

Індивідуальне завдання 2

Геометричні застосування

1. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій. Зробити малюнок.
- 2-3. Обчислити довжину дуги кривої. Зобразити криву.
4. Зобразити тіло та знайти його об'єм.
5. Зобразити поверхню та обчислити її площу.

Варіант 1

1. $y = \arctg \sqrt{x}, y + x^2 = 0, x = 1.$
2. $\rho = a(1 - \sin \varphi), -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$
3. $x = t^3, y = (t + 1)t, z = t^2, 0 \leq t \leq 4$
4. $y = 16\sqrt{2x}, y = \sqrt{2x}, z = 0, x + z = 2$
5. S – частина параболоїда $2z = 2 - x^2 - y^2, z \geq 0.$

Варіант 2

1. $y = \frac{10}{x^2 + 4}, y = \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4}.$
2. $x = \sqrt{3}t^2 / 2, y = t\left(\frac{1}{4} - t^2\right)$ (довжина петлі)
3. $x = \sin t, y = \cos t, z = t^2, 0 \leq t \leq 2$
4. $y = 5\sqrt{x}, y = \frac{5x}{3}, z = 5 + \frac{5\sqrt{x}}{3}, z = 0$
5. $S = \{(x, y, z) : z = \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 \leq 2ax\}$

Варіант 3

1. $y = 4^{-x}, y = -\log_4 x, y = 0, x = 0.$
2. $\rho = a(1 - \sin \varphi), -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$
3. $x = \frac{1}{t}, y = t^2, z = t - 2, 1 \leq t \leq 5$
4. $x^2 + y^2 = 2, y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0, z = 15x$
5. S – межа тіла $V = \{(x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1\}$

Варіант 4

1. $y = 2x^2e^x, y = -x^3e^x.$
2. $x = \sin^4 t, y = \cos^2 t, 0 \leq t \leq \pi/2$
3. $x = \sqrt{t}, y = \sqrt{t+2}, z = t^2, 0 \leq t \leq 2$
4. $x + y = 2, y = \sqrt{x}, z = 12y, z = 0$
5. S – частина конуса $x^2 + y^2 = z^2, z \geq 0$, розташована всередині циліндра $x^2 + y^2 = 2ax.$

Варіант 5

1. $y = 3^x, y = 9, y = \frac{9}{4}(3^{-x} + 1) + \frac{8}{3}.$
2. $\rho = a\varphi^3, 0 \leq \varphi \leq 4$
3. $x = t(t + 2), y = t + 1, z = \sqrt{t}, 0 \leq t \leq 2$
4. $x = 20\sqrt{2y}, x = 5\sqrt{2y}, z = 0, y + z = \frac{1}{2}$
5. S – частина конуса $x^2 = y^2 + z^2$, розташована всередині циліндра $x^2 + y^2 = 2ax$

Варіант 6

1. $x = y^2(y - 1), x = 0.$
2. $x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, y = (t^2 - 2)\cos t - 2t\sin t, 0 \leq t \leq \pi$
3. $x = t^3 - 2, y = t - 2, z = t^2, 0 \leq t \leq 3$
4. $x = \frac{5}{2}\sqrt{y}, x = \frac{5}{6}y, z = 0, z = \frac{5}{6}(3 + \sqrt{y})$
5. S – частина конуса $y = \sqrt{x^2 + z^2}$, що лежить між площинами $y = 0, y = b$