

1. Математичні моделі у економічних дослідженнях

Реальні економічні процеси у сучасному світі наскільки складні та багатогранні, що для їхнього вивчення потрібно застосовувати багато наук, від психології до системного аналізу. У дослідженні економічної діяльності широко використовують математичний апарат: будують та досліджують різноманітні залежності, здійснюють математичну обробку статистичних даних, використовують математичні методи для розробки, обґрунтування та прийняття економічних рішень. Сучасна економіка широко використовує математичні теорії, поняття та співвідношення для побудови математичних моделей економічних об'єктів та процесів, тобто для *економіко-математичного моделювання*.

Математична модель – це система математичних співвідношень, що описують досліджуваний об'єкт чи процес. Застосування математичних моделей:

- 1) полегшує проведення економічних розрахунків та аналіз їх результатів;
- 2) дозволяє здійснювати дослідження навіть тоді, коли у традиційний спосіб їх виконати неможливо;
- 3) робить можливим перевірку певного теоретичного припущення без проведення експерименту, що вимагає часу та витрат.

Математичне моделювання дозволяє описати закономірності економічних процесів та явищ, їх взаємозв'язки за допомогою математичних формул. У цьому випадку конструюють *економіко-математичну модель* – вираз найсуттєвіших взаємозв'язків та закономірностей діяльності економічної системи у математичній формі. Для її створення використовують різноманітні математичні засоби – методи лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу функцій однієї та кількох змінних, дискретної математики, диференціальні та різницеві рівняння та багато інших математичних інструментів наукового дослідження, що утворюють математичний апарат наукового вивчення сучасної економіки.

Нині створено типові математичні моделі для багатьох класів економічних задач. Тому часто для вирішення певної проблеми достатньо лише знайти таку модель та адаптувати її до конкретної задачі. Якщо ж потрібної моделі не знайдено, то необхідно її побудувати, тобто виразити економічну проблему у вигляді певних математичних співвідношень: функцій, рівнянь, нерівностей тощо. Економіко-математичне моделювання потребує застосування широкого діапазону математичних методів та теорій і надає при цьому ефективний інструмент для наукового дослідження, оскільки можливості проведення експерименту у економіці є обмеженими.

Економіко-математичні моделі повинні задовольняти певні вимоги. До них відносяться достатня точність, простота і наочність, типовість і специфічність. Достатня точність моделі означає, що при ідеалізації реального об'єкта враховані всі істотні властивості та зв'язки, а неістотні виключені з моделі. Модель повинна бути простою та наочною, щоб її могли використовувати на практиці не лише фахівці з математики. Типовість моделі – це можливість її застосування для вивчення аналогічних об'єктів чи процесів. При цьому модель повинна враховувати їх специфіку.

Процес побудови економіко-математичної моделі є послідовністю наступних етапів:

- 1) формулювання предмета та мети дослідження;
- 2) виділення елементів об'єкта, важливих для досягнення мети дослідження;
- 3) вербальний (словесний) опис взаємозв'язків між виділеними елементами об'єкта моделювання;
- 4) введення символічних позначень для врахованих характеристик об'єкта моделювання, формулювання взаємозв'язків між ними у вигляді математичних співвідношень;
- 5) проведення розрахунків за побудованою математичною моделлю та аналіз отриманого розв'язку.

Слід розрізняти математичну структуру моделі та її змістовну інтерпретацію. Математична структура моделі складається з введених змінних та параметрів, що відображають елементи дослідження, а також рівнянь та нерівностей, що відображають зв'язки між ними.

У моделі розрізняють *екзогенні* та *ендогенні змінні*. Значення екзогенних змінних є заданими, значення ендогенних змінних визначають у ході розрахунків за моделлю.

Математичні моделі різних економічних об'єктів та процесів можуть мати однакову математичну структуру, але при цьому різну економічну інтерпретацію.

Існують різні системи класифікації економіко-математичних моделей. За типами об'єктів, що моделюються, розрізняють макроекономічні та мікроекономічні моделі. *Макроекономічні моделі* описують економіку як єдине ціле, пов'язуючи між собою показники, що характеризують її стан: валовий внутрішній продукт, інвестиції, споживання, зайнятість, обсяг грошової маси тощо. *Мікроекономічні моделі* описують взаємодію структурних та функціональних складових економіки та їх поведінку на ринку. Основним об'єктом мікроекономічного моделювання є підприємство.

З точки зору врахування зміни економічних систем у часі розрізняють *статичні* та *динамічні моделі*. У статичних моделях розглядають стан об'єкта у конкретний момент часу, тут змінні моделі не залежать від часу. У динамічних моделях вони є функціями часу.

З точки зору врахування дії випадкових факторів розрізняють *детерміновані* та *стохастичні моделі*. У детермінованих моделях зв'язки між змінними розглядаються як функціональні. Стохастичні моделі передбачають наявність дії випадкових факторів на показники, що досліджуються. У таких моделях використовують апарат теорії ймовірностей, математичної статистики та теорії випадкових процесів.

Оптимізаційні моделі передбачають побудову цільової функції, що відображає результат діяльності економічної системи та дослідження цієї функції на екстремум з врахуванням обмежень, накладених на цю систему.

Приклад 1.1. На двох автоматичних лініях виготовляють вироби трьох типів, дані про які наведено у таблиці. Побудувати математичну модель завантаження автоматичних ліній, що мінімізує загальні витрати. План повинен бути виконаний не пізніше, ніж за 15 діб.

Виріб	Продуктивність		Витрати на роботу		План, од.
	лінії, од./добу		ліній, у.г.о./добу		
	1	2	1	2	
<i>A</i>	4	3	400	300	50
<i>B</i>	6	5	100	200	40
<i>C</i>	8	2	300	400	50

Розв'язання. Нехай x_{1i}, x_{2i}, x_{3i} – відповідно кількість виробів *A*, *B* та *C*, що виготовляються на *i*-й лінії, $i = 1, 2$. Цільовою функцією задачі є мінімум витрат:

$$z = 400x_{11} + 300x_{12} + 100x_{21} + 200x_{22} + 300x_{31} + 400x_{32} \rightarrow \min.$$

Обмеження на змінні моделі мають вигляд:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 50, \\ x_{21} + x_{22} = 40, \\ x_{31} + x_{32} = 50, \\ \frac{x_{11}}{4} + \frac{x_{21}}{6} + \frac{x_{31}}{8} \leq 15, \\ \frac{x_{12}}{3} + \frac{x_{22}}{5} + \frac{x_{32}}{2} \leq 15, \\ x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3; j = 1, 2. \end{cases}$$