Лабораторна робота 3.

Розв'язання задач системного аналізу із застосуванням методів та підходів теорії прийняття рішень

1. **Мета роботи**: Дослідження задач прийняття рішень в умовах невизначеності

2. Навчальні питання, що підлягають розгляду:

- Основні типи невизначеності у задачах прийняття рішень
- Прийняття рішень в умовах ризику
- Прийняття рішень в умовах невизначеності
- Прийняття рішень у конфліктних ситуаціях

3. Методичні рекомендації щодо підготовки до заняття.

- Перед виконанням завдання необхідно вивчити теоретичні питання:
- Прийняття рішень у детермінованих завданнях
- Формулювання завдання прийняття рішень в умовах невизначеності
- Знаходження оптимального вирішення завдання прийняття рішень на умовах невизначеності.

4. Порядок виконання роботи

Необхідно:

– Знайти оптимальне розв'язання задач прийняття рішень в умовах невизначеності.

– Оформити звіт щодо лабораторної роботи.

Стислі теоретичні відомості

Розв'язання задач системного аналізу в умовах невизначеності та ризику

Матриця рішень та оціночні функції. Всяка діяльність завжди тісно пов'язана з невизначеністю та ризиком щодо майбутніх результатів прийняття рішень.

Невизначені фактори, закон розподілу яких невідомий, є найбільш характерними при розв'язанні задач прийняття рішень. Саме на цей випадок слід орієнтуватися при виборі гнучких конструкторських рішень. Методичний облік таких факторів базується на формуванні спеціальних критеріїв, на основі яких приймаються рішення. Критерії МініМакса(Вальда), Севіджа, Гурвіца і Лапласа та інших вже давно і міцно увійшли в теорію прийняття рішень. Розглянемо класичні та похідні критерії прийняття рішень та приклади їх застосування.

Матриця рішень та оціночні функції.

Всяка діяльність завжди тісно пов'язана з невизначеністю та ризиком щодо майбутніх результатів прийняття рішень.

Припустимо, що потрібно вибрати найкращу з m альтернатив у випадку, коли остаточний результат кожної альтернативи E_i ($i=\overline{1,m}$) буде визначатися конкретним станом навколишнього середовища („природи") F_j ($j=\overline{1,n}$).

Під результатом рішення $e_{ij} = e(E_i\ ;\ F_j)$ тут можна розуміти оцінку, що відповідає варіанту E_i і умовам F_j та що характеризує прибуток, корисність або надійність. Звичайно ми будемо називати такий результат корисністю рішення. Звичайно ми будемо називати такий результат ***корисністю рішення***.

Дані, необхідні для ухвалення рішення в умові невизначеності, звичайно задаються у формі матриці, рядки якої відповідають можливим діям, а стовпці – можливим станам системи, тобто сімейство (матриця) рішень має вигляд:

	F_1	F_2	. . .	F_n
E_1	e_{11}	e_{12}	. . .	e_{1n}
E_2	e_{21}	e_{22}	. . .	e_{2n}
. . .	. . . . .			
E_m	e_{m1}	e_{m2}	. . .	e_{mn}

Щоб прийти до однозначного й по можливості найвигіднішому варіанту рішення необхідно ввести ***оціночну (цільову) функцію***. При цьому матриця рішень зводиться до одного стовпця виду

E_1	e_{1r}
E_2	e_{2r}
E_3	e_{3r}
$\vdots$	$\vdots$
E_i	e_{ir}
$\vdots$	$\vdots$
E_m	e_{mr}

Кожному варіанту E_i приписується деякий результат e_{ir}, що характеризує, у цілому, всі наслідки цього рішення. Такий результат ми будемо надалі позначати тим же символом e_{ir}.

Виникає, однак, проблема, який вкласти зміст у результат e_{ir}. Якщо, наприклад, наслідки кожного з альтернативних рішень характеризувати комбінацією з його найбільшого й найменшого результатів, то можна прийняти

$$e_{ir} = \min_j e_{ij} + \max_j e_{ij}. \tag{1.1}$$

Найкращий у цьому змісті результат має вигляд

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left(\min_j e_{ij} + \max_j e_{ij} \right). \tag{1.2}$$

Формуючи в такий спосіб бажаний результат, особа, що приймає рішення (ЛПР), виходить із ***компромісу між оптимістичним та песимістичним підходами***.

Розглянемо тепер деякі інші оціночні функції, а також відповідні до них вихідні позиції.

Оптимістична позиція:

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left(\max_j e_{ij} \right). \tag{1.3}$$

З матриці результатів рішень e_{ij} обирається варіант (рядок), що містить в якості можливого наслідку найбільший із всіх можливих результатів. ОПР стає на точку зору азартного гравця й робить ставку на те, що випаде найвигідніший випадок.

Позиція нейтралітету:

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} e_{ij} \right). \tag{1.4}$$

ОПР виходить з того, що всі відхилення результату рішення від «середнього» випадку, що зустрічаються, припустимі, та приймає рішення, оптимальне з цього погляду.

Песимістична позиція:

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left(\min_j e_{ij} \right). \tag{1.5}$$

ОПР виходить з того, що треба орієнтуватися на найменш сприятливий випадок і приписує кожному з альтернативних варіантів найгірший з можливих результатів. Після цього він обирає самий вигідний варіант, тобто очікує найкращого результату в найгіршому випадку. Для кожного іншого зовнішнього стану результат може бути тільки рівним цьому або кращим.

Позиція відносного песимізму:

$$\min_i e_{ir} = \min_i \max_j \left(\max_i e_{ij} - e_{ij} \right). \tag{1.6}$$

Для кожного варіанта рішення ОПР оцінює втрати в результаті в порівнянні з певним по кожному варіанту найкращим результатом, а потім із сукупності найгірших результатів обирає найкращий відповідно до представленої оціночної функції.

На основі оцінних функцій будуються критерії прийняття рішень.

Класичні критерії прийняття рішень

Мінімаксний критерій

При

$$Z_{\text{MM}} = \max_i e_{ir}, \tag{2.1}$$

$$e_{ir} = \min_j e_{ij} \tag{2.2}$$

справедливо співвідношення

$$\text{E}_0 = \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \text{E} \wedge e_{i0} = \max_i \min_j e_{ij} \right\}, \tag{2.3}$$

де Z_{MM} – оціночна функція ММ-критерія.

Правило вибору рішення відповідно до ММ-критерію:

Матриця рішень $\left\| e_{ij} \right\|$ доповнюється ще одним стовпцем з найменших результатів e_{ir} кожного рядку. Обирати належить ті варіанти E_{i0}, у рядках яких стоять найбільші значення e_{ir} цього стовпця.

Критерій Байєса–Лапласа

Нехай q_j – ймовірність появи зовнішнього стану F_j; тоді для BL-критерія

$$Z_{\text{BL}} = \max_i e_{ir}, \tag{2.4}$$

$$e_{ir} = \sum_{j=1}^{n} e_{ij} q_j, \tag{2.5}$$

$$\text{E}_0 = \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \text{E} \wedge e_{i0} = \max_i \sum_{j=1}^{n} e_{ij} q_j \wedge \sum_{j=1}^{n} q_j = 1 \right\}. \tag{2.6}$$

Правило вибору рішення:

Матриця рішень $\left\| e_{ij} \right\|$ доповнюється ще одним стовпцем, що включає математичне очікування значень кожного з рядків. Обираються ті варіанти E_{i0}, в рядках яких стоїть найбільше значення e_{ir} цього стовпця.

<u>Критерій Севіджа</u>

За допомогою позначень

$$a_{ij} = \max_i e_{ij} - e_{ij}, \tag{2.7}$$

$$e_{ir} = \max_j a_{ij} = \max_j \left(\max_i e_{ij} - e_{ij} \right) \tag{2.8}$$

формується оціночна функція

$$Z_{\mathrm{S}} = \min_i e_{ir} = \min_i \left[\max_j \left(\max_i e_{ij} - e_{ij} \right) \right] \tag{2.9}$$

та будується множина оптимальних варіантів рішення

$$\mathrm{E}_0 = \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \mathrm{E} \wedge e_{i0} = \min_i e_{ir} \right\}. \tag{2.10}$$

Відповідне до S-критерію правило вибору:

Кожний елемент матриці рішень $\left\| e_{ij} \right\|$ віднімається з найбільшого результату $\max_i e_{ij}$ відповідного стовпця. Різниці a_{ij} утворюють матрицю залишків $\left\| a_{ij} \right\|$. Ця матриця поповнюється стовпцем найбільших різниць e_{ir}. Обираються ті варіанти E_{i0}, в рядках яких стоїть найменше для цього стовпця значення.

Похідні критерії прийняття рішень

<u>Критерій Гурвиця</u>

$$Z_{\mathrm{HW}} = \max_i e_{ir}, \tag{3.1}$$

$$e_{ir} = c \min_j e_{ij} + (1 - c) \max_j e_{ij}. \tag{3.2}$$

Тоді

$$\mathrm{E}_0 = \left\{ Ei_0 \middle| E_{i0} \in \mathrm{E} \wedge e_{i0} = \max_i \left[c \min_j e_{ij} + (1 - c) \max_j e_{ij} \right] \wedge 0 \le c \le 1 \right\}, \tag{3.3}$$

де *c* – ваговий множник.

Правило вибору згідно HW-критерію:

Матриця рішень $\left\| e_{ij} \right\|$ доповнюється стовпцем, що містить середні зважені найменшого й найбільшого результатів для кожного рядка (3.2). Обираються ті варіанти E_{i0}, у рядках яких стоять найбільші елементи e_{ir} цього стовпця.

Для $c = 1$ HW-критерій перетворюється на MM-критерій.

Для $c = 0$ він перетворюється на критерій азартного гравця.

Критерій Ходжа–Лемана

Оціночна функція визначається рівністю

$$Z_{\mathrm{HL}} = \max_i e_{ir}, \tag{3.4}$$

$$e_{ir} = \nu \sum_{j=1}^{n} e_{ij} q_j + (1-\nu) \min_j e_{ij}, \quad 0 \le \nu \le 1, \tag{3.5}$$

а множина HL-оптимальних рішень записується у вигляді

$$\mathrm{E}_0 = \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \mathrm{E} \wedge e_{i0} = \max_i \left[\nu \sum_{j=1}^{n} e_{ij} q_j + (1-\nu) \min_j e_{ij} \right] \wedge 0 \le \nu \le 1 \right\}. \tag{3.6}$$

Правило вибору, що відповідає HL-критерію:

Матриця рішень $\|e_{ij}\|$ доповнюється стовпцем, складеним з середніх зважених (з постійними вагами) математичного очікування та найменшого результату кожного рядка (3.5). Обираються ті варіанти рішень E_{i0}, у рядках яких стоїть найбільше значення цього стовпця.

Для $\nu = 1$ HL-критерій перетворюється на BL-критерій.
Для $\nu = 0$ перетворюється на MM-критерій.

Критерій Гермейєра

Цей критерій орієнтований на величини втрат, тобто на від'ємні значення усіх e_{ij}, тобто $e_{ij} < 0$.

В якості оціночної функції виступає

$$Z_{\mathrm{G}} = \max_i e_{ir}, \tag{3.7}$$

$$e_{ir} = \min_j e_{ij} q_j. \tag{3.8}$$

За Критерієм Гермейєра

$$\mathrm{E}_0 = \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \mathrm{E} \wedge e_{i0} = \max_i \min_j e_{ij} q_j \wedge e_{ij} < 0 \right\}. \tag{3.9}$$

Правило вибору згідно критерію Гермейєра (G):

Матриця рішень $\|e_{ij}\|$ доповнюється ще одним стовпцем, що містить у кожному рядку найменший добуток наявного у неї результату на ймовірність відповідного стану F_j. Обираються ті варіанти E_{i0}, у рядках яких знаходиться найбільше значення e_{ir} цього стовпця.

У випадку рівномірного розподілу $q_j = 1/n$, $j = 1,\ldots,n$, G-критерій становиться ідентичним з MM-критерієм.

BL (MM) – критерій

Вихідним для побудованого є BL-критерій. Внаслідок того, що розподіл $\mathbf{q} = (q_1, \ldots, q_n)$ встановлюється емпірично та тому відомо неточно, відбувається, з одного боку, ослаблення критерію, а з другого, напроти, за допомогою заданих границь для ризику й за допомогою MM-критерію забезпечується відповідна свобода дій. Точні формулювання складаються у наступному.

Зафіксуємо опорне значення, що задається MM-критерієм:

$$Z_{\text{MM}} = \max_i \min_j e_{ij} = e_{j_0 j_0},$$

де i_0 и j_0 – індекси, що оптимізують, для варіантів рішень та, відповідно, станів, що розглядаються.

За допомогою деякого заданого або обираного рівня допустимого ризику $\varepsilon_{\text{доп}} > 0$ визначимо деяку множину згоди, що є підмножиною множини індексів $\{1, \ldots, m\}$:

$$I_1 := \left\{ i \middle| i \in \{1, \ldots, m\} \wedge e_{i_0 j_0} - \min_j e_{ij} \le \varepsilon_{\text{доп}} \right\}. \tag{3.10}$$

Величина $\varepsilon_i := e_{i_0 j_0} - \min_j e_{ij}$ для всіх $i \in I_1$ характеризує найбільші можливі втрати в порівнянні зі значенням $e_{i_0 i_0}$, що задається MM-критерієм. З іншого боку, в результаті такого зниження відкриваються й можливості для збільшення виграшу в порівнянні з тим, що забезпечується MM-критерієм.

Тому ми розглядаємо також як підмножину множини $\{1, \ldots, m\}$ деяку виграшну множину

$$I_2 := \left\{ i \middle| i \in \{1, \ldots, m\} \wedge \max_j e_{ij} - \max_j e_{i_0 j} \ge e_{i_0 j_0} - \min_j e_{ij} = \varepsilon_i \right\}. \tag{3.11}$$

Тоді у множину-перетинання $I_1 \cap I_2$ ми зберемо тільки такі варіанти рішень, для яких, з одного боку, у певних станах можуть мати місце втрати в порівнянні зі станом, що задається MM-критерієм, але в інших станах мається хоча б такий самий приріст виграшу. Тепер оптимальними в смислі BL(MM)-критерію будуть рішення з множини

$$\mathrm{E}_0 := \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \mathrm{E} \wedge e_{i0} = \max_{i \in I_1 \cap I_2} \sum_{j=1}^{n} e_{ij} q_j \right\}. \tag{3.12}$$

Правило вибору для цього критерію формулюється наступним чином.

Матриця рішень $\|e_{ij}\|$ доповнюється ще трьома стовпцями. У першому з них записуються математичні очікування кожного з рядків, у другому – різниці поміж опорним значенням $e_{i_0 j_0} = Z_{\text{MM}}$ та найменшим значенням $\min_j e_{ij}$ відповідного рядка. В третьому стовпці містяться різниці між найбільшим значенням $\max_j e_{ij}$ кожного рядка й найбільшим значенням $\max e_{i_0} j$ того рядка, у якому знаходиться значення $e_{i_0 j_0}$. Обираються ті варіанти E_{i_0}, рядки яких дають найбільше математичне очікування. А саме, відповідне значення $e_{i_0 j_0} - \min_j e_{ij}$ з другого стовпця має бути меншим або рівним деякому заздалегідь заданому рівню ризику $\varepsilon_{\text{доп}}$. Значення ж з третього стовпця має бути більшим за значення з другого стовпця.

BL(S)-критерій

Розглянемо комбінацію критерію Байєса-Лапласа з критерієм Севіджа, що називається BL(S)-критерієм; для цього порівняємо співвідношення (2.3), (2.4) и (2.5) с (2.6)-(2.9). За опорну величину приймемо

$$Z_{\mathrm{S}} = \min_i \max_j a_{ij} = a_{i_0 j_0},$$

де $a_{ij} = \max_i e_{ij} - e_{ij}$. Через $\varepsilon_{\text{доп}} > 0$ знову визначимо припустиму границю ризику. Тоді

$$I_1 := \left\{ i \middle| i \in \{1,\ldots,m\} \wedge \max_j a_{ij} - a_{i_0 j_0} \le \varepsilon_{\text{äîï}} \right\},$$

$$\max_j a_{ij} - a_{i_0 j_0} = \varepsilon_{\mathrm{i}},$$

$$I_2 := \left\{ i \middle| i \in \{1,\ldots,m\} \wedge \min_j a_{i_0 j} - \min_j a_{ij} \ge \varepsilon_i \right\},$$

де $\varepsilon_{\text{доп}} > 0$ – припустима границя ризику. Для E_0 маємо:

$$\mathrm{E}_0 := \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \mathrm{E} \wedge e_{i0} = \min_{i \in I_1 \cap I_2} \sum_j a_{ij} q_j \right\}.$$

Критерій добутків

Цей критерій орієнтований на величини виграшів, тобто на позитивні значення e_{ij}.

Визначимо оціночну функцію:

$$Z_{\mathrm{P}} = \max_i e_{ir}, \tag{3.13}$$

$$e_{ir} = \prod_j e_{ij}. \tag{3.14}$$

Тоді

$$\mathrm{E}_0 := \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \mathrm{E} \wedge e_{i0} = \max_i \prod_j e_{ij} \wedge e_{ij} > 0 \right\}. \tag{3.15}$$

Правило вибору:

Матриця рішень $\left\| e_{ij} \right\|$ доповнюється новим стовпцем, що містить добуток всіх результатів кожного рядку. Обираються ті варіанти E_{i0}, у рядках яких знаходяться найбільші значення цього стовпця.

Приклад застосування класичних критеріїв

При роботі ЕОМ необхідно періодично припиняти обробку інформації й перевіряти ЕОМ на наявність у ній вірусів. Припинення в обробці інформації приводять до певних економічних витрат. У випадку ж якщо вірус вчасно виявлений не буде, можлива втрата деякої частини інформації, що приведе до ще більших збитків.

Варіанти рішення такі:

E_1– повна перевірка;

E_2– мінімальна перевірка;

E_3– відмова від перевірки.

ЕОМ може перебувати в наступних станах:

F_1– вірус відсутній;

F_2– вірус є, але він не встиг ушкодити інформацію;

F_3– є файли, якім необхідне відновлення.

Результати, що включають витрати на пошук вірусу та його ліквідацію, а також витрати, пов'язані з відновленням інформації мають вигляд, приведений у таблиці 1.

Таблиця 1

	F_1	F_2	F_3	ММ-критерій		Критерій BL	
				$e_{ir}=e_{ij}$	e_{ir}	e_{ir} =	e_{ir}
E_1	-20.0	-22.0	-25.0	-25.0	-25.0	-22.33	
E_2	-14.0	-23.0	-31.0	-31.0		-22.67	
E_3	0	-24.0	-40.0	-40.0		-21.33	-21.33

Згідно ММ-критерію слід проводити повну перевірку. Критерій Байєса-Лапласа, у припущенні, що всі стани машини рівновірогідні

$$P(F_j) = q_j = 0.33,$$

рекомендується відмовитися від перевірки. Матриця залишків для цього прикладу та їх оцінка (у тисячах) згідно критерію Севіджа має вигляд:

	F_1	F_2	F_3	Критерій Севіджа	
				$e_{ir}=a_{ij}$	e_{ir}
E_1	+20.0	0	0	+20.0	
E_2	+14.0	+1.0	+6.0	+14.0	+14.0
E_3	0	+2.0	+15.0	+15.0	

Приклад спеціально підібраний так, що кожний критерій пропонує нове рішення. Невизначеність стану, у якому перевірка застає ЕОМ, перетворюється в неясність, якому критерію віддавати перевагу.

Оскільки різні критерії пов'язані з різними умовами, у яких приймається рішення, краще за все для порівняльної оцінки рекомендації тих або інших критеріїв отримати додаткову інформацію про саму ситуацію. Зокрема, якщо прийняте рішення відноситься до сотень машин з однаковими параметрами, то рекомендується застосовувати критерій Байєса-Лапласа. Якщо ж число машин не велике, краще користуватися критеріями мінімакса або Севіджа.

Приклад прийняття рішень згідно похідним критеріям

Розглянемо той же приклад (див. табл. 1).

Побудова оптимального рішення для матриці рішень про перевірки за критерієм Гурвиця має вигляд (при C =0.5, у 10^3):

			Ce_{ij}	$(1-C)e_{ij}$	e_{ir}	e_{ir}
-20.0	-22.0	-25.0	-12.5	-10.0	-22.5	
-14.0	-23.0	-31.0	-15.5	-7.0	-22.5	
0	-24.0	-40.0	-20.0	0	-20.0	-20.0

У даному прикладі у рішення є поворотна точка щодо вагового множника C : до C=0,57 у якості оптимального вибирається E_3, а при великих значеннях – E_1.

Застосування критерію Ходжа-Лемана (q = 0.33, ν = 0.5, в 10^3) :

	e_{ij}	ν	$(1-\nu)e_{ij}$	e_{ir}	e_{ir}
-22.33	-25.0	-11.17	-12.5	-23.67	-23.67
-22.67	-31.0	-11.34	-15.5	-26.84	
-21.33	-40.0	-10.67	-20.0	-30.76	

Критерій Ходжа-Лемана рекомендує варіант E_1 (повна перевірка) – так само як і ММ-Критерій. Зміна варіанта, що рекомендується, відбувається тільки *при* $\nu = 0.94$. Тому рівномірний розподіл станів розглянутої машини повинен розпізнаватися з дуже високою ймовірністю, щоб його можна було вибрати по більшому математичному очікуванню. При цьому число реалізацій рішення завжди залишається довільним.

Критерій Гермейєра при $q_j = 0.33$ дає наступний результат (в):

						$e_{ir} = e_{ij}q_j$	e_{ir}
-20.0	-22.0	-25.0	-6.67	-7.33	-8.33	-8.33	-8.33
-14.0	-23.0	-31.0	-4.67	-7.67	-10.33	-10.33	
0	-24.0	-40.0	0	-8.0	-13.33	-13.33	

У якості оптимального вибирається варіант E_1. Порівняння варіантів за допомогою величин e_{ir} показує, що спосіб дії критерію Гермейєра є навіть більш гнучким, ніж у ММ-Критерії.

У таблиці, наведеної нижче, рішення вибирається відповідно до BL(MM)-критерію при $q_1=q_2=q_3={}^1/_2$ (дані в 10^3).

-20.0	-22.0	-25.0	-23.33	0	-20.0	0
-14.0	-23.0	-31.0	-22.67	+6.0	-14.0	+6.0
0	-24.0	-40.0	-21.33	+15.0	0	+20.0

Варіант E_3 (відмова від перевірки) приймається цим критерієм тільки тоді, коли ризик наближається до . У противному випадку оптимальним виявляється E_1. У багатьох технічних і господарських задачах припустимий ризик буває набагато нижче, становлячи звичайно тільки незначний відсоток від загальних витрат. У подібних випадках буває особливо корисно, якщо неточне значення розподілу ймовірностей позначається не дуже сильно. Якщо при цьому виявляється неможливим установити припустимий ризик заздалегідь, не залежно від прийнятого рішення, то допомогти може обчислення очікуваного ризику . Тоді стає можливим подумати, чи виправданий подібний ризик. Таке дослідження звичайно дається легше.

Результати застосування критерію добутку при $a = 41\cdot10^3$ і $a = 200\cdot10^3$ мають вигляд :

				$e_{ir} = e_{ij}$	e_{ir}
a=41	+21	+19	+16	6384	6384
	+27	+18	+10	4860	
	+41	+17	+1	697	
a=200	+180	+178	+175	5607	
	+186	+177	+169	5563	
	+200	+176	+160	5632	5632

Умова $e_{ij} > 0$ для даної матриці не здійсненна. Тому до елементів матриці додається (по зовнішній сваволі) спочатку $a = 41\cdot10^3$, а потім $a = 200\cdot10^3$.

Для $a = 41\cdot10^3$ оптимальним виявляється варіант E_1, а для $a = 200\cdot10^3$ – варіант E_3, так що залежність оптимального варіанта від a очевидна.

Завдання до лабораторної роботи № 3
Тема. Розв'язання задач системного аналізу із застосуванням методів та підходів теорії прийняття рішень

<u>Завдання 1</u>

Розв'язати задачу вибору оптимального рішення в умовах неповної інформації та ризику, використовуючи:

- мінімаксний критерій;
- критерій Байєса-Лапласа;
- критерій Севіджа
- критерій Гурвиця;
- критерій Ходжа-Лемана;
- критерій Гермейєра

при заданих: $q_j \quad \left(j = \overline{1,4} \right) \qquad q_1 = 0{,}1;$
$q_2 = 0{,}5;$
$q_3 = 0{,}2;$
$q_4 = 0{,}2,$

при заданих: $q_j \quad \left(j = \overline{1,5} \right) \qquad q_1 = 0{,}2;$
$q_2 = 0{,}1;$
$q_3 = 0{,}3;$
$q_4 = 0{,}2;$
$q_5 = 0{,}2,$

при заданих: $q_j \quad \left(j = \overline{1,6} \right) \qquad q_1 = 0{,}2;$
$q_2 = 0{,}1;$
$q_3 = 0{,}3;$
$q_4 = 0{,}2;$
$q_5 = 0{,}05;$
$q_6 = 0{,}15,$

при заданому ваговому множникові критерію Гурвиця:
1) $C = 0{,}1$, 2) $C = 0{,}5$, 3) $C = 0{,}7$;
при параметрі ν критерію Ходжа-Лемана, який дорівнює:
1) $\nu = 0{,}1$, 2) $\nu = 0{,}6$, 3) $\nu = 0{,}8$.

***Зауваження*:**

1. Кожен студент обирає вектор q_j (з трьох наданих варіантів), який відповідає розмірності матриці у варіанті завдання, що обирається студентом згідно номеру в журналі академічної групи.
1. Обчислення з використанням вагового множника C та параметра ν здійснюються для всіх наданих значень C та ν незалежно від варіанта студента.

Завдання 2

Розв'язати задачу вибору оптимального рішення в умовах неповної інформації, використовуючи складні критерії:

- *BL (MM)* – критерій;
- *BL (S)* – критерій;
- критерій добутків

при заданому: $q_j \quad \left(j = \overline{1,4} \right) \qquad q_1 = 0{,}1;$

$$q_2 = 0{,}5$$
$$q_3 = 0{,}2;$$
$$q_4 = 0{,}2$$

при заданому: $q_j \quad \left(j = \overline{1,5} \right) \qquad q_1 = 0{,}2;$

$$q_2 = 0{,}1;$$
$$q_3 = 0{,}3;$$
$$q_4 = 0{,}2;$$
$$q_5 = 0{,}2,$$

при заданому: $q_j \quad \left(j = \overline{1,6} \right) \qquad q_1 = 0{,}2;$

$$q_2 = 0{,}1;$$
$$q_3 = 0{,}3;$$
$$q_4 = 0{,}2;$$
$$q_5 = 0{,}05,$$
$$q_6 = 0{,}15.$$

Завдання 3

Розробіть програмний продукт, який дозволяє отримувати розв'язки задач системного аналізу в умовах неповної інформації та ризику із застосуванням методів та підходів теорії прийняття рішень. Проведіть аналіз отриманих результатів.

Варіанти завдань 1,2 до лабораторної роботи 3:

1	$A=\begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 & 1 & -5 & 8 \\ 4 & 9 & 3 & 6 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 & 4 & 9 & 20 \end{pmatrix}$	**10**	$A=\begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$
2	$A=\begin{pmatrix} -2 & 10 & 3 & 14 & 5 \\ 8 & 9 & 5 & 6 & 7 \\ 10 & 8 & -4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$	**11**	$A=\begin{pmatrix} 1 & -4 & 10 & 8 \\ -6 & 4 & -5 & 4 \\ 8 & 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
3	$A=\begin{pmatrix} 0 & -2 & 7 & 4 \\ -1 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	**12**	$A=\begin{pmatrix} 54 & -54 & 54 & 38 \\ 49 & 81 & -77 & 33 \\ -46 & 78 & 94 & -30 \end{pmatrix}$
4	$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 9 & 6 \\ 1 & -3 & 6 & 0 \\ -4 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	**13**	$A=\begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 & 14 & 5 \\ 9 & -8 & 6 & 5 & 7 \\ -4 & 9 & 20 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
5	$A=\begin{pmatrix} 3 & 8 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 8 & 5 \\ -7 & 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$	**14**	$A=\begin{pmatrix} 6 & 2 & 5 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & 3 & -4 & 7 \\ 1 & 0 & -3 & 4 & 9 \end{pmatrix}$
6	$A=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 10 & 7 \\ 6 & 4 & -5 & 3 \\ 8 & -3 & 2 & -6 \end{pmatrix}$	**15**	$A=\begin{pmatrix} -5 & 3 & 4 & 6 \\ -2 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 7 & -3 & 1 \end{pmatrix}$
7	$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \\ 4 & -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	**16**	$A=\begin{pmatrix} 8 & -9 & 6 & 7 & 5 \\ 8 & 12 & -4 & 9 & -1 \\ 10 & 3 & 15 & -2 & 6 \end{pmatrix}$
8	$A=\begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 & 9 \\ 3 & 8 & 4 & -3 \\ 4 & 6 & -6 & 2 \end{pmatrix}$	**17**	$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 7 & 1 & 6 \\ 6 & -2 & 1 & 4 & 9 \\ 17 & 5 & 6 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
9	$A=\begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$	**18**	$A=\begin{pmatrix} 7 & 9 & 2 & 3 & -4 \\ 5 & -3 & 7 & 11 & 8 \\ -1 & 2 & 5 & 10 & 13 \end{pmatrix}$

19	$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 \\ 7 & 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$	**25**	$A=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 & 2 & 7 \\ 5 & 9 & 1 & 3 & 6 \\ 7 & 0 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
20	$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 & -5 & 8 \\ -5 & 9 & 3 & 6 & 2 & -1 \\ -1 & 6 & 1 & -3 & 9 & 17 \end{pmatrix}$	**26**	$A=\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 & -1 & -4 & 7 \\ 4 & 7 & 3 & 1 & 2 & -3 \\ -2 & 2 & 1 & 8 & 9 & 11 \end{pmatrix}$
21	$A=\begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 & 2 \\ 2 & 5 & 4 & -1 \\ 4 & 7 & -8 & 2 \end{pmatrix}$	**27**	$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 10 & 2 \\ 7 & -3 & 6 & 5 & 7 \\ -3 & 9 & 14 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
22	$A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 & 8 & 5 \\ 8 & -5 & 6 & 2 & 1 \\ -4 & 19 & 7 & 1 & -4 \end{pmatrix}$	**28**	$A=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & 4 & -5 \\ 4 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$
23	$A=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -3 & 4 \\ 6 & -2 & 9 & 3 \\ 0 & -6 & 1 & -7 \end{pmatrix}$	**29**	$A=\begin{pmatrix} -12 & 7 & 13 & 11 & 5 \\ 18 & 9 & 15 & 8 & 17 \\ 10 & 3 & -14 & 7 & 2 \end{pmatrix}$
24	$A=\begin{pmatrix} 3 & -4 & 7 & 5 \\ -5 & 4 & -3 & 7 \\ 7 & 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$	**30**	$A=\begin{pmatrix} -1 & -5 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -8 & 4 & 2 \\ 7 & -2 & 9 & 0 \end{pmatrix}$

Контрольні питання

1. Описати основні типи невизначеностей.
2. Дати визначення поняттю ризик.
3.Сформулювати завдання прийняття рішень за умов невизначеності.
4. Описати процедуру прийняття рішення на підставі критерію Лапласа.
5. Описати процедуру ухвалення рішення на підставі критерію Вальда.
6. Описати процедуру прийняття рішення на підставі критерію Гурвіца.
7. Описати процедуру прийняття рішення на підставі критерію Севіджа.
8. Чому оптимальні рішення, що відповідають різним критеріям, не збігаються?
9. Описати, як можна зменшити втрати від рішення, яке приймається в умовах невизначеності.
10.Сформулювати завдання прийняття рішень за умов ризику.
11. Що таке ризик?
12. Що може бути показником ризику?