

Методичні рекомендації:

1. Розглянемо приклад розв'язання рівняння:

$$x^2 + 4 \cdot x - 100 = 0$$

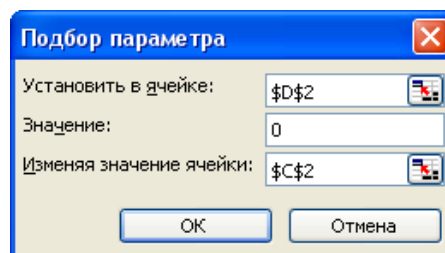
Для даного рівняння існує не більше двох коренів. Локалізуємо корні, для чого побудуємо графік лівої частини рівняння попередньо виконавши табулювання на інтервалі $[-20, 20]$ з кроком 5. У комірці **B2** введена формула, яка відповідає лівій частині рівняння.

	A	B	C	D
1	x	y		
2	-20	220		
3	-15	65		
4	-10	-40		
5	-5	-95		
6	0	-100		
7	5	-55		
8	10	40		
9	15	185		
10	20	380		

З рисунку видно, що функція міняє знак на інтервалах $[-15, -10]$ і $[5, 10]$, тобто на кожному з цих інтервалів може бути корінь. В якості їх початкових значень, візьмемо середини цих інтервалів: **-12,5** і **7,5**. Введемо ці числа в діапазон комірок **C2:C3**. До діапазону комірок **D2:D3** введені формули для обчислення значень функції при значеннях аргументу, введеного до комірок **C2:C3**, відповідно. Команда «Сервіс»/«Параметри»/«Вычисления» задає відносну погрішність обчислень і граничне число ітерацій, відповідно це **0,00001** і **1000**.

Для того, щоб знайти корінь у діапазоні **C2:D2**, виконаємо такі дії:

1. Команда «Сервіс»/«Подбор параметра».
2. У вікні «Подбор параметра», задати цільову комірку (**D2**) в полі «Установить в ячейке:».
3. В полі «Значение:» ввести значення, яке необхідно одержати як результат обчислення за формулою. Це значення 0.
4. В полі «Изменяя значение ячейки:» ввести посилання на комірку **C2**. Натиснути кнопку «ОК».



Аналогічні дії були виконані для пари значень у діапазоні **C3:D3**. Екранні копії демонструють розрахунки до і після застосування інструменту **Добір параметру**. Отже, корні рівняння – значення: **-12,198** та **8,198**.

D2		fx =C2^2+4*C2-100			
	A	B	C	D	
1	x	y	Корінь	y	
2	-20	220	-12,5	6,25	
3	-15	65	7,5	-13,75	
4	-10	-40			
5	-5	-95			
6	0	-100			
7	5	-55			
8	10	40			
9	15	185			
10	20	380			

D2		fx =C2^2+4*C2-100			
	A	B	C	D	
1	x	y	Корінь	y	
2	-20	220	-12,198	0,00	
3	-15	65	8,198039	0,00	
4	-10	-40			
5	-5	-95			
6	0	-100			
7	5	-55			
8	10	40			
9	15	185			
10	20	380			

2. Розглянемо приклад пошуку максимуму цільової функції $Z = 3000x_1 + 2000x_2$ при обмеженнях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_2 - x_1 \leq 1 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Комірки **A3** та **B3** відводяться під значення змінних x_1 та x_2 ¹. У комірку **D4** введена цільова функція. У комірки **A6:A9** введені ліві частини обмежень, у

діапазон **B6:B9** знаки \leq («Вставка»/«Символ» або стрічка «Вставка» кнопка



), а до комірок **C6:C9** – праві частини обмежень:

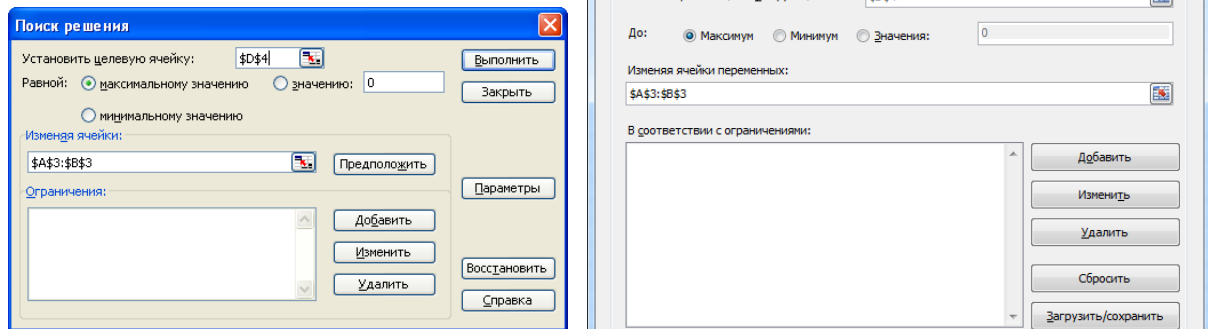
	A	B	C	D
1	Змінні			
2	x_1	x_2		
3				
4	Цільова функція		Z=	0
5	Обмеження			
6	0	\leq	6	
7	0	\leq	8	
8	0	\leq	1	
9	0	\leq	2	

	A	B	C	D
1	Змінні			
2	x_1	x_2		
3				
4	Цільова функція		Z=	=3000*A3+2000*B3
5	Обмеження			
6	=A3+2*B3	\leq	6	
7	=2*A3+B3	\leq	8	
8	=B3-A3	\leq	1	
9	=B3	\leq	2	

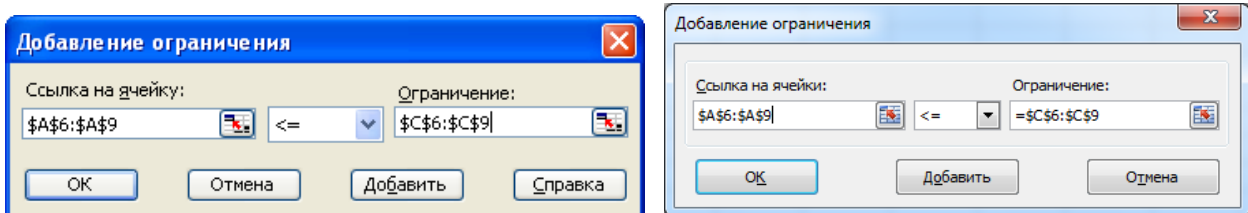
Команда «Сервис»/«Поиск решения» (або стрічка «Данные» кнопка Поиск решения). Заповнюється вікно «Поиск решения» («Параметры поиска

¹ – кількість змінних визначається також з обмежень. Наприклад, у варіанті 15 цільова функція залежить лише від трьох змінних x_1, x_2, x_3 , а в обмеженнях присутні змінні $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, тому змінних в цілому шість.

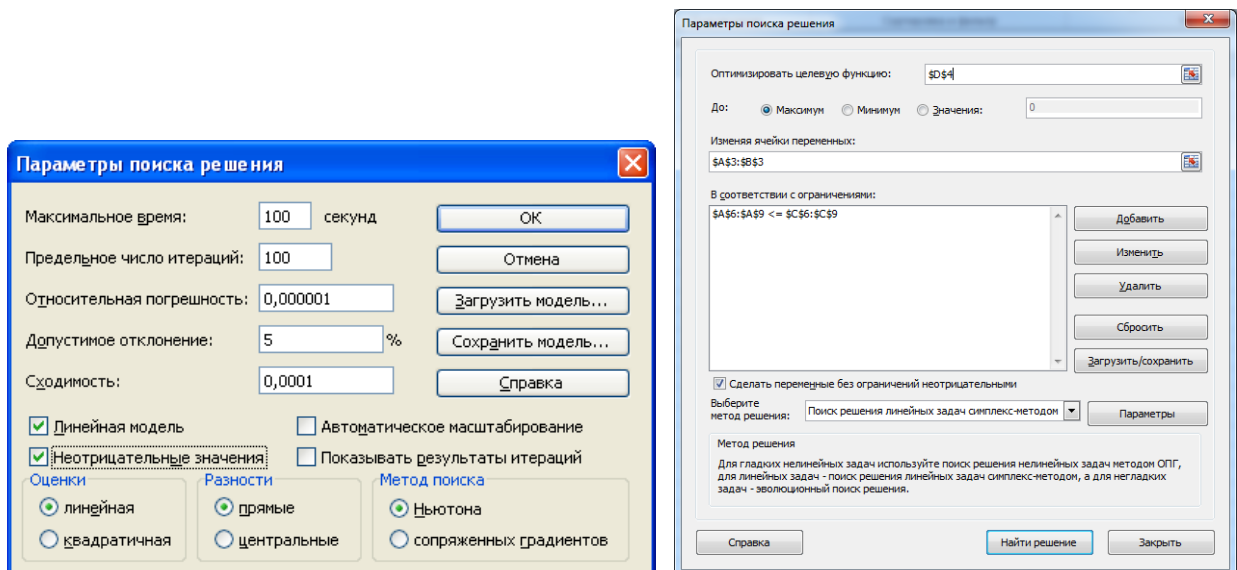
решения»), у відповідності з рисунком:



Для додавання обмежень натиснули кнопку [Добавить] і в діалоговому вікні «Добавление ограничений» вказали комірки та знаки обмежень:



У MS Excel 2003 в діалоговому вікні «Параметры» (кнопка [Параметры]) необхідно встановити прапорці «Линейная модель» и «Неотрицательные значения». У MS Excel 2007/2010 для цього використовуються прапорець «Сделать переменные без ограничений неотрицательными» та значення «Поиск решения линейных задач симплекс-методом» зі списку «Выберите метод решения».



Після натискання кнопки [Выполнить] ([Найти решение]) відкриється вікно «Результаты поиска решения», яке повідомляє про результат роботи Пошуку рішення. Результати розрахунків представлені на рисунку:

	A	B	C	D	E
1	Змінні				
2	x_1	x_2			
3	3,333333	1,333333			
4	Цільова функція		Z=	12666,67	
5	Обмеження				
6	6	≤	6		
7	8	≤	8		
8	-2	≤	1		
9	1,333333	≤	2		
10					

Отже, лінійна функція $Z = 3000x_1 + 2000x_2$ досягає максимуму при $x_1=3,333$ та $x_2=1,333$.

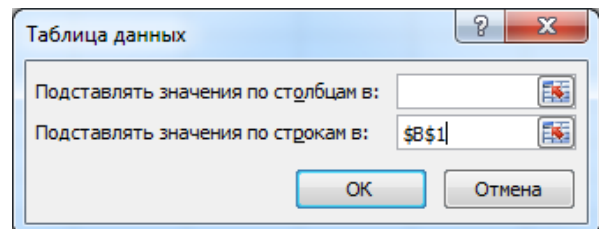
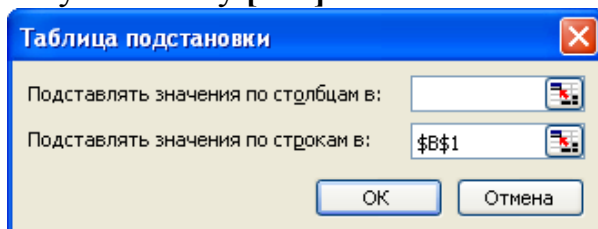
3. Розглянемо приклад пошуку мінімуму функції $y = \cos x$ на інтервалі $[0; 6,5]$:

Для цього протабулюємо функцію з кроком $0,5$ та побудуємо її графік.

Для табулювання функції скористаємося таблицею підстановки. На початковому етапі у діапазоні **A1:B2** були підготовлені вихідні дані для таблиці підстановки:

	A	B	C	D	E
1	x=	0			
2	y(x)=	1			

Потім у діапазоні **A4:B18** будуємо таблицю функції. Для цього у діапазоні **A5:A18** було проведено табулювання змінної x від 0 до $6,5$ з кроком $0,5$. У комірку **B5** введена формула **=B2**. Виділено діапазон **A5:B18** (де буде розташована таблиця) і виконано команду: «Данные»/«Таблица подстановки» (MS Excel 2003) або стрічка «Данные»/«Анализ "что если"»/«Таблица данных» (MS Excel 2007/2010). Відкриється діалогове вікно «Таблица подстановки» (MS Excel 2003) «Таблица данных» (MS Excel 2007/2010), в якому в полі «Подставляют значения по строкам в:»² необхідно вказати комірку **B1**³ і натиснути кнопку [OK].

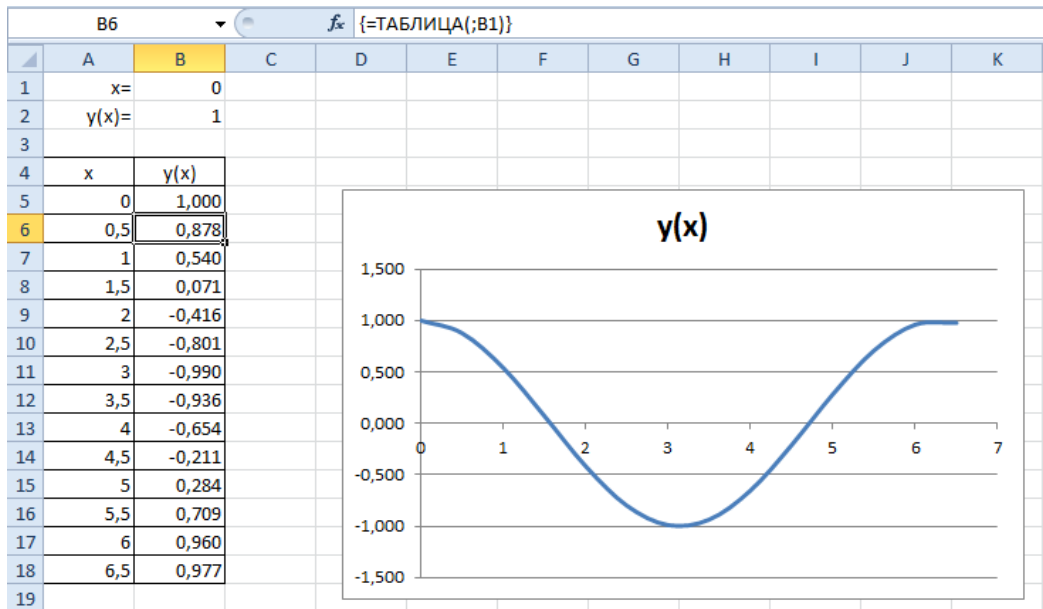


Результат табулювання та побудови графіка наведений на рисунку⁴:

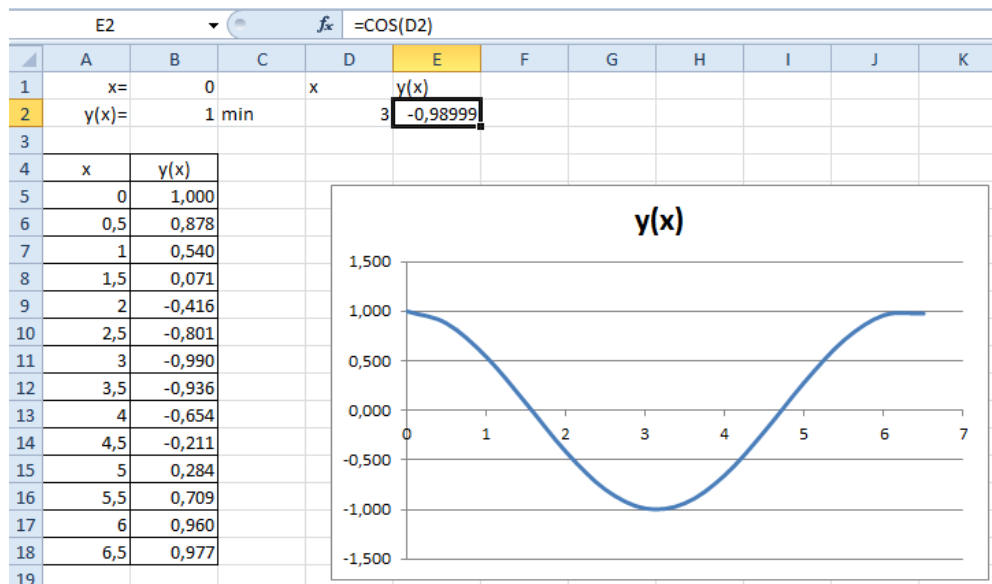
² Якщо в таблиці значення x знаходяться в рядку (тобто змінюються по стовпцям), то необхідно обрати варіант «Подставляют значения по столбцам в:»

³ Це комірка з діапазону **A1:B2**, в якій знаходиться вихідне значення x

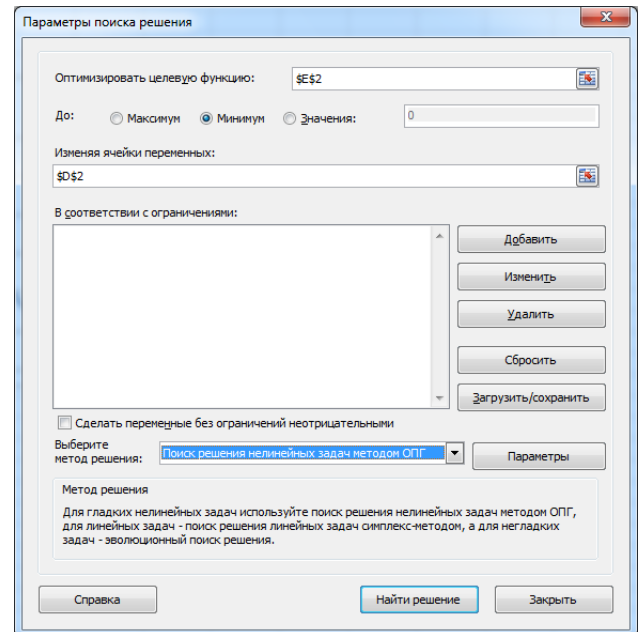
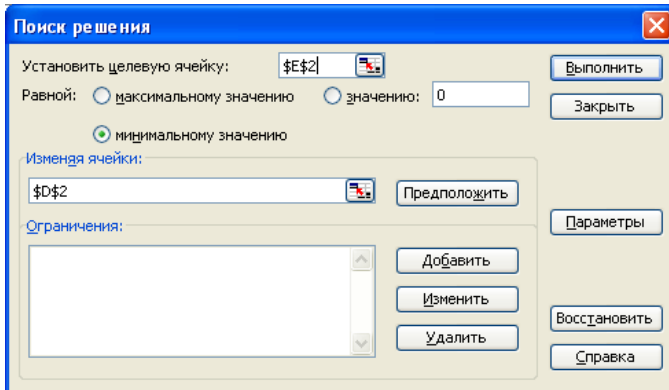
⁴ Зверніть увагу на формулу в комірці **B6**



Як видно з графіку приблизно у точці $x=3$ функція (y) приймає мінімальне значення, тому $x=3$ – перше наближення:



Скористуємося надбудовою **Пошук рішення** для того, щоб знайти мінімум функції $y = \cos x$. У вікні «Поиск решения» цільовою буде комірка, що утримує значення функції (**E2**), а змінюватися буде вміст комірки **D2**:



Примітка! У даному випадку Пошуку рішення не задаються обмеження і ця задача не є лінійною моделлю.

Результат роботи Пошуку рішення наведено на рисунку:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x=	0		x	y(x)					
2	y(x)=	1 min		3,141593	-1					
3										
4	x	y(x)								
5	0	1,000								
6	0,5	0,878								
7	1	0,540								
8	1,5	0,071								
9	2	-0,416								
10	2,5	-0,801								
11	3	-0,990								
12	3,5	-0,936								

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	x=	0		x	y(x)						
2	y(x)=	1 min		3,141593	-1						
3											
4	x	y(x)									
5	0	1,000									
6	0,5	0,878									
7	1	0,540									
8	1,5	0,071									
9	2	-0,416									
10	2,5	-0,801									
11	3	-0,990									
12	3,5	-0,936									
13	4	-0,654									
14	4,5	-0,211									
15	5	0,284									
16	5,5	0,709									
17	6	0,960									
18	6,5	0,977									
19											
20											
21											
22											

Отже функція $y = \cos x$ приймає мінімальне значення $y = -1,0$ у точці $x \approx 3,141593$.

4. Розглянемо приклад розв'язання системи нелінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \quad (*)$$

Пара (x, y) є розв'язком системи тільки і тільки тоді, коли вона є рішенням наступного рівняння з двома невідомими:

$$(x^2 + y^2 - 3)^2 + (2x + 3y - 1)^2 = 0 \quad (**)$$

Рівняння $(**)$ має не більше двох різних рішень.

Протабулюємо ліву частину рівняння $(**)$ за змінними x та y на відрізку $[-3,3]$ з кроком $1,5$ за допомогою таблиці підстановки з двома змінними.

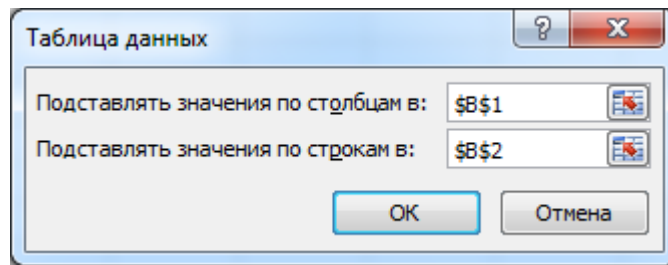
Для цього в діапазон A1:B3 введено підготовчу таблицю:

ПИ		= (B1^2+B2^2-3)^2+(2*B1+3*B2-1)^2					
	A	B	C	D	E	F	G
1	x=	-3					
2	y=	-3					
3	f(x,y)=	=(B1^2+B2^2-3)^2+(2*B1+3*B2-1)^2					

У діапазон B5:N5 введені значення для змінної x (числа від -3 до 3), а в діапазон A6:A18 – значення змінної y (числа від -3 до 3). На перетині двох цих діапазонів (у комірку A5) введена формула =B3:

A5		=B3													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1	x=	-3													
2	y=	-3													
3	f(x,y)=	481													
4															
5	481	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	
6	-3														
7	-2,5														
8	-2														
9	-1,5														
10	-1														
11	-0,5														
12	0														
13	0,5														
14	1														
15	1,5														
16	2														
17	2,5														
18	3														

Виділили діапазон A5:N18 і виконали команду «Данные»/«Таблица подстановки» (MS Excel 2003) або стрічка «Данные»/«Анализ "что если"»/«Таблица данных» (MS Excel 2007/2010). У вікні, що відкрилося вказати комірки B1 та B2 відповідно у полях «Подставлять значения по столбцам в:» і «Подставлять значения по строкам в:»:



Результат таблиці функції наведен на рисунку:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	x=	-3												
2	y=	-3												
3	f(x,y)=	481												
4														
5	481	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
6	-3	481	375,06	296	237,06	193	160,06	136	120,06	113	117,06	136	175,06	241
7	-2,5	360,31	272,5	208,81	162,5	128,31	102,5	82,813	68,5	60,313	60,5	72,813	102,5	156,31
8	-2	269	196,56	146	110,56	85	65,563	50	37,563	29	26,563	34	56,563	101
9	-1,5	200,31	140,5	100,81	74,5	56,313	42,5	30,813	20,5	12,313	8,5	12,813	30,5	68,313
10	-1	149	99,063	68	49,063	37	28,063	20	12,063	5	1,0625	4	19,063	53
11	-0,5	111,31	68,5	43,813	30,5	23,313	18,5	13,813	8,5	3,3125	0,5	3,8125	18,5	51,313
12	0	85	46,563	26	16,563	13	11,563	10	7,5625	5	4,5625	10	26,563	61
13	0,5	69,313	32,5	13,813	6,5	5,3125	6,5	7,8125	8,5	9,3125	12,5	21,813	42,5	81,313
14	1	65	27,063	8	1,0625	1	4,0625	8	12,063	17	25,063	40	67,063	113
15	1,5	74,313	32,5	10,813	2,5	2,3125	6,5	12,813	20,5	30,313	44,5	66,813	102,5	158,31
16	2	101	52,563	26	14,563	13	17,563	26	37,563	53	74,563	106	152,56	221
17	2,5	150,31	92,5	58,813	42,5	38,313	42,5	52,813	68,5	90,313	120,5	162,81	222,5	306,31
18	3	229	159,06	116	93,063	85	88,063	100	120,06	149	189,06	244	319,06	421

З цього рисунку видно, що найменших значень (**0,5** та **1**) функція $f(x,y)$ набуває при наступних парах значень (**1,5;-0,5**) та (**-1;1**). Отже ці значення обрані в якості перших наближень до корнів.

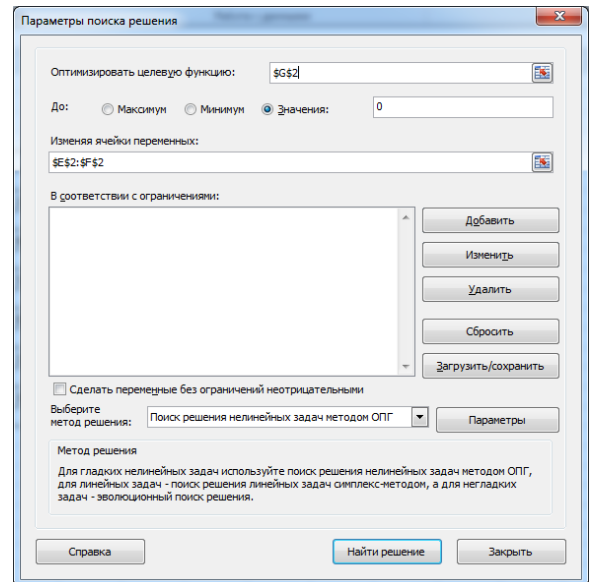
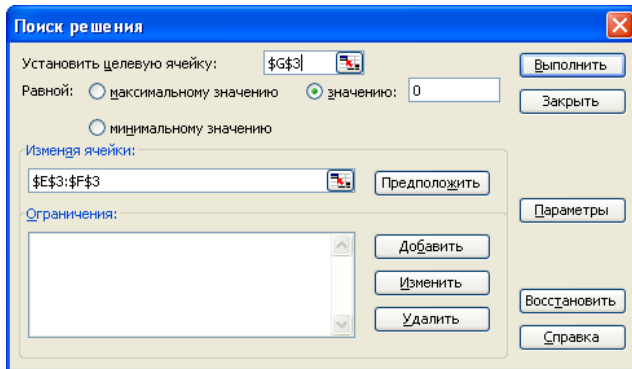
Для визначення першого розв'язку системи відведемо під змінні x і y комірки **E2** і **F2** відповідно, та введемо до них початкові наближення **1,5** та **-0,5**. У комірку **G2** ввели формулу, яка обчислює значення лівої частини рівняння (***) для цих значень невідомих:

$$=(E2^2+F2^2-3)^2+(2*E2+3*F2-1)^2$$

Аналогічні дії виконано для іншої пари наближень:

f_x	=(E2^2+F2^2-3)^2+(2*E2+3*F2-1)^2				
	E	F	G	H	I
	x	y	f(x,y)		
	1,5	-0,5	0,5		
	-1	1	1		

Після цього викликали **Пошук рішення**. У вікні «Поиск решения» необхідно вказати цільову комірку (**G2**), яка має досягти значення **0** і комірки, що змінюються (діапазон **E2:F2**):



Аналогічні дії було виконано для комірки **G3** та діапазону **E3:F3**. У результаті отримані наступні корні:

	E	F	G
	x	y	f(x,y)
	1,5764	-0,717	0,00
	-1,269	1,1791	0,00

Отже, система рівнянь має такі пари розв'язків **(1,576; -0,717)** та **(-1,269; 1,179)**.