

РОЗДІЛ 3 ВЕКТОРНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

10 ВЕКТОРИ ТА ДІЇ НАД НИМИ

Теоретичні питання:

1. Поняття вектора. Геометричний та алгебраїчний підхід.
2. Нульовий вектор. Протилежний вектор.
3. Рівність векторів. Довжина (модуль) вектора. Напрямок вектора.
4. Додавання векторів (геометричний та координатний способи).
5. Віднімання векторів.
6. Множення вектора на число. Властивості операцій над векторами.
7. Лінійна комбінація векторів.
8. Колінеарні вектори та умови колінеарності.
9. Компланарні вектори.
10. Координати вектора на площині. Координати вектора у просторі.
11. Перехід від геометричного до координатного опису вектора.
12. Модуль вектора через його координати.
13. Лінійно залежні вектори. Лінійно незалежні вектори.
14. Критерії лінійної залежності векторів. Геометричний зміст лінійної залежності.
15. Базис на площині та у просторі. Координати вектора в заданому базисі.
16. Застосування векторів у геометрії.
17. Застосування векторів у комп'ютерній графіці.
18. Векторний опис руху та сил.

Практичні завдання:

1. Задано шестикутник $ABCDEF$, причому $\overline{AB} = \overline{a}, \overline{BC} = \overline{b}, \overline{CD} = \overline{c}, \overline{DE} = \overline{d}, \overline{EF} = \overline{e}, \overline{FA} = \overline{f}$. Побудуйте вектори $\overline{m} = \overline{a} - \left[\frac{N}{5}\right] \cdot \overline{b} + \left[\frac{N}{3}\right] \cdot \overline{c}$ і $\overline{n} = \overline{d} + \left[\frac{N}{2}\right] \cdot \overline{e} - \left[\frac{N}{4}\right] \cdot \overline{f}$, які є лінійними комбінаціями заданих векторів. Тут N – номер студента за списком академічної групи.
2. Відомі розкладання векторів $\overline{x}, \overline{f}_1, \overline{f}_2$ за базисом $\overline{e}_1, \overline{e}_2$. Знайдіть розкладання вектора \overline{x} за базисом $\overline{f}_1, \overline{f}_2$.

Варіанти завдань:

1. $\overline{x} = -5\overline{e}_1 - 2\overline{e}_2, \overline{f}_1 = \overline{e}_1 - 4\overline{e}_2, \overline{f}_2 = 5\overline{e}_1 - 5\overline{e}_2.$
2. $\overline{x} = 5\overline{e}_1 - \overline{e}_2, \overline{f}_1 = 7\overline{e}_1 + 7\overline{e}_2, \overline{f}_2 = 6\overline{e}_1 + 2\overline{e}_2.$
3. $\overline{x} = 2\overline{e}_1 - 7\overline{e}_2, \overline{f}_1 = \overline{e}_1 - 6\overline{e}_2, \overline{f}_2 = -7\overline{e}_1 - 5\overline{e}_2.$
4. $\overline{x} = 4\overline{e}_1 - 4\overline{e}_2, \overline{f}_1 = -2\overline{e}_1 - 5\overline{e}_2, \overline{f}_2 = -5\overline{e}_1 - 3\overline{e}_2.$
5. $\overline{x} = -5\overline{e}_1 - 5\overline{e}_2, \overline{f}_1 = 3\overline{e}_1 - 5\overline{e}_2, \overline{f}_2 = -2\overline{e}_1 + 6\overline{e}_2.$

6. $\bar{x} = -3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{f}_1 = -2\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2, \bar{f}_2 = -3\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2.$
7. $\bar{x} = 2\bar{e}_1 + 5\bar{e}_2, \bar{f}_1 = -7\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2, \bar{f}_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2.$
8. $\bar{x} = 6\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{f}_1 = -3\bar{e}_1 - 6\bar{e}_2, \bar{f}_2 = -3\bar{e}_1 + \bar{e}_2.$
9. $\bar{x} = 4\bar{e}_1 + 6\bar{e}_2, \bar{f}_1 = 3\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2, \bar{f}_2 = -2\bar{e}_1 - 7\bar{e}_2.$
10. $\bar{x} = -4\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2, \bar{f}_1 = -6\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2, \bar{f}_2 = 7\bar{e}_1 - 5\bar{e}_2.$
11. $\bar{x} = -2\bar{e}_1 + 5\bar{e}_2, \bar{f}_1 = 7\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2, \bar{f}_2 = -\bar{e}_1 - 6\bar{e}_2.$
12. $\bar{x} = -2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{f}_1 = -5\bar{e}_1 - 7\bar{e}_2, \bar{f}_2 = -\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2.$
13. $\bar{x} = -4\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2, \bar{f}_1 = -7\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \bar{f}_2 = 3\bar{e}_1 - 2\bar{e}_2.$
14. $\bar{x} = 5\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{f}_1 = \bar{e}_1 - 3\bar{e}_2, \bar{f}_2 = -6\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2.$
15. $\bar{x} = \bar{e}_1 - 6\bar{e}_2, \bar{f}_1 = 5\bar{e}_1 - 7\bar{e}_2, \bar{f}_2 = 3\bar{e}_1 - 5\bar{e}_2.$
16. $\bar{x} = -\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2, \bar{f}_1 = 5\bar{e}_1 + 6\bar{e}_2, \bar{f}_2 = -3\bar{e}_1 - 5\bar{e}_2.$
17. $\bar{x} = 2\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2, \bar{f}_1 = 5\bar{e}_1 - 2\bar{e}_2, \bar{f}_2 = 3\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2.$
18. $\bar{x} = -6\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{f}_1 = 3\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2, \bar{f}_2 = \bar{e}_1 + 6\bar{e}_2.$
19. $\bar{x} = 5\bar{e}_1 - 2\bar{e}_2, \bar{f}_1 = 6\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2, \bar{f}_2 = \bar{e}_1 + 7\bar{e}_2.$
20. $\bar{x} = 4\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{f}_1 = -4\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2, \bar{f}_2 = 7\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2.$