Лабораторна робота 2

Тема. Основні підходи до розв'язання задач системного аналізу із застосуванням методів та підходів теорії систем. Методологія моделювання та проектування систем різної фізичної природи

Мета роботи – вивчити основні поняття та визначення, що стосуються побудови множини оптимальних систем, розкрити основні методологічні підходи до побудови множини оптимальних систем визначених типів, визначити основні етапи побудови оптимальних систем, навчитися тлумачити отримані результати.

Стислі теоретичні відомості та методичні рекомендації до виконання лабораторної роботи

Нехай задана система даних D з повністю впорядкованою параметричною множиною W і найбільшою допустимої маскою $M = V \times R$, сумісною з системою даних D.

Потрібно визначити множину систем з поведінкою Y_Q, що задовольняє вимогам **узгодженості, детермінованості і простоти**. Для цього розіб'ємо процес визначення зазначеної множини на етапи.

1. Першим етапом є визначення множини систем з поведінкою Y_r.

З огляду на те, що будь-яка найбільша допустима маска містить множину коректних підмасок ${}^iM$ ($i = 1,\ldots,N(n,\Delta M)$), кожна з яких є підмножиною M, число яких визначається наступним виразом

$$N(n,\Delta M) = \left(2^{\Delta M} - 1\right)^n - \left(2^{\Delta M - 1} - 1\right)^n, \qquad (1)$$

де n – число базових змінних,

ΔM – глибина найбільшої допустимої маски $(\Delta M \le 10)$,

то для кожної підмаски ${}^iM$ може бути визначена функція поведінки ${}^if_B$, за допомогою обчислення проекції функції поведінки відповідної підмаски ${}^iM$.

Для заданої системи даних D і найбільшою допустимої маски M, вимога **узгодженості** призводить до обмеженої множини

,

$$Y_r = \left\{ {}^iF_B = \left(I, {}^iM, {}^if_B\right), \left(i = 1,\ldots,N(n,\Delta M)\right)\right\} \qquad (2)$$

яка містить по одній системі з поведінкою для кожної осмисленої підмаски ${}^iM \subseteq M$ (для зручності позначимо ${}^1M = M$).

Для заданої функції поведінки f_B, визначеної через повні стани вибіркових змінних $S_k\left(k \in N_{|M|}\right)$, кожна з її проекцій також є функцією поведінки, що відповідає функції поведінки f_B в сенсі субстанів, заснованих на визначенні підмножин вибіркових змінних S_k.

Нехай $S_k\left(k \in N_{|M|}\right)$ – вибіркові змінні, через які визначаються стани функції поведінки f_B; M – маска, через яку вибираються значення вибіркових змінних.

Нехай $\left[f_B \downarrow Z\right]$ – проекція функції поведінки f_B, де Z – підмножина множини $N_{|M|}$ ідентифікаторів вибіркових змінних $S_k\left(k \in N_{|M|}\right)$, тобто $Z \subset N$.

Тоді

$$\left[f_B \downarrow Z\right]: \underset{k \in Z}{\times} S \to [0,1].$$

Якщо функція f_B – розподіл ймовірностей, тоді проєкція визначається наступним чином

$$\left[f_B \downarrow Z\right](x) = \sum_{c \succ x} f_B(c). \tag{3}$$

Слід зазначити, що визначення функцій поведінки ${}^i f_B$ за допомогою проекцій простіше з точки зору обчислень, ніж через вибірки даних. Чим більше обсяг даних, тим більше обчислювального часу економиться, якщо замість вибірок даних використовувати проекції.

Отже, згідно зазначеному підходу, можна робити вибірку станів вибіркових змінних тільки один раз для найбільшої допустимої маски M (${}^1M = M$), а потім визначити функції поведінки ${}^i f_B$ ($i=2,\ldots,N(n, \Delta M)$), для всіх змістовних подмасок ${}^i M$ ($i=2,\ldots,N(n, \Delta M)$), як відповідні проекції визначеної функції поведінки.

2. Наступним (другим) етапом при визначенні множини оптимальних систем з поведінкою має бути визначення ступенів **недетермінованости і складності** для всіх систем з множини Y_r та виділено множину систем з поведінкою Y_Q, які або еквівалентні, або непорівнянні щодо об'єднаного впорядкування по складності і нечіткості.

Системи з множини Y_Q, що визначаються як

$$Y_Q = \left\{ {}^i F_B \in Y_r \middle| \left(\forall {}^j F_B \in Y_r\right) \left({}^j F_B \overset{*}{\leq} {}^i F_B \Rightarrow {}^i F_B \overset{*}{\leq} {}^j F_B \right) \right\}, \tag{4}$$

прийнято називати підходящими системами з поведінкою.

Об'єднане впорядкування $\overset{*}{\leq}$ визначається наступним чином:

${}^{i}F_B \overset{*}{\leq} {}^{j}F_B$ тоді і тільки тоді, коли

$$\left|{}^{i}M\right| \overset{c}{\leq} \left|{}^{j}M\right| \text{ и } {}^{i}q_u \overset{u}{\leq} {}^{j}q_u, \tag{5}$$

де ${}^{i}F_B$, ${}^{j}F_B \in Y_r$,

$\overset{c}{\leq}$ – чисельне впорядкування подмасок ${}^{i}M$ і ${}^{j}M$ за складністю (складність визначається потужністю порівнюваних підмасок) на множині Y_r (рис. 2).

$\overset{u}{\leq}$ – чисельне впорядкування по нечіткості на множині Y_r. Ступінь недетермінованости визначається відповідною мірою породжуючої нечіткості. Нехай ${}^{i}q_u\left(i=1,2,\ldots\right)$ значення відповідних породжуваних нечіткостей для систем з поведінкою, що визначаються при вибраному порядку породження даних і відповідним розбиттям маски ${}^{i}M$ на ${}^{i}M_g$ і ${}^{i}M_{\bar{g}}$, тобто введенням. ${}^{i}M_{G=}$ $({}^{i}M;\ {}^{i}M_g, {}^{i}M_{\bar{g}})$

Породжувана нечіткість нейтральної породжувальної системи з поведінкою визначається наступним чином

$${}^{i}q_u = {}^{i}H\left({}^{i}G \middle| {}^{i}\bar{G}\right) = {}^{i}H\left({}^{i}C\right) - {}^{i}H\left({}^{i}\bar{G}\right), (\ i=1,\ldots,N(n,\ \Delta M)),\ . \tag{6}$$

Об'єднане впорядкування $\left(\overset{*}{\leq}\right)$ може бути представлено графічно.

Розглянемо **приклад**:

Для заданої системи даних D:

t =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
V_1	1	1	0	3	3	3	3	3	4	3	3	0	2	1	1
V_2	4	3	4	3	3	3	3	3	4	4	3	3	4	2	1

t =	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
V_1	1	1	4	4	4	4	4	0	2	2	4	4	4	4	4
V_2	1	1	4	4	4	4	3	1	4	2	2	4	4	4	4

t =	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
V_1	4	4	2	2	2	2	2	0	2	1	0	2	1	1	4
V_2	4	4	4	4	1	1	1	3	3	1	3	3	3	3	4

Рис.1

визначимо, всі системи з поведінкою з множини Y_Q, що використовуються для прогнозу.

1. Нехай $\Delta M = 2$. Тоді згідно (1) є 8 змістовних подмасок ${}^{i}M\left(i = 1, 2, \ldots, 8\right)$, які можуть бути впорядковані за складністю $\left(\overset{c}{\leq}\right)$ таким чином:

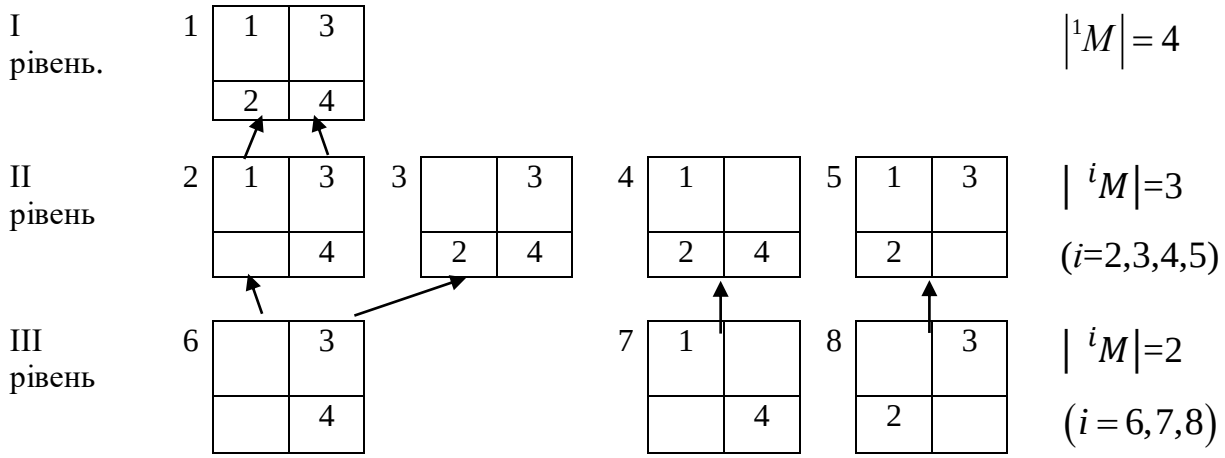

Рис. 2-Упорядкування підмасок ${}^{i}M\left(i = 1, 2, \ldots, 8\right)$ за складністю

Отже, маємо три рівня складності , які відображені на рисунку 2.

2. Після визначення повної вибірки для найбільшої допустимої маски ${}^1M = M$ по частотам $N(c)$ визначаємо ймовірність появи повних станів вибіркових змінних ${}^1f_B(c)$ при $N(\alpha) = 44$ та представляємо в стандартній формі –таблиці виду

	S_1	S_2	S_3	S_4	$N(c)$	${}^1f_B(c)$
c=	1	4	1	3	1	0,0227
	1	3	0	4	1	0,0227
	0	4	3	3	1	0,0227
	3	3	3	3	4	0,0909
	3	3	4	4	1	0,0227
	4	4	3	4	1	0,0227
	3	4	3	3	1	0,0227
	3	3	0	3	1	0,0227
	0	3	2	4	1	0,0227
	2	4	1	2	1	0,0227
	1	2	1	1	1	0,0227
	1	1	1	1	2	0,04545
	1	1	4	4	1	0,0227
	4	4	4	4	8	0,1818
	4	4	4	3	1	0,0227
	4	3	0	1	1	0,0227
	0	1	2	4	1	0,0227
	2	4	2	2	1	0,0227
	2	2	4	2	1	0,0227
	4	2	4	4	1	0,0227
	4	4	2	4	1	0,0227
	2	4	2	4	1	0,0227
	2	4	2	1	1	0,04545
	2	1	2	1	2	0,0227
	2	1	0	3	1	0,0227
	0	3	2	3	2	0,04545
	2	3	1	1	1	0,0227
	1	1	0	3	1	0,0227
	2	3	1	3	1	0,0227
	1	3	1	3	1	0,0227
	1	3	4	4	1	0,0227

Визначимо шенновську ентропію за наступним виразом

$${}^1H(C) = -\sum_{c \in C} f_B(c) \log_2 f_B(c).$$

Отже,

$$^{1}H(C) = -(26 \cdot 0{,}0227 \log_2 0{,}0227 + 0{,}0909 \log_2 0{,}0909 + 3 \cdot 0{,}04545 \log_2 0{,}04545 + +0{,}1818 \log_2 0{,}1818 =$$

1. Визначимо породжуючу нечіткість для ${}^{i}M_{G} = \left({}^{i}M, {}^{i}M_{g}, {}^{i}M_{\bar{g}}\right)$

$\overbrace{S_1 \qquad S_2}^{{}^{1}\bar{g}}$		${}^{1}f\left(\bar{g}\right)$
1	4	$0,0227$
1	3	$\left(0,0227*3\right)=0,06815$
0	4	$0,0227$
3	3	$\left(0,0909+0,0227*2\right)=0,1363$
0	3	$\left(0,0227*3\right)=0,06815$
2	4	$\left(0,0227*4\right)=0,0908$
1	2	$0,0227$
1	1	$\left(0,0227*4\right)=0,0908$
4	3	$0,0227$
0	1	$0,0227$
2	2	$0,0227$
4	2	$0,0227$
4	4	$\left(0,0227*3+0,1818\right)=0,2497$
2	1	$\left(0,04545+0,0227\right)=0,06815$
2	3	$\left(0,0227*2\right)=0,04545$

$$
{}^{1}H\left(\bar{G}\right) = -7*0,0227\log_2 0,0227 - 3*0,0615\log_2 0,0615 - 0,1363\log_2 0,1363 -
$$
$$
- 2*0,0908\log_2 0,0908 - 0,2497\log_2 0,2497 - 0,04545\log_2 0,04545.
$$

Породжуча нечіткість для першої системи дорівнює
${}^{1}H\left(G\middle|\bar{G}\right) = {}^{1}H\left(C\right) - {}^{1}H\left(\bar{G}\right) = 1,11$.

2. Визначимо для інших семи подмасок з множини ${}^{i}M\left(i=1,2,\ldots,8\right)$, порождаючі нечіткості, як проекции на ${}^{1}M = M$.

Нехай для прикладу визначимо проекцію ймовірнісної функції поведінки для ${}^{2}M$ (для $Z=\left\{1,3,4\right\}$).

	S_1	S_3	S_4	$\left[f\downarrow\left\{1,3,4\right\}\right]\left(x\right)$
c=	1	1	3	$\left(0,0227+0,0227\right)=0,04545$
	1	0	4	$0,0227$
	0	3	3	$0,0227$
	3	3	3	$\left(0,0909+0,0227\right)=0,1136$
	3	4	4	$0,0227$
	4	3	4	$0,0227$
	3	3	3	$0,0227$
	3	0	3	$0,0227$

	0	2	4	$(0,0227+0,0227)=0,04545$
	2	1	2	$0,0227$
	1	1	1	$(0,0227+0,04545)=0,06815$
	1	4	4	$(0,0227+0,0227)=0,04545$
	4	4	4	$(0,1818+0,0227)=0,2045$
	4	4	3	$0,0227$
	4	0	1	$0,0227$
	2	2	2	$0,0227$
	2	4	2	$0,0227$
	4	2	4	$0,0227$
	2	2	4	$0,0227$
	2	2	1	$(0,0227+0,04545)=0,06815$
	2	0	3	$0,0227$
	0	2	3	$(0,0227+0,0227+0,0227)=0,06815$
	2	1	1	$0,0227$
	1	0	3	$0,0227$
	0	2	3	$0,0227$
	2	1	3	$0,0227$
	1	1	3	$0,0227$
	1	4	4	$0,0227$

$$^{2}H(C)=-16*0,0227\log_2 0,0227-3*0,04545\log_2 0,04545-$$
$$-0,1136\log_2 0,1136-3*0,06815\log_2 0,06815-0,2045\log_2 0,2045.$$

$$^{2}\bar{g}=\{1\}.$$

$$^{2}H(G|\bar{G})={}^{2}H(C)-{}^{2}H(\bar{G})=1,88.$$

Інші породжуючі нечіткості визначаються аналогічно та наводяться на рисунку 3.

Наведемо впорядкованість $^{i}M\ (i=1,2,\ldots,8)$ по нечіткості (рис.3) $\left(\overset{u}{\leq}\right)$

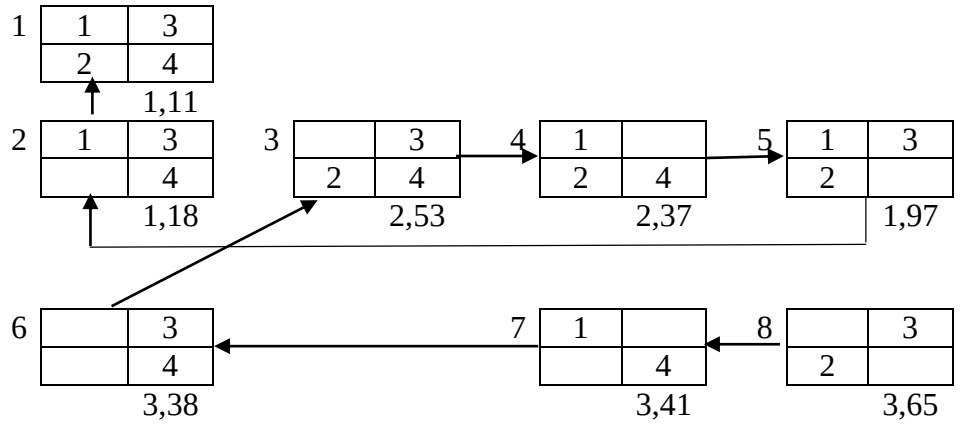

Рис. 3

де індекси вгорі схем вказують номер подмаскі, а внизу – значення породжуючої нечіткісті.

Об'єднане впорядкування по складності і нечіткості для ${}^{i}M\left(i=1,2,\ldots,8\right)\left(\overset{*}{\leq}\right)$ наведено на рис 4.

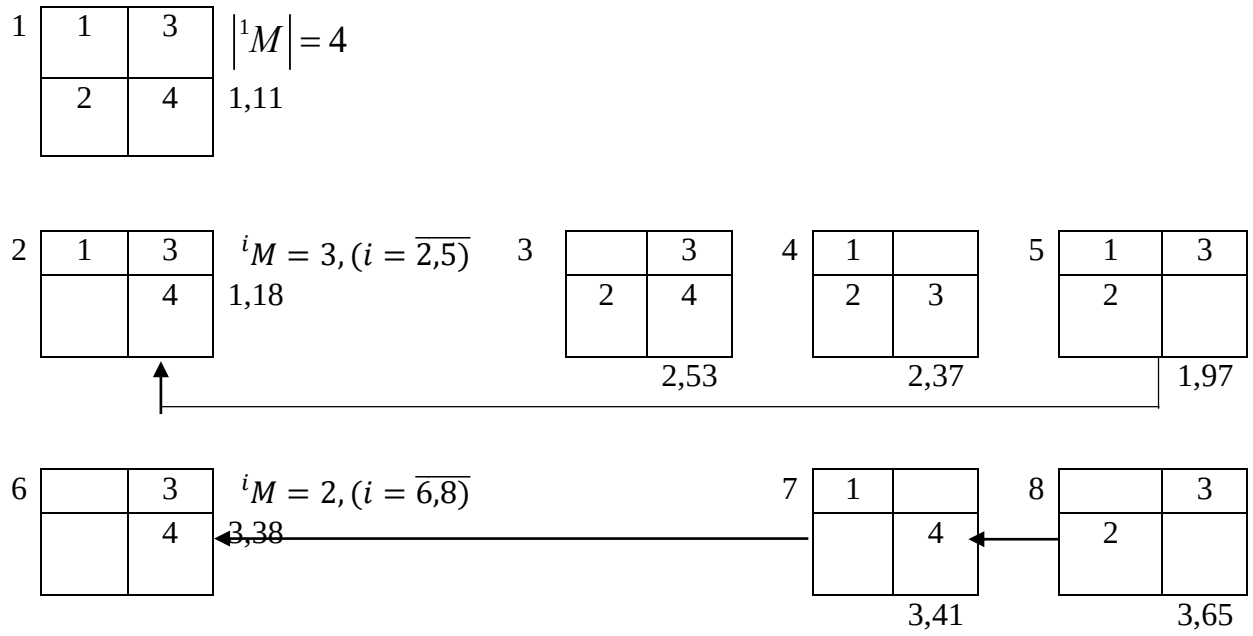

Рис. 4

Отже оптимальними системами зповедінкою будуть наступні системи $Y_Q=\left\{{}^{1}F_B,{}^{2}F_B,{}^{6}F_B\right\}$.

Визначення множини оптимальних породжуючих систем з поведінкою спрямованого типу проводиться за аналогічним алгоритмом.

.

Завдання 1. Для отриманої системи даних D з матрицею даних d побудувати множинуоптимальних (по складності та недетермінованості) систем при умові що дані чіткі та параметрична множина упорядкована.

Використовувати максимально допустиму маску з глибиною $\Delta M=2$ та з правилом зрушення $r_j\in R$ при $\rho=(0.1)$.

Побудувати графік залежності ступеня недетермінованості від складності для побудованої множини оптимальних систем з для використовуваних підмасок ${}^{i}M$ ($i = 1,\ldots,N(n,\Delta M)$).

Завдання 2. Розробити програмний продукт, який дозволяє побудувати множину оптимальних систем.