$, то інтервальна характеристика похибки результату вимірювання з урахуванням систематичної похибки дорівнюватиме [44]:

$$\Delta=|\theta|+t\sigma \qquad (11.1)$$

Але, згідно з табл. Д3 при $t=0{,}66 \rightarrow P_\partial=0{,}5$, тобто при $|\theta|>0{,}66\sigma$ вихід сумарної (об'єднаної) похибки результату вимірювання за межі $\pm(|\theta|+t\sigma)$ буде відбуватися практично тільки з однієї сторони [37].

У такий спосіб при довірчому інтервалі випадкової похибки із P_∂ довірча ймовірність виходу похибки результату вимірювання за межі $\pm(|\theta|+t\sigma)$ буде:

$$P_{\partial\Delta}=P_\partial+0{,}5\ (1-P_\partial)=0{,}5\ (P_\partial+1) \qquad (11.2)$$

При збільшенні числа спостережень (n) достовірна межа результуючої НСП стає незмінною, а ширина розкиду довірчого інтервалу випадкової складової, (формули 9.28), зменшується в $\sqrt{n}$ раз.

Приклад 11.1. За даними прикладу 9.7 визначити довірчий інтервал похибки результату вимірювання температури при $P_\partial=0{,}9$, якщо оцінка довірчої межі результуючої НСП становить $\theta=\pm1$ °С. Який стане довірчий інтервал похибки результату вимірювання, якщо довірчу ймовірність його випадкової похибки підвищити до $P'_\partial=0{,}95$?

Рішення:

1) *за результатами рішення прикладу 9.7: $P_\partial=0{,}9$, а $\varepsilon_{\overline{x}}=1{,}58$ °С, $S_{\overline{\overline{x}}}=0{,}904$ °С, отримаємо оцінки:*

- *довірчого інтервалу (формули (11.1)):*

$$\Delta=1+1{,}58=2{,}58\approx2{,}6\ {}^0C$$

- *довірчої ймовірності похибки результату (формула (11.2)):*

$$P_{\partial\Delta}=0{,}5\ (0{,}9+1)=0{,}95;$$

2) $$\left.\begin{aligned} P_\partial^{'} &= 0{,}95 \\ f &= 15 \end{aligned}\right\}\ \textit{див. табл}\ Д5 \rightarrow t_s^{'} = 2{,}13$$

та нове значення довірчого інтервалу випадкової похибки:

$$\varepsilon_{\overline{x}}^{'}=2{,}13\cdot0{,}904=1{,}926\ °С,$$

Тоді нове значення довірчого інтервалу похибки результату визначиться як:

$$\Delta'=1+1{,}926=2{,}926\approx2{,}9\ °С,$$

чому відповідає довірча ймовірність:

$$P_{\partial\Delta}'=0{,}5\ (0{,}95+1)=0{,}975.$$

11.2.2. Об'єднання точкових характеристик похибок

Метод об'єднання (підсумовування) випадкової й систематичної похибок, коли остання є умовно постійною або змінюється нерегулярним чином у заданих граничних значеннях, подібний до методу підсумовування випадкових похибок (п.9.3). При відсутності кореляції між доданками оцінка результуючого (підсумкового) СКВ результату вимірювання в цьому випадку виражається як:

$$S_{\Delta}=\sqrt{S_{\bar{x}}^2+S_{\theta}^2} \tag{11.3}$$

Оцінки СКВ $S_{\bar{x}}$ і S_{θ} визначаються за формулами (9.26) і (10.43), відповідно.

Довірчий інтервал похибки результату вимірювання обчислюється за емпіричної формули [34]:

$$\Delta=t_{\Delta}\,S_{\Delta}\,, \tag{11.4}$$

де t_{Δ} – коефіцієнт зв'язку інтервальної характеристики похибки результату вимірювання з її СКВ, яка залежить від співвідношення випадкової й систематичної похибок та оцінюється на основі таких міркувань. Коефіцієнт t_S, що встановлює співвідношення між довірчою межею й СКВ випадкової похибки визначається розподілом Стьюдента (формула 9.29) й відомий. Маючи оцінки θ і S_{θ} за формулами (10.40) та (10.43), відповідно, можна вважати, що аналогічний коефіцієнт для систематичної похибки буде дорівнювати:

$$t_{\theta}=\frac{\theta}{S_{\theta}}$$

Тоді шуканий коефіцієнт t_{Δ} природно вважати функцією аргументів t_S і t_{θ}, що відповідають одній і тій же ймовірності. За таку функцію прийняте середнє зважене із t_S і t_{θ} вагами $S_{\theta}/(S_{\bar{x}}+S_{\theta})$ і $S_{\bar{x}}/(S_{\bar{x}}+S_{\theta})$, відповідно, що приводить до формули:

$$t_\Delta = \frac{t_s \cdot S_{S_{\bar{x}}} + t_\theta \cdot S_\theta}{S_{S_{\bar{x}}} + S_\theta} = \frac{\varepsilon_{S_{\bar{x}}} + \theta}{S_{S_{\bar{x}}} + S_\theta} \qquad (11.5)$$

Довірча ймовірність для обчислення довірчої межі НСП приймається такою ж, що й при обчисленні довірчої межі випадкової похибки результату.

За формулою (11.5) значення похибки оцінки коефіцієнта t_Δ залежить від виду функцій розподілу поєднуваних випадкової й систематичної похибок:

- якщо обидва доданки похибки результату мають нормальні розподіли, композиція яких дає також нормальний розподіл, то при $t_S = t_\theta$, із формули (11.5) $t_\Delta = t_S$, тобто значення коефіцієнта є точним;

- якщо випадкова похибка розподілена нормально, а систематична – рівномірно, то значення t_Δ, отримане по точно побудованій композиції нормального й рівномірного розподілів, відрізняється від обчисленого за формулою (11.5) на 12% [34].

11.2.3. Знехтування однією зі складових похибки

При об'єднанні (підсумовуванні) випадкової й систематичної похибок особливо за багатократних спостереженнях, що дозволяють зменшити випадкову похибку до будь – якої малої величини, виникає можливість знехтування однієї із складових похибки (випадкової або систематичної). Протягом багатьох років вона оцінювалась на підставі простого міркування про те, що, якщо одна величина на порядок менше іншої, то при підсумовуванні цією величиною можна знехтувати в порівнянні з іншою. Якщо використовувати цей критерій знехтування однієї із складових похибок, наприклад, систематичною, то виникаюча із-за цього похибка буде дорівнювати, коли:

- підсумовуються інтервальних характеристики, коли ($\Delta = \theta + \varepsilon_{\bar{x}}$), у разі $\theta = 0{,}1\varepsilon_{\bar{x}}$:

$$\gamma_\Delta = \frac{\delta_\Delta}{\Delta'} \cdot 100 = \frac{\Delta' - (0{,}1\,\varepsilon_{\bar{x}} + \varepsilon_{\bar{x}})}{\Delta'} \cdot 100 = \frac{0{,}1\,\varepsilon_{\bar{x}}}{\varepsilon_{\bar{x}}} \cdot 100 = -10\%;$$

при підсумовуванні точкових характеристик, $S_\Delta = \sqrt{S_\theta^2 + S_{\bar{x}}^2}$, коли $S_\theta = 0{,}1 S_{\bar{x}}$:

$$\gamma_S = \frac{\delta S_\Delta}{S_\Delta{}'} \cdot 100 = \frac{S_\Delta' - \sqrt{0{,}1\, S_{\bar{x}}^2 + S_{\bar{x}}^2}}{S_\Delta{}'} \cdot 100 = \frac{S_{\bar{x}} - \sqrt{1{,}1\, S_{\bar{x}}^2}}{S_{\bar{x}}} \cdot 100 = -5\%,$$

де δ_Δ і $\delta_{S\Delta}$ – абсолютна похибка оцінки сумарної похибки («похибка похибки»), що виникає через зневагу відповідно інтервальною або точковою характеристикою систематичної похибки; Δ' і S_Δ' – оцінка, відповідно, інтервальної і точкової характеристики похибки результату вимірювання у випадку зневаги θ або S_θ, тобто коли $\Delta' = \varepsilon_{\bar{x}}$ і $S_\Delta' = S_{\bar{x}}$.

Як відзначено в [36], навряд чи з такою незначною похибкою можуть у більшості вимірювань, особливо технічних, оцінюватися похибки. Тому необхідно визнати, що розглянуте широко розповсюджене правило знехтування однієї із складових похибки – надмірно жорстке, у всякому разі для технічних вимірювань і особливо при підсумовуванні точкових характеристик. Дотримання такого правила уможливлює врахування й таких складових похибок, які невідчутно впливають на сумарну похибку.

Тому у стандарті [60] регламентуються інші правила встановлення зневажливої малості результуючої НСП у порівнянні з випадковою похибкою й, навпаки, зневажливої малості випадкової похибки в порівнянні з результуючої НСП. Зазначені правила засновані на більш суворому критерії порівняння випадкової й систематичної похибки, що ґрунтується на композиції їхніх розподілів. У загальному випадку такий критерій являє собою відношення точкових характеристик систематичної й випадкової похибки, тобто $S_\theta / S_{\bar{x}}$, що еквівалентно $\theta / (\sqrt{3} \cdot S_{\bar{x}})$ (при рівномірному розподілі θ). Відповідно до такого критерію підсумовування результуючої НСП і випадкової похибки з використанням формул (11.3–11.5) припустимо, якщо:

$$0{,}8 \le \frac{\theta}{S_{\bar{x}}} \le 8, \tag{11.6}$$

що з урахуванням формули (10.42), еквівалентно умові $0,5 \le \frac{S_\theta}{S_{\bar{x}}} \le 5$ й дозволяє сформулювати такі правила:

- при дворазовому перевищенні СКВ випадкової похибки над СКВ результуючої підсумкової НСП ($S_{\bar{x}}$ >2 S_θ) останньою зневажають і межами похибки результату приймають довірчі межі випадкової похибки ($\Delta = \varepsilon_{\bar{x}}$);

- при п'ятикратному перевищенні СКВ результуючої (підсумкової) НСП над СКВ випадкової похибки (S_θ>5$S_{\bar{x}}$) останньою зневажають і межами результату приймають межі результуючої (підсумкової) НСП ($\Delta = \theta$).

Похибка, що виникає через знехтування однієї із складових похибки результату вимірювання при виконанні нерівностей (11.6), не перевищує 15% [60].

11.3. Оброблення результатів прямих вимірювань

Методи оброблення результатів спостережень в умовах прямих вимірювань класифікуються залежно від числа незалежних спостережень; використовуються два методи оброблення результатів прямих вимірювань з а) багатократними і б) однократними спостереженнями.

Прямі вимірювання з багатократними спостереженнями в умовах ТЕС і АЕС проводяться при роботі енергоблоку в базовому режимі (постійні навантаження та усі режимні й технологічні параметри пари, конденсату, повітря й аеродисперсних потоків). Для вимірювання цих параметрів використовуються різноманітні асортименти технічних вимірювань, які реалізуються традиційними методами й засобами вимірювань (термометри, манометри, витратоміри, рівноміри, аналізатори газів і рідин і т.д.). Такі вимірювання мають значну метрологічну методичну й нормативну базу (нормативні документи, що регламентують обов'язкові вимоги й правила планування, організації й проведення вимірювань). У цих випадках немає необхідності визначати й аналізувати похибки отриманих результатів; оскільки похибки усіх технічних вимірювань, проведених за атестованими методиками виконання вимірювань (МВВ) у заданих умовах, заздалегідь визначені імовірнісними характеристиками. Оброблення результатів спостережень при технічних вимірюваннях зводяться до оцінки результату вимірювання (середнього арифметичного ряду спостережень); результат вимірювання супроводжується характеристикою похибки, яка наведена у відповідній МВВ.

Оброблення результатів багатократних спостережень при прямих вимірюваннях можна також класифікувати по застосовуваних методах і засобах вимірювань та зовнішніх умовах [61]. Так, у реальних умовах експлуатації ТЕС навантаження енергоблоку залежить від багатьох чинників температури атмосферного повітря й охолоджувальної води, якості й витрати органічного палива, надлишку повітря в топці, вакууму в конденсаторі тощо. У період вимірювань з багатократними спостереженнями такі чинники можуть змінюватися, що приводить до зміни значень вимірюваних величин і умов експерименту. Тобто, через специфічні особливості енерготехнології зберегти ідентичність умов проведення технологічних вимірювань на ТЕС не завжди вдається. Дестабілізація цих умов, а також змушена заміна одних ЗВ іншими (аналогічними), зміна лаборанта – все це приводить до одержання серій (груп, вибірок) багаторазових спостережень із різними характеристиками похибок. (нерівноточні (нерівнорозсіяні групи); вони також є результатом вимірювання однієї й тієї ж величини різними методами, ЗВ різної точності, ЗВ однакової точності, але при різному числі спостережень [62].

В процесі оброблення результатів однократних спостережень для оцінки похибки вимірювань використовують результати спеціально поставлених експериментів або дані попередніх досліджень умов вимірювань, похибок застосованих методів і засобів вимірювань, а також суб'єктивних похибок. Таке оброблення можливо за умови, що складові похибки результату (методу, засобу, суб'єктивна похибка) відомі (складові випадкової похибки розподілені нормально, а НСП у формі своїх меж –

рівномірно). До такого оброблення прибігають, коли відсутня можливість проведення багатократних спостережень (робота енергоблоку в перехідних, аварійних режимах, в умовах пуску й зупинці енергоблоку, прогресуючих збурюваннях тощо).

По швидкості одержання результату вимірювання і його трудомісткості методи оброблення експериментальних даних можна розділити на методи: з використанням і без використання комп’ютерної техніки. Звичайно її впровадження підвищує ефективність оцінки результатів вимірювань і їхніх похибок: чисельні програми оброблення результатів розроблені [61]. Однак результати вимірювань, отримані з використанням комп'ютерної техніки, повинні підлягати ретельному аналізу й контролю [44]. Крім того ефективність її використання проявляється лише на формальних стадіях оброблення. Деякі задачі оброблення даних при вимірюваннях не можуть бути формалізовані, отже, для них не можна запропонувати однозначного, строго обґрунтованого способу рішення, тому вони мають вирішуватися вольовим шляхом, спільними зусиллями фахівців метрологів і технологів. У цих випадках ефективність використання комп’ютерів для оброблення результатів спостережень значно знижується. Наприклад, при дослідженні процесу горіння твердого палива на штатних знижених навантаженнях енергоблоку досвідчений машиніст котла, побоюючись порушення виходу рідких шлаків, за своїм розсудом, непомітно (без відому керівника експерименту) може збільшити ступінь підсвічування факела природним газом (мазутом). Як технолог, він зробив правильно, застосувавши відпрацьований технологічний прийом підстрахування, але його дія змінює умови вимірювання режимних параметрів топкового процесу. Тому ряд спостережень таких параметрів має бути відділеним від ряду спостережень, отриманих до втручання машиніста, а оброблення таких рядів має передувати перевірка їхньої однорідності. Рішення приймається керівником експерименту після розмови з машиністом котла.

Результат вимірювання (середнє арифметичне ряду спостережень) і його похибка у формі СКВ або довірчого інтервалу оцінюється в процесі тривалих обчислень. Якщо необхідно швидко оцінити результат вимірювання і його похибку, можна, наприклад, за результат прийняти медіану, а похибку оцінити розмахом [62]. Відомо, що для медіани, як координати центра симетрії розподілу результатів спостережень, довірча ймовірність становить P_{∂} = 0,5, тобто «ймовірність значень результатів спостережень, менших за медіану, дорівнює ймовірності значень, більших медіани». Важливою перевагою медіани є простота обчислень (часто взагалі відсутність яких-небудь обчислень) і наочність. Вона перебуває безпосередньо як результат спостереження, що відповідає середині варіаційного ряду досліджуваної вибірки (середній член упорядкованої вибірки). Розмах, як різниця між максимальним і мінімальним значеннями ряду результатів багатократних спостережень, також оцінюється досить просто.

11.3.1. Прямі багатократні вимірювання

Як визначено в п. 6.3, якщо в процесі вимірювання проведено число спостережень $n \geq 4$, то вимірювання вважається з багатократними спостереженнями. У такий спосіб при вимірюванні одержують ряд експериментальних даних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, де $i = 1, 2, \ldots, n$. Результат кожного i-того спостереження може мати як випадкову, так і систематичну похибки.

На практиці обробці піддається, як правило, обмежене число спостережень, які розглядаються класичною статистикою як параметрична модель у вигляді деякої вибірки з генеральної сукупності результатів відомого виду. Найчастіше припускають, що розподіл вибірки нормальний, з невідомими параметрами $\overline{x}$ і S_x, але, подібне припущення повинне перевірятися. Така модель дозволяє використовувати статистичний апарат по оцінюванню параметрів розподілу й перевірці ряду гіпотез, у тому числі, й гіпотези про відповідність фактичного розподілу багатократних спостережень передбачуваному, Значення $x_1, x_2, \ldots, x_n$ називають вибірковими значеннями, до яких пред'являються суворі вимоги: вибіркові значення повинні бути не тільки випадковими, що володіють статистичною стійкістю, але й незалежними і однаково розподіленими (статистично однорідними) величинами. За вибірковим значенням визначаються емпіричні аналоги характеристик випадкової величини як функціональні (функції й щільності розподілу), так і числові (параметри розподілу). У разі, якщо дослідження функціональних аналогів за багатократних спостереженнях є чисто метрологічною задачею й у практиці технологічних вимірювань зустрічається зрідка, то визначення числових аналогів і точкових параметрів розподілу $\bar{x}$ і S_x проводяться завжди. Це обумовлено тим, що статистичні оцінки точкових параметрів як математичне очікування й дисперсія (СКВ) результату спостереження за певних умов ототожнюються з оцінками дійсного значення вимірюваної величини та її випадкової похибки. Одержання оцінок є однієї із цілей статистичного оброблення вибірки багатократних спостережень при прямих вимірюваннях.

По ступеню досконалості статистичні оцінки характеризуються *переконливістю*, *незміщеністю* та *ефективністю*. Переконлива оцінка при збільшенні об'єму вибірки сходиться по ймовірності до істинного значення величини. *Незміщеною* називають оцінку, математичне очікування якої дорівнює істинному значенню величини (математичне очікування випадкової похибки дорівнює нулю). *Ефективна* оцінка має мінімальну дисперсію в порівнянні з іншими оцінками.

Оцінка середнього арифметичного значення $\bar{x}$ є переконливою й незміщеною для будь-якого закону розподілу випадкових величин; при нормальному законі розподілу вона асимптотично ефективна [23].

Оцінка середнього квадратичного відхилення S_x при обмеженому об'ємі вибірки (n=10–15) визначається з похибкою 25–15%. Ця похибка [44] значно більше похибки через зміщення оцінки S_x, обумовленою нелінійною процедурою добування квадратного кореня із переконливої, незміщеної та асимптотично ефективної оцінки дисперсії (S_x^2) для будь-якого закону розподілу результатів спостереження.

Перераховані властивості статистичних оцінок доводяться в математичній статистиці при таких допущеннях: рівноточність результатів спостережень, відсутність змінних систематичних похибок і кореляційних зв'язків між складовими похибок. Як відзначено в [63], переконливість оцінки зовсім не означає, що точність результату вимірювання – це монотонно зростаюча функція числа спостережень. Можливі випадки, коли додавання деякого числа спостережень не поліпшує, а погіршує точність результату, що спонукало автора [64] дійти до висновку про те, що властивість переконливості статистичних оцінок є одним з «міфів XX століття».

На відміну від випадкових похибок, параметри розподілу й межі яких розраховуються статистичним строго формалізованим методом, оцінки поправок, що враховують систематичні похибки, і межі НСП установлюються на підставі апріорної інформації про об'єкт вимірювання, компоненти вимірювального процесу, досвід та інтуїції експериментатора, тобто вольовим шляхом.

Основні положення з уніфікації методів оброблення результатів прямих рівноточних вимірювань з багатократними спостереженнями наведено в стандарті [60], яким унормовані такі операції оброблення:

1. Аналіз складових систематичних похибок, визначення поправок, корекція результату й оцінка меж його НСП.

Результати оцінки складових систематичної похибки представляються двома формами:

- форма абсолютної похибки, величина й знак якої визначаються шляхом обчислення по відомій формулі, що виражає функціональний зв'язок між систематичною похибкою й параметрами, що впливають (аргументами). У такій формі оцінюються систематичні похибки МВ ($\Delta_{МВ}$), додаткові похибки ЗВ ($\Delta_{ЗВ}$), похибки відліку ($\Delta_{ВІД}$) та через поправки виключаються з результату. Величина результуючої поправки оцінюється як алгебраїчна сума доданків (формули (8.3).

- форма меж НСП, коли знаходиться лише область значення функції, що відповідає заданому інтервалу аргументу. У такій формі складові систематичної похибки представляються, коли неможливо обчислити точне значення функції (оцінюється лише область її значень).

Межі НСП результату вимірювання обчислюються шляхом побудови композиції НСП методу, ЗВ та похибок, викликаних іншими джерелами. При рівномірному розподілі складових НСП ця межа (без врахування знаку) і її СКВ обчислюються за формулами (10.40)–(10.43).

Після оцінювання систематичних похибок знаходяться оцінки $\bar{x}$ (формула 9.10), S_x (формула 9.12) і поправлений результат вимірювання $\bar{x}_{ПОП}$ (формула 10.39).

2. Аналіз ряду багатократних спостережень як статистичної вибірки (перевірка гіпотез про закон розподілу й анормальність результатів спостережень); аналіз проводиться відповідно до п. 9.2.

3. Оцінка довірчих меж випадкової похибки результату вимірювання; оцінка проводиться відповідно до п. 9.1. з використанням формул (9.26)–(9.29) і табл. Д5.

4. Оцінка меж похибки результату вимірювання.

Алгоритм оцінки меж похибки результату вимірювання вибирається залежно від співвідношення між характеристиками складових систематичної й випадкової похибками по табл. 11.2 та з використанням формул (11.3) – (11.5) для третього алгоритму.

Таблиця 11.2. **Алгоритм оцінки похибок результату вимірювання**

Номер алгоритму	**Умови застосування залежно від форми відношення характеристик похибок**		**Алгоритм похибки результату**
	точкова	**інтервально-точкова**	
1	$\frac{S_\theta}{S_{\bar{x}}} > 5$	$\frac{\theta}{S_{\bar{x}}} > 8$	$\Delta = \theta$
2	$\frac{S_\theta}{S_{\bar{x}}} < 0,5$	$\frac{\theta}{S_{\bar{x}}} < 0,8$	$\Delta = \varepsilon_{\bar{x}}$
3	$0,5 \le \frac{S_\theta}{S_{\bar{x}}} \le 5$	$0,8 \le \frac{\theta}{S_{\bar{x}}} \le 8$	$\Delta = t_\Delta S_\Delta$

Запис результату вимірювання надається у формі:

$$A=(\bar{x}_{вип} \pm \Delta) \text{ з } P_д=0,95 \text{ або } A=\bar{x}_{вип}\text{; } \Delta\text{; } P_д=0,95.$$

Приклад 11.2. Термометром ртутним скляним лабораторним типу ТЛ-41Б (діапазон вимірювання Д=100 °С (ціна поділки шкали 0,1 °С/поділ., довжина шкали L=0,5 м, межа допустимої похибки, ±0,2 °С) отриманий ряд багатократних спостережень при контрольному вимірюванні температури зворотної мережної води, що надходить на теплофікаційну установку енергоблоку (стовпчик 3 таблиці результатів).

I	q	x_i	x_i^2	a_q =(n,q)	$\Delta x_q=x_q-x_i$	$a_q \cdot \Delta x_q$
1	—	74,7	5580,90			
2	—	74,9	5610,01			
3	—	75,1	5640,01			
4	—	75,3	5670,09			
5	—	75,3	5670,09			
6	—	75,4	5685,16			
7	—	75,5	5700,25			
8	7	75,5	5700,25	0,024	0,0	0,0
9	6	75,5	5700,25	0,073	+0,1	+0,0073
10	5	75,5	5700,25	0,124	+0,2	0,0248
11	4	75,7	5730,49	0,180	+0,4	0,0720
12	3	76,0	5776,00	0,246	+0,9	0,2214
13	2	76,3	5821,69	0,332	+1,4	0,4648
14	1	77,1	5944,41	0,525	+2,4	1,2600
Σ		1057,8	79929,04			+2,0503

Термометр не занурений повністю у вимірюване середовище: висота виступаючого стовпчика ртуті (число поділок в °С, що відповідає висоті виступаючого стовпчика) n_t=40 °С, середня температура виступаючого стовпчика t_c=30 °С. Оцінити результат вимірювання температури мережної води і його похибку.

Рішення

1. Аналіз складових систематичних похибок, визначення поправок, корекція результату вимірювання й оцінка межі його результуючої НСП.

Похибка МВ. Систематична похибка контактного МВ температури формується конвекційним теплообміном у системі вимірюване середовище – чутливий елемент (ЧЕ) термометра (через низький температурний рівень об'єкта вимірювання променистим теплообміном знехтуємо). Теплоподвід від захисного чохла до ЧЕ термометра поліпшується виготовленням чохла матеріалу з високою теплопровідністю (сталь, латунь), а також заповненням чохла теплопровідним наповнювачем (масло). Ці заходи, *доповнені правильною установкою захисного чохла у вимірюваному середовищі, інтенсифікують теплопередачу до ЧЕ термометра; внаслідок цього його температура практично дорівнює температурі вимірюваного середовища, а систематична похибка контактного МВ температури зневажливо мала.*

Похибка ЗВ. Основна похибка приладу задана у вигляді межі допустимої похибки, ±0,2 °С.Величина й знак її невідомі, тому її варто врахувати у формі межі НСП, тобто $\theta_{1ЗВ}$=±0,2 °С. Додаткова похибка виникає через неповне занурення термометра в наповнювач захисного чохла; частина термометра виступає над рівнем наповнювача й, отже, охолоджується навколишнім повітрям, що зменшує показання приладу. Виникаюча при цьому систематична похибка (похибка на виступаючий стовпчик термометричної речовини) ураховується поправкою, оцінка якого визначається за формулою [51]:

$$\Delta_{nin}=\beta\, n_t\,(t-t_c)=0{,}000182\cdot 35\,(75-30)=0{,}288\ ^\circ C\,,$$

де β=0,000182 °С$^{-1}$ – коефіцієнт видимого об'ємного теплового розширення ртуті в склі; t – показання термометра. Похибка оцінки цієї поправки визначається в основному похибкою вимірювання температури виступаючого стовпчика (якщо її відносне значення перебуває на рівні ±10%, то абсолютна похибка складе Δt_c=±3 ^{0}С). Похибка поправки на виступаючий стовпчик може бути оцінена за методикою визначення похибок непрямих вимірювань (див. п. 11.4) у формі межі НСП і виражена у вигляді:

$$\theta_{2СИ}=\frac{\partial\Delta_{поп}}{\partial t_C}=\pm\beta_в\cdot n_t\cdot\Delta t_c=\pm 0{,}000182\cdot 35\cdot 3=\pm 0{,}019\ ^\circ C$$

Похибка відліку представляється у формі НСП і оцінюється с використанням формул (8.18)–(8.21) та (10.41) як:

$$\theta_3=\pm 1{,}1\sqrt{\left(0{,}07\cdot\frac{100}{500}\right)^2+\left(0{,}055\cdot\frac{100}{500}\right)^2+(0{,}1\cdot 0{,}1)^2}=\pm 0{,}0178\ ^\circ C$$

У такий спосіб довірча межа НСП результату вимірювання і її СКВ, згідно формул (10.41) та (10.43), буде рівна:

$$\theta=1{,}1\sqrt{0{,}2^2+0{,}019^2+0{,}0178^2}=\pm 0{,}221\ ^0C \text{ з } P_д=0{,}95$$

$$S_\theta=\sqrt{\frac{0{,}2^2+0{,}192^2+0{,}0178^2}{3}}=0{,}116\ ^\circ C$$

Невиправлений результат вимірювання складе: $\bar{x}=\dfrac{1057{,}8}{14}=75{,}557\ ^\circ C$

Поправлений результат вимірювання: $\bar{x}_{ис}=75{,}557+0{,}288=75{,}845\ ^\circ C$

СКВ результату спостереження (формула (9.12):

$$S_x=\sqrt{\frac{79929,04-\frac{1}{14}(1057,8)^2}{14-1}}=0,601\ ℃$$

(*сума результатів спостережень і сума їх квадратів табл. результатів).*

2. Аналіз ряду багатократних спостережень як статистичної вибірки

Перевірку гіпотези про закон розподілу результатів спостережень проводимо у такій послідовності:

- *за формулою (9.31) – статистику:*

$$\varphi^2=79929,04-\frac{1}{14}\cdot 1057,8^2=4,698$$

- по табл. Д6 – значення коефіцієнтів $a_q=\varphi(n,\ q)$ (значення коефіцієнтів записані в п'ятий стовпець табл. результатів).

- *за формулою (9.32) – статистику:*

$$в^2=2,0503^2=4,2037$$

- *за формулою (9.33) – значення критерію:*

$$W=\frac{4,2037}{4,698}=0,895$$

- *по табл. Д7 – значення критерію:*

$$W_\alpha=\varphi(n,\ \alpha=0,05)=0,874$$

- оскільки $W=0,895>W_\alpha=0,874$, то гіпотеза про нормальний розподіл результатів спостережень приймається.

Для перевірки гіпотези про анормальність результатів спостережень знаходимо:

- *за формулами статистики (9.35):*

$$U_{макс}=\frac{77,1-75,557}{0,601}=2,567; \qquad U_{мін}=\frac{75,557-74,7}{0,601}=1,426$$

- *по табл. Д8 – значення критерію:*

$$U_\alpha=f(n,\ \alpha=0,025)=2,602$$

- оскільки $U_{мін}=1,426<U_{макс}=2,567<U_\alpha=2,602$, то гіпотеза про те, що спостереження $x_{макс}=77,1\ ^0C$ и $x_{мін}=74,7\ ^0C$ не є промахами, підтверджується; тобто анормальних результатів спостережень у вибірці немає.

3. Оцінка довірчих границь випадкової похибки результату вимірювання проводити у такій послідовності:

- *за формулою (9.26) – оцінку СКВ:*

$$S_{\bar{x}}=\frac{0,601}{\sqrt{14}}=0,1606$$

- *по табл. Д5 – коефіцієнт Стьюдента:*

$$\left.\begin{array}{r} P\partial = 0{,}95 \\ f = 14 - 1 = 13 \end{array}\right\} \rightarrow t_S = 2{,}16$$

- *за формулою (9.30) – довірчу межу похибки результату вимірювання:*

$$\varepsilon_{\bar{\partial}} = 2{,}16 \cdot 0{,}1606 = 0{,}347\ ^\circ C \text{ з } P\partial = 0{,}95$$

4. Оцінка меж похибки результату вимірювання:

- *знаходимо відношення:*

$$\frac{\theta}{S_{\bar{x}}} = \frac{0{,}221}{0{,}1606} = 1{,}38$$

оскільки $0{,}8 < \dfrac{\theta}{S_{\bar{x}}} < 8$, *то оцінку меж похибки результату вимірювання проводимо за третім алгоритмом табл. 11.2. і знаходимо:*

- *за формулою (11.5) – коефіцієнт:*

$$t_{\Delta} = \frac{0{,}347 + 0{,}221}{0{,}1606 + 0{,}116} = 2{,}0535;$$

- *за формулою (11.3) – оцінку результуючого СКВ результату вимірювання:*

$$S_{\Delta} = \sqrt{0{,}1606^2 + 0{,}16^2} = 0{,}227\ ^\circ C$$

Тоді оцінка меж похибки результату вимірювання проводиться за формулою (11.4):

$$\Delta = 2{,}05 \cdot 0{,}198 = 0{,}406\ ^\circ C$$

Таким чином, з урахуванням округлень результат вимірювання записується у вигляді:

$$A = (75{,}9 \pm 0{,}4)\ ^\circ C \text{ з } P_{\partial} = 0{,}95.$$

11.3.2. Ряди прямих багатократних вимірювань

В практиці аналітичних і, зокрема, газоаналитичних вимірювань (аналізів) часто зустрічаються ситуації, коли потрібно знайти найбільш достовірне значення величини і його можливі відхилення від істинного значення за різних умов проведення вимірювань (різні оператори, різні МВ й ЗВ, різні лабораторії, умови зовнішнього середовища). У цих випадках неідентичність умов вимірювань можуть викликати систематичні або випадкові зміни математичних очікувань і дисперсій результатів спостережень.

Для виявлення таких змін вимірювання проводять у кілька груп (серій): $j=1,2,3,\ \ldots,\ L$ по n_j спостережень в кожній групі. Після роздільного оброблення спостережень кожної групи одержують L, як правило, різних результатів вимірювань. Для підвищення точності кінцевого результату прагнуть об'єднати результати цих груп. Однак таке об'єднання приводить до реального підвищення точності кінцевого результату лише за певних умов, а саме: за умов статистичної однорідності груп спостережень по дисперсіях і математичним очікуваннях (див. п. 10.1.2). У результаті перевірки однорідності груп спостережень можливі такі варіанти [44]:

1) рівнорозсіяні групи, однорідні за дисперсіями і математичних очікуваннях (незначні розходження середніх арифметичних);

2) нерівнорозсіяні групи, неоднорідні за дисперсіями, але однорідні за математичними очікуваннями (розходження середніх арифметичних незначні);

3) групи однорідні за дисперсіями, але неоднорідні по математичними очікуваннями (розходження середніх арифметичних значень);

4) групи неоднорідні як за дисперсіями, так і за математичними очікуваннями.

По варіантах 1 і 2 однорідні групи можна поєднувати в одну групу з метою підвищення точності їхнього кінцевого результату. У цьому разі, залежно від того, однакові чи різні характеристики похибок у поєднуваних однорідних групах спостережень, використовується два методи оброблення [61]:

- оброблення однорідних рівноточних груп спостережень, тобто груп з однаковими характеристиками похибок;
- оброблення однорідних нерівноточних груп спостережень, тобто груп з різними характеристиками похибок.

Нерівноточні групи спостережень виникають у випадку, якщо задану величину вимірюють засобами різної точності, однакової точності, але за різним числом спостережень, однакової точності за однаковим числом спостережень, але за різних умов.

По варіантах 3 і 4 поєднувати групи взагалі недоцільно, тому що дії чинників, що впливають на процес вимірювання настільки істотні, що приводять до появи систематичних похибок результатів вимірювань окремих груп (групи неоднорідні по маточікуванням). У цьому випадку необхідні попередні дослідження причин систематичних похибок, що зміщають центр групування результатів спостережень, і тільки після виключення цих причин (похибок) розгляд питання по об'єднанню таких груп спостережень, є можливий.

Оброблення результатів однорідних рівноточних груп багатократних спостережень включає:

- попередньо обробляють кожну групу спостережень за наведеною в п. 11.3.1 методикою та одержують результат вимірювання: $\overline{x}_j$, СКВ – $S_{\bar{x}j}$ і довірчу межу $\varepsilon_{\overline{x}_j}$ його випадкової похибки; межу – θ_j і СКВ – $S_{\theta j}$ систематичної похибки, СКВ – $S_{\Delta j}$ і довірчу межу Δ_j результуючої (підсумкової) похибки;
- результат вимірювань по L групах: $\overline{\overline{x}}$ обчислюють за формулою (10.12); СКВ результату спостереження поєднуваних груп – $S_{заг}$ оцінюється за формулою (10.19);
- оцінка випадкової похибки результату вимірювання:

• точкова – $S_{\overline{\overline{x}}} = \dfrac{S_{заг}}{\sqrt{N}}$ (11.7)

• інтервальна – $\varepsilon_{\overline{\overline{x}}} = t_S \cdot S_{\overline{\overline{o}}}$ x (11.8)

де t_S — коефіцієнт Стьюдента, що відповідає довірчої ймовірності $P_д$ із f=N-L ступенями свободи (вибирається з табл. Д5).

Оскільки групи рівноточні, то межа НСП результату вимірювання поєднуваних груп приймається рівній межі НСП результату j-ой групи спостережень, тобто $\theta=\theta_j$. Межа похибки результату вимірювання – Δ обчислюється відповідно до п. 11.3.1.

Для спільного оброблення нерівноточних груп спостережень, однорідних по маточікуванням, але неоднорідних по дисперсіях, або такими, що характеризуються різними НСП, використовується поняття ваг. У цьому випадку вага j-ой групи спостережень у поєднуваних L групах це число, що відображає ступінь довіри до j-ой групи спостережень: групі з найменш достовірними спостереженнями привласнюється найменша вага; іншим же групам вага приписується – тим більша чим вище вірогідність їхніх результатів спостережень. Через вагу поєднуваних груп спостережень виражається оцінка вимірюваної величини як середнє зважене:

$$\bar{\bar{x}} = \sum_{j=1}^{L} \lambda_j \bar{x}_j \quad , \tag{11.9}$$

де λ_j — вага (ваговий коефіцієнт середнього арифметичного) j-ой групи у загальному середньому поєднуваних груп.

Як показано в [33], вага кожної групи спостережень виражається через величини, зворотні оцінці дисперсій результату вимірювання з урахуванням умовно постійних систематичних похибок:

$$\lambda_j = \frac{S_{\Delta j}^{-2}}{\sum_{j=1}^{L} S_{\Delta j}^{-2}} \quad , \tag{11.10}$$

де $S_{\Delta j}^2 = S_{xj}^2 + S_{\Theta j}^2$ — оцінка сумарної дисперсії результату вимірювання для j-ой групи експериментальних даних.

Сумарна СКВ результату вимірювання $\bar{\bar{x}}$ по L поєднуваних групах експериментальних даних знаходиться як

$$S_{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^{L} S_{\Delta j}^{-2}}} \quad , \tag{11.11}$$

Довірчі межі похибки результату вимірювання поєднуваних груп у цьому випадку буде:

$$\Delta = t_S \cdot S_{\Delta} \, , \tag{11.12}$$

де t_S – коефіцієнт Стьюдента, що відповідає довірчій ймовірності P_∂ із $f = n_{мін}$-1 ступенями свободи ($n_{мін}$ – найменше з n_j).

Приклад 11.3. У прикладі 10.3 приймаючи систематичні похибки градуювання шкали газоаналізаторів однаковими й рівними $\theta=\pm0{,}1\%$ [17, 48], провести оброблення без об'єднання груп і за можливими варіантами об'єднання результатів спостережень груп з використанням результатів перевірки однорідності.

Рішення

За умовою, вихідними даними і результатами дослідження груп спостережень на однорідність у прикладі 10.3 можливі такі варіанти оброблення:

- роздільне оброблення однорідних груп результатів спостережень (j=2, j=3, j=4); група спостережень j=1 не обробляється, тому що за результатами перевірки однорідності група відноситься до категорії неоднорідних; потрібне попереднє виявлення й усунення причин систематичних похибок;

- спільне оброблення результатів однорідних рівноточних груп спостережень; до таких груп належать результати аналізу II і IV лаборантів (j=2 і j=4);

- спільне оброблення результатів однорідних нерівноточних груп спостережень; як видно із прикладу 10.3, результати аналізу III лаборанта однорідні по маточікуванням, але неоднорідні по дисперсіях, тобто нерівноточні в об'єднанні даних II – IV лаборантів (j=2, j=3, j=4).

Роздільне оброблення однорідних груп проводиться відповідно до п. 11.3.1; їхні результати зведені в таблицю:

Дані прикладу 10.3						**Результати роздільного оброблення**						
j	$\mathbf{n_j}$	$\boldsymbol{f_j}$	$\mathbf{\bar{x}_j}$	$\boldsymbol{\varphi_j^2}$	$S_{x_j}=\sqrt{\frac{\varphi^2}{f_j}}$	$S_{\bar{x}_j}=\frac{S_{x_j}}{\sqrt{n_j}}$	$\mathbf{t_{sj}} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{P_\partial}, \boldsymbol{f_j})$	$\boldsymbol{\varepsilon_{xj}} = \mathbf{t_{sj} S_{\bar{x}j}}$	$\frac{\theta_j}{S_{\bar{x}_j}}$	$\mathbf{S_{\Delta j}}$	$\mathbf{t_{\Delta j}}$	$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{j}$
2	10	9	3,39	0,389	0,208	0,06574	2,26	0,148	1,52	0,08745	2,01	0,18
3	10	9	3,40	2,0	0,471	0,14907	2,26	0,337	0,67	0,15984	-	0,3
4	7	6	3,29	0,289	0,219	0,08295	2,45	0,203	1,21	0,10105	1,76	0,18

У наведеній таблиці довірчий інтервал випадкової — $\varepsilon_{\bar{x}j}$ і загальної — Δj похибки вимірювання визначається, відповідно, за формулами (9.30) і (11.4), а СКВ умовно постійних систематичних похибок — $S_{\theta j}$ і загальної похибки результату — $S_{\Delta j}$ – за формулами (10.43) і (11.3), коефіцієнт $t_{\Delta j}$ – за формулою (11.5). Величини, що входять у зазначені формули, варто відносити до j-ої групи спостережень, тобто їх позначення наділяти підрядковим індексом j.

Результати роздільного оброблення:

$A_2=(3{,}39\pm0{,}18)\%$ з $P_\partial=0{,}95$

A_3=(3,4±0,3)% *з $P_д$=0,95*

A_4=(3,29±0,18)% *з $P_д$=0,95*

Результати оброблення однорідних рівноточних груп багатократних спостережень наведені в таблиці.

Дані прикладу 10.3.						**Результати оброблення об'єднаних груп**						
j	**n_j**	**f_j**	$\bar{x}_j$	**$n_j\bar{x}_j$**	$S_{\bar{x}_j}$	$S_{\bar{\bar{x}}24}$	**t_s**	$\varepsilon_{\bar{\bar{x}}24}$	$\frac{\theta}{S_{\bar{\bar{x}}24}}$	**$S_{\Delta 24}$**	**$t_{S\Delta 24}$**	**Δ_{24}**
2	10	9	3,39	33,9	0,0432	0,0514	2,13	0,109	1,95	0,0773	1,92	0,148
4	7	6	3,29	23,0	0,0482							
Σ	17	15		56,9								

Результат вимірювання по даним об'єднаних груп спостережень оцінюється за формулою (10.12):

$$\bar{\bar{x}}_{24} = \frac{1}{17}56,9 = 3,347\%$$

Оцінка загальної дисперсії об'єднаних груп результатів спостережень визначається за формулою (10.19):

$$S_{заг}^2 = \frac{1}{17-1}\left[9\cdot 0,0432 + 6\cdot 0,0482 + 10(3,39-3,347)^2 + 7(3,29-3,347)^2\right] = 0,04495$$

Оцінка СКВ результату вимірювання об'єднаних груп спостережень:

$$S_{\bar{\bar{x}}24} = \sqrt{\frac{0,04495}{17}} = 0,0514\%$$

Оцінка *довірчого інтервалу випадкової похибки результату вимірювання:*

$$\varepsilon_{\bar{\bar{x}}24} = t_s \cdot S_{\bar{\bar{x}}_{24}} = 2,13\cdot 0,0514 = 0,109\%$$

Оцінка СКВ результату вимірювання з урахуванням умовно постійної систематичної похибки визначається за формулою:

$$S_{\Delta 24} = \sqrt{S_{\theta j}^2 + S_{\bar{\bar{x}}}^2} = \sqrt{0,0577^2 + 0,0514^2} = 0,0773\%$$

Коефіцієнт зв'язку інтервальної характеристики похибки результату з її СКВ оцінюється за формулою (11.5):

$$t_{\Delta 24} = \frac{0,109 + 0,1}{0,0514 + 0,0577} = 1,92$$

Довірчий інтервал похибки результату об'єднаних груп спостережень:

$$\Delta_{24} = t_{\Delta 24}\cdot S_{\Delta 24} = 1,92\cdot 0,0773 = 0,148\%$$

Результат спільного оброблення однорідних рівноточних груп спостережень:

A_{24}=(3,35±0,15)% з $P_д$=0,95

Результати оброблення однорідних нерівноточних груп багатократних спостережень наведені в таблиці:

Вхідні дані			Результати оброблення об'єднаних груп							
j	**n_j**	$\overline{x}_j$	**S** $\overline{x}_j^{\,2}$	**$S_{\Delta j}^2$**	**$S_{\Delta j}^{-2}$**	**λ_j**	**λ_j** $\overline{x}_j$	**$S_{\Delta 2\text{-}4}$**	**t_S**	**$\Delta_{2\text{-}4}$**
2	10	3,39	0,00432	0,00765	130,09	0,488	1,654	0,0611	2,1	0,128
3	10	3,40	0,02222	0,02555	39,13	0,146	0,496			
4	7	3,29	0,00688	0,01021	97,93	0,366	1,204			
∑	27				267,73	1,000	3,354			

Вага j-ого середнього арифметичного з урахуванням умовно постійної систематичної похибки газоаналізатора визначається за формулою (11.10).

Середнє зважене значення як оцінка результату вимірювання, знаходиться за формулою (11.9).

Сумарна СКВ результату вимірювання й довірчі межі його похибки оцінюються за формулами (11.11) і (11.12), відповідно.

Результат оброблення однорідних нерівноточних груп багатократних спостережень:

$$A_{2,4}=(3{,}35\pm0{,}13)\%\ з\ P_д=0{,}95$$

Висновки:

- спільне оброблення груп прямих вимірювань у порівнянні з роздільної звужує межі похибки результату вимірювання;

- звуження меж похибки результату при спільній обробці груп зростає в міру росту числа останніх.

11.3.3. Прямі однократні вимірювання

Прямі однократні вимірювання звичайно проводяться із числом спостережень не більше трьох. Однак два-три спостереження не можуть дати матеріал для статистичного оброблення і робляться вони взагалі лише для запобігання промахів. Якщо умови, проведення вимірювання установлені правильно й застосовані справні ЗВ, то розходження між результатами спостережень не повинні виходити за межі випадкових похибок ЗВ. За результат вимірювання звичайно приймається середнє арифметичне, але уважається, що спостереження не містять грубих похибок.

Оскільки вимірювання виконується без повторних спостережень, то оцінити випадкову похибку результату за експериментальним даними не можна. Тут обробляють не експериментальні, а поперед отримані дані. Тому тут важливу роль грає апріорна інформація про методи, засоби й умови вимірювання. Це, в першу чергу, стосується випадкової похибки результату вимірювання. Груба оцінка цієї похибки за апріорними даними (замість статистичної оцінки з багатократними спостереженнями) накладає метрологічні обмеження на умови проведення та оброблення результатів прямих вимірювань з однократними спостереженнями зокрема [65]:

- умови знехтування випадковими похибками, як зневажливо малими в порівнянні з НСП; за відношенням $\theta / S_x > 8$ (перший алгоритм оцінки похибок в табл. 11.2) їх вилучають і за похибку результату вимірювання приймається довірча межа НСП – $\theta(\mathrm{P})$, розрахована за першим варіатом формули (10.40), коли $\theta = \theta(\mathrm{P})$, $m = 3$ – число складових похибок вимірювання (методу, засобу, суб’єкту), *K*=1,1 для P_∂=0,95;

- умови урахування випадкових похибок, якщо вони не перевищують допустимих меж похибок результату вимірювання. В такому разі довірчі межі випадкової похибки результату вимірювання розрахується таким чином:

• якщо випадкова похибка засобів вимірювань (методу, оператора) надані своїми СКВ (S_i), наведеними в технічній документації, то СКВ результату однократного вимірювання визначається як:

$$S_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} S_i^2} \qquad (11.13)$$

Тоді довірча межа випадкової похибки результату вимірювання – (ε_x) розраховується за формулою (9.19), в якій $\sigma_x = S_x$, а по табл. Д3 для $P_\partial = 0{,}95$ знаходиться безрозмірнісний аргумент функції Лапласа $t = f(P_\partial)$=2.

• якщо складові випадкових похибок вимірювання попередньо знайдені за обмеженим числом спостережень $n < 30$ (позначені зірочкою*), то довірчу межу випадкової похибки результату вимірювань ($\overset{*}{\varepsilon}_x$) визначають за формулою (9.30), в якій $S_{\bar{x}} = S_i^*$, $\varepsilon_{\bar{x}} = \varepsilon_i^*$, а коефіцієнт Стьюдента t_s^* вибирається із табл. Д5 за тієї складової похибки, оцінка якої виконана за найменшого числа спостережень. Тоді довірча межа випадкової похибки результату вимірювання розраховується за формулою:

$$\varepsilon_i^* = t_s^* \sqrt{\sum_{i=1}^{3} S_i^*} \qquad (11.14)$$

Таким чином, за умови $0{,}8 \le \theta/S_x \le 8$ (третій алгоритм оцінки похибок в табл. 11.2) довірча межа похибки результату однократного вимірювання визначається за формулою:

$$\Delta = K[\theta(p) + \varepsilon_x], \qquad (11.15)$$

в якій межі усіх похибок визначається для однієї і тій же довірчій ймовірності. Нижче наведені значення коефіцієнта К згідно до відношення θ/S_x для довірчих ймовірностей $P_\partial = 0{,}95$ та 0,99:

$\boldsymbol{\theta/S_x}$	0,8	1	2	3	4	5	6	7	8
$K_{0,95}$	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81
$K_{0,99}$	0,84	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

Приклад 11.4. Виконується однократне вимірювання температури факела в топці газомазутного котла з похибкою, що не перевищує ±3%.

Апріорна інформація:

— про об'єкт вимірювання: досліджувана ділянка факела в топці котла розташований на горизонтальній частині факела в зоні огляду відкритого лючка по осі топки; спектральний ступінь чорності часток сажистого вуглецю в полум'ї рідкого палива (у світлі довжини хвилі λ=0,65 мкм) ε_λ=0,5±0,05 [63], *температура повітря біля відкритого лючка $t_в$=+40 ℃.*

— про ЗВ: для вимірювання застосовується квазимонохроматичний візуальний пірометр типу «Промінь»; монохоматизація яскравості проводиться у світлі ефективної довжини хвилі λ=0,65±0,01 мкм (червоний світлофільтр), діапазон вимірювання (1200–2000) ℃; межа основної допустимої похибки $\Delta_{осн}$=±20 ℃, зміна показів пірометра при температурі навколишнього повітря вище або нижче 20±5 ℃ не перевищує 0,5 $\Delta_{осн}$ на кожні 10 ℃ зміни температури; середня квадратична похибка пірометра $S_{ЗВ}$=5 ℃; показ приладу $t_я$=1700 ℃.

Рішення

1. Аналіз складових систематичних похибок, визначення поправок, корекція результату вимірювання й оцінка меж його НСП.

Похибка МВ. Похибка безконтактного методу вимірювання температури (природа похибки розглянута в п. 4.4) оцінюється за формулою (4.48).

За тих же початкових умов у прикладі 4.15 відносна методична похибка *складає величину: відносна* $\gamma_я = -0,061$*, абсолютна* $\Delta_{МВ} = 1973 - 2101 = -128\, K$.

Тоді поправка, що враховує систематичну похибку МВ буде $П_{МВ} = +128\, K$

Похибка оцінки цієї поправки за даної температури визначається головним чином похибкою вимірювання спектрального коефіцієнта випромінювання факела (її абсолютне значення оцінене як $\Delta\varepsilon_\lambda = \pm 0,05$*). Похибка поправки визначається за методикою оцінок похибок непрямих вимірювань (п. 11.4) і у формі меж НСП представляється як:*

$$\theta_{МВ} = \frac{\partial(\Delta T_{МИ})}{\partial \varepsilon_\lambda} = \pm \frac{\lambda}{c_2} \cdot \frac{\Delta\varepsilon_\lambda}{\varepsilon_\lambda} T^2 = \pm \frac{0,65 \cdot 10^{-6}}{14379 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{0,05}{0,5}(1973 + 130)^2 = \pm 20 K$$

Похибка ЗВ: основна похибка пірометра задана у вигляді межі допустимої похибки ± 20 *К, її величина й знак невідомі, тому її можна врахувати у формі меж НСП, тобто* $\theta_{13В} = \pm 20$ *К; по даним НТД у формі меж НСП визначається додаткова похибка як:*

$$\theta_{23В} = \pm 0,5 \cdot 20 \frac{40 - 25}{10} = \pm 15\, K$$

Похибка відліку: через відсутність апріорних даних оцінити цю похибку неможливо.

Орієнтовна межа НСП результату однократного вимірювання буде (ІІ варіант формули (10.40):

$$\theta = 20 + 20 + 15 = \pm 55\ K$$

Поправлений результат однократного вимірювання:

$$A_{ис} = 1700 + 128 = 1828\ ^0C$$

Отримана похибка трохи перевищує допустиму, оскільки $\frac{\pm 55}{1828} \cdot 100 = \pm 3,008\% > \pm 3\%$*, тому оцінимо межі НСП результату за допомогою більше точних методів. Для цього знайдемо довірчу межу НСП результату однократного вимірювання при довірчій імовірності 0,95 (І варіант формули (10.40):*

$$\theta = 1,1\sqrt{20^2 + 20^2 + 15^2} = \pm 35,2\, K\ ,$$

тоді СКВ НСП результату однократного вимірювання буде формула (10.42):

$$S_\theta = \frac{35,2}{\sqrt{3}} = 20,3\, K$$

2. Оцінка довірчих меж випадкової похибки результату однократного вимірювання.

Знехтуючи випадковими похибками методу вимірювання та похибками відліку, приймаємо випадкову похибку пірометра у формі СКВ, наведену в НТД: $S = S_{ЗВ} = 5$ *°С, тоді довірча межа випадкової похибки результату однократного вимірювання при* $P_д = 0,95$ *визначається за формулою (9.19):*

$$\varepsilon = 2 \cdot 5 = \pm 10\ ℃,$$

(де $t \approx 2$ аргумент функції Лапласа, див. табл. Д3)

3. Оцінка похибки результату однократного вимірювання

Знаходимо відношення $\frac{\theta}{S} = \frac{35{,}2}{5} = 7{,}04$, *отже оцінка межі похибки результату вимірювання проводиться по третьому алгоритмі табл. 11.2. Із цією метою за формулою (11.5) знаходимо коефіцієнт t_Δ, а за формулою (11.3) – оцінку СКВ:*

$$t_\Delta = \frac{35{,}2 + 10}{20{,}3 + 5} = 1{,}786; \qquad S_\Delta = \sqrt{20{,}3^2 + 5^2} = 20{,}9\ ℃$$

Тоді межа похибки результату буде:

$$\Delta = 1{,}786 \cdot 20{,}9 = \pm 37{,}3\ ℃$$

Результат однократного вимірювання напишемо у вигляді:

$$A = 1830\ ℃,\ \Delta = \pm 40\ C,\ P_д = 0{,}95$$

11.4. Оброблення результатів непрямих вимірювань

11.4.1. Оброблення результатів опосередкованих вимірювань

Результат непрямого вимірювання одержують шляхом рішення відомого рівняння, що представляє собою найчастіше явну функцію, аргументи якої є величини, що підлягають вимірюванню (прямому, непрямому, сукупному, сумісному) і навіть визначенням по графіках, таблицям або діаграмам. При цьому залежно від точності й характеру вимірюваних аргументів, деяких з яких можуть бути результатами однократних, чи багатократних вимірювань. Шукана величина може бути лінійною або нелінійною функцією одного або декількох параметрів (аргументів). Вид функції повинен бути відомий з теоретичних засновок або встановлений експериментально з похибкою, якою можна знехтувати.

Оцінки результату й точності непрямого вимірювання – це по суті визначення значення функції і її похибки за відомих значенні та похибки аргументу. Звичайно приймається, що похибки вимірюваних аргументів істотно менше самих аргументів. Тому в практиці наближених обчислень

[67] прийнято, що похибка функції – це можливий приріст функції, який вона одержує, якщо аргументу дати приріст, рівний його похибці.

Теоретичною основою оцінок результатів непрямих вимірювань при нелінійних залежностях $y=f(x)$ є фундаментальні поняття математичного аналізу й, зокрема, поняття похідної ($f'(x)$ або y'), диференціала ($df(x)$ або dy) і приросту ($\Delta f(x)$ або Δy) функції. Диференціал функції в точці $\bar{x}$ як головна частина її приросту, пропорційна приросту аргументу її, виражається формулою *нескінченно малого приросту (НМП)* функції як [68]:

$$d\,f(x)=dy=f'(x)\,dx, \tag{11.16}$$

де dx – диференціал незалежної змінному, рівний самому приросту, тобто $dx=\Delta x$.

Таким чином, приріст функції як її різниця між нарощеним й початковим значеннях аргументу можна представити у вигляді

$$\Delta f(x) = \Delta y = f(\bar{x}+\Delta x)-f(\bar{x}) \tag{11.17}$$

Рівність (11.16) дотримується лише при нескінченно малій величині Δx. Тільки в цьому випадку dy й Δy – нескінченно малі рівносильні $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{dy}=1$, а різниця між ними нескінченно мала більш високого порядку, ніж Δx, dy, Δy. *Неодмінною умовою, що дозволяє використовувати закономірності диференціального числення для оцінок результатів непрямих вимірювань, є умова $\Delta x\to 0$; тільки при цьому виявляється властивість еквівалентності диференціала й приросту функції. Ця властивість дозволяє замінити точне вираження для приросту функції (11.17), дуже складне для практичного використання, простим вираженням для диференціала функції (11.16), у відшуканні якого й складається суть диференціювання функції*; у результаті після порівняння формул (11.16) і (11.17) з урахуванням того, що $dx=\Delta x$, а $f(\bar{x}+\Delta x)=f(x)$ одержимо приблизну формулу НМП функції у вигляді:

$$\Delta y\approx dy=f'(\bar{x})\Delta x \quad \text{або} \quad f(x)-f(\bar{x})\approx f'(\bar{x})\Delta x \tag{11.18}$$

У такий спосіб використання диференціалів у наближених обчисленнях засновано на можливості замінити приріст даної функції її диференціалом, тобто на заміні функції її лінійним наближенням в околиці даного значення аргументу.

На рис. 11.2 функція та її Δy і dy зображуються різними приростами ординати за одного і того ж значення аргументу. Так, при значенні $x=\bar{x}+\Delta_x$ приріст ординати лінії функції M_1M_2 (відрізок N_1M_2) – це Δ_y, а приріст дотичної M_1N_2, проведений до лінії в точці $x=\bar{x}$, (відрізок N_1N_2) – це dy. Диференціал функції в даній її точці може бути як більше приросту (лінія функції угнута), так і менше його (лінія функції випукла), однак в обох випадках у разі скорочення Δx та Δy, і dy зменшуються.

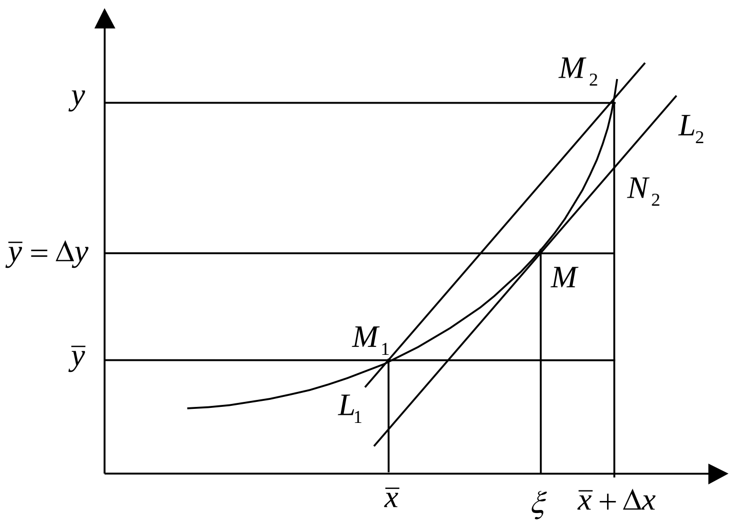


Рис. 11.2. Визначення похибки функції як нескінченно малого її прирощення (по формулі НМП)

Різниця між диференціалом і приростом функції (dy-Δy) зображується відрізком M_2N_2 між лінією функції й дотичною до неї; ця різниця по суті є похибка лінералізації, тобто наближеної заміни нелінійної функції (відрізок ліній M_1M_2) прямою (відрізок дотичної M_1N_2). У термінах метрології – це не що інше як похибка методу непрямого вимірювання ($\Delta_М$), що виникає через недостатньо точної лінералізації нелінійної функції, у такий спосіб:

$$\Delta_{МВ}=dy-\Delta y \qquad (11.19)$$

Як видно з рис. 11.2, ця похибка приймає максимальні значення на верхній межі приросту аргументу. У разі зменшення Δx вона зменшується і лише за умови $\Delta x \to 0$ $\Delta_{МВ}$ стає нескінченно малою вищого порядку, ніж Δx. Отже, тільки в досить малій околиці точки $\bar{x}$, коли $\Delta x \to 0$, заміна dy на Δу приводить до таких похибок $\Delta_{МВ}$, якими можна знехтувати. У реальних умовах енерготехнології похибки аргументів Δx мають цілком певні, далеко не нескінченно малі величини. Так, наприклад відносні похибки навіть лабораторних вимірювань концентрацій окремих компонентів у газоподібних викидах ТЕС і АЕС можуть досягати рівня 10–15% і більше; це впливає на оцінку точності результатів непрямих методів вимірювань, отриманих по залежності (11.18). У цьому випадку проявляється основний метрологічний недолік цієї залежності: вона не дозволяє оцінити точність, з якої дотримується приблизна рівність; відомо лише, що при $\Delta x \to 0$ похибка $\Delta_{МВ} \to 0$, але ми не можемо оцінити $\Delta_{МВ}$ при даному чисельному значенні похибки аргументу Δx.

В цьому відношенні цікава одна з основних теорем диференціального числення – теорема Лагранжа про середнє значення (теорема про кінцевий приріст) функції. Геометричний зміст теореми полягає в тім, що дуга лінії функції M_1MM_2 (рис. 11.3) має щонайменше одну точку, у якій дотична L_1L_2 паралельна хорді M_1M_2.

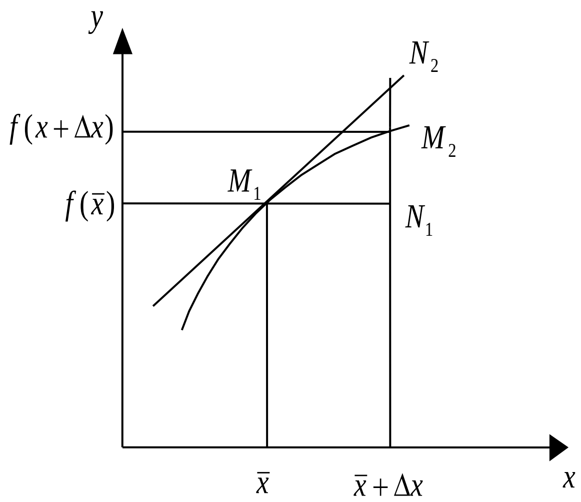


Рис. 11.3. Визначення похибки функції як скінченного її приросту

З рис. 11.3 видно, що оскільки хорда M_1M_2 і дотична L_1L_2 до лінії в точці М паралельні, то тангенси кутів їхнього нахилу однакові. Виразимо тангенс кута нахилу хорди через прирости функції й аргументу як:

$$\text{tg}\angle N_1M_1M_2=\frac{N_1M_2}{N_1M_1}=\frac{f(\bar{x}+\Delta x)-f(\bar{x})}{\Delta x}$$

а тангенс кута нахилу дотичної через похідну в проміжній точці $x=\xi^{*}$ як:

$$\text{tg}\angle NMN_2=\frac{NN_2}{NM}=f'(\xi)$$

Порівнявши праві частини цих виразів одержимо формулу скінчених приростів (КП) (формулу Лагранжа) у вигляді [68]:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=f'(\xi) \quad \text{або} \quad f(x)=f(\bar{x})+f'(\xi)\,\Delta x \qquad (11.20)$$

Формула (11.20) є точним вираження для приросту функції через значення похідної в деякій точці і приріст аргументу без будь-яких обмежень щодо величини останнього. Однак формула Лагранжа сама по собі мало придатна для розрахунків, тому що теорема, на якій заснований її висновок затверджує лише існування числа ξ, що задовольняє рівності (11.20), але не вказує методу для його відшукання. Тільки в рідких випадках заздалегідь відомо, яке повинне бути ξ. Так для лінійної і квадратичної функції точка $x=\xi$ завжди є серединою між значеннями $\bar{x}$ і $\bar{x}+\Delta x$. У цьому можна переконатися на прикладі квадратичної функції $f(x)=x^2$: коли $x=\xi$ її похідна буде $f'(\xi)=2\xi$ і відповідно до першого варіанту формули (11.20) виражається як:

$$2\xi=\frac{\Delta y(\bar{x}+\Delta x)^2-\bar{x}^2}{\Delta x(\bar{x}+\Delta x)-\bar{x}}, \text{ звідки } \xi=\bar{x}^2=\bar{x}+\frac{\Delta x}{2}$$

Приклад 11.5. Коефіцієнт корисної дії (ККД) енергоблоку ТЕС, що працює в базовому режимі, оцінений величиною $\eta=0{,}37$, довірча межа похибки його вимірювання становить $\Delta\eta=\pm0{,}01$. Визначити питому витрату умовного палива на 1 кВт-год виробленій енергоблоком електроенергії й похибку його вимірювання.

Рішення:

Питома витрата умовного палива на 1 кВт-год виробленої електроенергії як результат непрямого вимірювання визначається за

* Грецька буква ξ (ксі) – загальноприйняте позначення для середнього значення аргументу, тобто значення, яке знаходиться усередині

формулою [10]:

$$в_у = \frac{122,8}{\overline{\eta}} = \frac{122,8}{0,37} = 332 \frac{г}{кВт \cdot год}$$

Оцінимо похибку результату вимірювання питомої витрати палива за формулами нескінченно малого (НМП) та скінченного (СП) приросту функції. Для цього визначимо значення першої похідної функції $в_у=f(\eta)$ *у точці* $\eta=0,37$ *і* $\xi \approx \overline{\eta}+0,5\Delta\eta \approx 0,37+0,5\cdot 0,1 \approx 0,375$.

Оскільки перша похідна функції виражається як $в_у{}'=-122,8\eta^{-2}$, *то її значення будуть:*

$$в_у'(\overline{\eta}) = -\frac{122,8}{0,37^2} = -897,0051 \frac{кг}{кВт \cdot год}$$

$$в_у'(\overline{\xi}) = -\frac{122,8}{0,375^2} = -873,2444 \frac{кг}{кВт \cdot год}$$

Тоді похибка вимірювання питомої витрати умовного палива визначиться як:

- *по формулі БМП:* $\Delta в_{у1}=0,01(-897,0051)=8,97 \frac{г}{кВт \cdot год}$,
- *по формулі СП:* $\Delta\, в_{у2}=0,01(-873,2444)=8,7324 \frac{г}{кВт \cdot год}$,

або в термінах відносної похибки:

$$\gamma_{ву} = \frac{-8,97}{332} = -0,027, \qquad \gamma_{ву} = \frac{-8,73}{332} = -0,0263$$

У зв'язку зі зворотною пропорційною залежністю між функцією ($в_у$) *і аргументом* (η) *отримана негативна похибка* $\Delta в_у$ *свідчить про те, що вона породжується позитивною похибкою* $\Delta\eta$.

Обидва рішення є наближеними, тому що формула НМП по своїй природі наближена на відміну від точної формули СП; однак формула СП точна лише при відомому точному значенні абсциси проміжної точки ξ, *при рішенні задачі було прийнято приблизне значення* $\xi \approx \overline{x} + 0,5\Delta x$. *Тому цікаво зрівняти відповіді й зробити висновок, наближення якої формули краще.*

Для цього оцінимо істинне значення похибки непрямого вимірювання, виходячи із загального поняття приросту функції, по формулі (11.17):

$$\Delta в = 122,8\,(\frac{1}{0,37+0,01} - \frac{1}{0,37}) = -8,734 \frac{г}{кВт \cdot год}$$

Тоді похибка методу непрямого вимірювання у відносній формі буде:

- *за формулою НМП:* $\frac{8,97-8,734}{8,734} \cdot 100 = +2,70\%$

- *за формулою СП:* $\frac{8{,}7324 - 8{,}734}{8{,}734} \cdot 100 = -0{,}02\%$

У наявності перевага формули СП функції: навіть при невідомому точному значенні ξ, (приймаючи його приблизно рівним $\xi \approx \bar{x} + 0{,}5\Delta x$, формула КП хоча й перестає бути точною, але дає набагато краще наближення до істинного значення витрати палива (в), ніж формула НМП функції [68].

У розглянутому прикладі непрямого вимірювання питомої витрати умовного палива й оцінки виникаючої при цьому похибки використовувалася аналітична залежність – зворотна функція від ККД енергоблоку. З її допомогою, виходячи із загального поняття приросту (похибки) функції (11.17), було знайдено значення похибки результату непрямого вимірювання, а також оцінені похибки формул НМП і СП.

Слід зазначити, що формула (11.17) для обчислення приростів (похибок) функції залежно від приросту (похибки) аргументу хоча і є точною для будь-яких як лінійних, так і нелінійних функцій, однак із неї лише приріст (похибка) лінійної функції однозначно визначається приростом (похибкою) аргументу. Залежність же приросту нелінійної функції від приросту (похибки) аргументу неоднозначний: приріст (похибка) функції залежить як від приросту (похибки) аргументу, так і від його початкового значення. Крім того, використання формули (11.17) для точної оцінки приростів майже завжди приводить до досить громіздким, незручним для розрахунку виразів. Тому її використовують лише для визначення приростів (похибок) будь-яких елементарних функцій; в інших випадках для спрощення обчислень застосовують відпрацьований у вищій математиці методичний прийом – попереднє розкладання функції в ряд. Так, відповідно до теореми Тейлора (узагальненням теореми Лагранжа), якщо функція $f(x)$ в інтервалі $\bar{x}$, $\bar{x} + \Delta x$, тобто в околиці точки $\bar{x}$, неперервна й має неперервні похідні від першого до (n+1)-го порядку включно, то має місце рівність, формула або ряд Тейлора [69]:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} f^{(k)}(\bar{x})\Delta x + \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi)\Delta x^{(n+1)} \tag{11.21}$$

Для стислості й зручності аналізу у формулі (11.21) *n*-а часткова сума ряду включає перший член (*k*=0), що містить похідну нульового порядку, зручно позначити як $f^{(0)}(x)=f(x)$.

Останній член ряду у вищій математиці називається залишковим членом формули Тейлора у формі Лагранжа; на відміну від інших форм залишкового члена він дає точне вираження різниці між $f(x)$ і *n*-ою частковою сумою ряду. Він відрізняється від загального члена ряду тільки тим, що значення похідної (n+1)-го порядку береться не в даній точці $\bar{x}$, а в деякій точці ξ, що лежить між $\bar{x}$ і $\bar{x}+\Delta x$.

Цікаво відзначити, що при *k*=n=0, коли $f^{(0)}(\bar{x})=f(\bar{x})$, а 0!=1, формула Тейлора (11.21) перетворюється у формулу (11.20):

$$f(x)=\frac{1}{0!}f^{(0)}(\bar{x})\Delta x^{0}+\frac{1}{(0+1)!}f^{(0+1)}(\xi)\Delta x^{(0+1)}=f(\bar{x})+f'(\xi)\Delta x$$

Оскільки $f(x)=f(\bar{x}+\Delta x)=f(\bar{x})+\Delta y$, то формулу Тейлора можна представити у вигляді:

$$\Delta y=f(x)-f(\bar{x})=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!}f^{(k)}(\bar{x})\Delta x^{k}+R,\ \text{де}\ R=\frac{1}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\xi)\Delta x^{(n+1)}\quad, \tag{11.22}$$

звідки виходить, що приріст (похибка) функції, що задовольняє теоремі Тейлора, точно виражається досить простою сумою («Тейлоровою сумою») її послідовних диференціалів, тобто диференціалів, розташованих у порядку зростаючої малості. А оскільки перший диференціал функції точно дорівнює її приросту (похибці) тільки для лінійної функції, то після розкладання нелінійної функції в ряд Тейлора проводиться її лінеаризація. Вона здійснюється шляхом виділення лінійної частини ряду й виключення (відкидання) нелінійної частини ряду, що включає диференціали функції другого порядку й вище. У такий спосіб з математичної точки зору лінеаризація функції однієї перемінної є наближене уявлення цієї функції n-ою частковою сумою ряду Тейлора при $0\le k\le n=1$; у результаті можна одержати такий вираз:

$$y=f(x)=f(\bar{x})+f'(x)\Delta x+R_2,\quad \text{де}\ R_2=\frac{1}{2}f''(\xi)\Delta x^{2}\ \text{або}$$

$$\Delta y = f'(\bar{x})\Delta x + \frac{1}{2} f''(\xi)\Delta x^2 \qquad (11.23)$$

Формула (4.23) дає точну, а не приблизну (див. формулу НМП) залежність між диференціалом функції і її приростом (похибкою). Різниця між ними – це залишковий член ряду Тейлора у формі Лагранжа, або похибка методу непрямого вимірювання. Вона виникає через лінеаризацію розкладений у ряд Тейлора функції шляхом виключення (відкидання) нелінійної частини ряду. Ця похибка у загальному виді виражається формулою (11.19) (на рис. 11.2 зображується відрізком M_2N_2), однак дотепер вона була не визначена. Тепер же після зіставлення формул (11.19) і (11.23) цю похибку можна визначити як:

$$\Delta_m = dy - \Delta y = -\frac{1}{2} f''(\xi)\, \Delta x^2 \qquad (11.24)$$

Отже, у випадку, якщо друга похідна функції неперервна й не дорівнює нулю в околиці точки $\bar{x}$, то різниця між диференціалом функції і її приростом, тобто похибка методу непрямого вимірювання, є величиною другого порядку малості відносно Δx; у формулу (11.23) ця похибка входить зі зворотним знаком, тобто як поправка, що характерно для систематичних похибок, природа яких відома, а величини й знаки досить точно визначаються (див. п. 10.4).

Таким чином, точне значення приросту (похибки) функції можна одержати по досить простій формулі (11.23); для цього потрібно лише взяти похідні першого й другого порядку, обчислити їхні значення (першу – при $x=\bar{x}$, другу – при $x=\xi$) і виконати елементарні арифметичні операції. Однак формула (11.23) має також недолік, який був відзначений у розглянутій раніше формулі КП (11.20): розрахунок точного значення приросту (похибки) нелінійної функції реалізується лише у випадку квадратичної функції, для якої точно відома абсциса точка ξ; для інших нелінійних функцій абсциса цієї точки відома лише приблизно, що ускладнює розрахунок приростів (похибки) таких функцій.

Подальший аналіз методичних основ оцінювання результатів і похибок непрямих вимірювань доцільно проводити на розкладанні в ряд Тейлора функції багатьох перемінних $A=\varphi(a_1, \ldots, a_m)$. Якщо така функція диференційована по кожному зі своїх аргументів $a_1, \ldots, a_m$ і має неперервні часткові похідні $\partial\varphi/\partial a_1, \ldots, \partial\varphi/\partial a_m$ від першого до (n+1)-го порядку, то її розкладання в ряд Тейлора проводиться аналогічно розкладанню функції однієї перемінної, тільки диференціали беруться повні. Отже, розкладену в ряд Тейлора нелінійну функцію багатьох перемінних у символічній формі можна представити як:

$$A = \varphi(a_1, \ldots, a_m) = \varphi(\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_m) + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!} \left(\frac{\partial}{\partial a_1}\Delta a_1 + \ldots + \frac{\partial}{\partial a_m}\Delta a_m\right)^k \varphi(\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_m) + R_{n+1} \quad (11.25)$$

$$R_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}\left(\frac{\partial}{\partial a_1}\Delta a_1 + \ldots. + \frac{\partial}{\partial a_m}\right)^{n+1} \varphi(\xi_1, \ldots., \xi_m), \quad (11.26)$$

де $\Delta a_1 = a_1 - \bar{a}_1, \ldots, \Delta a_m = a_m - \bar{a}_m$ – похибка аргументів $a_1, \ldots, a_m$;

$\varphi(a_1, \ldots, a_m) = \varphi(\bar{a}_1 + \Delta a_1, \ldots, \bar{a}_m + \Delta a_m)$ – приріст значення функції.

Поверхня, яка характеризує функцією $A=\varphi(a_1, \ldots, a_m)$, при лінеаризації останньої заміняється площиною, дотичною в точці з координатами $\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_m$. Тому для одержання лінійної залежності, що буде характеризувати таку площину, потрібно у формулах (11.25) і (11.26) обмежитися n=1, в результаті будемо мати:

$$A = \varphi(a_1, \ldots, a_m) = \varphi(\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_m) + \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial\varphi}{\partial a_i}\Delta a_i + R_2 \quad (11.27)$$

$$R_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial a_1}\Delta a_1 + \ldots + \frac{\partial}{\partial a_m}\Delta a_m\right)^2 \cdot \phi(\xi_1, \ldots, \xi_m) \quad (11.28)$$

Вираження для оцінок похибки результату непрямого вимірювання як приросту функції одержимо безпосередньо з рівняння (11.27) у вигляді:

$$\Delta A = A - \bar{A} = \varphi(\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_m) - \varphi(\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_m), \quad (11.29)$$

і $$\Delta A = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial\varphi}{\partial a}\Delta a_i + R_2 \quad (11.30)$$

Для лінійної функціональної залежності за малого числа аргументів ($m \le 3$), складові похибки яких задані своїми абсолютними достовірними (з ймовірністю P=1) межами, будемо мати [44]:

$$\Delta A = \sum_{i=1}^{m} в_i \cdot \Delta a_i \qquad (11.31)$$

За великого числа аргументів оцінка *ΔA* може виявитися завищеною й доцільно перейти до статистичного підсумовування похибок аргументів. Воно засновано на припущенні про рівномірний розподіл похибок аргументів у заданих межах; тоді довірчі межі $\Delta A_д$ похибки результату непрямого вимірювання визначаються за формулою (10.41), що для розглянутого випадку буде мати вигляд:

$$\Delta A_д = K\sqrt{\sum_{i=1}^{m} в_i^2 \cdot \Delta a_i^2} \qquad (11.32)$$

Тут також, як і у формулі (10.40), необхідно порівнювати отриману оцінку з абсолютною межею, одержаною арифметичним підсумуванням похибок аргументів і вибирати як остаточну межу найменшу.

Якщо похибка результатів вимірювань аргументів задана довірчими межами $\Delta a_{дi}$, …, $\Delta a_{дm}$ з однаковою довірчою ймовірністю $P_{дi}=...=P_{дm}=P_д$, тобто є достатні підстави вважати розподілу похибок всіх аргументів нормальними. У цьому випадку довірча похибка результату непрямого вимірювання, що відповідає тій же довірчій ймовірності $P_д$, буде:

$$\Delta A_д = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} в_i^2 \Delta a_{дi}^2} \qquad (11.33)$$

Похибки результатів вимірювання аргументів можуть бути задані не межами, а параметрами систематичних і випадкових складових — межами (довірчими межами) і СКВ. Якщо представити похибку результату вимірювання кожного аргументу як суму систематичної v_i і випадкової ψ_i складових, тобто $\Delta a_i = v_i + \psi_i$, то з формули (11.31) можна одержати:

$$\Delta A = \sum_{i=1}^{m} в_i\, v_i + \sum_{i=1}^{m} в_i\, \psi_i\ ,$$

де доданки являють собою, відповідно, систематичну й випадкову складову похибки.

У такий спосіб за допомогою останньої формули оцінюються роздільно систематичні й випадкова складові похибки результату непрямого вимірювання, а потім отримані оцінки поєднуються. Що стосується оцінки систематичної складової похибки результату, то вона проводиться залежно від відомостей про розподіл похибок, з використанням вирзів (11.31)–(11.33).

Якщо задані точкові характеристики випадкових складових аргументів, то потрібно мати формулу для оцінки дисперсії результату непрямого вимірювання. Для лінійної функції двох перемінних така формула наведена в п. 9.3. Для нелінійної функції багатьох перемінних, в тому числі і взаємозалежних, формула для оцінки СКВ результату непрямого вимірювання має вид [26]:

$$s_{\bar{A}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_i}\right)^2 s_i^2 + 2\sum_{i\neq j}^{m} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_i}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial a_j}\right)\tau_{ij} \cdot s_i . s_j}, \tag{11.34}$$

де, як і в п. 9.3, $S_i^2 = S_{\bar{a}_i}^2, S_j^2 = S_{\bar{a}_j}^2$ $s_i^2 = s_{\bar{a}}^2, s_j^2 = s_{\bar{a}}^2$ – оцінки дисперсії (СКВ) результату вимірювання і-*го* й *j-го* аргументу відповідно;

$r_{ij} = r_{\bar{a}i} \cdot r_{\bar{a}j}$ – коефіцієнт кореляції випадкових похибок тих же аргументів.

Якщо розподіл похибок результатів вимірювань аргументів не суперечить нормальному розподілу, довірчі межі випадкової похибки результату непрямого вимірювання обчислюють (без обліку знака) за формулою:

$$\varepsilon = t_s \cdot S_{\bar{A}}, \tag{11.35}$$

де t_s – коефіцієнт Стьюдента, що відповідає довірчої ймовірності $P_д$ і ефективному числу ступенів свободи [26]:

$$f_{еф} = \frac{\left(\left(\frac{\partial\varphi}{\partial a}\right)^2 s_i^2\right)^2}{\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{n_1 - 1}\left(\left(\frac{\partial\varphi}{\partial a}\right)^2 s_i^2\right)^2} \tag{11.36}$$

де n_i – число прямих вимірювань аргументу a_i.

Приклад 11.6. Оцінити масову й питому витрату натурального палива й похибки їхніх непрямих вимірювань за такими вихідними даними:

- *навантаження енергоблоку N_e=250 МВт і відносна похибка його* *вимірювання* $\gamma_{Ne} = \pm 0,005$;

- *питома теплота згоряння:*

- натурального палива $Q_H^P = 20000\,\frac{кДж}{кг}$ *, відносна похибка її визначення:*

$$\gamma_Q = \pm 0,02$$

- умовного палива $Q_H^Y = 29308\frac{кДж}{кг}$*;*

- *питома витрата умовного палива на 1 кВт-год виробленої енергоблоком електроенергії й похибка його вимірювання прийняти за результатами рішення задачі в прикладі 11.5.*

Рішення

Питома витрата натурального палива на 1 кВт-год виробленої енергоблоком електроенергії визначається за формулою [10]:

$$в = Q_H^Y \frac{в_у}{Q_H^P},$$

після підстановки в яку вихідних даних буде мати:

$$в = 29308\,\frac{332}{20000} = 486,51\,\frac{г}{кВт \cdot год}$$

Для оцінювання похибки опосередкованого вимірювання за визначальним рівнянням скористаємося методом його лінеаризації, але попередньо потрібно перевірити її допустимість. Для цього оцінимо залишковий член розкладання функції у ряд Тейлора по формулі (11.35):

$$R_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 в}{\partial в_у^2}(\Delta в_у)^2 + \frac{\partial^2 в}{(\partial Q_H^P)^2}(\Delta Q_H^P)^2\right] + \frac{\partial^2 в}{\partial в_у \partial Q_H^P}(\Delta в_у)(\Delta Q_H^P),$$

де $\frac{\partial в}{\partial в_у} = \frac{Q_H^Y}{Q_H^P}, \frac{\partial^2 в}{\partial в_у^2} = 0 \quad \frac{\partial в}{\partial Q_H^P} = -\frac{Q_H^Y в_Y}{(Q_H^P)^2}, \quad \frac{\partial^2 в}{(\partial Q_H^P)^2} = 2\frac{Q_H^Y в_у}{(Q_H^P)^3}, \quad \frac{\partial^2 в}{\partial в_у \partial Q_H^P} = \frac{Q_H^Y}{(Q_H^P)^2}$

$$R_2 = \frac{Q_H^у в_у}{(Q_H^P)^3}(\Delta Q_H^P)^2 - \frac{Q_H^у}{(Q_H^P)^2}\Delta в_у Q_H^P = Q_H^у \frac{в_у}{Q_H^P}.\frac{\Delta Q_H^P}{Q_H^P}\left(\frac{\Delta Q_H^P}{Q_H^P}.\frac{\Delta в_у}{в_у}\right) = в\gamma_{Q_H^P}(\gamma_{Q_H^P} - \gamma_{в_у})$$

або у відносних одиницях $\gamma_{R_2} = \gamma_Q(\gamma_Q - \gamma_{by})$,

де $\gamma_{в_у}$ *=0,027 відносна похибка вимірювання питомої витрати умовного палива (результат рішення задачі прикладу 11.5).*

Оскільки похибки випадкові, то знак не слід фіксувати, тому після підстановки вихідних даних буде мати $\gamma_{R_2} = 0,02(0,02 + 0,027) = 0,00094.$

Відносне значення залишкового члена в 200 разів менше похибки, що може дати сума похибок $(\gamma_Q + \gamma_{b_y})$ *=0,047; отже, залишковим членом розкладання можна зневажити, а лінеаризація функції припустима; повний диференціал* *цієї функції буде:*

$$d\text{в} = \frac{\partial \text{в}}{\partial \text{в}_y} d\text{в}_y + \frac{\partial \text{в}}{\partial Q_H^P} dQ_H^P$$

Підставляючи отримані вище вираження для часткових похідних, можна остаточно одержати вираз для повного диференціалу у вигляді:

$$\frac{\Delta \text{в}}{\text{в}} = \frac{\Delta \text{в}_y}{\text{в}_y} + \frac{\Delta Q_H^P}{Q_H^P} \quad \text{або} \quad \gamma_\text{в} = \gamma_{b_Y} + \gamma_Q .$$

Таким чином, відносна похибка вимірювання питомої витрати натурального палива на 1 кВт-год виробленої енергоблоком електроенергії буде $\gamma_\text{в} = 0{,}027 + 0{,}02 = 0{,}047$

Масова витрата натурального палива на енергоблок визначається за формулою [10]:

$$\text{B} = \text{в} \cdot \text{N}_e = 486{,}51 \cdot 10^{-6} \cdot 250 \cdot 10^3 = 121{,}63 \frac{m}{\text{год}} \qquad (11.45)$$

Використовуючи ті ж методичні прийоми, можна для функції (11.45) одержати остаточну формулу по оцінюванню похибки результату вимірювання масової витрати натурального палива у вигляді:

$$\frac{\Delta \text{B}}{\text{B}} = \frac{\Delta \text{в}}{\text{в}} + \frac{\Delta \text{N}_e}{\text{N}_e} = \gamma_\text{в} + \gamma N_e = 0{,}047 + 0{,}005 = 0{,}052$$

Розглянемо ще один вид опосередкованих вимірювань, широко розповсюджений при виконанні теплових розрахунків технологічних процесів і устаткування на ТЕС і АЕС. До нього належать непрямі вимірювання, результати яких оцінюються через функціональні залежності, виражені не аналітично, а надані у вигляді графіків або таблиць. Це насамперед визначення теплофізичних властивостей технологічних середовищ як функцій їхніх температур і тисків (теплопровідність, теплоємність, щільність, в'язкість тощо), а також термодинамічних параметрів і величин, які характеризують технологічні процеси за участю води, водяної пари, пароводяної суміші (ентальпія, ентропія, питомий об'єм, ступінь сухості тощо).

При виконанні теплових розрахунків доводиться багаторазово розраховувати зазначені величини в широких діапазонах температур і тисків. Для цих цілей використовуються таблиці теплофізичних властивостей речовин, таблиці термодинамічних властивостей води й водяної пари, а також h, S-діаграма водяної пари. Вони істотно спрощують розрахунки параметрів, властивостей і величин як результатів непрямих вимірювань. Що стосується похибок результатів таких вимірювань, то процес їхнього оцінювання зв’язаний з певними труднощами через необхідність застосування для цієї мети чисельного або графічного диференціювання функцій, заданих табличними значеннями або графіками.

Разом з тим, таблиці термодинамічних властивостей води й водяної пари, що є нормативним матеріалом, складені з високим ступенем точності. Табличні значення величин розраховані по міжнародній системі рівнянь стану води та її пари; однак ця система досить складна, складається з декількох громіздких рівнянь, що містять поліноми високого ступеня, і вимагає великого об'єму машинної пам'яті й значного часу. Використання ж цієї системи для оцінювання похибок отриманих по таблицях величин, як результатів непрямих вимірювань при відомих похибках аргументів, приводить до ще більшого ускладнення розрахунків.

Подібні розрахунки значно спрощуються, якщо міжнародну систему рівнянь стану води і її пари, що охоплює дуже широку сферу термодинамічних параметрів стану, апроксимувати простими співвідношеннями; при цьому необхідна точність розрахунку за таких співвідношень досягається обмеженням області їхніх параметрів.

Так, наприклад, одна з найважливіших функцій стану ентальпія, що полегшує розрахунки термодинамічних систем за участю перегрітої пари, апроксимується широко розповсюдженим рівнянням [67]:

$$h = \left(h_{0p} + 0{,}5A_{3p}{}^{2}\right) \cdot 10^{3}, \tag{11.37}$$

де $h_0=K_0+K_1y+K_2y^2+K_3lny;$

$A_2=b_0+3b_2/y^2+3b_3/(y-y_1)^2+2b_3y_1(y-y_1)^3;$

$A_3=C_0+(i_0+1)C_1/y^{i_0}+(i_1+1)C_2/y_1^{i_1};$

$y=10^{-3}T;$

T, p – температура й тиск перегрітої пари, К, МПа.

Нижче наведені коефіцієнти рівняння (11.37) згідно з підрядковим індексом:

n	b_n	C_n	i_n	K_n	y_n
0	$3{,}237\cdot10^{-4}$	$5{,}6084\cdot10^{-6}$	8	$2{,}12787\cdot10^{3}$	-
1	-	$-2{,}5993\cdot10^{-6}$	14	$1{,}48285\cdot10^{3}$	$2{,}1\cdot10^{-1}$
2	$-1{,}1354\cdot10^{-3}$	$-1{,}2604\cdot10^{-8}$	-	$3{,}79026\cdot10^{2}$	-
3	$-4{,}381\cdot10^{-4}$	-	-	$4{,}6174\cdot10^{1}$	-

Оскільки якість результатів непрямих вимірювань ефективності енергоблоків і оцінювання їх техніко-економічних показників прямо залежить від похибки непрямого вимірювання ентальпії перегрітої пари, проведемо її оцінку за розглянутою вище методикою. Для цього емпіричне рівняння (11.37) напишемо як функцію двох аргументів (p і T) у вигляді:

$$h=2127{,}8+1{,}4828T+3{,}7902\cdot10^{-4}T^{2}+46{,}174\ln(10^{-3}T)+0{,}2237p-3{,}4062\cdot10^{6}T^{-2}p-$$
$$-1{,}3143(10^{-3}T-0{,}21)^{-2}p-0{,}184(10^{-3}T-0{,}21)^{-3}p+2{,}8042\cdot10^{-3}p^{2}-11{,}69685\cdot10^{21}T^{-8}p^{2}-$$
$$-9{,}453\cdot10^{37}T^{-14}p^{2} \qquad (11.38)$$

Наведена таблиця 11.1 містить значення ентальпій, обчислені за рівнянням (11.38) у реальній області термодинамічних параметрів; відповідні відхилення отриманих значень від значень з таблиці теплофізичних властивостей водяної пари не перевищують (±1 кДж/кг).

Таблиця 11.1. **Значення ентальпій, що обчислені за рівнянням (11.38)**

p, МПа / T, K	**0,03**	**0,5**	**1**	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**	**18**	**21**	**24**
373	2684	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
423	2781	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
473	2878	2855	2827	—	—	—	—	—	—	—	—
523	2976	2960	2942	2856	2682	—	—	—	—	—	—
573	3075	3064	3051	2993	2888	2761	2611	—	—	—	—
623	3176	3167	3157	3115	3043	2960	2866	2762	2648	2523	2388
673	3279	3271	3264	3231	3177	3117	3053	2983	2907	2826	2740
723	3383	3377	3370	3344	3301	3256	3208	3157	3103	3046	2986
773	3488	3483	3478	3456	3421	3385	3347	3308	3267	3224	3180
823	3596	3591	3587	3568	3539	3510	3479	3447	3414	3381	3346
873	3705	3701	3697	3681	3657	3631	3606	3580	3553	3525	3497

На рис. 11.4 надані корисні для практики графіки перших похідних функції $h = f\,(T, p)$.

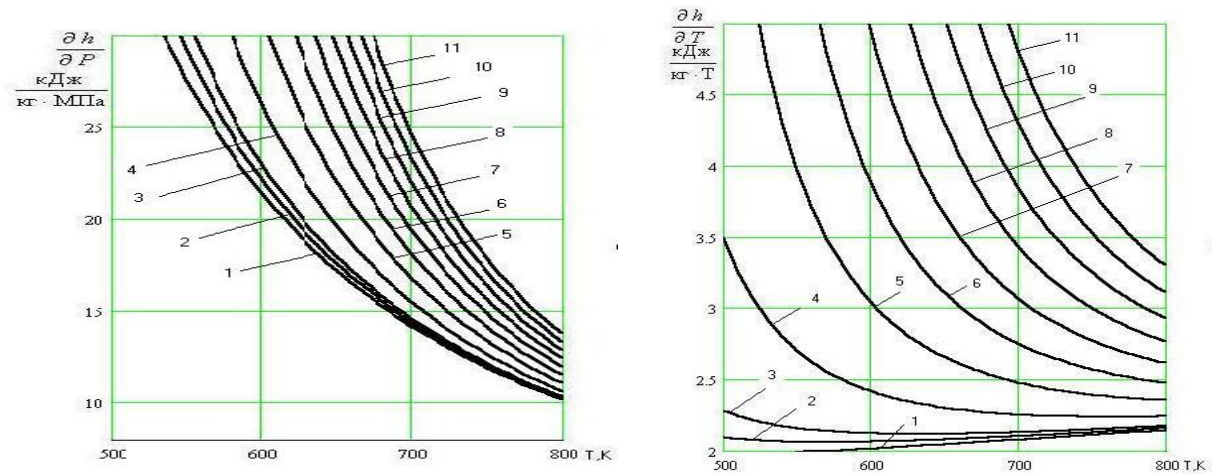


Рис.11.4. Залежності перших похідних функції h=f(T, p) від температури й тиску перегрітої пари; тут цифрами позначені ізобари в МПа
1 – 0,03; 2 – 0,5; 3 – 1,0; 4 – 3,0; 5 – 6,0; 6 – 9,0; 7 – 12; 8 – 15; 9 – 18; 10 – 21; 11 – 24

Залишаючи осторонь громіздкі викладення щодо обґрунтування правомірності лінеаризації функції (11.38), проведені при ретельному її дослідженні, оцінимо похибку вимірювання ентальпії за формулою (11.30) (при R_2=0), яка у нашім випадку буде мати вигляд:

$$\Delta h = \frac{\partial h}{\partial T}\Delta T + \frac{\partial h}{\partial P}\Delta P \tag{11.39}$$

Приклад 11.8. Параметри перегрітої пари T=673 К і p=15 МПа вимірювані з максимальною похибкою ±1%. Які будуть результат і похибка непрямого вимірювання ентальпії?

Рішення: використовуючи табличні значення ентальпії, обчислені за допомогою апроксимуючої залежності (11.38) і графіки перших похідних будемо мати:

h = f(T=673 K, p=15 МПа)=2983 кДж/кг

$$\frac{\partial h}{\partial T} = 3{,}83\,кДж/(кг\cdot К), \qquad \frac{\partial h}{\partial P} = 24{,}88\,кДж/(кг\cdot МПа)$$

Абсолютна межа похибки вимірювання:

\- *температури* $\Delta T = \dfrac{\pm 1\cdot 673}{100} = \pm 6{,}73\,K$,

\- *тиску* $\Delta P = \dfrac{\pm 1\cdot 15}{100} = \pm 0{,}15\,МПа$

Тоді похибка вимірювання ентальпії за формулою (11.48) буде:

(h=((3,83·6,73+24,88·0,15)=±30 кДж/кг чи у відносних одиницях:

$$\gamma_h = \frac{\Delta h}{h}\cdot 100 = \frac{\pm 30}{2983}\cdot 100 \approx \pm 1\%$$

11.4.2. Оброблення а результатів сумісних вимірювань

До сумісних вимірювань відноситься визначення функціональної залежності між фізичними величинами або, як прийнято тепер говорити, установлення математичної моделі досліджуваної залежності. Такі вимірювання зустрічаються на ТЕС і АЕС при рішенні задач метрологічного забезпечення фізико-хімічних методів аналізу технологічних середовищ (димові гази, живильна вода, конденсат, первинне, вторинне повітря тощо);причому практично всі вимірювання хімічного складу зазначених середовищ є непрямими. Вміст контрольованого компонента кількісно оцінюється на підставі функціональної залежності між значенням цього компонента й величиною, що піддається прямому вимірюванню аналітичними ЗВ універсального призначення (хроматографи, кондуктометри, фотоколориметри тощо). Як правило, такі функціональні залежності для реальних середовищ, що аналізуються не можна знайти теоретично; їх визначають тільки на основі експериментальних досліджень із використанням специфічних різновидів ЗВ – стандартних зразків складу й властивостей речовин (атестовані газові суміші для хроматографів, розчини електролітів з відомою питомою електропровідністю для кондуктометрів, стандартні зразкові розчини з відомою концентрацією для фотоколориметрів і т.д.) [50]. Визначено експериментально таку залежність у формі таблиці або графіка, називається градуювальною характеристика аналізатора газу або рідини.

У багатьох випадках градуювальну характеристику ЗВ доцільно представити у формі аналітичного вираження, що апроксимує дослідні дані на основі їхньої математико-статистичного оброблення. Така форма уявлення градуювальної характеристики дозволяє оцінити її похибку через похибки апроксимуючої функції й використовуваних зразкових ЗВ.

Установлення математичної моделі досліджуваної залежності включає два етапи робіт: етап вибору виду апроксимуючої функції й етап визначення її параметрів (коефіцієнтів, показників ступеня тощо.), які щонайкраще відображають дану експериментальну залежність – рівняння регресії.

Вибір виду апроксимуючої функції за дослідними даними починається з вивчення характеру змін результатів спостережень, його зіставлення з характером поводження добре вивчених функцій і вибір як апроксимуючої функції тієї з них, вид якої в максимальному ступені моделює досліджувану залежність. Вид такої функції часто можна встановити до початку математичного оброблення шляхом побудови графіка за експериментальним даними. Процес вибору виду апроксимуючої залежності не піддається формалізації і є суб'єктивним процесом, який повністю не може бути переданий комп’ютеру.

У загальному випадку розрахунок параметрів апроксимуючої функції зводиться до рішення системи нелінійних рівнянь. Така система виходить після підстановки в обрану для апроксимації залежність сукупності парних значень водночас вимірюваних величин x_i, y_i, перша з яких є вхідним сигналом ЗВ (наприклад зміст аналізованого компонента в пробі відомого складу), а друга — вихідним сигналом ЗВ (i=1,2,3, …, n – число парних спостережень). В окремому досить розповсюдженому, випадку це може бути система лінійних щодо деяких двох (m=2) параметрів A и B апроксимуючої функції виду y_i=A+Bx_i. Тоді після підстановки в неї дослідних даних можна одержати система рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A + B_{x1} \\ y_2 &= A + B_{x2} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n &= A + B_{xn} \end{aligned}\right\} \qquad (11.40)$$

Якщо число рівнянь системи (11.49) менше числа шуканих величин (n<m), задача залишається невизначеної. Якщо число рівнянь системи дорівнює числу дослідних невідомих (n=m), то такі сумісні вимірювання є однократними. У цьому випадку задача вирішується будь-яким з методів алгебри в припущенні, що похибки вимірюваних величин або відсутні, або зневажливо малі. Рішення системи єдине й, випадкове, тому що точно

відповідає випадковим значенням вихідних даних x_i і y_i. Однак оцінити випадкову похибку отриманого результату через однократність спостережень неможливо.

Представляє інтерес випадок, коли число рівнянь системи (11.40) перевершує число невідомих (n>m). У цьому випадку система буде надлишковою, утримуючою (n-m) надлишкових рівнянь, а сумісні вимірювання є багаторазовими. Вимірювані величини (x_i і y_i) містять випадкові похибки й рівняння надлишкової системи якоюсь мірою суперечать один одному. У загальному випадку не існує такої сукупності парних значень (x_i, y_i), яка при підстановці в рівняння системи (11.40) звернула б їх у тотожності [46]. Тому рівняння системи (11.40) на відміну від звичайних математичних рівнянь, прийнято називати *умовними*. Із цих рівнянь у різних комбінаціях можна скласти кілька систем рівнянь, кожна з яких окремо дасть своє рішення. Однак між собою вони будуть несумісні. Кожне рішення буде відповідати своїй апроксимуючій функції; якщо всі їх перенести на графік, то одержимо цілий пучок апроксимуючих залежностей. Після підстановки в умовні рівняння надлишкової системи (11.40) знайдені оцінки шуканих величин $\tilde{A}$ і $\tilde{B}$ можна одержати:

$$
\begin{gathered}
y_1-\left(\tilde{A}+\tilde{B}x_1\right)=\vartheta_1\\
y_2-\left(\tilde{A}+\tilde{B}x_2\right)=\vartheta_2\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.....\\
y_n-\left(\tilde{A}+\tilde{B}x_n\right)=\vartheta_n,
\end{gathered}
\tag{11.41}
$$

де $\vartheta_1, \vartheta_2, ..., \vartheta_n$ — залишкова похибка (нев'язка) *1, 2, ..., n*-ого умовного рівняння, отримана при підстановці в нього оцінок $\tilde{A}+\tilde{B}$.

Таким чином, у випадку n>m звичайним шляхом вирішити надлишкову систему рівнянь не представляється можливим. Тому задача сформулюється у такий спосіб: знайти наближені (усереднені) значення (оцінки) $\bar{A}$, $\bar{B}$, що є функціями результатів спостережень парних значень x_i і y_i; при цьому, шукані оцінки повинні задовольняти двом вимогам, що приводять до єдино можливого рішення задачі [61]: вони повинні бути незміщеними й ефективними. Ці вимоги виконуються за відсутності систематичних похибок у процесі сумісних вимірювань (x_i, y_i) і найменшої дисперсії оцінок $\overline{A}$ і $\overline{B}$ у порівнянні з іншими можливими оцінками. Точно вирішити розглянуту задачу знаходження $\overline{A}$ і $\overline{B}$ можна тільки при дотриманні таких умов:

- шукані величини повинні бути пов'язані з вимірюваними випадковими величинами x_i, y_i лінійною залежністю типу $y_i= \overline{A}+ \overline{B}x_i$;

- випадковими, тобто утримуючими похибки вимірювань, можуть бути тільки y_i, величини x_i повинні бути точними, не утримуючих похибок;

- похибки величини y_i повинні бути розподілені за нормальним законом.

У загальному випадку жодне із цих умов не виконується, або виконується порівняно не часто. Тому доводиться задовольнятися наближеним рішенням розглянутої задачі*, яке досить близько до строгого рішення й дає можливість оцінити похибку отриманого результату.

Наближене рішення задачі по знаходженню оцінок $\overline{A}$ и $\overline{B}$, як результатів сумісних вимірювань, може бути отримане із графіка апроксимуючої функції в результаті усереднення всього пучка апроксимуючих залежностей, побудованих за результатами несумісних рішень умовних рівнянь надлишкової системи (11.49). Така графічно усереднена залежність буде набагато точніше й достовірніше описувати досліджувану функцію, тому що звільнена від випадкових похибок, що приводять до розкиду окремих результатів багатократних спостережень при сумісних вимірюваннях. На графіку однозначно можна пізнати тільки пряму лінію. Тільки пряму лінію за допомогою лінійки можна продовжити на досить велику відстань. Інші криві такими властивостями не володіють. Тому при побудові експериментальних даних координатні осі моделі варто перетворювати доти, поки не буде отримане рівняння прямої лінії. Для лінійних залежностей типу $y=A+Bx$ графічне рішення представляється у вигляді відрізка ординати $\overline{A}=y$ (при $x=0$) і тангенса кута нахилу прямої

* Оброблення експерементальних даних за МНК можна провести за стандартною програмою http://www.sinisha.ru. Математика, умножение матриц, метод наименьших квадратов.

$\overline{B} = 1/x(y - \overline{A})$.

Аналітичний метод знаходження незміщених оцінок А і В с мінімальними дисперсіями був розроблений в 1795–1805 рр. французьким математиком А.М. Лежандром (1752–1833) і німецьким математиком К.Ф. Гауссом (1777–1855); метод одержав назву регресійного аналізу, або методу найменших квадратів (МНК). Завдяки можливості широкого доступу дослідників і виробничників до комп’ютерної техніки, цей метод одержав, друге народження*.

Суть МНК складається у відшуканні емпіричних оцінок А и В, які, відповідно до принципу Лежандра, мають найбільш достовірні значення лише при мінімумі суми квадратів нев'язок умовних рівнянь; остання умова аналітично записується у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (A + Bx_i)]^2 = \min \tag{11.42}$$

і виконується, якщо повний диференціал функції $\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2$ по визначальним величинам А и В дорівнює нулю:

$$d\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2 = \frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2}{\partial A} dA + \frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2}{\partial B} dB = 0, \tag{11.43}$$

це досягається при рівності нулю усіх часткових похідних, які з урахуванням (11.42) можна представити як:

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2}{\partial A} = 2\sum_{i=1}^{n} [y_i - (A + Bx_i)] = 0 \tag{11.44}$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2}{\partial B} = 2\sum_{i=1}^{n} [y_i - (A + Bx_i)] = 0$$

Система (11.44) являє собою систему нормальних рівнянь, коли число рівнянь дорівнює числу невідомих (n=m); таку систему можна записати в більш простому вигляді:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = nA + B\sum_{i=1}^{n} x_i$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = A\sum_{i=1}^{n} x_i + B\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \qquad (11.45)$$

Таким чином, рішення надлишкової системи умовних рівнянь, коли n>m – це, її обґрунтована заміна системою нормальних рівнянь, коли n=m, що проводиться МНК з використанням принципу Лежандра (11.42). Рішення цієї системи нормальних рівнянь відомими методами дає шукані оцінки сумісно вимірюваних величин [71]:

$$A = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - B\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad (11.46)$$

Оцінка дисперсії умовних рівнянь системи (11.50) або апроксимуючої залежності, отриманої при підстановці в неї оцінок А и В, обчислюється за формулою (10.16), у якій сума квадратів $SS = \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2$, а число ступенів свободи *f*=n-m; у такий спосіб оцінка дисперсії буде мати такий вигляд:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2}{n-m} \qquad (11.47)$$

У такий спосіб оцінена дисперсія умовних рівнянь буде характеризувати як похибку вимірювань величин x_i і y_i, так і неточність (недосконалість) обраної для апроксимації функції. Тому навіть якби всі експериментальні дані були вільні від яких-небудь похибок, то й тоді оцінка дисперсії по (11.47) була б відмінна від нуля через невідповідність прийнятої емпіричної формули істинній залежності між величинами x_i і y_i. Більше того, наближеність апроксимуючої залежності різко спотворює результати навіть при самих високоякісних експериментальних даних.

Оптимальним вибором виду апроксимуючої залежності є умова [72]:

$$S_y \approx S_{yi} \text{ при } n \gg m, \qquad (11.48)$$

де S_{yi} — максимальна СКВ y_i від середнього значення $\bar{y}_i$, що оцінюється за формулою (9.12).

Умова $S_y >> S_{yi}$ означає, що математична похибка апроксимації істотно більше похибки дослідних даних через вибір занадто грубої апроксимуючої залежності; необхідно уточнити (ускладнити) її вид шляхом збільшення m.

Умова $S_y << S_{yi}$ свідчить про те, що обрано занадто складний вид апроксимуючої залежності й частина результатів сумісних вимірювань недостовірна; потрібно спростити залежність шляхом зменшення m.

Як показує досвід, істотне скорочення обчислювальної роботи з визначення суми квадратів нев'язок ($\sum_{i=1}^{n}\vartheta_i^2$) по формулі (11.42) досягається, якщо її замінити іншою, строго рівноцінною формулою. Для одержання такої формули роблять арифметичні дії з вираженням, що перебуває в правій частині рівняння (11.42); тоді після заміни виникаючих сум $\sum_{i=1}^{n}x_i$ і $\sum_{i=1}^{n}x_i^2$ їхніх виразів, що випливають із системи нормальних рівнянь (11.45), можна остаточно одержати:

$$\sum_{i=1}^{n}\vartheta_i^2 = \sum_{i=1}^{n}y_i^2 - A\sum_{i=1}^{n}y_i - B\sum_{i=1}^{n}x_i y_i \tag{11.49}$$

Оскільки оцінки (11.46) для A и B — точно визначені функції вимірюваних величин x_i і y_i, то, зневажаючи похибкою вимірювання x_i, можна одержати оцінки дисперсій A и B як дисперсій результатів вимірювань у вигляді:

$$S_A^2 = S_y^2 \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2} = S_B^2 \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2$$

$$S_B^2 = S_y^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2} \tag{11.50}$$

МНК із ряду причин принципового характеру розроблений лише для лінійних умовних рівнянь. Тому нелінійні умовні рівняння шляхом відповідних перетворень попередньо приводять до лінійного виду. Найпоширеніші на практиці види нелінійних функцій, що приводяться до лінійних, і відповідні лінеризуючі перетворення наведено в таблиці 11.2.

Таблиця 11.2. **Лінерізація нелінійних функцій**

Вихідна нелінійна функція		**Заміна перемінних при лінеаризації**	**Отримана лінійна функція**
найменування	**формула**		
Показова	$y=A\cdot e^{Bx}$ $y=A\cdot e^{\frac{B}{x}}$	$Y=\ln y$ $Y=\ln y \;\; X=\frac{1}{x}$	$Y=\ln A+Bx$ $Y=\ln A+BX$
Дрібно-лінійна	$y=\frac{1}{A+Bx}$ $y=\frac{x}{A+Bx}$	$Y=\frac{1}{y}$ $Y=\frac{1}{y},\;\; X=\frac{1}{x}$	$Y = A+Bx$ $Y = B + AX$
Логарифмічна	$y=A+B\cdot \ell nx$ $y=A+\frac{B}{\ell nx}$	$X=\ell nx$ $X=\frac{1}{\ell nx}$	$Y=A+BX$ $Y=A+BX$
Ступенева	$y=A\cdot x^{B}$	$Y=\ell ny$ $X=\ell nx$	$Y=\ln A+BX$
Гіперболічна	$y=A+\frac{B}{x}$	$X=\frac{1}{x}$	$Y=A+BX$

Приклад 11.9. Для одержання градуювальної характеристики фотоколориметричного аналізатора продуктів згоряння органічних палив на діоксид азоту вимірювані оптичні щільності 11 стандартних розчинів з відомими концентраціями нітрит-іона в них (результати наведені в табл.) Розрахувати параметри апроксимуючої градуювальної характеристики ЗВ й похибку її апроксимації. Середню оцінку дисперсії оптичної щільності розчину прийняти рівної $S_{yi}^2=9\cdot 10^{-6}$.

№ Роз-чину	**Характеристика розчину**		x_i^2	y_i^2	x_iy_i	x_i+y_i	$(x_i+y_i)^2$
	концен-трація, x_i, г/м^3	**оптична щільність, y_i**					
1	0,08	0,235	0,0064	0,05523	0,0188	0,315	0,09923
2	0,16	0,270	0,0256	0,07290	0,0432	0,430	0,18490
3	0,20	0,290	0,0400	0,08410	0,0580	0,490	0,24010
4	0,24	0,305	0,0576	0,09303	0,0732	0,545	0,29703
5	0,32	0,345	0,1024	0,11903	0,1104	0,665	0,44223
6	0,40	0,385	0,1600	0,14823	0,1540	0,785	0,61623
7	0,48	0,420	0,2304	0,17640	0,2016	0,900	0,81000
8	0,80	0,570	0,6400	0,32490	0,4560	1,370	1,87690
9	1,00	0,660	1,0000	0,43560	0,6600	1,660	2,75560
10	1,20	0,755	1,4400	0,57003	0,9060	1,955	3,82203
11	1,40	0,850	1,9600	0,72250	1,1900	2,250	5,06250
$\sum$	6,28	5,085	5,6624	2,80195	3,8712	11,365	16,2067

Рішення

Фотоколориметричний метод визначення діоксиду азоту в газоподібних продуктах згоряння палив реалізується за допомогою спеціальних індикаторних розчинів, які офарблюються вимірюваним компонентом, попередньо переведеним з газової в рідку фазу; ступінь фарбування характеризується оптичною щільністю розчину. У фотоколориметричних аналізаторах діапазон вимірювань звичайно вибирається таким чином, щоб між концентрацією нітрит-іона в індикаторному розчині (x_i – вхідна величина ЗВ) і його оптичною щільністю (y_i – вихідна величина ЗВ) спостерігалася лінійна залежність виду $y_i = A + Bx_i$, *де A — вільний член, адекватний оптичної щільності холостої проби (фон), а B – кутовий коефіцієнт, що у розглянутому випадку характеризує собою коефіцієнт чутливості [68].*

Для розрахунку констант A и B лінійної градуювальної характеристики доцільно мати суми величин, які надані в таблиці початкових даних. Перевірка правильності обчислення сум величин здійснюється за рівнянням:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} + 2\sum_{i=1}^{n} x_i y_i + \sum_{i=1}^{n} y^2{}_i$$

Рівність сум величини лівої й правої частин рівняння є умовою правильності обчислень. У нашім випадку будемо мати:

16,20675=5,6624+2 (3,8712+2,80195=16,20675,

За рівняннями (11.46) обчислюємо коефіцієнти:

$$B = \frac{3{,}8712 - \frac{1}{11}6{,}28 \cdot 5{,}085}{5{,}6624 - \frac{1}{11}(6{,}28)^2} = 0{,}46609$$

$$A = \frac{1}{11}(5{,}085 - 0{,}46609 \cdot 6{,}28) = 0{,}19617$$

Суму квадратів нев'язок умовних рівнянь оцінимо за формулою (11.49):

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2 = 2{,}80195 - 0{,}19617 \cdot 5{,}085 - 0{,}46609 \cdot 3{,}8712 = 5{,}18 \cdot 10^{-5}$$

Тоді оцінки дисперсії умовних рівнянь за формулою (11.47) буде:

$$S_y^2 = \frac{5{,}18 \cdot 10^{-5}}{11 - 2} = 5{,}75 \cdot 10^{-6}$$

Оскільки $S_y^2 \approx S_{yi}^2$ при 11>>2, *то вибір апроксимуючої залежності є оптимальним.*

Оцінки дисперсії (СКВ) коефіцієнтів A и B знаходимо за рівняннями (11.50):

$$S_B^2 = \frac{5{,}75\cdot 10^{-6}}{5{,}6624 - \frac{1}{11}\cdot 6{,}28^2} = 2{,}768\cdot 10^{-6}\ ,\ a \quad (S_B=1{,}66\cdot 10^{-3})$$

$$S_A^2 = 2{,}768\cdot 10^{-6}\,\frac{5{,}6624}{11} = 1{,}425\cdot 10^{-6}\ ,\ a \quad (S_A = 1{,}19\cdot 10^{-3})$$

Довірчі інтервали похибок вимірювань коефіцієнтів A и B оцінюється за формулою (9.30), у яку замість $S_{\bar{x}}$ *підставляються його аналоги* S_B *і* S_A, *а* $t_S=\varphi(P_д, f)$ *вибирається з таблиці Д5 (при* $P_д=0{,}95$ *і* $f=n\text{-}m=11–2=9$, $t_S=2{,}26$); *у результаті будемо мати:*

$$\varepsilon_B=2{,}26\cdot 1{,}66\cdot 10^{-3}=0{,}004$$

$$\varepsilon_A=2{,}26\cdot 1{,}19\cdot 10^{-3}=0{,}0027$$

Таким чином, остаточно градуювальна характеристика фотоколориметричного аналізатора апроксимується лінійною залежністю

$$y=(0{,}1962\pm 0{,}0027)+(0{,}466\pm 0{,}004)\cdot x \ \text{ із } P_д=0{,}95.$$

Контрольні запитання

1. У чому полягає відмінність між ймовірнісними та статистичними характеристиками похибок вимірювання?
2. На якій методичній основі проводиться об’єднання точкових та інтервальних характеристик похибок вимірювання?
3. За яким правилом знехтується одна із складових похибок результату вимірювання?
4. За якими ознаками класифікуються методи оброблення результатів прямих вимірювань?
5. Які з результатів багатократних вимірювань уніфіковані?
6. Як враховується випадкова похибка в процесі оброблення результатів однократних вимірювань?
7. На яких методичних основах ґрунтується оброблення результатів опосередкованих вимірювань?
8. На яких методичних основах ґрунтується оброблення результатів сумісних вимірювань?

12. Оцінювання невизначеностей результату вимірювання

12.1. Методи оцінювання складових невизначеностей

Невизначеність в результаті вимірювання звичайно складається із декількох складових, які можуть бути викликані такими причинами:

- неповним визначенням (описом) вимірюваної величини;
- недосконалістю реалізації цього визначення (методу вимірювання);
- неповним уявленням про величини, що впливають і недосконалістю їх вимірювань;
- суб'єктивними похибками оператора;
- скінченна дозвільна спроможність ЗВ (поріг чутливості);
- неточні значення константи та інших параметрів, одержаних із зовнішніх джерел і використаних в алгоритмі оброблення даних спостережень.

Складові невизначеності результату вимірювання є невизначеностями вхідних величин x_1, x_2, …, x_i, …, x_m. Результат вимірювання – це оцінка, яка виражається як: $y = f\left(x_1,...,x_m\right)$. У відповідності з методом оцінки числових значень складових невизначеності результату вимірювання вони поділені у рекомендаціях РМГ 43-2001 на дві категорії – А та В, відповідно, апостеріорні та апріорні оцінки.

Апостеріорне оцінювання проводиться за результатами конкретного вимірювання ФВ у разі багатократних спостережень. Такі вимірювання проводяться за двох умов (див. гл. 6):

- *умови повторюваності (збіжності),* за яких оцінюється та мінімізується складова невизначеності вимірювань, обумовлена випадковими ефектами;
- *умови відтворюваності*, за яких змінюється одна з умов вимірювання таким чином, щоб одержати спостережливу мінливість результатів. Це дає можливість оцінювати складову невизначеності результатів вимірювання, обумовлену змінною частиною невилученої

складової відомого систематичного ефекту.

В результаті оброблення багатократних вимірювань методами математичної статистики можна одержати міру розсіювання навколо оцінки очікування значення, яке приймається за результат вимірювання. Оцінкою міри розсіювання результатів спостережень виступає *експериментальне стандартне відхилення,* яке зветься *стандартною невизначеністю категорії А.*

Формула для оцінювання і розрахунку невизначеностей категорії А повністю аналогічні відповідним формулах для оцінювання СКВ випадкових похибок $\left(S_{\varepsilon}\right)$, одиночно спостереження при багатократних вимірюваннях $\left(S_{x}\right)$ та середнього арифметичного $\left(S_{\bar{x}}\right)$, наведені в главі 9. Заслуговує уваги три форми рівноцінного виразу оцінки СКВ одиночного спостереження за багатократних вимірювань:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{n-1}(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \qquad (12.1)$$

Остання з них суттєво спрощує та уточнює її розрахунок.

Стандартну невизначеність категорії А багатократних вимірювань і-ої величини можна виразити:

- для поодинокого вимірювання:

$$u_{Ai} = S_x = \sqrt{\frac{n}{n-1}(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \qquad (12.2)$$

- для середньоарифметичного значення:

$$\mathrm{u}(x_i) = \mathrm{S}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\overline{x^2} - \bar{x}^2}{(n-1)}} \qquad (12.3)$$

Приклад 12.1. В процесі багатократних вимірювань електричної напруги різними вольтметрами одержані такі значення їх показів:

Перший прилад		*Другий прилад*	
u, В	u^2, В^2	u, В	u^2, В^2
196	*38416*	*192*	*36864*
198	*39204*	*194*	*37636*
198	*39204*	*195*	*38025*
199	*39601*	*198*	*39204*
200	*40000*	*200*	*40000*
200	*40000*	*201*	*40401*
201	*40401*	*203*	*41209*
201	*40401*	*204*	*41616*
202	*40804*	*206*	*42436*
205	*42025*	*207*	*42849*
$\bar{u} = 200\,\text{В}$	$\overline{u^2} = 40005,6\,\text{В}^2$	$\bar{u} = 200\,\text{В}$	$\overline{u^2} = 40024\,\text{В}^2$

Рішення

За формулою (12.2) визначимо стандартну невизначеність типу А для:

- *першого приладу:* $u_{A_1} = S_{x_1} = \sqrt{\frac{10}{10-1}(40005,6 - 40000)}$ *=2,49 В*
- *другого приладу:* $u_{A2} = S_{x2} = \sqrt{\frac{10}{10-1}(40024 - 40000)}$ *=5,16 В*

Отож, якість вимірювань першим приладом вища, оскільки результат вимірювання другим приладом має в два рази більшу стандартну невизначеність категорій А.

Апріорне оцінювання складових невизначеності результатів вимірювання необхідно тоді, коли багатократні вимірювання для вивчення випадкової або систематичної похибки не проводяться. В такому випадку слід спиратися на доступну інформацію, одержану із раніш проведених вимірювань, фізичних властивостей вимірюваної величини, паспортних даних на прилад або довідників, думки експертів тощо. Розглянемо деякі варіанти оцінювання стандартної невизначеності категорії В [33].

- Є нерідкі випадки, коли можлива оцінка лише верхньої та нижньої межі вимірюваної величини. Наприклад, можна припустити, що шукане значення x в інтервалах від x_1 до x_2, але чому саме воно рівне в цьому інтервалі, невідомо. В умовах відсутності додаткової інформації нема підстав рахувати те чи інше значення x в інтервалі від x_1 до x_2 більш вірогідним, ніж інші. Тому природно припустити, що всі значення x в інтервалі від x_1 до x_2

рівномірні, тобто уявити таку ситуацію математичною моделлю у вигляді *рівномірного закону розподілу ймовірності* x в інтервалі від x_1 до x_2 (рис. 12.1).

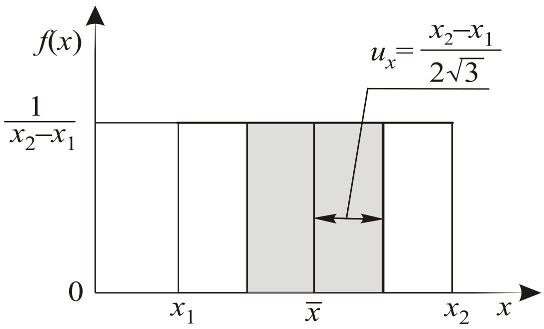


Рис. 12.1. Рівномірний (прямокутний) розподіл

Слід з усією безперечністю увиразнити, що насправді x не є випадковою величиною, не підкоряється ніякому закону розподілу ймовірностей, а математична модель на рис. 12.1 є математичною моделлю саме ситуації, коли значення x невідоме [14]. Дисперсія випадкової величини, яка має рівномірний (прямокутний) розподіл, визначається як:

$$D_x = \frac{\left(x_2 - x_1\right)^2}{12} \tag{12.4}$$

Додатний квадратний корінь із такої дисперсії – це оцінка стандартного відхилення, яке називається *стандартною невизначеністю категорії В* і визначається за формулою:

$$u_B = \sqrt{D_x} = \frac{x_2 - x_1}{2\sqrt{3}} \tag{12.5}$$

Якщо різницю між межами x_2 і x_1 позначити як $2a$ (симетричні межі), то із рівняння (12.4) будемо мати:

$$u_B = \frac{a}{\sqrt{3}} \tag{12.6}$$

- Інколи ФВ вибирається із специфікації виробника, свідоцтва про повірку, довідника чи інших джерел, в яких невизначеність подається у вигляді певного кратного стандартного відхилення (наприклад, невизначеність ФВ знаходиться на рівні трьох стандартних відхилень). В такому разі стандартну невизначеність ФВ можна прийняти рівною даному кратному стандартному відхиленню, поділеному на кратність (З).

- Замість кратного стандартного відхилення можна зустріти посилання на те, що невизначеності ФВ визначає інтервал (ε), який має 0,9; 0,95 чи 0,99 рівень довірчої ймовірності. Якщо вид розподілу невідомий, то можна припустити, що для розрахунку невизначеності використовувався нормальний розподіл. Тоді за допомогою табл. ДЗ оцінюється довірчий інтервал ФВ (див. приклад 9.1–9.5).

Правильне використання доступної інформації потребує інтуїції, заснованій на досвіді та загальних знаннях. Оцінка невизначеності категорії В може бути такою ж надійною, як і оцінки невизначеності категорії А, коли остання ґрунтується на невеликому числі статистично незалежних спостережень. Обидві категорії оцінювання ґрунтується на розподілі ймовірностей ФВ (спостережуваної – для категорії А та здогадної – для типу В). Метою класифікації невизначеностей по категоріях А та В є виявлення відмінностей способів оцінки складових, а не відмінностей джерел їх виникнення.

Слід визначити, що в процесі оцінювання складових невизначеності важливо не допускати їх повторного урахування. Якщо складова невизначеності, яка виникає через визначений ефект, оцінюється за категорією В, то до неї не повинна входити частина ефекту, яка буде оцінюватися (або вже оцінена) за категорією А.

12.2. Форми подання невизначеностей

За формою подання розрізняють (рис. 8.4) стандартну, сумарну, розширену та відносну невизначеності результату вимірювання.

12.2.1. Стандартна невизначеність

У разі, коли дисперсія ФВ оцінюється завдяки *апостеріорної інформації* (по результатам багатократних вимірювань), то одержується *експериментальна стандартна невизначеність категорії А*. Коли ж дисперсія ФВ визначається через залучення *апріорної інформації* (за результатами попередніх вимірювань ФВ та повірок вимірювальних приладів, загальних знань про стан та поведінку і властивості відповідних приладів, матеріалів тощо), то оцінюють *стандартну невизначеність категорії В*.

Приклад 12.2. функції перетворення (статичної характеристики) чутливого елемента ЧЕ мідного термоперетворювача термометра опору у вигляді $R_t = R_0(1+\alpha t)$*, яка нормалізована за таких допустимих відхилень:*

- *початкового опору (*R_0*) межами* $\Delta_{R_0} = \pm 0,5$ *Ом від номінального значення* R_0 *=100 Ом;*
- *температурного коефіцієнта опору* α *мідного дроту, застосованого в ЧЕ, межами* $\Delta_\alpha = \pm 2 \cdot 10^{-6}$ ℃$^{-1}$ *від номінального значення* $\alpha = 4,28 \cdot 10^{-6}$℃$^{-1}$*;*
- *температура ЧЕ межами* $\Delta t = \pm 0,5$℃ *від номінального значення* $t = 100$℃

Оцінити співповідними складовими стандартними невизначеностями розсіювання значень аргументів

Рішення: скориставшись рівномірним розподілом допустимих відхилень величин у вигляді симетричних інтервалів в заданих межах за формулою (12.6) визначимо значення стандартної невизначеності категорії В:

- *початкового електричного опору ЧЕ:*

$$u_B(R) = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,289 \text{ Ом};$$

- *температурного коефіцієнта опору міді ЧЕ:*

$$u_B(\alpha) = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 1,155 \cdot 10^{-6} \text{℃}^{-1} \text{ Ом};$$

- *температури ЧЕ:*

$$u_B(t) = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,289 \text{ ℃}$$

12.2.2. Сумарна невизначеність

Сумарна невизначеність є основним кількісним виразом невизначеності вимірювань, за яких результат визначають через інші величини. Отож (вихідна) вимірювана величина (y) функціонально залежить від цілого ряду вхідних величин $x_1, x_2, \ldots x_m$. Такий зв'язок виражається за допомогою визначального рівняння виду:

$$y = f(x_1, \ldots, x_m)\,, \tag{12.7}$$

де m – число величин.

Спосіб підсумовування стандартних невизначеностей складових залежить від ступені кореляційних зв’язків між ними. У випадку відсутності таких зв’язків сумарна невизначеність ФВ розраховується за формулою:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial f}{\partial x_i}\cdot u(x_i)\right]^2}\,, \tag{12.8}$$

де $u(x_i)$ – стандартна невизначеність і-ої вхідної величини, оцінена за категорією А чи В.

У випадку наявності кореляційних зв’язків між величинами наведена формула трохи ускладняється (див. формули (9.44) та (11.34).

Сумарна стандартна невизначеність $u_c(y)$ являє собою оцінене стандартне відхилення та характеризує розкид значень, які можуть бути з достатнім обґрунтуванням приписані вимірюваній величині Y.

Рівняння (12.9) одержується в результаті апроксимації рівняння вимірювання (12.7) рядом Тейлора першого порядку (див. (11.25)) і являє собою *закон поширення невизначеності* [33].

Кожну вхідну оцінку x_i і пов’язані з нею стандартну невизначеність $u(x_i)$ одержують із розподілу можливих значень вхідної величини x_i. Цей розподіл ймовірностей, як показано вище, може базуватись або на ряді спостережень величини x_i або він може бути апріорним розподілом. В першому випадку одержують оцінку складової стандартної невизначеності за категорії А, в другому – оцінку по типу В.

Якщо вклади в $u_c^2(y)$ стандартних невизначеностей, оцінених окремо по типу А та категорії В і позначених як $u_{cA}^2(y)$ та $u_{cB}^2(y)$, то такі величини пов'язані співвідношенням:

$$u_c^2(y) = u_{cA}^2(y) + u_{cB}^2(y) \tag{12.9}$$

Інколи коефіцієнт пливу (чутливості) не розраховуються шляхом диференціювання функції, а визначається експериментально. В такому випадку вимірюється зміни в Y, викликані зміною вибраної вхідної функції x_i, підтримуючи при цьому незмінними решти вхідних величин.

12.2.3. Розширена невизначеність

В окремих випадках (промисловість, торгівля, регулюючі акти, а також коли діло стосується здоров'я, та безпека) доцільно додатково вказувати інтервальну міру невизначеності. Ця міра визначає інтервал результату вимірювання, в межах якого може знаходитись більша частина розподілу значень, прописаних з достатньою підставою вимірюваній величині. Така інтервальна міра невизначеності називається *розширеною невизначеністю*, яка позначається символом U. У випадку вказання розширеної невизначеності результат вимірювання виражається як $Y = y \pm U,$ або $y - U \le Y \le y + U.$ Розширену невизначеність одержують шляхом множення сумарної стандартної невизначеності $U_c(y)$ на *коефіцієнт охоплення К:*

$$U = Ku_c(y) \tag{12.10}$$

Формула (11.4) глави 11 виражає інтервальну міру довірчий інтервал (Δ) похибки результату вимірювання також через добуток сумарного СКО (S_Δ) на коефіцієнт t_Δ (п. 11.2.2). Таким чином, формули (11.4) та (12.10) свідчать про наявність двох підходів щодо трактовки невизначеності і характеристик похибки, які базуються на різних інтерпретаціях ймовірності: частотної і суб'єктивної. Згідно з першою (в категорії похибок), довірчі межі похибки, відкладені від результату вимірювання $(y-\Delta)$, $(y+\Delta)$, накривають істинне значення вимірюваної величини із заданою довірчою ймовірністю (частотна інтерпретація ймовірностей). В той же час (в теорії невизначеностей аналогічний інтервал $(y-U)$, $(y+U)$ трактується як інтервал, межами якого охоплена (звідки термін «коефіцієнт охоплення») частка розподілу значень, котрі обґрунтовано прописані вимірюваній величині (суб'єктивна інтерпретація ймовірностей). Слідством цього стали різні терміни однакових основних понять, наведених в таблиці:

Таблиця 12.1. **Різні терміни однакових основних понять в теорії похибок та теорії невизначеностей**

В теорії похибок		В теорії невизначеностей	
позначення	**термін поняття**	**позначення**	**термін поняття**
Δ	довірчий інтервал	U	розширена невизначеність
P_∂	довірча ймовірність	P	рівень довіри (ймовірність охоплення)
t_s, t_Δ	коефіцієнт (дріб) Стьюдента, довірчий коефіцієнт	K	коефіцієнт охоплення

Слід зауважити, що терміни «довірчий інтервал» і «рівень довіри» мають в математичній статистиці спеціальні визначення і застосовуються до інтервалу U тільки у випадку, коли виконані умови; одна із них – щоб всі складові невизначеності, які входять до $U_c(y)$, були оцінені апостеріорно (за категорією A).

Кількісні відмінності між довірчим інтервалом Δ та інтервалом невизначеності U викликані різними алгоритмами довірчого коефіцієнта (при визначенні меж довірчого інтервалу) і коефіцієнта охоплення (при визначенні розширеної невизначеності).

У разі *прямих вимірювань* (з числом спостережень $n > 30$) коефіцієнт охоплення K обирають звичайно в діапазоні від 2 до 3. Більш точніше його значення можна визначити, якщо закон розподілу ймовірностей результату вимірювання відомий. В більшості випадків використовується нормальний закон розподілу. Тоді 3,00 згідно з табл. Д3, значення коефіцієнта охоплення К буде рівне 1,96; 2,58; та для рівнів довіри P_{∂}, 0,95; 0,99 та 0,9973 відповідно. Звичайно значення коефіцієнта охоплення округляють, приймаючи К=2 або К=3 для рівнів довіри $P_{\partial}=0,95$ та $P_{\partial}=0,99$, відповідно. Якщо величина описується рівномірним (прямокутним) розподілом, то значення коефіцієнта охоплення буде рівне К=1 для $P_{\partial}=0,577$, К=1,65 для $P_{\partial}=0,95$, К=1,71 для $P_{\partial}=0,99$ та $K=\sqrt{3}=1,732$ для $P_{\partial}=1$.

Для *прямих вимірювань* з обмеженим числом спостережень ($n\le 30$) приймається розподіл ймовірностей вимірювальної величини Стьюдента. Як показано у главі 9, коефіцієнт Стьюдента $t_s=\varepsilon / S_{\bar{x}}$ є функція рівня довіри P_{∂} і числа ступенів свободи f, тобто $t_s=\varphi(P_{\partial}=p, f=\nu)$. Для ймовірності охоплення (рівня довіри) p і числа ступенів свободи ν в теорії невизначеності коефіцієнтів розподілу Стьюдента позначається як $t_p(\nu)$. Оскільки для багатократних вимірювань $\nu=n-1$, то для будь-якого значення $P_{\partial}=p$ по табл. Д5 знаходиться значення $t_p(\nu)$; воно й приймається рівним коефіцієнту охоплення $t_p(\nu)=K$, який і використовується для оцінок довірчого інтервалу та розширеної невизначеності.

Для *непрямих вимірювань* визначення ν пов'язані з суттєвими труднощами. Розглянемо це для випадку, коли вимірювана величина Y є лінійного функцією вхідних величин (аргументів) $x_1, x_2, ...x_N$, розподіл кожної з яких відомий. Визначальне рівняння непрямого (опосередкованого) вимірювання в такому випадку має вид:

$$Y=c_1x_1+c_2x_2+....c_Nx_N \tag{12.11}$$

Тоді розподіл ймовірностей Y можна одержати шляхом *згортання*[64]

[64]Нагадаймо, що закон розподілу суми незалежних випадкових величин називається *композицією* їх законів розподілу; композиція двох неперервних законів розподілу зводиться до *згортання* їх функцій розподілу

окремих розподілів ймовірностей. Значення коефіцієнта охоплення в цьому випадку можна розрахувати по *згорнутому розподілу ймовірностей* Y.

Звичайно до згортання розподілів звертаються рідко, оскільки воно складно реалізується на практиці. Замість нього використовують висновки із ЦГТТЙ (п. 9.1.1). Один, якщо всі x_i рівняння (12.11) характеризуються нормальним розподілом, то згорнутий розподіл Y також буде нормальним. Навіть якщо розподіл x_i не є нормальними, то розподіл Y прагне до нормального у разі зростання числа вхідних величин x_i з дисперсією:

$$\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^{m} c_i^2 \sigma^2(x_i), \tag{12.12}$$

що використано в процесі розрахунку сумарної невизначеності Для більш точного наближення до оцінки розширеної невизначеності використовують розподіл Стьюдента. Однак в загальному випадку розподіл Стьюдента не буде описувати розподіл перемінної $(y-U)/\mathrm{u}_c(y)$, якщо $U_i^2(y)$ є сума двох чи більше складових дисперсії $U_i^2(y) = c_i^2 u^2(x_i)$, навіть якщо кожна x_i – оцінка нормального розподіленої вхідної величини x_i. Натомість розподіл цієї перемінної можна апроксимувати t_s – розподілом з числом ефективних ступенів свободи v_{eff}, яке визначається за формулою (11.36) або:

$$v_{\text{еф}} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=0}^{m} \frac{u^4 x_i}{v_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4}, \tag{12.13}$$

де v_i – число ступенів свободи при визначенні оцінки і-ої вхідної величини, рівне: $v_i = n-1$ – для розрахунку невизначеностей категорії А чи $v_i = \infty$ – для розрахунку невизначеностей по категорії В.

ймовірностей $\varphi(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) f(y)(z-x)\,dx,$ де інтеграл у правій частині формули називається *згортанням функцій розподілу* $f(x)$ та $f(y)$ [74].

12.2.4 Відносна невизначеність

Відносна невизначеність – це відхилення стандартної, сумарної чи розширеної невизначеності до оцінки вимірюваної величини:

- Відносна стандартна невизначеність категорії А – $\dfrac{u_A(x)}{|x|}$, *коли* $|x| \neq 0$
- Відносна стандартна невизначеність категорії В – $\dfrac{u_B(x)}{|x|}$, *коли* $|x| \neq 0$
- Відносна сумарна невизначеність – $\dfrac{u_c(y)}{|y|}$, *коли* $|y| \neq 0$
- Відносна розширена невизначеність – $\dfrac{U}{|y|}$, *коли* $|y| \neq 0$

Приклад 12.3. Обумовити та оцінити сумарну, розширену і відносну невизначеність розсіювання значень аргументів функції перетворення чутливого елемента (ЧЕ) термоперетворень для умов прикладу 12.2. Номінальні значення опору ЧЕ за температури t_o=0 ℃ і t=100 ℃ прийняти рівними (ГОСТ 6651-83) R_o=100 Ом R_t=142,8 Ом, відповідно.

Рішення

Розрахунку сумарної, розширеної та відносної стандартної невизначеності треба визначити, залежні між собою чи ні інтервали відхилень аргументів функції перетворення. Незалежними їх треба визнати з фізичних міркувань щодо чинників, які обумовлюють появу тих чи інших значень складових інтервалів. Адже Δ_α залежить від чистоти міді ЧЕ термоперетворювача, Δ_{R_0} – від ретельності виготовлення ЧЕ, а Δ_t – від якості результату вимірювання його температури. Отож, чинники відхилень характеристик аргументів від номінальних значень не перетинаються, що є критеріїв незалежності величин [45]. Другим критерієм відсутності кореляційних зв’язків між аргументами – є умови їх вимірювання останніх. Якщо аргументи вимірюються в різний час із використанням різних за будовою ЗВ, то немає підстав чекати появи кореляції між ними [34].

Таким чином, за формулою (12.8) визначаємо оцінку сумарної невизначеності:

$$u_{cB}(R_t) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_t}{\partial R_o} u_B(R)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_t}{\partial \alpha} u_B(\alpha)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_t}{\partial t} u_B(t)\right)^2},$$

це *U*$_B$*(R*$_o$*), U*$_B$*(α), U*$_B$*(t),* стандартні невизначеності аргументів функції, які одержані у прикладі 12.2;

$\frac{\partial R_t}{\partial R_o} = (1 + \alpha t) = (1 + 4{,}28 \cdot 10^{-3} \cdot 100) = 1{,}428$;

$$де\ \frac{\partial R_t}{\partial \alpha} = R_o t = 100 \cdot 100 = 1 \cdot 10^4 Ом \cdot {}^\circ\mathrm{C}\ ;$$

$$\frac{\partial R_t}{\partial R_o} = R_o \alpha = 100 \cdot 4{,}28 \cdot 10^{-3} = 0{,}428\ Ом \cdot {}^\circ\mathrm{C}\ ;$$

$$u_{cB}(R_t) = \sqrt{(1{,}428 \cdot 0{,}289)^2 + (1 \cdot 10^4 \cdot 1{,}155 \cdot 10^{-6}) + (0{,}428 \cdot 0{,}289)^2} = 0{,}431\ Ом$$

Задавшись рівнем довіри $p = P_\partial = 0{,}95$ *із врахуванням припущення щодо нормальності закону розподілу результату вимірювання електричного опору ЧЕ, оцінимо його розширену невизначеність категорії В за формулою (12.10):*

$$U = K u_{cB}\left(R_t\right) = 2 \cdot 0{,}431 = 0{,}862\ Ом,$$

де К=2 – коефіцієнт охоплення.

Контрольні питання

1. Надайте класифікацію невизначеностей за методом їх оцінки.
2. Приведіть класифікацію невизначеностей за способом їх вираження (подання).
3. Опишіть процедуру визначення стандартної невизначеності категорії А.
4. Як оцінюється стандартна невизначеність категорії В?
5. Що називається сумарною стандартною невизначеністю?
6. Від чого залежить спосіб підсумовування стандартних невизначеностей?
7. Поясніть, що являє собою розширена невизначеність та як її визначати?
8. Що називають відносною невизначеністю?

13. Загальні засади стандартизації

13.1. Загальновизнані поняття сутності стандартизації

Жодне суспільство не може існувати без технічного законодавства та *нормативних документів (НД)[1]*, які регламентують правила, процеси, методи виготовлення та контролю продукції, а також гарантують безпеку життя, здоров'я і майна людей та навколишнього середовища. Стандартизація якраз і є тією діяльністю, яка виконує ці функції. Існує хибна думка про те, що стандартна продукція є синонімом одноманітної продукції низької якості, позбавленої смаку. Але хороші приклади геніальної стандартизації саме природа дає нам. Відомо, що все живі істоти на землі, які вражають різноманітністю і кожна з яких має свої форму, колір, способи поведінки, побудовані всього лише на 22 «стандартних деталях» – амінокислотах. І ще: усі продукти природи ґрунтуються на стандартах – хімічних елементах, загальна кількість яких ненабагато перевищує сотню; 12 з них становлять 99,5% усієї земної кори і навколишнього атмосфери. Отже, наш земний світ складається переважно із 12 хімічних елементів, а кількість речовин, утворених з них, безмежна [72].

Що ж забезпечує таку різноманітність «виборів» з такої малої кількості «стандартних елементів»? По-перше, те, що вони сполучаються один з одним не випадково, не хаотично, а за визначеною, сталою системою. По-друге, сполучаючись один з одним, ці елементи утворюють нові, якісно відмінні один від одного продукти. Один протон і один електрон утворюють атом водню, з двох атомів водню і одного атома кисню дістаємо молекулу води. Та, незважаючи на «масове виробництво», кожний «вибір» індивідуальний. Це стосується усього, що існує на Землі: людей, тварин, дерев, квітів. Природа поєднує прямо протилежні якості – жорстке обмеження елементів і

---

[1]*Нормативний документ* – документ, що встановлює правила, загальні принципи чи характеристики щодо різних видів діяльності або їх результатів. Цей термін є родовим, що охоплює такі поняття як «стандарт», «кодекс установленої практики», «технічні умови», «настанова (правила)» та «регламент».

нескінченну різноманітність явищ: з одного боку, маємо знеособлення «стандартів», з іншого – індивідуалізацію «виробів».

Стандартизація у техніці – це своєрідне відображення об'єктивних законів еволюції технічних приладів і матеріалів. Вона не є вольовим актом, який нав'язується технічному прогресу ззовні, а випливає як неминучий наслідок відбору засобів, методів і матеріалів, що забезпечують високу якість продукції на даному рівні розвитку науки і техніки. З роками з'являються нові методи виробництва і матеріали, що приводять до зміни старих стандартів новими. В цьому неперервному процесі головна мета полягає в тому, щоб на будь-якому етапі економічного розвитку суспільства створювати якісні вироби в умовах масового їх виготовлення.

Слід розрізняти *стандартизацію фактичну і стандартизацію офіційну (переважно промислову)*, яка завжди завершується випуском стандартів, еталонів або інших НД, що мають цілком визначену форму, систему індексації, порядок затвердження і відміни, строки дії тощо.

Фактична стандартизація виникла в далекій давнині. Писемність, системи числення, грошові одиниці, одиниці міри і ваги, літочислення, землеволодіння, архітектурні стилі, різні гіпотези і теорії, цивільний і карний кодекси, кодекси законів про працю тощо, всі закони і моральні норми, правила співжиття і багато іншого – усе це прояви фактичної стандартизації.

Характерна особливість фактичної стандартизації полягає в тому, що сфера її дії, галузі застосування і рівень розвитку практично необмежені [76].

Об'єктивні закони розвитку техніки і промисловості неминуче ведуть до стандартизації, яка є запорукою високої якості продукції, що може бути досягнута на даному історичному етапі. Завдяки стандартизації суспільство уможливлює свідомо керувати своєю економічною і технічною політикою, домагаючись випуску виробів високої якості. *Мета стандартизації*[2]

---

[2]*Основною метою стандартизації* є оптимальне впорядкування об'єктів стандартизації для прискорення науково-технічного прогресу, покращення якості продукції удосконалення організації управління народним господарством, розвиток міжнародного науково-технічного співробітництва.
У відповідності до закону України «Про стандартизацію», метою стандартизації є:
- забезпечення безпеки для життя та життя та здоров'я людини, тварин, рослин, а також майна та

обумовлює рівень науково-технічного розвитку суспільства (економіка, екологія, соціальної сфери тощо) і полягає у забезпеченні усіх сфер життєдіяльності суспільства нормативними документами, які, мають відповідати його потребам. а на сучасному етапі – узгоджувати з міжнародними стандартами. Завданнями стандартизації як атрибута державності і нормативного засобу управління є не тільки оптимальне розроблення і використання національних стандартів, а й гармонізація їх із міжнародними стандартами, забезпечення єдності вимірювань, удосконалення управління народним господарством і охорони довкілля.

Стандартизація є виявом на практиці однієї з форм об'єктивних економічних законів розвитку суспільства: закону вартості і закону підвищення продуктивності праці. Стандартна продукція, яка випускається у великій кількості, коштує менше, ніж одиничні екземпляри. Серійне виробництво дає змогу виготовити більшу кількість продукції і, як правило, кращої якості, тобто підвищує продуктивність праці та доходи підприємства.

Як *атрибут державності* стандартизація забезпечує впорядкування інформації (класифікація відходів енерговиробництва, стандартні бланки статистичної звітності, значення параметрів в електричній та тепловій мережах, присвоєння перших трьох цифр (482) на штрихових кодах товарів України тощо). Як *нормативний засіб управління* стандартизація використовує однакові методики вимірювання різноманітних параметрів та порівняння результатів зі встановленими межами.

Сучасні вимірювання, які є складовою різноманітних виробничих технологій, без стандартів неможливі. Останні забезпечують короткий узгоджений виклад інформації щодо сучасної технічної практики і слугують засобом передавання технологічної інформації і характеризують технологію чіткою, стислою формою.

охорони довкілля;

- створення умов для раціонального використання всіх видів національних ресурсів та відповідності об'єктів стандартизації своєму призначенню;
- сприяти усуненню технічних об'єктів у торгівлі.

Комплекс метрологічного і нормативного забезпечення необхідний для нормальної діяльності кожної галузі виробництва, розвитку науки, управління окремими структурами і організаціями країни.

Необхідною складовою сфери управління виробництвом, контролювання показників якості всіх видів продукції є сертифікація, тобто перевірка їх на відповідність вимогам стандартів.

Отож, метрологія, стандартизація і сертифікація тісно взаємопов'язані: запровадити нормативи без вимірювань та переконуватися в їх дотриманні без засобів вимірювань неможливо.

Залежно від сфери використання стандартів розрізняють такі рівні стандартизації:

- *Міжнародна стандартизація* – стандартизація, здійснювана на міжнародному рівні. Різновидами її є *глобальна стандартизація,* відкрита для відповідних органів усіх країн (координаційний орган – Міжнародна організація із стандартизації (ISO) і *регіональна стандартизація* – стандартизація, участь в якій відкрита для відповідних органів країн певного географічного або економічного регіону;
- *Національна стандартизація* – стандартизація на рівні однієї країни;
- *Галузева стандартизація* – стандартизація в окремих галузях виробництва.

Предметом стандартизації є конкретна продукція, норми, вимоги, методи вимірювань, позначення, правила, процедури, функції, наділені перспективою багатократного застосування в науці, техніці, виробництві, торгівлі тощо.

Об'єктом стандартизації є система відносин, яка виникає у процесі діяльності, пов'язаної із впровадженням стандартів, нормативів, положень, обов'язків для виконання. До об'єктів державної стандартизації відносяться:

а) *об'єкти організаційно-методичні та загально технічні, зокрема [76]:*

- організація проведення робіт із стандартизації;

- термінологічні системи різних галузей знань та діяльності;

- класифікація і кодування техніко-економічної та соціальної інформації;

- системи та методи забезпечення якості та контролю якості (вимірювань, аналізу), методи випробувань;

- метрологічне забезпечення (метрологічні норми, правила, вимоги, організація робіт);

- вимоги техніки безпеки, гігієни праці, ергономіки, технічної естетики;

- системи технічної та іншої документації загального використання, єдина технічна мова;

- система величин та одиниць вимірювання;

- типорозмірні ряди і типові конструкції виробів загальномашинобудівного застосування (підшипники, кріплення, інструменти, деталі тощо);

- інформаційні технології, включаючи програмні та технічні засоби інформаційних систем загального призначення;

- достовірні довідкові дані про властивості речовин та матеріалів;

б*) продукція міжгалузевого призначення та широкого вжитку;*

в) *складові елементи господарських об'єктів державного значення*, зокрема, банківсько-фінансова система, транспорт, зв'язок, енергосистема, охорона довкілля, вимоги до вживаних природних ресурсів, оборона тощо;

г) *об'єкти державних соціально-економічних та державних науково-технічних програм.*

Суб'єктами стандартизації є органи, що займаються стандартизацією визнані на національному, регіональному чи міжнародному рівні, як їх основні функції – розроблення, схвалення, затвердження стандартів [76].

В Україні суб'єктами стандартизації є:

- Державний комітет *технічного регулювання*[3]та споживчої політики

---

[3]*Технічне регулювання*– правове регулювання відносин у сфері установлення, застосування та використання *обов'язкових вимог* до продукції, процесів, послуг, а також у сфері установлення і застосування на *добровільній основі* вимог до продукції, процесів, послуг, і правове *регулювання відносин* у сфері оцінки відповідності.

Таким чином, визначеним поняттям «технічне регулювання» виділяються сфери його поширення:

- сфера *обов'язкових вимог* до продукції шляхом запровадження технічних регламентів,
- сфера *вимог на добровільній основі* шляхом запровадження державних стандартів;

(Держспоживстандарт України) згідно з Положенням є центральним органом виконавчої влади у сфері захисту прав споживачів, стандартизації, метрології, підтвердження відповідності (сертифікації);

- Український науково-дослідний інститут стандартизації, сертифікації та інформатики (Укр НДІССІ), завдання якого є розроблення науково-технічних і економічних основ стандартизації, експертизи стандартів, аналізування відповідності національних стандартів міжнародним тощо;
- Державний науково-дослідний інститут (ДНДІ «Система»), який займається розробленням конкретних стандартів;
- Український державний науково-виробничий центр стандартизації, метрології і якості продукції (УкрЦСМ), що забезпечує реєстрацію, централізовану інформатизацію чинних стандартів, інших нормативних документів;
- Український навчально-методичний центр зі стандартизації, метрології та якості продукції, відповідальний за підготовку і підвищення кваліфікації кадрів, які працюють у сфері стандартизації;
- Технічні комітети зі стандартизації (ТК), що створюються за рішенням Держспоживстандарту України для організації та забезпечення розроблення, розгляду, експертизи, погодження та підготовки до затвердження державних стандартів України, інших нормативних документів зі стандартизації, а також проведення робіт з регіональної та міжнародної стандартизації.

Засобами стандартизації є спеціальні нормативні документи [76]: стандарти, правила, інструкції, рекомендації, *технічні регламенти*[4] (від польс. reglament – правило, яке регулює порядок діяльності державного органу, закладу, організації), класифікатори, *технічні умови, кодекс*

- *сфера регулювання відносин* шляхом запровадження оцінок відповідності.

[4]*Технічний регламент*– нормативно-правовий акт, прийнятий органом державної влади, що встановлює технічні вимоги до продукції, процесів чи послуг безпосередньо або через посилання на стандарти чи відтворює їх зміст.

усталеної практики (звід правил тощо). Нормативний документ (стандарт) може бути переглянутим (заміненим) унаслідок розроблення нового нормативного документа замість чинного або внаслідок часткового коригування його змісту (доповнення, виключення). Термін його дії залежно від ситуації може бути обмеженим або продовженим.

Загалом стандарти акумулюють у собі технічні, господарські, економічні, юридичні, естетичні, екологічні аспекти. Залежно від рівня суб'єкта стандартизації, який приймає чи схвалює стандарти, розрізняють:

- національні стандарти, *кодекси усталеної практики* та класифікатори, прийняті чи схвалені центральним органом виконавчої влади у сфері стандартизації, видані ним каталоги та реєстри загальнодержавного застосування;
- стандарти, кодекси усталеної практики та *технічні умови*, прийняті чи схвалені іншими суб'єктами, що займаються стандартизацією.

Кодекс усталеної практики (звід правил) – документ, що містить практичні правила, процедури проектування, виготовлення, монтажу, технічного обслуговування, експлуатації обладнання, конструкцій чи виробів. Кодекс усталеної практики може бути стандартом, частиною стандарту або окремим документом. У практиці стандартизації часто використовується такий нормативний документ (НД), як технічні умови.

Технічні умови – документ, що встановлює технічні вимоги, яким повинні відповідати продукція, процеси чи послуги. Технічні умови теж можуть бути стандартом, його частиною або окремим документом.

13.2. Теоретичні і методичні основи стандартизації

Використання теоретичних надбань і науково-методичних розробок є необхідною умовою проведення стандартизації. Вони дають змогу значно спрощувати процеси створення нових стандартів, сприяють у дотриманні розроблених.

Об'єкти стандартизації є надзвичайно різноманітними, наділеними комплексами багатьох властивостей, тому в теорії і методиці стандартизації важливе значення має дотримання таких вимог [76]:

- системність та комплексність підходу до вирішення завдань стандартизації;
- класифікація методів стандартизації, (уніфікація, симпліфікація, типізація, агрегатування, використання параметричних рядів);
- оптимізація вимог стандартів;
- дотримання положень теорії управління якості продукції.

Системний та комплексний підхід до стандартизації передбачає використання таких методів дослідження, як *аналіз* та *синтез* у єдності і взаємозв'язку його складових. При цьому необхідно враховувати те, що, як правило, досліджуваний об'єкт стандартизації є частиною іншого об'єкта, стосовно якого також розробляються параметри стандартизації. Так, наприклад, пиловугільні пальники вугільних енергоблоків ТЕС залежно від виходу летких речовин на горючу маси вугілля поділяється на вихрові (для спалювання вугілля з малим виходом летких речовин, меншим за 9%) та прямоструминні (для спалювання вугілля з великим виходом летких) [13]. Але вихрові пальники використовуються лише за умов ошипування та утеплення поверхні екранів топки проектною (стандартною) вогнетривкою масою.

Метод стандартизації– це захід чи сукупність заходів, за допомогою яких досягається *мета стандартизації*. Поширеними методами стандартизації є *уніфікація, симпліфікація, типізація, агрегування.* Найбільш широко використовуються нижченаведені методи [76].

Уніфікації передбачає раціональне, скорочення кількості видів, типів та розмірів об'єктів однакового функційного призначення. Об'єктами уніфікації найчастіше являються окремі вироби, їх складові частини, деталі, марки матеріалів (болти, гайки, швелери тощо). Метою уніфікації є установлення мінімально необхідного для практики числа типів, видів та типорозмірів виробів, з високими показниками якості і повною взаємозамінюваністю.

Термін *«уніфікація»* (від лат. unio – єдність та facere – робити, діяти) означає «приводити що-небудь до єдиної норми (форми), до одноманітності чи до системи». В широкому розумінні уніфікація – це науково-технічний метод визначення і регламентації оптимальної та скороченої номенклатури об’єктів однакового функціонального призначення.

Часто уніфікацію намагаються привести до однієї простої схеми [77]: уніфікація – скорочення числа виробів (номенклатури). Подібна процедури визначена міжнародним терміном «*симпліфікація*», під якою розуміється елементарний вид уніфікації, заснований на простому скороченні найменш уживаних елементів, – *обмежувальна уніфікація*. Проте, проводячи уніфікацію, часто не скорочують типорозмірний ряд виробів, а збільшують. Відповідно до цілей, задач і конкретних способів реалізації слід розрізняти три види уніфікації: запозичення, побудова рядів, скорочення (симпліфікація).

Уніфікація запозиченням – це використання в якому-небудь виробі підчас проектування раніше розроблених деталей, вузлів, елементів, конструкцій, технологічних процесів тощо. Запозичення може проводитись як із попередніх моделей, так і з виробів іншого функціонального призначення. Запозичення може відбуватись нерегламентовано (стихійно), суперечить діючим НД.

Уніфікація побудовою рядів – це побудова оптимальних рядів виробів, які за своїм функціональним призначенням заміняють неуніфіковані вироби. В цьому випадку розробляються типові рішення для створення нових виробів, процесів або проведення відповідних робіт. Така уніфікація використовується тоді, коли передбачається повна або суттєва зміна виготовленої продукції.

Типізація – це метод стандартизації, що полягає в установлені типових об’єктів для попередньо відібраної сукупності, які приймаються за основу (взірець) для створення інших об’єктів, близьких за своїми функціональними призначеннями. Цей метод часто називають *методом базових конструкцій*, оскільки в процесі типізації вибирається об'єкт, найбільш характерний для даної сукупності, з оптимальними властивостями, а для одержання конкретного об'єкта (виробу, технологічного процесу) вибраний типовий об'єкт може лише частково змінюватись або допрацьовуватись. Наприклад, типізація конструкцій машин дає змогу відбирати зразки з оптимальними експлуатаційними показниками і здійснюється на основі системи *переважних чисел*[50] (створюється на основі положень стандартизації і метрології). Другий приклад: застосування під час нового проектування групи турбінних ступенів, використаних в інших турбінах з відповідними початковими параметрами пари.

Агрегатування – це метод стандартизації, який полягає у виготовленні машин, приладів і обладнання із окремих стандартних (взаємозамінюваних, уніфікованих) вузлів, багатократно з уживаних для створення різних виробів. Кожний вузол (агрегат) виконує визначену функцію і являє собою закінчений виріб. Агрегат – це укрупнений уніфікований вузол машини чи приладу, який володіє такими властивостями [77]:

- віддільністю і повною взаємозамінюваністю;
- завершеністю у функціональному відношенні (можливістю самостійно виконувати визначену функцію);
- завершеністю в конструктивному виконанні (самостійний виріб);
- наявністю стандартних конструктивних, габаритних і приєднувальних розмірів, що допускають надійне і швидке складання.

Уніфікація приводить до зменшення кількості типорозмірів виробів однакового функціонального призначення, а агрегатування збільшує число об'єктів спеціалізованого призначення. Застосування методу агрегатування дозволяє не створювати кожний раз новий виріб як оригінальне і єдине у своєму роді, а перекомпонувати вже існуючі, освоєні у виробництві вузли і

[50]*Переважні числа* – це значення членів ряду, кожний член якого, починаючи з другого, є середнє значення (арифметичне чи геометричне) між сусідніми значеннями сусідніх членів.

агрегати з додаванням обмеженого числа нових вузлів. В машино – та приладобудуванні широко використовується метод *базового агрегату*, згідно з яким до базової моделі приєднується спеціальне обладнання (блоки). В результаті одержують ряд машин (приладів) різноманітного призначення. Наприклад, використання в типовому циліндрі низького тиску групи ступенів турбін різної потужності (220, 500, 750 МВт). В умовах сучасного виробництва, коли здійснюється швидка зміна об'єктів виробництва, агрегатування є одним із найбільш прогресивних методів конструювання виробів, який сприяє прискоренню технічного прогресу і підвищенню економічності.

Продукція визначеного призначення (типу), принципу дії і конструкції характеризується рядом параметрів, набір установлених значень яких параметрів називається *параметричним рядом*. Метод стандартизації параметричних рядів (*параметрична стандартизація*)полягає у виробі і обґрунтуванні доцільної номенклатури і числового значення параметрів.

Опрацювання параметричних рядів перш за все вимагає установлення єдиної закономірності в системі величин, що стандартизуються; до них відносяться геометричні характеристики, потужність, продуктивність, вантажопідйомність, швидкість, міцність та інші параметри виробів і їх складових частин. Ця задача вирішується установленням рядів переважних чисел, із яких необхідно вибрати значення параметрів, розмірів та інших характеристик як при оцінюванні стандартів, так і при проектуванні, розрахунках, складанні різних технічних документів. Суть опрацювання рядів переважних чисел полягає у виборі лише тих значень параметрів виробів, які підпорядковуються визначеній математичній закономірності, а не будь-яких значень, що приймаються в результаті розрахунків або у вигляді вольового рішення. Таким чином, система переважних чисел є теоретичною базою розвитку стандартизації.

Ряди переважних чисел мають задовольняти таким вимогам [77]:

- являти собою раціональну систему градації чисел (маси, розмірів, шкал, класів точності ЗВ тощо), яка задовольняє потребам виробництва та експлуатації;

- бути нескінченними як в сторону малих, та і в сторону великих величин;

- бути простими і легко запам'ятовуватися.

Найпростіші ряди переважних чисел будуються на основі арифметичної прогресії, тобто послідовності чисел, за якої різниця прогресії між наступним і попереднім членами залишається постійною. Будь-який член арифметичної прогресії розраховується за формулою:

$$a_n = a_1 + d(n-1), \tag{13.1}$$

де a_1 – перший член прогресії, d – різниця прогресії; n – номер взятого члена.

Прикладами арифметичної прогресії є такі послідовності:

- зростаюча прогресія з різницею 3: 1 – 4 – 7 – 10 – …

- убутна прогресія з різницею 0,2: 1 – 0,8 – 0,6 –… .

Позитивна якість рядів переважних чисел, які базуються на арифметичній прогресії, є їх простота, недолік – відносна нерівномірність. Так, у зростальній арифметичній прогресії з різницею 3 другий член перевищує перший на 300%, а одинадцятий більше десятого на 30%. В результаті більші значення чисел ідуть слідом один за одним часто-густо в порівнянні з меншими. Ця властивість простого арифметичного ряду обмежує його використання.

Для подолання цього недоліку використовують ступінчасто-арифметичні прогресії (таку прогресію утворюють, наприклад, вартість монет: 1 – 2 – 3 – 5 – 10 – 15 – 20 коп., де різниця прогресії приймає значення 1 і 5). Зараз ступінчасто-арифметична прогресія знаходить застосування в стандартах на діаметри різьб, розміри болтів, гвинтів та інших деталей машин.

В геометричній прогресії постійним залишається відношення наступного члену прогресії до попереднього. Будь який член геометричної прогресії розраховується за формулою:

$$a_n = a_1\varphi^{(n-1)}, \tag{13.2}$$

де φ – знаменник прогресії.

Прикладами геометричної прогресії є такі послідовності:

- зростаюча прогресія зі знаменником 1,2: 1 – 1,2 – 1,44 – 1,73 – …;
- убутна прогресія зі знаменником 0,1: 1 – 0,1 – 0,01 – ….

Геометричні прогресії також мають недоліки, основні з них: члени геометричної прогресії в десятковій системі в загальному випадку є не круглі числа і тому для практичного застосування потребують округлення.

Наприклад, на енергоблоках ТЕС України використовуються виготовлені приладобудівними заводами СНД дифманометри – витратоміри, зміна верхніх меж вимірювання яких здійснюється за геометричною прогресією зі знаменником φ=1,6. На практиці (з округленими членами)така послідовність має вид [29]:

$$(0{,}63 – 1 – 1{,}6 – 2{,}5 – 4)\cdot 10^{-1}\ \text{МПа} \tag{13.3}$$

Найбільш зручним для цілей стандартизації є геометричні прогресії, які включають 1 і мають знаменник-корінь із 10 [77]:

$$\varphi = \sqrt[n]{10} \tag{13.4}$$

Історія створення рядів переважних чисел пов’язують з Шарлем Ренардом – офіцером французького інженерного корпусу, який у 1877–1879 рр. вивчав наукові основи конструювання повітроплавальних апаратів. Він розробив специфікацію на бавовняні канати з таким розрахунком, щоб їх могли виготовляти заздалегідь, незалежно від подальшого використання. Враховуючи переваги, які мають геометричні прогресії, Ренард узяв за основу канат, який має масу m в грамах на 1 м довжини, і побудував ряд, прийнявши знаменник прогресії, що забезпечує десятикратне збільшення кожного п’ятого члена ряду, тобто:

$$m\varphi^5 = 10m \tag{13.5}$$

Звідси: $\varphi = \sqrt[5]{10} \approx 1{,}6$;

Числовий ряд має вигляд:

$$m - m\sqrt[5]{10} - m\left(\sqrt[5]{10}\right)^2 - m\left(\sqrt[5]{10}\right)^3 - m\left(\sqrt[5]{10}\right)^4 - m\left(\sqrt[5]{10}\right)^5.$$

Обчислення з точністю до п'ятої значущої цифри дає результат:

$$m - 1{,}5849m - 2{,}5119m - 3{,}9811m - 6{,}3096m - 10m$$

Ці значення були замінені округленими значеннями, практично більш зручними, причому для m прийнята додатна, нульова або від'ємна ступінь числа 10; таким чином, здобуто ряд $(1 - 1{,}6 - 2{,}5 - 4 - 6{,}3 - 10)$, який може бути продовжений в обох напрямках. Із цього ряду, умовно позначеного $R5$, згодом були утворені *R10, R20 і R30* із знаменниками відповідно $\sqrt[10]{10} = 1{,}25$; $\sqrt[20]{10} = 1{,}12$; $\sqrt[30]{10} = 1{,}06$.

В ГОСТ 8032-84 встановлено чотири основних ряди переважних чисел $(R5, R10, R20$ і $R40)$ і два додаткових ряди ($R80$ і $R160$), які застосовувати дозволяється в окремих випадках.

Побудовою рядів переважних чисел дотримується один із основних принципів стандартизації – принцип переважності. Дотримання цього принципу дозволяє домогтися розумного скорочення використовуваної номенклатури стандартних об'єктів. Коли робиться вибір того чи іншого ряду враховуються інтереси не лише споживачів, але й виробників продукції. Частота параметричного ряду має бути оптимальною: надмірно «густий» ряд дозволяє максимально задовольнити потреби споживачів, однак при цьому надмірно розширюється номенклатура продукції, що розпиляє її виробництво і приводить до великих виробничих витрат.

13.3. Категорії та види стандартів

Нормативні документи Державної системи стандартів України включають різноманітні стандарти, в яких установлено вимоги до конкретних об'єктів стандартизації. Залежно від об'єкта стандартизації, складу, змісту, сфери діяльності та призначення НД поділяються на категорії та види.

13.3.1. Категорії нормативних документів

Залежно від об’єкта стандартизації та сфери діяльності НД зі стандартизації розподіляють за такими категоріями [73, 76]:

- державні стандарти України – ДСТУ;
- галузеві стандарти України – ГСТУ;
- стандарти науково-технічних та інженерних товариств і спілок України – СТТУ;
- технічні умови України – ТУУ;
- стандарти підприємств – СТП.

Державні стандарти України – це нормативні документи, які діють на території України і застосовуються усіма підприємствами, незалежно від форми власності, та громадянами – суб’єктами підприємницької діяльності, міністерствами (відомствами), органами державної виконавчої влади, на діяльність яких поширюється дія стандартів.

ДСТУ розробляється на:

- організаційно-методичні та загальнотехнічні об’єкти, а саме: організація проведення робіт зі стандартизації, науково-технічна термінологія, класифікація і кодування техніко-економічної та соціальної інформації, технічна документація, інформаційні технології, організація робіт з метрології, достовірні довідкові дані про властивості матеріалів і речовин;
- вироби загальномашинобудівного застосування;
- складові елементи господарських об’єктів державного значення (банківсько-фінансова система, транспорт, зв'язок, енергосистема, охорона довкілля, оборона тощо);
- продукцію міжгалузевого призначення;
- продукцію для населення та народного господарства;
- методи випробувань.

Державні стандарти України містять обов’язкові та рекомендовані вимоги.

До *обов'язкових вимог* належать:

- вимоги, що стосуються безпечності продукції для життя, здоров'я і майна громадян, її сумісності і взаємозамінності, охорони довкілля і вимоги до методів випробування цих показників;

- вимоги техніки безпеки і гігієни праці з посиланням на відповідні норми і правила;

- метрологічні норми, правила, вимоги та положення, що забезпечують достовірність і єдність вимірювань;

- положення, що забезпечують технічну єдність під час розроблення, виготовлення, експлуатації або застосування продукції.

Обов'язкові вимоги ДСТУ підлягають безумовному виконанню на всій території України.

Рекомендовані вимоги ДСТУ підлягають безумовному виконанню, якщо:

- це непередбачено чинним актами законодавства;

- ці вимоги включено до договорів на розроблення, виготовлення та поставку продукції;

- виробником (постачальником) продукції документально заявлено про відповідність продукції цим стандартам.

Державні стандарти затверджує Держспоживстандарт України, а стандарти в галузі будівництва та промисловості будівельних матеріалів – Мінбудархітектури України.

Державні стандарти та зміни до них підлягають державній реєстрації в Держспоживстандарті України і публікуються українською мовою з автентичним (аутентичним від гр. authentikos – справжній, оригінальний, істинний) текстом українською мовою.

До державних стандартів України прирівнюють державні будівельні норми і правила, а також державні класифікатори техніко-економічної та соціальної інформації.

Як державні стандарти України використовуються також державні стандарти колишнього Союзу (міжнародні стандарти), передбачені угодою про проведення країнами СНД погодженої політики в сфері стандартизації, метрології та сертифікації.

Галузеві стандарти України (ГСТУ) розробляють на продукцію, та послуги у разі відсутності ДСТУ чи за потреби встановлення вимог, які перевищують або доповнюють вимоги державних стандартів. Вимоги ГСТУ не повинні суперечити обов'язковим вимогам ДСТУ і є обов'язковими для усіх підприємств і організацій певної галузі, а також для підприємств і організацій інших галузей (замовників), які використовують чи застосовують продукцію цієї галузі.

Стандарти науково-технічних та інженерних товариств України (СТТУ) розробляють для поширення та впровадження систематизованих, узагальнених результатів фундаментальних досліджень, одержаних у певних галузях знань чи сферах професійних інтересів. Вимоги СТТУ не мають суперечити обов'язковим вимогам ДСТУ та ГСТУ.

Підприємства застосовують СТТУ добровільно, а окремі громадяни – суб'єкти підприємницької діяльності, якщо вважають за доцільне використання нових передових засобів, технології, методів та інших вимог, які містяться в цих стандартах. Використання СТТУ для виготовлення продукції можливе лише за згодою замовника або споживача цієї продукції, що закріплено договором або іншою угодою.

Технічні умови України (ТУУ) – нормативний документ, який розробляють для встановлення вимог, що регулюють відносини між постачальником (розробником, виробником) і споживачем (замовником) продукції, для якої немає державних чи галузевих стандартів (або за потреби конкретизації вимог зазначених документів). Їх затверджують на продукцію, яка перебуває в стадії освоєння і виробляється невеликими групами. ТУУ розробляються на один чи декілька конкретних виробів, матеріалів, речовин, послугу чи групу послуг. Для ТУУ в дію на короткі строки, термін їх дії обмежений або встановлюється за погодженням із замовником.

Стандарти підприємств (СТП) розробляються на продукти (процес, послугу), яку виробляють і застосовують (надають) лише на конкретному підприємстві. СТП не повинні суперечити обов'язковим вимогам ДСТУ та ГСТУ. Об'єктами СТП є частини продукції, технологічне оснащення, інструмент, технологічні процеси, послуги, підприємства; процеси організації та управління виробництвом. СТП – основний організаційно-методичний документ у діючих підприємствах систем управління якістю продукції. На підставі міжнародних угод про співробітництво як СТП можуть використовуватися міжнародні, регіональні та національні стандарти інших країн.

13.3.2. Види нормативних документів

Вид нормативного документа залежить від специфіки об'єкта стандартизації, призначення, складу та змісту вимог, встановлених до нього. Для різних категорій нормативних документів зі стандартизації розробляють стандарти таких видів [76, 77]:

- основоположні;
- на продукцію, послуги;
- методів контролю (випробувань, вимірювань, аналізу).

Основоположні стандарти встановлюють організаційно-методичні та загальнотехнічні положення для визначеної галузі стандартизації, а також терміни та визначення, загально технічні вимоги та правила, норми, що забезпечують впорядкованість, сумісність, взаємозв'язок та взаємопогодженість різних видів технічної та виробничої діяльності під час розроблення, виготовлення, транспортування, та утилізації продукції, охорони довкілля.

Стандарти на терміни та визначення всіх категорій, крім державних, до їх затвердження підлягають погодженню з Держспоживстандартом України, а в галузі будівництва – з Мінбудархитектури України.

Стандарти на продукцію, послуги встановлюють вимоги до груп однорідної або певної продукції, послуг, які забезпечують їх відповідність своєму призначенню. У них наводяться технічні вимоги до якості продукції (послуг) при їх виготовленні, постачанні та використанні; визначаються правила приймання, способи контролю та випробування, вимоги до пакування, маркування, транспортування, зберігання продукції або якості наданих послуг.

Стандарти на процеси встановлюють основні вимоги до послідовності та методів (засобів, режимів, норм) виконання різних робіт (операцій) у процесах, що використовуються у різних видах діяльності та які забезпечують відповідність процесу його призначенню.

Стандарти на методи контролю(випробувань, вимірювань та аналізу) регламентують послідовність операцій, способи (правила, режими, норми) і технічні засоби їх виконання для різних видів та об'єктів контролю продукції, процесів, послуг. У них наводяться уніфіковані методи контролю якості, засновані на досягненнях сучасної науки і техніки.

13.4. Міжнародні організації зі стандартизації

Серед сотень міжнародних організацій зі стандартизації основними є дві спеціалізовані організації [80]. Це *Міжнародна організація зі стандартизації (ISO)* та *Міжнародна електрична комісія* (бувша МЕК, тепер (*IEC*), які охоплюють практично усі сфери діяльності людини: науково-технічний прогрес, передову технологію, раціональне використання сировини і матеріалів, взаємозамінність, безпеку експлуатації виробів, захист довкілля. За оцінкою експертів, участь у роботах цих організацій дає змогу одержати ефект, що у 7–8 разів перевищує витрати.

Міжнародна організація зі стандартизації (ISO) заснована в 1946 році в Лондоні на спільному засіданні Координаційного комітету ООН у галузі стандартизації (ККС) і делегатів від 25 країн. Нині це найбільша серед міжнародних організацій, що займається питанням стандартизації. Членами ISO є майже 140 країн світу. *ISO* затверджено понад 13 тис. міжнародних стандартів.

Міжнародні стандарти й рекомендації, що приймаються ISO, не є юридично обов’язковими для країн-членів. Проте вони, встановлюючи вимоги й показники, що відповідають світовому технічному рівню, впливають на національні стандарти, а через них зумовлюють і попит на ту чи іншу продукцію на міжнародному ринку. Міжнародна електротехнічна комісія (IEC) заснована на конференції представників 13 країн у Лондоні в 1906 р. Вона є однією з провідних організацій з питань стандартизації в галузі електротехніки, радіотехніки й зв’язку; кількість членів IEC – понад 60 країн. Це пояснюється тим, що передову електроніку і зв'язок мають тільки промислово розвинуті країни світу. Членами IEC є національні комітети зі стандартизації. Розроблено IEC близько 5 тис. міжнародних стандартів, причому стандарти IEC за наявністю в них технічних вимог до продукції, методів випробування її повніші, ніж у ISO. Це пояснюється, з одного боку, тим, що вимоги безпеки переважають у вимогах до продукції, яка входить до сфери діяльності IEC, з другого – досвід роботи, накопичений протягом багатьох десятиліть, дає змогу повніше розв’язувати питання стандартизації. В останньому десятилітті XX ст. ISO та IEC об’єдналися на паритетних засадах. Внаслідок їх спільної діяльності з’явилися міжнародні стандарти з індексом «ISO/IEC». 31 січня 1993 р. Україну повноправним членом прийнято до ISO, а 14 лютого 1993 р. – до IEC.

Серед широко відомих міжнародних організацій слід назвати:

- Міжнародну організацію законодавчої метрології (МОЗМ), створену в 1951 р.;
- Міжнародне агентство з атомної енергії (МАГАТЕ), створене в 1957 р.;
- Міжнародна організація цивільної авіації (ІКАО), створену в 1944 р. (діє з 1947 р.).

Контрольні запитання

1. Що таке стандартизація?
2. Теоретичні та методичні основи стандартизації.
3. Обов’язкові та рекомендовані вимоги державних стандартів.
4. Що таке параметрична стандартизація?
5. Дайте визначення технічному регулюванні та сфері його поширення.
6. Категорії нормативних документів.
7. Види нормативних документів.

Список літератури

1. Дегтярев А. А. Метрология: учеб. пособие для вузов [Текст] / А. А. Дегтярев, В. А. Летягин, А. И. Погалов, С.В. Угольников / под ред. А. А. Дегтярева. – М. : Академпроект, 2006. – 256 с. – (“Gaudeamus”).

2. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення [Текст]. – Чинний від 1995-01-01. – Київ: Держстандарт України, 1994. – 66 с.

3. РМГ 29-99 (Рекомендации по межгосударственной стандартизации). ГСИ. Основные термины и определения [Текст]. – Введ. 2001-01-01. – Київ: Госстандарт Украины, 2002. – 45 с.

4. РМГ 83-2007 (Рекомендации по межгосударственной стандартизации). Шкалы измерений. Термины и определения [Текст]. – М. : Стандартинформ, 2008. – 49 с.

5. Орнатский П. П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / П. П. Орнатский. – Київ: Вища шк., 1983. – 456 с.

6. Рейх Н. Н. Метрологическое обеспечение производства [Текст]: учеб. пособие для ВИСМ / Н. Н. Рейх, А. А. Тупиченков, В. Г. Цейтлин / под ред. Л. К. Исаева. – М. : Изд-во стандартов, 1987. – 248 с.

7. Гладышев Г. П. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС [Текст]: пособие для вузов / Г. П. Гладышев, В. З. Гуревич.– М. : Высш. шк., 1991. – 303 с.

8. Сергеев А .Г. Метрология: учеб. пособие для студентов вузов [Текст] / А. Г. Сергеев, В. В. Крохин. – М. : Логос, 2001. – 408 с.

9. Промоскаль В. І. Метрологічні основи теплоенергетики [Текст] / В. І. Промоскаль – Харків: Друкарня «Мадрід», 2016. – 260 с.

10. Промоскаль В. І. Неметричні шкали в енерготехнології вугільних ТЕС [Текст] / В. І. Промоскаль, В. К. Заруба, В. В. Бутко, О. М. Близниченко. – Київ: Энергетика та електрифікація.– 2016. – № 3. – 14 с.

11. Белосельский Б. С. Контроль твёрдого топлива на електростанциях: производственное издание [Текст] / Б. С. Белосельский, В. С. Вдовченко. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 176 с.

12. Рыжкин В. Я. Тепловые електрические станции [Текст]: учеб. для вузов / под ред. В. Я. Гиршфельда. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 328 с.

13. Ковалев А. П. Парогенераторы: учеб. для вузов [Текст] / А. П. Ковалев, Н. С. Лелеев, Т. В. Виленский / под. общ. ред. А. П. Ковалева. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 375 с.

14. Шишкин И. Ф. Теоретическая метрология. Ч. 1. Общая теория измерений [Текст]: учеб. для вузов / И. Ф. Шишкин. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб: Питер, 2010. – 192 с.

15. Смородинский Я. А., Температура [Текст]: Библиотечка «Квант». Вып. 103 / Я. А. Смородинский. – 3-е изд. – М. : Бюро Квантум, 2007. – 176 с.

16. Гаврилов Е. И. Топливно-транспортное хозяйство и золошлакоудаление на ТЭС [Текст]: учеб. пособие для вузов / Е. И. Гаврилов. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 168 с.

17. Саватеев А. В. Шумовая термометрия [Текст]: учеб. пособие для вузов / А. В. Саватеев. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 132 с.

18. Сосновский А. Г. Измерение температур: учеб. пособие / А. Г. Сосновський, Н. И. Столярова. – М. : Изд.-во стандартов, 1970. – 258 с.

19. Иванова Г. М. Теплотехнические измерения и приборы: учеб. для вузов / Г. М. Иванова, Н. Д. Кузнецов, В. С. Чистяков. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 232 с.

20. Голубев Б.П. Дозиметрия и защита от ионизирующего излучения: учеб. для вузов / под ред. Е.Л. Столяровой. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 464 с.

21. Широков К. П. 100 лет Метрической конвенции / К. П. Широков, В. А. Балалаев, П. Н. Селиванов / под ред. д-ра техн. наук, проф. В. О. Арутюнова. – М. : Изд-во стандартов, 1975. – 102 с.

22. Власов А. Д. Единицы физических величин в науке и технике: справочник / А. Д. Власов, Б. П. Мурин. – М. : Энергоатомиздат, 1996. – 176 с.

23. Промоскаль В. І. Щодо окремих метрологічних термінів в Україні: учеб. пособие для вузов / В. І. Промоскаль, В. К. Заруба, В. В. Бутко. – Харків: «Стандартизація, сертифікація, якість» № 6, 2015. – 5 с.

24. Широков К. П. Международная система единиц: пособие / К. П. Широков, М. Г. Богуславский: под ред. Ю.В. Тарбеева. – М. : Изд-во стандартов, 1984. – 112 с., ил.

25. Филиппов Г. Г. Теория размерностей и LTM-физика: пособие / Г .Г. Филиппов. – 2-е изд. доп. – М. : Эдиториал УРСС, 2009. – 120 с.

26. Бурдун Г. Д. Основы метрологии: учеб. пособие для вузов /

Г. Д. Бурдун, Б. Н. Марков.– 2-е изд., доп.– М. : Изд-во стандартов, 1975.– 336 с.

27. Гухман А. А. Введение в теорию подобия: учеб. пособие для вузов / А. А. Гухман. – 2-е изд., доп. и перераб. – М. : Высш. шк., 1973. – 296 с.

28. Ярышев Н. А. Теоретические основы измерения нестационарной температуры: учеб. для вузов / Н. А. Ярышев– 2-е изд., перераб. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.

29. Кремлевский П. П. Расходомеры и счетчики количества веществ: справ. Кн. 1 / П. П. Кремлевский. – 5-е изд. перераб. и доп. – СПб. : Политехника, 2002. – 409 с.

30. Вайсбанд М. Д. Техника выполнения метрологических работ: учеб. пособие / М. Д. Вайсбанд, В. И. Проненко. – Киев: Тэхника, 1986. – 168 с.

31. Проненко В. И. Метрология в промышленности: учеб. пособие / В.И. Проненко, Р.В. Якирин. – Киев: Тэхника, 1979. – 223 с.

32. Куинн Т. Температура: учеб. для вузов / Т. Куинн. – пер. с англ. – М. : Мир, 1985. – 448 с.

33. Захаров И. П. Теория неопределенности об измерениях: учеб. пособие / И. П. Захаров, В. Д. Кукуш. – Харьков: Консум, 2002. – 256 с.

34. Рабинович С. Г. Погрешности измерений: учеб. для вузов / С. Г. Рабинович. – Л. : Энергия, 1978. – 262 с.

35. Брюханов В. А. Методы повышения точности измерений в промышленности: учеб. для вузов / В. А. Брюханов. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 108 с.

36. Земельман М. А. Метрологические основы технических измерений: учеб. для вузов / М. А. Земельман.– М. : Изд-во стандартов, 1991. – 228 с.

37. Новицкий П. В. Оценка погрешностей результатов измерений: учеб. для вузов / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Л. : Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

38. Клименко А. П. Методы и приборы для измерения концентрации пыли: учеб. для вузов / А. П. Клименко. – М. : Химия, 1978. – 207 с.

39. Шабалин С. А. Прикладная метрология в вопросах и ответах: учеб. пособие / С. А. Шабалин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 192 с.

40. Рего К. Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений: справ. пособие / К. Г. Рего. – Київ: Техніка, 1987. – 128 с.

41. Котельников Р. Б. Анализ результатов наблюдений: учеб. для вузов /

Р. Б. Котельников. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 144 с.

42. Любимов Л. И. Поверка средств электрических измерений: справ. кн. / Л. И. Любимов, И. Д. Форсилова, Е. З. Шапиро. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 296 с.

43. Тэйлор Дж. Введение в теорию ошибок: учеб. для вузов / Дж. Тэйлор. – пер. с англ. – М. : Мир, 1985. – 272 с.

44. Грановский В. А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях: учеб. пособие / В. А. Грановский, Т. Н. Сирая.– Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.

45. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. для вузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Наука, 1988. – 480 с.

46. Агекян Т. А. Основы теории ошибок для астрономов и физиков: учеб. пособие / Т. А. Агекян. – М. : Наука, 1972. – 172 с.

47. Брянский Л. Н. Краткий справочник Метролога: Справ. / Л. Н. Брянский, А. С. Двойников. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 79 с.

48. Монтгомери Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных: учеб. пособие / Д. К. Монтгомери. – пер. с англ. – Л. : Судостроение, 1980. – 384 с.

49. Спектор С. А. Электрические измерения физических величин: Методы измерений: учеб. пособие для вузов / С. А. Спектор. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 320 с.

50. Семенко Н. Г. Стандартные образцы в системе обеспечения единства измерений: пособие / Н. Г. Семенко, В. И. Панева, В. М. Лахов / под ред. Н. Г. Семенко. – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 288 с.

51. Преображенский В. П. Теплотехнические измерения и приборы: учеб. для вузов / В. П. Преображенский. – 3-е изд., перераб. – М. : Энергия, 1978. – 704 с.

52. Кесова Л. А. Контроль и автоматическое управление пылеподачей на ТЭС: пособие / Л. А. Кесова.– Киев: Вища шк., 1991. – 142 с.

53. РД 153-34.1. Методические указания по испытаниям золоулавливающих установок ТЭС / М. : СПО Союзтехэнерго, 1982. – 202 с.

54. Трембовля В. И. Теплотехнические испытания котельных установок: учеб. для вузов / В. И. Трембовля, Е. Д. Фингер, А. А. Авусеева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 416 с.

55. Резников М. И. Паровые котлы тепловых электростанций: учеб. для вузов / М. И. Резников, Ю. М. Липов. – М. : Энергоиздат, 1981. – 240 с.

56. Ужов В. Н. Очистка промышленных газов от пыли: учеб. пособие /

В. Н. Ужов, А. Ю. Вальберг, Б. И. Мягков и др.– М. : Химия, 1981. – 392 с.

57. РД 34.30-303. Инструкция по проведению экспресс-испытаний турбоустановки К-300-240 ХТГЗ. – М. : СПО Союзтехэнерго, 1977. – 198 с.

58. Белоконова А. Ф. Водно-химические режимы ТЭС: учеб. для вузов / А. Ф. Белоконова. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

59. Гиршфельд В. Я. Режимы работы и эксплуатации ТЭС: учеб. для вузов / В. Я. Гиршфельд, А. М. Князев, В. Е. Куликов. – М. : Энергия, 1980. – 288 с.

60. ДСТУ ГОСТ 8.207-76 ГСОЕИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. – Введ. 01.01.1977. – М. : Стандартинформ, 2006. – 7 с.

61. Долинский Е. Ф. Обработка результатов измерений: пособие / Е. Ф. Долинский. – М. : Изд-во стандартов, 1973. – 192 с.

62. Селиванов М. Н. Качество измерений. Метрологическая справочная книга: справ. / М. Н. Селиванов, А. Э. Фридман, Ж. Ф. Кудряшова. – Л. : Лениздат, 1987. – 295 с.

63. Лавренчик В. Н. Постановка физического эксперимента и статистическая обработка его результатов: учеб. пособие для вузов / В. Н. Лавренчик. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 272 с.

64. Эльясберг П. Е. Измерительная информация: сколько ее нужно, как ее обрабатывать?: пособие / П. Е. Эльясберг. – М. : Наука, 1983. – 208 с.

65. МИ 1552-86. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей результатов измерений. – М. : Изд-во стандартов, 1987. – 8 с.

66. Блох А. Г. Тепловое излучение в котельных установках / А. Г. Блох. – Л. : Энергия, 1967. – 326 с.

67. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Наука, 1964. – 608 с.

68. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М. : Гостехтеоретиздат, 1956. – 783 с.

69. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1970. – 720 с.

70. ГКД 34.11.301-93. Метрологічні характеристики обчислювальної процедури розрахунку техніко-економічних показників енергоблоку теплової станції. Методика визначення. – Київ: Держстандарт України, 1994. – 38 с.

71. Булатов М. И. Практическое руководство по фотометрическим методам анализа / М. И. Булатов, И. П. Калинкин. – 5-е изд., перераб. – Л. :

Химия, 1986. – 432 с.

72. Гортышов Ю. Ф. Теория и техника физического эксперимента: учеб. пособие для вузов / Ю. Ф. Гортышов, Ф. Н. Дресвянников, Н. С. Идиатуллин и др. / под ред. В. К. Щукина. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 360 с.

73. Зажигаев Л. С. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента: пособие / Л. С. Зажигаев, А. А. Кишьян, Ю. И. Романиков. – М. : Атомиздат, 1978. – 232 с.

74. Румшиский Л. З. Элементы теории вероятностей: учеб. пособие для вузов / Л. З. Румшиский. – изд. 5-е, перераб. – М. : Наука, 1976. – 240 с.

75. Долина Л. Ф. Стандартизація та метрологія у сфері охорони довкілля: навч. посіб. / Л. Ф. Долина. – Київ: Знання, 2007. – 199 с.

76. Клименко М. О. Метрологія, стандартизація і сертифікація в екології: підруч. / М. О. Клименко, П. М. Скрипчук. – Київ: Академія, 2006. – 386 с.

77. Ким К. К. Метрология, стандартизация, сертификация и электроизмерительная техника: учеб. пособие / К. К. Ким и др. – СПб. : Питер, 2008. – 368 с.

78. Шаповал М. І. Основи стандартизації, управління якістю і сертифікації: підруч. / М. І. Шаповал. – 3-є вид., перероб. і доп. – Київ: Вид-во Європ. ун-ту фінансів, інформ. систем, менеджменту і бізнесу, 2001. – 174 с.

79. Цюцюра С. В. Метрологія, основи вимірювань, стандартизація та сертифікація: навч. посіб. / С. В. Цюцюра, В. Д. Цюцюра. – 2-е вид., перероб. і доп. – Київ: Знання, 2005. – 242 с.

80. Саранча Г. А. Метрологія, стандартизація, відповідність, акредитація та управління якістю: підручник / Саранча Г. А. – Київ: Центр навч. літератури, 2006. – 672 с.

81. http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=50573 – за цією адресою можна перевірити діючі інструкції.

ДОДАТКИ

Таблиця Д1. **Фізичні величини та одиниці SI, поширені у теплоенергетиці [20, 21]**

Величина			**Одиниця**	
назва	**визначальне рівняння**	**dim**	**назви**	**позна-чення**
1	**2**	**3**	**4**	**5**
Основні величини (одиниці)				
Довжини	Відтворюється еталоном	L	метр	м
Маса		M	кілограм	кг
Час		T	секунда	с
Сила електричного струму		I	ампер	А
Термодинамічна температура		θ	Кельвін	К
Сила світла		J	кандела	кд
Кількість речовини	$n=m/M_m$, де m і M_m – маса і молярна маса речовини	N	моль	моль
Додаткові величини (одиниці)				
Плоский кут	$\varphi = \ell / r$, де ℓ – довжина дуги між двома радіусами r кола, коли $\ell = r$.		радіан	рад
Тілесний кут	$\Omega = S/R^2$, *де* S – площа на поверхні кулі радіусом R, коли $S = R^2$.		стерадіан	ср
Похідні величини (одиниці) геометрії та кінематики				
Площа	$S = \alpha^2$,де α – довжина сторони квадрата	L^2	квадратний метр	$м^2$
Об'єм, місткість	$V = b^2$, де b – довжина ребра куба	L^3	кубічний метр	$м^3$
Швидкість	$\vartheta = d\ell / dt$- похідна від переміщення за часом	LT^{-1}	метр за секунду	м/с
Прискорення	$\alpha = d\,\vartheta / dt$ - похідна від швидкості за часом	LT^{-2}	метр за секунду в квадраті	$м/c^2$
Кутова швидкість	$w = d\varphi / dt$ похідна від кута повороту за часом	T^{-1}	радіан за секунду	рад/с
Кутове прискорення	$\varepsilon = dw / dt$ похідна від кутової швидкості за часом	T^{-2}	радіан за секунду в квадраті	$рад/с^2$
Період	тривалість одного циклу	T	секунда	с
Частота періодичного процесу	$f = 1 / T$ – число циклів	T^{-1}	Герц	Гц
Частоти обертання	$n = 1 / \tau$ – число обертів, де τ – час повного обертання	T^{-1}	секунда в мінус першому степені	c^{-1}
Кінематична в'язкість	$\nu = \mu / \rho$, де μ і ρ – в'язкість динамічна і густина рідини	L^2T^{-1}	квадратний метр на секунду	$м^2/с$
Об'ємна витрата	$Q = V / T$, де V – об'єм рідини	L^3T^{-1}	кубічний метр за секунду	

1	2	3	4	5
Похідні величини (одиниці) статики та динаміки				
Сила Вага	$F = m\alpha$, де α – прискорення, що надається тілу $G = mg$, де g – прискорення вільного падіння	LMT^{-2}	кілограм – метр на секунду в квадрате (ньютон)	Н
Густина	$\rho = dm / dv$ – похідна від маси по об'єму	$L^{-3}M$	кілограм на кубічний метр	кг/м^3
Питомий об'єм	$\vartheta = V / m$	L^3M^{-1}	кубічний метр на кілограм	м^3/кг
Питома вага	$\gamma = dG / dv$	$L^{-2}MT^{-2}$	ньютон на кубічний метр	Н/м^3
Тиск	$p = dF / ds$	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па
Кількість руху (імпульс)	$p_{кр} = m\vartheta$	L^3T^{-1}	кілограм – метр за секунду	кг·м/с
Імпульс сили	$I_{ім} = Ft$	LMT^{-1}	ньютон – секунда	Н·с
Робота, механічна енергія Кінетична енергія Потенціальна енергія	$dA = Fd\ell$, де ℓ – переміщення $E=m\vartheta^2/2$ $П=mgh$, де h – висота тіла над землею	L^3MT^{-2}	ньютон – метр (джоуль)	Дж
Потужність	$N=dA/dt$	L^2MT^{-3}	ватт	Вт
Момент сили	$M=F\cdot\ell$, де ℓ – плече сили	L^2MT^{-2}	ньютон – метр	Н· м
Динамічна в'язкість	$\mu = \frac{1}{3}\vartheta\rho\ell$	$L^{-1}MT^{-1}$	паскаль - секунда	Па· с
Похідні величини (одиниці) теплоти та молекулярної фізики				
Різниця температури, температурний інтервал	$\Delta\theta=\theta_1–\theta_2$	θ	кельвін	К
Температурний градієнт	grad $\theta_1=d\theta_1/d\ell$	$L^{-1}\theta$	кельвін на метр	К/м
Кількість теплоти термодинамічні потенціали внутрішня енергія	Q=A при θ_1=const	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж
Питома кількість теплоти	$Q_m=Q/m$	L^2T^{-2}	джоуль на кілограм	Дж/кг
Об'ємна густина кількості теплоти	$Q_v=Q/V$	$L^{-1}MT^{-2}$	джоуль на кубічний метр	Дж/м^3
Теплоємкість системи Ентропія системи	$C=Q/\Delta\theta_1$ $dS=dQ/\theta_1$	$L^2MT^{-2}\theta^{-1}$	джоуль на кельвін джоуль на кельвін	Дж/К
Питома • теплоємкість • ентропія	$C_m=C/m$ $\Delta S_m=\Delta S/m$	$L^2MT^{-2}\theta^{-1}$	джоуль на кілограм - кельвін	Дж/(кг·К)
Об'ємна • теплоємкість • ентропія	$C_v=C/v$ $\Delta S_v=\Delta S/v$	$L^{-1}MT^{-2}\theta^{-1}$	джоуль на кубічний метр - кельвін	Дж/(м^3·К)

1	2	3	4	5
Тепловий потік	Ф=Q/t	L^2MT^{-3}	ват	Вт
Поверхнева густина теплового потоку	q=Ф/S	MT^{-3}	ват на квадратний метр	Вт/м^2
Теплопровідність	λ=Q/(St d θ_1/dℓ)	$LMT^{-3}\theta^{-1}$	ватт на метр - кельвін	Вт/(м·К)
Коефіцієнт: • тепловіддачі • теплопередачі	= Ф / (S$\Delta\theta$) K=Ф/(S$\Delta\theta$)	$MT^{-3}\theta^{-1}$	ват на квадратний - кельвін	Вт/(м^2·К)
Температуропровідність	$\alpha=\lambda$/(C$_p$· ρ)	L^2T^{-1}	квадратний метр на секунду	м^2/с
Температурний коефіцієнт: • лінійного розширення • об'ємного розширення • тиску	=dℓ/(ℓ_0·d θ_1) β=dv/(V$_0$d θ_1) β'=dp/(V$_0$dT θ_1)	θ^{-1}	кельвін в мінус першому степені	К$^{-1}$
Похідні величини (одиниці) електрики і магнетизму				
Електричний заряд (кількість електрики)	Q=I·t	TI	ампер - секунда (кулон)	Кл
Електричний потенціал Електрична напруга (падіння напруги), електрорушійні сили	$\varphi = A/Q$ U=I·r	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	джоуль на кулон (вольт)	В
Електричний опір	r=U/I	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	вольт на ампер (ом)	Ом
Питомий електричний опір	ρ=r·s/ℓ	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ом - метр	Ом·м
Електрична ємкість	c=Q/Δφ	$L^2M^{-1}T^4I^2$	кулон на вольт (фарада)	Ф
Електрична провідність	g=1/r	$L^2M^{-1}T^3I^2$	одиниця на ом (сименс)	См
Напруженість електричного поля	E = F / Q	$LMT^{-3}I^{-1}$	вольт на метр	В / м
Рухомість носіїв струму (іонів, електронів)	b=ϑ/E, де ϑ – швидкість іона (електрона)	$M^{-1}T^2I$	квадратний метр на вольт - секунда	м^2/ (В·с)
Магнітний момент електричного струму	p$_m$=IS	L^2I	ампер - квадратний метр	А·м^2
Магнітна індукція	B=M$_{max}$/p$_m$	$MT^{-2}I^{-1}$	ньютон на ампер – метр (тесла)	Т

Таблиця Д2. **Фізичні величини та одиниці SI зі спеціальними назвами**

Величина			**Одиниця**	
назва	**визначальне рівняння**	**dim**	**назви**	**позна-чення**
Похідні величини (одиниці) теплового випромінювання				
Потік випромінювання	Ф=W/t	L^2MT^{-3}	джоуль за секунду (ват)	Вт
Поверхнева густина потоку випромінювання з одиниці площі поверхні:				
• випромінювача (енергетична світність, випромінювальність	$M = Ф / S_{вип}$	MT^{-3}	ват на квадратний метр	Вт/м^2
• опромінення (енергетична освітленість, опромінюваність)	$E = Ф / S_{опр}$			
Енергетичні сили випромінювання	I = Ф / Ω, де Ω – тілесний кут	L^2MT^{-3}	ват на стерадіан	Вт/ср
Енергетична яскравість (променистість)	$L = Ф/(S_{вип}\cdot Ω)$	MT^{-3}	ват на стерадіан – квадратний метр	Вт/(ср·м^2)
Спектральна густина випромінювання по довжині хвилі λ:				
• енергетична світність (випромінювальність)	M_λ= M / λ	$L^{-1}MT^{-3}$	ват на метр в кубі	Вт/м^3
• енергетична яскравість (променистість)	L_λ = L / λ	$L^{-1}MT^{-3}$	ват на стерадіан метр в кубі	Вт/(ср·м^3)
Коефіцієнт випромі-нювання теплового випромінювача (коеф. чорноти):				
• інтегральний	ε = L / L_0, де L_0 – L АЧТ			
• спектральний	$\varepsilon_\lambda = L_\lambda / L_{0\lambda}$,де $L_{0\lambda}$ – АЧТ			
Похідні величини (одиниці) іонізуючих випромінювань				
Доза випромінювання (поглинена доза випромінювання)	D = W / m, де m–маса тіла, що опромінюється	L^2T^{-2}	джоуль на кілограм (грей)	Гр
Еквівалентна доза випромінювання	H = D·K, де K – коефіцієнт якості	L^2T^{-2}	джоуль на кілограм (зіверт)	Зв
Стала радіоактивного розпаду	dN = -λNdt→ $\lambda = -\frac{dN}{Ndt}$, де N– число атомів при t=0	T^{-1}	секунда в мінус першому степені	$с^{-1}$
Потужність дози випромінювання	D = ΔD / Δt	L^2T^{-2}	ват на кілограм (грей на секунду)	Вт/кг (Гр/с)
Активність нукліда в радіоактивному (активність ізотопу)	A = ΔN / Δt = -λN	T^{-1}	секунда в мінус першому стуе-пені (беккерель)	Бк

(на честь вчених) [24]

Величини: назва	Величини: розмірність	Одиниця: назва	Одиниця: позначка міжнародні	Одиниця: позначка українські	Одиниця: вираз через одиниці SI
Сила електричного струму	I	ампер	A	А	А
Термодинамічна температура	θ	кельвін	K	К	К
Частота	T^{-1}	герц	Hz	Гц	$с^{-1}$
Сила, вага	LMT^{-2}	ньютон	N	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$
Тиск, механічна напруга, модуль пружності	$\mathrm{L}^{-1}\mathrm{MT}^{-2}$	паскаль	Pa	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Енергія, робота, кількість теплоти	$\mathrm{L}^{-2}\mathrm{MT}^{-2}$	джоуль	J	Дж	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Потужність, потік енергії	$\mathrm{L}^{2}\mathrm{MT}^{-3}$	ват	W	Вт	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3}$
Кількість електрики (електричний заряд)	TI	кулон	G	Кл	$с \cdot А$
Електрична напруга, потенціал, ЕРС	$\mathrm{L}^{2}\mathrm{MT}^{-3}\mathrm{I}^{-1}$	вольт	V	В	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$
Електрична ємкість	$\mathrm{L}^{-2}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{4}\mathrm{I}^{2}$	фарада	F	Ф	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^{4} \cdot А^{2}$
Електричний опір	$\mathrm{L}^{2}\mathrm{MT}^{-3}\mathrm{I}^{-2}$	ом	Ω	Ом	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Електрична провідність	$\mathrm{L}^{-2}\mathrm{M}^{-1}\mathrm{T}^{3}\mathrm{I}^{2}$	сименс	S	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^{3} \cdot А^{2}$
Потік магнітної індукції, магнітний потік	$\mathrm{L}^{2}\mathrm{MT}^{-2}\mathrm{I}^{-1}$	вебер	Wb	Вб	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Густина магнітного потоку, магнітна індукція	$\mathrm{MT}^{-2}\mathrm{I}^{-1}$	тесла	T	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Індуктивність, взаємна індуктивність	$\mathrm{L}^{2}\mathrm{MT}^{-2}\mathrm{I}^{-2}$	генрі	H	Гн	$м^{2} \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Активність нукліда в радіоактивному джерелі (активність радіонукліда)	T^{-1}	беккерель	Bq	Бк	$с^{-1}$
Поглинена доза випромінювання (поглинена доза іонізуючого випромінювання)	$\mathrm{L}^{2}\mathrm{T}^{-2}$	грей	Gy	Гр	$м^{2} \cdot с^{-2}$
Еквівалентна доза випромінювання	$\mathrm{L}^{2}\mathrm{T}^{-2}$	зіверт	Sv	Зв	$м^{2} \cdot с^{-2}$

Таблиця Д3. **Подвоєні значення інтеграла ймовірностей [73]**

$$\Phi(t_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_i} \exp(-0{,}5t^2)dt$$

i=1, 2

t_i	0	0,02	0,04	0,06	0,08
0,0	0,0000	0,0160	0,0319	0,0478	0,0638
0,1	0,0797	0,0955	0,1133	0,1192	0,1428
0,2	0,1585	0.1741	0,1897	0,2051	0,2205
0,3	0,2358	0,2510	0,2661	0,2812	0,2961
0,4	0,3108	0,3255	0,3401	0,3545	0,3688
0,5	0,3829	0,3969	0,4108	0,4245	0,4381
0,6	0,4515	0,4647	0,4778	0,4907	0,5035
0,7	0,5161	0,5285	0,5404	0,5527	0,5646
0,8	0,5763	0,5878	0,5991	0,6102	0,6211
0,9	0,6319	0,6424	0,6528	0,6629	0,6729
1,0	0,6827	0,6923	0,7017	0,7109	0,7199
1,1	0,7287	0,7373	0,7457	0,7540	0,7620
1,2	0,7699	0,7775	0,7850	0,7923	0,7995
1,3	0,8064	0,8132	0,8197	0,8262	0,8324
1,4	0,8385	0,8444	0,8501	0,8557	0,8611
1,5	0,8664	0,8715	0,8764	0,8812	0,8859
1,6	0,8904	0,8948	0,8990	0,9031	0,9070
1,7	0,9109	0,9146	0,9181	0,9216	0,9249
1,8	0,9281	0,9312	0,9342	0,9371	0,9399
1,9	0,9426	0,9451	0,9476	0,9500	0,9523
2,0	0,9545	0,9566	0,9587	0,9606	0,9625
2,1	0,9643	0,9660	0,9676	0,9692	0,9707
2,2	0,9722	0,9732	0,9749	0,9762	0,9774
2,3	0,9786	0,9797	0,9807	09817	0,9827
2,4	0,9836	0,9845	0,9853	0,9861	0,9867
2,5	0,9876	0,9883	0,9889	0,9895	0,9901
2,6	0,9907	0,9912	0,9917	0,9922	0,9926
2,7	0,9931	0,9935	0,9939	0,9942	0,9946
2,8	0,9949	0,9952	0,9955	0,9958	0,9960
2,9	0,99626	0,99650	0,99672	0,99692	0,99712
3,0	0,99730	0,99747	0,99763	0,99779	0,99793

Таблиця Д4. **Інтегральна функція нормованого нормального розподілу [26]**

$$F(t_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_i} e^{-0,5t^2} dt$$

i=1,2….n

t_i	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-2,5	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,4	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,3	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2.2	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,022	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,1	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,0	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,9	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,8	0,0294	0,0301	0,0307	0,0317	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,7	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,436	0,0446
-1,6	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,5	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,4	0.0681	0,0694	0,0708	0,0521	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,3	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,2	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1057	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,1	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,0	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,9	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,8	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,7	0,2148	0,2177	0,2207	0,2236	0,2266	0,2297	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,6	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,5	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,4	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,3	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,2	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,1	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
-0,0	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000
t_i	**0,00**	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**	**0,08**	**0,09**
+0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
+0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
+0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5010	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
+0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
+0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
+0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
+0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
+0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
+0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8079	0,8106	0,8133
+0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
+1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
+1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
+1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
+1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
+1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
+1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
+1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
+1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,982	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
+1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
+1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
+2,0	0,9773	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
+2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
+2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
+2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
+2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
+2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952

Таблиця Д5. **Коефіцієнти Стьюдента $t_S = \varphi(P_д, f)$ [73]**

Число ступенів свободи, *f*=n-1	**Довірча вірогідність, $P_д$**					
	0,90	**0,95**	**0,98**	**0,99**	**0,998**	**0,999**
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2.31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,73
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,39
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	6,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,56	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,72	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Таблиця Д6. **Коефіцієнти a_q=φ(n, q) для обчислення критерію W [41]**

Порядковий номер спостереження q	Число наблюдений, n											
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,707	0,687	0,665	0,643	0,623	0,605	0,589	0,574	0,560	0,547	0,536	0,525
2	-	0,168	0,241	0,281	0,303	0,316	0,324	0,329	0,332	0,332	0,332	0,332
3	-	-	-	0,088	0,140	0,174	0,198	0,214	0,226	0,235	0,141	0,246
4	-	-	-	-	-	0,056	0,095	0,122	0,143	0,159	0,171	0,180
5	-	-	-	-	-	-	-	0.040	0,070	0,092	0,110	0,124
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,030	0,054	0,073
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,024
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Порядковий номер спостереження, q	Число наблюдений, n										
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	0,515	0,506	0,497	0,489	0,481	0,473	0,473	0,464	0,459	0,449	0,445
2	0,331	0,329	0,327	0,325	0,323	0,321	0,318	0,316	0,313	0,310	0,307
3	0,250	0,252	0,254	0,255	0,266	0,256	0,258	0,257	0,256	0,255	0,254
4	0,188	0,194	0,199	0,203	0,206	0,208	0,212	0,213	0,214	0,215	0,215
5	0,135	0,145	0,152	0,159	0,164	0,169	0,174	0,176	0,179	0,181	0,182
6	0,088	0,101	0,111	0,120	0,127	0,133	0,140	0,144	0,148	0151	0,154
7	0,043	0,059	0,073	0,084	0,093	0,101	0,109	0,115	0,120	0,125	0,128
8	-	0,020	0,036	0,050	0,061	0,071	0,080	0,088	0,094	0,100	0,105
9	-	-	-	0,016	0,030	0,042	0,053	0,062	0,070	0,076	0,082
10	-	-	-	-	-	0,014	0,026	0,037	0,047	0,054	0,061
11	-	-	-	-	-	-	-	0,012	0,023	0,032	0,040
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,011	0,020

Таблиця Д7. **Критичні значення критерію W_α=φ(n, α) [41]**

n	*α*		*n*	*α*		*n*	*α*	
	0,01	**0,05**		**0,01**	**0,05**		**0,01**	**0,05**
3	0,753	0,767	**11**	0,792	0,850	**19**	0,863	0,901
4	0,687	0,748	**12**	0,805	0,859	**20**	0,868	0,905
5	0,696	0,762	**13**	0,814	0,866	**21**	0,873	0,908
6	0,713	0,788	**14**	0,825	0,874	**22**	0,878	0,911
7	0,730	0,803	**15**	0,835	0,881	**23**	0,881	0,914
8	0,749	0,818	**16**	0,844	0,887	**24**	0,884	0,916
9	0,764	0,829	**17**	0,851	0,892	**25**	0,888	0,918
10	0,781	0,842	**18**	0,858	0,897			

Таблиця Д8. **Критичні значення критерію $U_\alpha = f(\alpha, n)$ [26]**

n	Рівень значущості, α			
	0,10	**0,05**	**0,025**	**0,01**
3	1,406	1,412	1,414	1,414
4	1,645	1,689	1,710	1,723
5	1,731	1,869	1,917	1,955
6	1,894	1,996	2,067	2,130
7	1,974	2,093	2,182	2,265
8	2,041	2,172	2,273	2,374
9	2,097	2,237	2,349	2,464
10	2,146	2,294	2,414	2,540
11	2,190	2,383	2,470	2,606
12	2,229	2,387	2,519	2,663
13	2,264	2,426	2,562	2,714
14	2,297	2,461	2,602	2,759
15	2,326	2,493	2,638	2,808
16	2,354	2,523	2,670	2,837
17	2,380	2,551	2,701	2,871
18	2,404	2,557	2,728	2,903
19	2,426	2,600	2,754	2,932
20	2,447	2,623	2,778	2,959
21	2,467	2,644	2,801	2,984
22	2,486	2,664	2,823	3,008
23	2,504	2,683	2,843	3,030
24	2,520	2,701	2,862	3,051
25	2,537	2,717	2,880	3,071

Таблиця Д9. **Критичні значення критерію Фішера** $F_\alpha = \varphi(\alpha,\ f_1,\ f_2)$ **[73]**

(α=0,005 – верхній рядок, α=0,01 – нижній рядок)

f_2	f_1														f_2
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**20**	**50**	**100**	**∞**	
1	161 4057	200 4999	216 5403	225 5675	230 5764	234 5859	237 5928	239 5981	241 6022	242 6056	243 6209	252 6302	253 6302	254 6366	1
2	18,51 98,50	19,00 99,00	19,10 99,17	19,25 99,25	19,30 99,30	19,33 99,33	19,35 99,36	19,17 99,37	19,38 99,39	19,39 99,40	19,44 99,45	19,48 99,48	19,49 99,49	19,50 99,50	2
3	10,13 34,12	9,55 30,82	9,28 29,46	9,12 28,71	9,01 28,24	8,94 27,91	8,89 27,67	8,85 27,49	8,81 27,34	8,79 27,34	8,66 29,69	8,58 26,35	8,55 26,23	8,53 26,12	3
4	7,71 21,20	6,94 18,00	6,59 16,69	6,39 15,98	6,26 15,52	6,16 15,21	6,09 14,98	6,04 14,80	6,00 14,66	5,96 14,55	5,80 14,02	5,70 13,69	5,66 13,57	5,63 13,46	4
5	6,01 16,26	5,79 13,27	5,41 12,07	5,19 11,39	5,05 10,97	4,95 10,67	4,88 10,46	4,82 10,29	4,77 10,16	4,74 10,05	4,56 9,55	4,44 9,24	4,41 9,13	4,36 9,02	5
7	5,59 12,25	4,74 9,55	4,35 8,45	4,13 7,85	3,97 7,46	3,89 7,19	3,79 7,00	3,67 6,84	3,64 6,72	3,64 3,62	3,44 6,16	3,32 6,07	3,27 5,75	3,23 5,63	7
10	4,96 10,04	4,10 7,56	3,71 6,55	3,48 5,99	3,33 5,64	3,22 5,39	3,14 5,20	3,07 5,06	3,02 4,94	2,98 4,85	2,77 4,41	2,64 4,12	2,59 4,01	2,54 3,91	10
20	4,35 8,10	3,49 5,85	3,10 4,94	2,87 4,43	2,71 4,10	2,60 3,87	2,51 3,70	2,45 3,56	2,39 3,46	2,35 3,37	2,12 2,94	1,97 2,64	1,91 2,54	1,84 2,42	20
50	4,03 7,17	3,18 5,06	2,79 4,20	2,56 3,72	2,40 3,41	2,29 3,19	2,20 3,02	2,13 2,89	2,07 2,79	2,03 2,70	1,78 2,26	1,60 1,95	1,52 1,82	1,44 1,68	50
100	3,94 6,90	3,09 4,82	2,70 3,98	2,46 3,51	2,31 3,21	2,19 2,99	2,10 2,82	2,03 2,69	1,97 2,59	1,93 2,50	1,68 2,06	1,48 1,73	1,39 1,60	1,28 1,43	100
∞	3,84 6,63	3,00 4,61	2,60 3,78	2,37 3,32	2,21 3,02	2,10 2,80	2,01 2,64	1,94 2,51	1,88 2,41	1,83 2,32	1,57 1,88	1,35 1,52	1,24 1,35	1,00 1,00	∞

Таблиця Д10. **Критичні значення критерію Кохрена** $G_{\alpha} = \varphi(\alpha, f, L)$ **[65]**

(α=0,005 – нижній рядок, α=0,01 – верхній рядок)

L	f							
	1	2	3	4	5	7	10	36
2	0,9999 0,9985	0,9950 0,9750	0,9794 0,9392	0,9586 0,9057	0,9373 0,8772	0,8998 0,8332	0,8539 0,7880	0,7067 0,6602
3	0,99333 0,9669	0,9423 0,8709	0,8831 0,7977	0,8335 0,7457	0,7933 0,7457	0,7335 0,6530	0,6743 0,6025	0,5153 0,4748
4	0,9676 0,9065	0,8646 0,7679	0,7814 0,6841	0,7212 0,6287	0,6761 0,5895	0,6129 0,5365	0,5536 0,4884	0,4057 0,3720
5	0,9279 0,8412	0,7885 0,6338	0,6957 0,5981	0,6329 0,5441	0,5875 0,5065	0,5259 0,4564	0,4697 0,4118	0,3351 0,3066
7	0,8376 0,7271	0,6644 0,5612	0,5685 0,4800	0,5080 0,4357	0,4659 0,3974	0,4105 0,3535	0,3616 0,3154	0,2494 0,2278
10	0,7175 0,6020	0,5358 0,4450	0,4469 0,3733	0,3934 0,3311	0,3572 0,3029	0,3106 0,2666	0,2704 0,2353	0,1811 0,1655
20	0,4799 0,3894	0,3297 0,2705	0,2654 0,2205	0,2288 0,1921	0,2048 0,1735	0,1748 0,1501	0,1501 0,1303	0,0960 0,0879
40	0,2940 0,2370	0,1915 0,1576	0,1508 0,1259	0,1281 0,1082	0,1135 0,0968	0,0957 0,0780	0,0816 0,0713	0,0503 0,0462
120	0,1225 0,0998	0,0759 0,0632	0,0585 0,0495	0,0489 0,0419	0,0429 0,0371	0,0357 0,0312	0,0302 0,0266	0,0178 0,0165

Таблиця Д11. **Критичні значення критерію Бартлетта** $\chi^2_{\alpha} = \varphi(f, \alpha)$ **[73]**

Число ступенів свободи, *f*	**Рівень значущості, α**					
	0,99	**0,975**	**0,95**	**0,05**	**0,025**	**0,01**
1	0,00016	0,00098	0,0039	3,8	5,0	6,6
2	0,020	0,051	0,103	6,0	7,4	9,2
3	0,115	0,216	0,352	7,8	9,4	11,3
4	0,296	0,484	0,711	9,5	11,1	13,3
5	0,0554	0,831	1,15	11,1	12,8	15,1
6	0,872	1,24	1,64	12,6	14,4	16,8
7	1,24	1,69	2,17	14,1	16,0	18,5
8	1,65	2,18	2,73	15,5	17,5	20,1
9	2,09	2,70	3,33	16,9	19,0	21,7
10	2,56	3,25	3,94	18,3	20,5	23,2
11	3,05	3,82	4,57	19,7	21,9	24,7
12	3,57	4,40	5,23	21,0	23,3	26,2
13	4,11	5,01	5,89	22,4	24,7	27,7
14	4,66	5,63	6,57	23,7	26,1	29,1
15	5,23	6,26	7,26	25,0	27,5	30,6
16	5,81	6,91	7,96	26,3	28,8	32,0
17	6,41	7,56	8,67	27,6	30,2	33,4
18	7,01	8,23	9,39	28,9	31,5	34,8
19	7,63	8,91	10,1	30,1	32,9	36,2
20	8,26	9,59	10,6	31,4	34,2	37,6
21	8,90	10,3	11,6	32,7	35,5	38,9
22	9,54	11,0	12,3	33,9	36,8	40,3
23	10,2	11,7	13,1	35,2	38,1	41,6
24	10,9	12,4	13,4	36,4	39,4	43,0
25	11,5	13,1	14,6	37,7	40,6	44,3
26	12,2	13,8	15,4	38,9	41,9	45,6
27	12,9	14,6	16,2	40,1	43,2	47,0
28	13,6	15,3	16,9	41,3	44,5	48,3
29	14,3	16,0	17,7	42,6	45,7	49,6
30	15,0	16,8	18,5	43,8	47,0	50,9

Таблиця Д12. **Критичні значення критерію Аббе $A_{\alpha}=\varphi(L$ або $n, \alpha)$ [34]**

Число серій, L або спостережень, n	**Уровень значимости, α**		
	0,001	**0,01**	**0,05**
4	0,2949	0,3128	0,3902
5	0,2080	0,2690	0,4102
6	0,1817	0,2808	0,4451
7	0,1848	0,3070	0,4680
8	0,2018	0,3314	0,4912
9	0,2210	0,3544	0,5121
10	0,2408	0,3759	0,5311
11	0,2598	0,3957	0,5482
12	0,2778	0,4140	0,5638
13	0,2949	0,4309	0,5778
14	0,3112	0,4466	0,5908
15	0,3266	0,4611	0,6027
16	0,3413	0,4746	0,6137
17	0,3552	0,4872	0,6237
18	0,3684	0,4989	0,6330
19	0,3809	0,5100	0,6417
20	0,3926	0,5203	0,6498