**Лабораторна робота 1 Елементи теорії груп**

**Задача 1.** Перевірити, чи є групою

1. множина  матриць відносно операції множення матриць?
2. множина  матриць відносно операції множення матриць?
3. множина  матриць відносно операції множення матриць?
4. множина  матриць відносно операції множення матриць?
5. Множина  матриць відносно операції множення матриць?

**Приклад.** Множина  - всіх квадратних матриць з дійсними елементами та відмінним від нуля детермінантом.? **(див. Методичні рекомендації)**

**Задача2.** Перевірити, чи є групою

1. множина  квадратних матриць з дійсними елементами та детермінантом одиниця.  – елементи цієї множини, , ?
2. множина ** всіх квадратних матриць з раціональними елементами та відмінним від нуля детермінантом.  – елементи цієї множини, , ?
3. множина ** квадратних матриць з дійсними елементами та детермінантом одиниця.  – елементи цієї множини, , ?
4. множина ** квадратних матриць з цілими елементами та детермінантом одиниця.  – елементи цієї множини, , ?
5. множина ** квадратних матриць з дійсними елементами з умовю , де  елемент цієї множини.

**Задача 3.**

1)З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина цілих чисел є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

2) З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина раціональних чисел є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

3). З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина дійсних чисел є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

4). З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина  є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

5) З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина  є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

6) З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина  є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

7) Які з аксіом адитивної групи не виконуються на множині ?

8) Які з аксіом адитивної групи не виконуються на множині непарних цілих чисел?

9) Які з аксіом мультиплікативної групи не виконуються на множині раціональних чисел, більших 1?

10) Які з аксіом мультиплікативної групи не виконуються на множині ірраціональних чисел?

**Задача 4.**

1. Довести, що коли , то .
2. Довести, що в групі парного порядку обов’язково існує не нейтральний елемент, порядок якого дорівнює 2.
3. Довести, що коли , то .
4. Довести, що в групі нейтральний елемент єдиний.
5. Довести, що обернений елемент для кожного елемента в групі єдиний.
6. Довести, що в будь-якій групі .
7. Довести, що в будь-якій групі .
8. Довести, що  тоді і лише тоді, коли .
9. Якщо в групі кожен не нейтральний елемент має порядок 2, то вона комутативна. Довести.
10. Нехай в групі  існує , і при тому рівно один, елемент  такий, що . Доведіть, що для всіх  виконується .
11. Нехай група  має непарний порядок. Довести, що для всякого  існує  такий, що .