
Завдання на лабораторну роботу №2

Тема: Математичне та лінійне програмування: загальне поняття та постановка задач. Побудова моделей задач лінійного програмування

Метою лабораторної роботи є здобуття навичок у складанні математичних моделей лінійного програмування, що описують поведінку реальних об'єктів (процесів).

Завдання: Необхідно сформулювати математичні моделі задач лінійного програмування за заданими (за варіантами) змістовними постановками задач дослідження операцій, а саме:

- визначити змінні задачі (із зазначенням їх розмірності);
- скласти цільову функцію задачі;
- побудувати систему обмежень.

Номер варіанта відповідає номеру студента за списком у журналі академічної групи.

Варіант 1**Задача 1.**

На українському ринку продаються розчинні соки (порошки) фірм Zuko, Yurі та Invait.

Відпускні ціни на них – відповідно 2.5, 1.5 та 1.8 грн за 1 одиницю. Кількість порошків, що продаються в одній торговій точці на день, не більше ніж 150 од. Організація, що займається оптовою торгівлею, встановила такі умови: оптова закупівля Zuko – від 3000 до 10000 од., а Yurі та Invait – не менше 1000 од.

Як досягти максимуму доходу однієї торгової точки за щомісячної оптової закупівлі товару?

Задача 2.

Фірма, що торгує комп'ютерами, встановлює на них різноманітні операційні системи (ОС):

MS Windows 3.1	—	вартістю \$80
MS DOS 6.22	—	вартістю \$60
MS Windows 95	—	вартістю \$160
OS/2 Warp	—	вартістю \$130
PC DOS	—	вартістю \$50

Після проведення аналізу продажів з'ясувалося, що за один день покупці купують зазвичай такі комбінації операційних систем:

MS DOS 6.22 + MS Windows 3.1	—	не менш 50 осіб
OS/2 Warp + MS Windows 3.1	—	не менш 10 осіб
PC DOS + MS Windows 3.1	—	не більш 20 осіб
MS Windows 95 + MS DOS 6.22	—	не більш 200 осіб
OS/2 Warp + MS DOS 6.22	—	не менш 3 осіб та не більш 30 осіб

Яку кількість ОС потрібно купувати фірмі у IBM і Microsoft (виробників цих операційних систем), щоб її прибуток від продажів міг би бути максимальним?

Варіант 2**Задача 1.**

Комерційна фірма здійснює продаж автомобілів із салону в Німеччині в Україну на замовлення. Пропонуються автомобілі марок BMW, Volvo, Mercedes, Saab. Необхідно так організувати оформлення замовлень, щоб за кожен рейс отримувати максимум прибутку.

За один рейс фірма хоче постачати автомобілі BMW не менше ніж 2 од. (оскільки впевнена, що зможе їх продати), але не більше ніж у два рази більше, ніж Volvo (з урахуванням попиту на українському ринку). Загальна кількість автомобілів Mercedes та Saab має бути (за умовами договору з салоном) не менше 5 од., а загальна кількість автомобілів Mercedes, Volvo, Saab з організаційних причин не має бути більшою за 20 од. за один рейс. Прибуток фірми від продажу автомобілів марок BMW, Mercedes, Volvo, Saab дорівнює відповідно 1000 \$, 1200 \$, 800 \$ і 900 \$.

Задача 2.

Кролівник має намір взяти кроликів на продаж на ринок. Він розводить кроликів чотирьох порід – Білий велетень (скорочено БВ), Російський косий (РК), Чорна кудлашка (ЧК), Біла кудлашка (БК).

Попит на РК обмежений – продається за раз не більше ніж 12 особин. БВ необхідно продати не менше 25 особин, до наступного продажу вони можуть і не дожити. ЧК та БК продати потрібно не більше 50 особин (інакше у кролівника порушиться процес їх розмноження), але й не менше 40 особин (через нестачу кормів). З метою продовження роботи з отримання нових порід не можна продавати понад 30 особин БВ та ЧК.

Ціни на ринку є наступними: БВ – 30 грн., БК – 18 грн., РК – 45 грн., ЧК – 20 грн. за одну особину.

Потрібно обрати склад партії кроликів для отримання максимуму прибутку під час продажу.

Варіант 3

Задача 1.

Книготоргова фірма збирається, маючи у своєму розпорядженні 100000 грн., видати три книги – «Французько-український словник», підручник «Німецька мова для всіх» А. Н. Попова та додаток до нього – «Ключі», а також взяти на реалізацію стислий підручник «Німецька за 13 днів» того ж автора А. М. Попова.

Витрати на видання (з розрахунку на 1 прим.) становлять 8 грн., 2 грн. та 5 грн. відповідно. Витрати на перевезення з типографії: 1 грн. для словника, 0,9 грн. для підручника, «Ключі» є дуже компактними та перевозяться разом із підручником, тому на вартість перевезення не впливають. Доставка з іншої фірми стислого підручника коштує 1.3 грн. за 1 прим. На перевезення виділено додатково 20 000 грн.

Щоб друкарня уклала контракт, загальний тираж не повинен бути меншим ніж 22 тис. прим. Підручник видається повторно, тому ризиковано видавати його тиражем понад 15 тис. екз. «Ключів» має бути видано не більше, ніж обох підручників. Короткий підручник – нова книга, її ризиковано брати більш ніж 1/8 від тиражу повного підручника.

Є також додаткові витрати (перевезення на ринок, доставка клієнтам та ін.), які складають 1 грн. на 1 прим. повного підручника та словника, 2 грн. для «Ключів» та 3 грн. для короткого підручника. Потрібно мінімізувати ці додаткові витрати вибором оптимальних тиражів книг.

Задача 2.

Після отримання довгоочікуваної зарплати сім'я має намір поїхати на дрібногуртовий ринок за м'ясом. У сім'ї (чоловік, дружина та мати дружини) з м'яса готують пельмені, котлети, голубці та гуляш.

Кожен член сім'ї має свої міркування про те, на які страви краще використовувати м'ясо. Чоловік хоче, щоб на голубці пішло не менш ніж 1 кг, але в пельмені й котлети – не більш ніж 5 кг. Дружина вважає, що на пельмені та голубці потрібно виділити не менше 4 кг., а на гуляш – щонайменше вдвічі менше, ніж на пельмені. Її мама хоче на котлети виділити щонайменше 2 кг., а на голубці не більше 3 кг. Всі вони згодні в тому, що на котлети та пельмені потрібно відвести не менше половини всього м'яса.

Оскільки м'ясо нині дороге, то хочеться купувати зайвого м'яса. Скільки його потрібно купити, щоб задовольнити усі побажання всіх членів сім'ї?

Варіант 4**Задача 1.**

Будівельне підприємство перевозить водним транспортом чотири види продукції – сипкі матеріали (пісок та щебінь) та несипкі матеріали (цеглу та будівельні блоки). Перевезення здійснюються на судні-суховантажі, яке має два відсіки – для сипких вантажів та для несипких.

Вартість перевезення суховантажем за один рейс однієї тонни цеглини – 7 у.о. (умовних одиниць, тобто доларів), будівельних блоків – 8 у.о., піску – 3 у.о., щебеню – 2 у.о. Загальна вага сипких вантажів не повинна перевищувати 65 тонн, а несипких – 70 тонн, загальна вага всього вантажу нічого не повинна перевищувати 120 тонн. При цьому різниця у завантаженні двох відсіків для дотримання балансу судна не повинна перевищувати 10 тонн. За один рейс обов'язково потрібно перевезти не менше ніж 5 тонн щебеню.

Як обрати найбільш прибутковий склад вантажу?

Задача 2.

Місто Пожарськ розташоване навколо озера Пожарського. Місто розбите на 5 районів, кожен з яких примикає до озера, а їх площі відповідно 7.2 км², 8 км², 6 км², 8.8 км² та 10 км² (перерахування – за годинниковою стрілкою навколо озера).

У кожному районі є своя пожежна частина. Відомо, що площа ефективного впливу однієї пожежної машини під час пожежі становить 0.1 га = 0.001 км².

У разі масового спалаху в одному районі гасінням має бути охоплено не менше 2% території району, причому можливе залучення всіх пожежних машин із двох сусідніх районів.

Яка має бути мінімальна кількість пожежних машин у Пожарську?

Варіант 5**Задача 1.**

Студент 5-го курсу вирішив у вільний від навчання час завести свою справу – відкрити бар. Після оренди приміщення та отримання ліцензії у нього залишилося 2000 \$. Ці гроші йому необхідно розподілити найефективніше на оформлення залу, рекламу, обладнання кухні та закупівлю напоїв. Він вважає, що реклама є корисною та вирішив витратити на неї не менше 100 \$, але витратити більше 500 \$ йому шкода. На первинну закупівлю напоїв потрібно щонайменше 200\$. Закусочну він влаштовувати не збирається, тому на обладнання кухні готовий витратити лише від 200 \$ до 500 \$.

Досвідчені друзі підказали йому, що на оформлення залу та закупівлю напоїв потрібно виділити в 3 рази більше коштів, ніж на рекламу, а на обладнання кухні у барі його класу треба витратити на 400 \$ менше, ніж на початковий набір напоїв.

Йому відомо, що вкладений у рекламу 1 \$ дає 4 \$ прибутку, а вкладений у оформлення залу – 2 \$ прибутку. Продаж напоїв дає 2 \$ прибутку. Вкладення 1 \$ в обладнання кухні дає 1.3 \$ прибутку.

Яким чином розподілити витрати для отримання максимуму прибутку на перших порах?

Задача 2.

Планується придбання книг для сімейної бібліотеки. Усього збираються купити не більше 30 книг.

Чоловік читає лише класичну прозу та фантастику, дружина – вірші (класику), старший син – фантастику, а молодшому синові збираються купувати енциклопедії.

Чоловік хоче, щоб із куплених книг не менше 10 були для нього, а дружина розраховує мати від 2 до 7 книг для читання. Дружина сподівається, що і класична проза їй теж буде цікава, тому вона згодна купити поезії не більше тієї кількості, в якій буде куплена прозова класика. Також домовилися, що книг, які збираються читати чоловік та старший син, буде рівно половина від загальної кількості куплених книг.

Вартість книг (у середньому) за 1 од.:

- Класика: проза – 30 грн. та вірші – 20 грн.
- Фантастика – 15 грн.
- Енциклопедії – по 70 грн.

Скільки та яких книг потрібно купити, щоб з мінімальними витратами задовольнити побажання всіх членів сім'ї?

Варіант 6**Задача 1.**

Вартість газети «МК» – 0.7 грн., «АіФ» – 1.5 грн., «З рук у руки» – 5 грн., а «Запрошую на роботу» – 2 грн. за один примірник.

Торгова точка на день продає не більше 200 прим. «МК» та не більше 100 прим. «АіФ». Газет «З рук у руки» та «Приймаємо на роботу» всього купують не менше 200 прим., але й не більше 300 прим. Через певні зобов'язання перед видавництвами кількість замовлених торговою точкою газет «МК» та «З рук у руки» має бути більшою або дорівнювати кількості замовлень на інші дві газети.

Прибуток торгової точки є пропорційним до вартості всіх проданих газет. Визначити, при якому співвідношенні замовлених газет їх продаж є найвигіднішим.

Задача 2.

Смок Белью зібрався в похід із м. Доусон на Неждане озеро. Оскільки в поході запаси поповнити не буде де, він вирішив забезпечити себе провізією ще в Доусоні.

Його звичайне меню становлять риба (ціна в Доусоні 1.5 \$ за кг), м'ясо (2.3 \$ за кг), сало (1 \$ за кг), боби (0.8 \$ за кг) і коржики (0.5 \$ за кг).

За досвідом попередніх походів він знає, що варто дотримуватись певних співвідношень між продуктами. Риби та сала треба взяти в сумі не більше 50 кг, м'яса та бобів – не менше 10 кг, коржиків та риби – не менше 32 кг, м'яса та коржиків – не менше 14 кг, а риби та м'яса – не менше 50 кг.

Смок дуже стиснутий у засобах і хоче знати, якої суми йому буде достатньо для забезпечення себе провізією.

Варіант 7

Задача 1.

Поверхня ювелірного виробу становить 400 см^2 . Основний візерунок займає 100 см^2 , а площа не прикрашених полів – також 100 см^2 .

На частину поверхні, що залишилася, необхідно нанести інкрустацію топазами, сапфірами, золотою протяжкою і срібним карбуванням. При цьому топази мають займати площу щонайменше 80 см^2 та не більше 100 см^2 . Сапфіри повинні з естетичних міркувань займати площу, не більшу 25% від площі, займаної топазами, але й не менше 10 см^2 . Площа золотої інкрустації не повинна бути більше 10 см^2 , а площа срібного карбування має бути більшою за площу, яку займають сапфіри, та не меншою подвоєної площі золотого карбування, але в той же час і не більшою 50 см^2 .

Необхідно визначити мінімальний час, необхідний для інкрустації виробу, якщо відомі витрати часу на кожну операцію: на встановлення топазів – 20 хв./см^2 , встановлення сапфірів – 25 хв./см^2 , на покриття золотом – 120 хв./см^2 , покриття сріблом – 100 хв./см^2 .

Задача 2.

Один майже розорившийся комерсант, що торгує жіночими колготками, вирішив поправити свою справу, поставивши її на наукову основу. Для початку він накреслив таку таблицю.

	Колготки 15 den	Колготки 20 den	Колготки 40 den	Колготки 60 den
Василь	8	6	10	12
Федір	6	9	8	10
Одеса	2	4	3	5
Харків	3	2	3	4
ДОХІД	20	18	30	28

Тут Василь та Федір – оптові покупці, яким він зазвичай збував свій товар. Сам він його купував на оптових складах в Одесі та Харкові. У таблиці вказані ціни (\$) упаковок чотирьох видів колготок різної щільності (вимірюваною одиницею den).

При цьому оптовий покупець Василь може за один раз купити товару на суму не більше $3800 \text{ \$}$, а Федір – не більше ніж на $3300 \text{ \$}$. Оптові склади продають за вказаними в таблиці цінами партії не менше ніж на $1000 \text{ \$}$, причому «Оптовий склад в Харкові» може надати товару не більше ніж на $2000 \text{ \$}$, а «Оптовий склад в Одесі» – не більше ніж на $3000 \text{ \$}$.

Якими мають бути дії комерсанта (скільки закуповувати та кому продавати) для досягнення максимального прибутку?

Варіант 8

Задача 1.

Фірма спеціалізується на розробці та встановленні комп'ютерних мереж чотирьох різних класів. Дані про параметри процесу розробки та встановлення цих мереж наведено у таблиці:

Назва проекту мережі	Витрати на встановлення мережі, \$	Час на планування мережі, дні	Час на закупівлю устаткування, дні	Час, необхідний для встановлення, дні	Час на тестування, дні	Вартість проекту, \$
Local	4000	2	3	3	2	6000
Corporate	7500	4	5	7	4	8000
Regional	12400	8	9	18	6	17000
Global	23700	16	13	30	10	45000

Кошти фірми, задіяні протягом року для встановлення мереж, не можуть перевищувати 500 000 \$.

За умовами функціонування фірми є обмеження на час планування мереж – не більше 50 днів, на закупівлю устаткування – не більше 52 днів, на встановлення мереж – не більше 110 днів, на тестування мереж – не більше 40 днів.

Потрібно з'ясувати, при якій кількості мереж різних типів прибуток (пропорційний вартості виконаних проектів) фірми буде максимальним.

Задача 2.

Ательє шиє обмундирування для військових – костюми літні польові, костюми зимові польові, мішки спальні та кашкети літні. На складі є запас фурнітури – тканина, гудзики, нитки, тесьма бавовняна, тканина підкладочна, ватин.

Виникла потреба звільнити складські приміщення. Потрібно визначити, що і в яких кількостях потрібно виготовити, щоб отримати максимальний прибуток?

Кожного виробу має бути не менше ніж 5 шт. (мінімальне замовлення), витрата матеріалів та ціни наведені в таблиці, де (м) – погонні метри.

Витрати фурнітури	костюм літній	костюм зимовий	мішок спальний	кашкет літній	ресурс
Тканина (м.)	6.04	6.5	3.9	0.45	2000
Гудзики (шт.)	37	45	7	2	1000
Нитки (м)	600	650	500	45	18000
Тесьма бавовняна (м)	1.76	1.85	3.1	0	600
Ткань підкладочна (м)	0	7.3	8.4	0	1600
Ватин (м)	0	6.9	4.4	0	1000
Продажна ціна (грн.)	125	250	112	11	

Варіант 9

Задача 1.

До проектної організації надійшло замовлення на розробку спайної (пальної) основи під навантаження 5000 тонн. У підрядника зараз було всього 4 типи забивних свай, причому на складі він одночасно може розмістити не більше 100 свай. Параметри свай вказано у таблиці.

Тип свай	переріз (см)	довжина (м)	сприймане навантаження (тонн)	час забивання (години)	вартість (1984 р.) (грн.)	площа перерізу	питоме навантаження (кг/м ² м.)
1-й	25x25	10	40	0.25	120	0.0625	0.64
2-й	35x35	10	60	0.4	180	0.1225	0.49
3-й	30x30	12	60	0.33	110	0.09	0.667
4-й	35x35	12	80	0.6	200	0.1225	0.653

Замовником було висловлено кілька додаткових умов.

Сприймане навантаження спайної основи не повинно бути меншим за 5000 тонн. Час виготовлення спайної основи не повинен перевищувати 50 годин. Питоме навантаження на одиницю площі спайної основи не може перевищувати 60 кг/м²м. Площа фундаменту має бути не більшою за 10 м². При цьому необхідні свай потрібно замовити заздалегідь і розмістити на складі, який вміщує не більше 100 свай.

Необхідно визначити мінімально можливу вартість замовлення.

Задача 2.

У бібліотеці працюють 6 літніх прибиральниць. Кожна з них за своїми фізичними можливостями та станом здоров'я може виконувати лише певні види робіт, причому з певною продуктивністю. Площа кожної із робіт є відомою.

Потрібно досягти мінімуму часу на прибирання приміщень.

	Продуктивність прибиральниць, м ² /хв.						Площа робіт
	Баба Ганна	Белла Петрівна	Баба Варя	Баба Галя	Домна Іванівна	Євгенія Карлівна	
Миття вікон	2	0	0	1	0	0	46
Миття підлоги	0	1	0	0	0	0	300
Протирання столів	0	0	2	0	0.2	1	50
Чищення доріжок	0	0	0	2	0	4	100

Варіант 10**Задача 1.**

Фірма, що займається прокатом автомобілів, вирішила розширити парк машин, виділивши для цього 3 млн. \$.

Ціни та умови експлуатації машин різних марок наведено в таблиці.

Марка машини	Вартість за 1 одиницю, \$	З/п шофера, \$	Витрата бензину на 100 км., л.	Прибуток за один місяць, \$
ГАЗ 31029	15000	500	12	800
ЗИЛ 117	50000	550	20	1500
Мерседес 600	100000	600	10	2000
Лінкольн – Континенталь	125000	650	15	23000

Фонд з/п шоферам вітчизняних марок автомашин має бути не більшим за 3000 \$, а імпортних – не більшим за 4000 \$. Витрати на спеціальні сорти бензину для ЗИЛ 117 та Лінкольн не повинні перевищувати 200 \$ на місяць.

Визначити, яким чином розширювати парк машин для досягнення максимального прибутку?

Задача 2.

Щойно організований яхт-клуб “Піжон” має намір закупити кілька катерів та яхт. Правління клубу санкціонує закупівлю 20 катерів та яхт. Продавцями пропонується 3 види яхт та один вид катера:

Модель	Довжина, м	Обсяг бензобака, л	Вартість, \$	Кількість місць	Ширина, м
Катер KRS-15L	15	50	90000	2	3
Яхта УТ-25L	25	90	250000	6	6
Яхта УТ-35S	40	150	400000	8	8
Яхта УТМ-50L	50	210	600000	15	16

Довжина виділеного під моделі яхт класу «Люкс» (це УТ-25L та УТМ-50L) причалу є обмеженою, не більше 300 м. Цистерна з паливом для обслуговування куплених катерів та яхт розрахована на 2000 літрів.

Число членів з організаційних міркувань не повинно перевищувати 100 членів плюс 12 членів правління, але й не повинно бути меншим за 100 осіб (за статутом клубу).

Як організувати закупівлі?