**Лабораторна робота 1 Елементи теорії груп**

**Задача 1.** Перевірити, чи є групою

1. множина  матриць відносно операції множення матриць?
2. множина  матриць відносно операції множення матриць?
3. множина  матриць відносно операції множення матриць?
4. множина  матриць відносно операції множення матриць?

**Задача 2 .** Перевірити, чи є групою

1. множина  квадратних матриць з дійсними елементами та детермінантом одиниця.  – елементи цієї множини, , ?
2. множина ** всіх квадратних матриць з раціональними елементами та відмінним від нуля детермінантом.  – елементи цієї множини, , ?
3. множина ** квадратних матриць з дійсними елементами та детермінантом одиниця.  – елементи цієї множини, , ?
4. множина ** квадратних матриць з цілими елементами та детермінантом одиниця.  – елементи цієї множини, , ?
5. множина ** квадратних матриць з дійсними елементами з умовю , де  елемент цієї множини.

**Задача 3.**

1)З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина цілих чисел є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

2) З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина раціональних чисел є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

3). З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина дійсних чисел є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

4). З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина  є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

5) З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина  є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

6) З’ясуйте, відносно яких з вказаних операцій множина  є групою:

а) додавання;

б) віднімання;

в) множення;

г) ділення.

7) Які з аксіом адитивної групи не виконуються на множині ?

8) Які з аксіом адитивної групи не виконуються на множині непарних цілих чисел?

9) Які з аксіом мультиплікативної групи не виконуються на множині раціональних чисел, більших 1?

10) Які з аксіом мультиплікативної групи не виконуються на множині ірраціональних чисел?

**Задача 4**

1. Довести, що відображення  є ізоморфізмом груп  и .
2. Довести, що відображення , при якому , є гомоморфізмом? Знайти ядро цього гомоморфізму.
3. Довести, що відображення , при якому  є гомоморфізмом. Знайти ядро цього гомоморфізму.
4. Довести, що мультиплікативна група коренів  - го степеня із одиниці ізоморфна адитивній групі .

**Задача 5**

1. Чи є відображення , при якому , гомоморфізмом?
2. Чи є відображення , при якому , гомоморфізмом?
3. Чи є відображення , при якому  гомоморфізмом?
4. Чи є відображення , при якому  гомоморфізмом?

**Задача 6.**

1. В мультиплікативній групі  виписати всі елементи та знайти порядки всіх елементів.
2. В мультиплікативній групі  виписати всі елементи та знайти порядки всіх елементів.
3. В мультиплікативній групі  виписати всі елементи та знайти порядки всіх елементів.
4. В мультиплікативній групі  виписати всі елементи та знайти порядки всіх елементів.

**Задача 7**

1. В мультиплікативній групі  підстановок другого порядку виписати всі елементи та знайти порядки всіх елементів.
2. В мультиплікативній групі  підстановок третього порядку виписати всі елементи та знайти порядки всіх елементів.
3. В мультиплікативній групі  парних підстановок третього порядку виписати всі елементи та знайти порядки всіх елементів.
4. В мультиплікативній групі  парних підстановок четвертого порядку знайти порядки третіх степенів будь-яких трьох елементів.
5. В мультиплікативній групі  підстановок четвертого порядку знайти порядки третіх степенів будь-яких трьох елементів.