

## 6 МНОГОЧЛЕНИ

### Теоретичні питання:

1. Степінь многочлена та його коефіцієнти. Старший коефіцієнт і вільний член. Рівність многочленів.
2. Значення многочлена в точці. Нулі (корені) многочлена та їх кратність.
3. Розклад многочлена на множники.
4. Додавання і віднімання многочленів. Множення многочленів.
5. Ділення многочлена на многочлен з остачею. Теорема Безу.
6. Незвідні многочлени над різними полями.
7. Означення найбільшого спільного дільника (НСД) многочленів. Алгоритм Евкліда для знаходження НСД многочленів.
8. Алгоритм обчислення значення многочлена за схемою Горнера.
9. Застосування схеми Горнера для ділення многочлена на двочлен.
10. Кількість дійсних коренів многочлена. Кратність дійсних коренів.
11. Локалізація дійсних коренів. Теорема Коші про межі коренів многочлена.
12. Верхня та нижня оцінки дійсних коренів.
13. Застосування перетворення змінної для оцінювання коренів.
14. Практичне значення оцінок коренів у чисельних методах.
15. Означення многочленів Штурма. Побудова системи многочленів Штурма.
16. Властивості системи многочленів Штурма.
17. Теорема Штурма про кількість дійсних коренів на відрізку.
18. Алгоритм знаходження кількості дійсних коренів многочлена.
19. Роль многочленів у комп'ютерних науках.

### Практичні завдання:

1. Для даного многочлена:
  - а) за допомогою схеми Горнера знайдіть його значення в точці  $x_0 = -1$ ;
  - б) знайдіть неповну частку і остачу від його ділення на  $(x - x_0)$ ;
  - в) запишіть його розкладання за степенями  $(x - x_0)$ .

### Варіанти завдань:

- |     |                              |     |                              |
|-----|------------------------------|-----|------------------------------|
| 1.  | $12x^3 + 16x^2 - 3x - 4.$    | 2.  | $12x^3 - 16x^2 - 3x + 4.$    |
| 3.  | $16x^3 + 8x^2 - 36x - 18.$   | 4.  | $16x^3 - 12x^2 - 36x + 27.$  |
| 5.  | $16x^3 + 12x^2 - 36x - 27.$  | 6.  | $16x^3 - 20x^2 - 36x + 45.$  |
| 7.  | $16x^3 + 20x^2 - 36x - 45.$  | 8.  | $12x^3 + 4x^2 - 3x - 1.$     |
| 9.  | $12x^3 - 4x^2 - 3x + 1.$     | 10. | $12x^3 + 8x^2 - 3x - 2.$     |
| 11. | $16x^3 + 4x^2 - 36x - 9.$    | 12. | $12x^3 - 8x^2 - 3x + 2.$     |
| 13. | $12x^3 + 16x^2 - 75x - 100.$ | 14. | $16x^3 - 4x^2 - 36x + 9.$    |
| 15. | $12x^3 + 8x^2 - 75x - 50.$   | 16. | $12x^3 - 16x^2 - 75x + 100.$ |

$$17. \quad 12x^3 + 4x^2 - 75x - 25. \quad 18. \quad 16x^3 - 8x^2 - 36x + 18.$$

$$19. \quad 12x^3 - 4x^2 - 75x + 25. \quad 20. \quad 12x^3 - 8x^2 - 75x + 50.$$

2. Знайдіть частку від ділення многочлена  $P(x)$  на  $Q(x)$ .

$$1. \quad P(x) = -12x^5 - 6x^4 + 34x^3 + 6x^2 - 32x - 12; Q(x) = 3x^2 + 6x + 2.$$

$$2. \quad P(x) = 8x^5 + 28x^4 + 32x^3 + 20x^2 + 8x + 24; Q(x) = 2x^2 + 4x + 4.$$

$$3. \quad P(x) = 10x^5 - 22x^4 - 26x^3 + 54x^2 + 14x - 30; Q(x) = 5x^2 - x - 5.$$

$$4. \quad P(x) = 10x^5 - 12x^4 + x^3 - 24x^2 + 14x - 2; Q(x) = -2x^2 + 4x - 1.$$

$$5. \quad P(x) = 3x^5 + 7x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 3x - 2; Q(x) = x^2 + x - 2.$$

$$6. \quad P(x) = -15x^5 - 3x^4 + 10x^3 - 3x^2 + 9x + 2; Q(x) = -5x^2 + 4x + 1.$$

$$7. \quad P(x) = -20x^5 + 22x^4 - 12x^3 + 27x^2 - 7x + 20; Q(x) = -5x^2 + 3x - 4.$$

$$8. \quad P(x) = 12x^5 - 30x^4 + 14x^3 + 33x^2 - 31x + 5; Q(x) = -6x^2 + 6x - 1.$$

$$9. \quad P(x) = 8x^5 - 24x^4 + 24x^3 - 23x^2 + 6x + 5; Q(x) = -4x^2 + 2x + 1.$$

$$10. \quad P(x) = -16x^5 - 24x^4 + 3x^3 + 22x^2 + 13x + 2; Q(x) = -4x^2 - 5x - 1.$$

$$11. \quad P(x) = -2x^5 + 4x^4 + 17x^3 - 31x^2 - 7x + 10; Q(x) = -x^2 - x + 5.$$

$$12. \quad P(x) = -24x^5 - 20x^4 - 4x^3 - 22x^2 - 4x + 10; Q(x) = 4x^2 + 2x - 2.$$

$$13. \quad P(x) = 24x^5 + 16x^4 - 48x^3 - 7x^2 - 2x - 3; Q(x) = 6x^2 - 5x - 3.$$

$$14. \quad P(x) = -12x^5 - 10x^4 + 20x^3 + 3x^2 - 12x + 5; Q(x) = -6x^2 - 2x + 5.$$

$$15. \quad P(x) = 24x^5 - 24x^4 - 38x^3 + 28x^2 + 9x - 2; Q(x) = -6x^2 + 3x + 2.$$

$$16. \quad P(x) = -15x^5 - 11x^4 - 10x^3 - 25x^2 - 28x - 10; Q(x) = 3x^2 + 4x + 2.$$

$$17. \quad P(x) = -20x^5 + 31x^4 + 14x^3 - 5x^2 - 20x - 12; Q(x) = -5x^2 + 4x + 4.$$

$$18. \quad P(x) = 2x^5 + 3x^4 - 11x^3 - 7x^2 + 11x + 6; Q(x) = 2x^2 - x - 3.$$

$$19. \quad P(x) = 20x^5 - 34x^4 + 17x^3 + 15x^2 - 21x + 9; Q(x) = 4x^2 - 6x + 3.$$

$$20. \quad P(x) = -8x^5 - 28x^4 + 2x^3 - 14x^2 - 3x + 15; Q(x) = 2x^2 + 6x - 5.$$

3. Розв'яжіть рівняння, якщо відомий один з його коренів.

*Варіанти завдань:*

$$1. \quad z^4 - 6z^3 + 23z^2 - 34z + 26 = 0; z_1 = 1 + i.$$

$$2. \quad z^4 - 8z^3 + 34z^2 - 72z + 65 = 0; z_1 = 2 - i.$$

3.  $z^4 - 10z^3 + 47z^2 - 118z + 130 = 0; z_1 = 3 + i.$
4.  $z^4 - 12z^3 + 62z^2 - 172z + 221 = 0; z_1 = 4 - i.$
5.  $z^4 - 6z^3 + 26z^2 - 46z + 65 = 0; z_1 = 1 + 2i.$
6.  $z^4 - 2z^3 + 7z^2 + 18z + 26 = 0; z_1 = -1 + i.$
7.  $z^4 + 2z^2 + 32z + 65 = 0; z_1 = -2 - i.$
8.  $z^4 + 2z^3 - z^2 + 38z + 130 = 0; z_1 = -3 + i.$
9.  $z^4 + 4z^3 - 2z^2 + 36z + 221 = 0; z_1 = -4 - i.$
10.  $z^4 - 8z^3 + 37z^2 - 84z + 104 = 0; z_1 = 2 - 2i.$
11.  $z^4 - 10z^3 + 50z^2 - 130z + 169 = 0; z_1 = 3 + 2i.$
12.  $z^4 - 12z^3 + 65z^2 - 184z + 260 = 0; z_1 = 4 - 2i.$
13.  $z^4 - 2z^3 + 10z^2 + 6z + 65 = 0; z_1 = -1 + 2i.$
14.  $z^4 + 5z^2 + 20z + 104 = 0; z_1 = -2 - 2i.$
15.  $z^4 + 2z^3 + 2z^2 + 26z + 169 = 0; z_1 = -3 + 2i.$
16.  $z^4 + 4z^3 + z^2 + 24z + 260 = 0; z_1 = -4 - 2i.$
17.  $z^4 - 6z^3 + 38z^2 - 94z + 221 = 0; z_1 = 1 + 4i.$
18.  $z^4 - 8z^3 + 49z^2 - 132z + 260 = 0; z_1 = 2 - 4i.$
19.  $z^4 - 10z^3 + 62z^2 - 178z + 325 = 0; z_1 = 3 + 4i.$
20.  $z^4 - 12z^3 + 77z^2 - 232z + 416 = 0; z_1 = 4 - 4i.$

4. Знайдіть найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне многочленів  $f(x)$  і  $g(x)$ .

*Варіанти завдань:*

1.  $f(x) = x^6 + x^3 + x^2 + x + 1; g(x) = x^4 + 3x^2 + 2.$
2.  $f(x) = x^6 - 2x^5 + 2x^4 + 3x^2 - 6x + 6; g(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2.$
3.  $f(x) = x^6 - 2x^4 - 2x^2 - 3; g(x) = x^4 + x^2 - 12.$
4.  $f(x) = x^6 + 2x^5 + 5x^4 + x^2 + 2x + 5; g(x) = x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 4x + 10.$
5.  $f(x) = x^6 - 4x^4 + 2x^3 - 8x - 12; g(x) = x^4 - 3x^2 - 4.$
6.  $f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + 2x^2 + 2x + 2; g(x) = x^4 + x^3 + 4x^2 + 3x + 3.$
7.  $f(x) = x^6 - 2x^5 + 5x^4 + x^2 - 2x + 5; g(x) = x^4 - 2x^3 + 9x^2 - 8x + 20.$
8.  $f(x) = x^6 + 5x^4 + 6x^2 + 8; g(x) = x^4 + 3x^2 - 4.$
9.  $f(x) = x^6 + 2x^4 + 2x^2 - 5; g(x) = x^4 + x^2 - 2.$

10.  $f(x) = x^6 + 3x^5 + 4x^4 + x^2 + 3x + 4;$   
 $g(x) = x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 15x + 20.$
11.  $f(x) = x^6 - 5x^4 + 2x^2 - 10; g(x) = x^4 - 2x^2 - 15.$
12.  $f(x) = x^6 + 2x^5 + 2x^4 + 3x^2 + 6x + 6; g(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2.$
13.  $f(x) = x^6 - 3x^5 + 7x^4 + x^2 - 3x + 7; g(x) = x^4 - 3x^3 + 9x^2 - 6x + 14.$
14.  $f(x) = x^6 + 7x^4 + 7x^2 + 6; g(x) = x^4 + 5x^2 - 6.$
15.  $f(x) = x^6 - 2x^4 + 5x^2 - 10; g(x) = x^4 + x^2 - 6.$
16.  $f(x) = x^6 + 5x^4 + 9x^2 + 5; g(x) = x^4 + 3x^2 + 2.$
17.  $f(x) = x^6 - 4x^5 + 8x^4 + x^2 - 4x + 8;$   
 $g(x) = x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 12x + 24.$
18.  $f(x) = x^6 + 5x^5 + 6x^4 + 2x^2 + 10x + 12;$   
 $g(x) = x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 5x + 6.$
19.  $f(x) = x^6 - 6x^4 - 4x^2 - 21; g(x) = x^4 - 5x^2 - 14.$
20.  $f(x) = x^6 - x^4 + 2x^2 - 2; g(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 3x - 5.$