

4. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

4.1. Мета і методи кінематичного аналізу.

4.2. Визначення положень ланок механізму.

2.3. Графічний метод кінематичного аналізу.

4.1. Мета і методи кінематичного аналізу.

При кінематичному дослідженні механізму розглядається рух його ланок без врахування сил, які діють на них, тобто розглядається рух ланок з чисто геометричної точки зору, з урахуванням тільки фактора часу.

Кінематичний аналіз проводять у порядку побудови механізму. Тому до кінематичного дослідження притупляють після завершення структурного аналізу, коли позитивно вирішено питання про роботоздатність механізму.

Задачами кінематичного аналізу є визначення кінематичних параметрів механізму:

- положень ланок та траєкторій їх точок;
- лінійних і кутових швидкостей;
- лінійних і кутових прискорень.

Знайти кінематичні параметри необхідно для оцінки роботи існуючої машини або ж для синтезу нових.

Визначення траєкторій точок ланок допомагає уявити картину взаємного положення ланок у проміжку одного періоду руху і намітити контур корпусу механізму, що особливо важливо при переміщенні ланок в нутрі його, коли існує загроза співудару ланок; для раціонального підбору розмірів ланок, встановлення відповідності рухів робочих ланок машини правильної послідовності технологічного процесу і т.і.

Знання швидкостей різних точок ланок дозволяє визначити потужність, дію сил та кінетичну енергію, приведену масу для розрахунку маховика. Адже від

швидкості різцетримача стругального верстата залежить стійкість різального інструменту, продуктивність верстату.

Прискорення точок ланок використовуються при визначенні сил інерції, які у швидкохідних машинах сили інерції в десятки, навіть сотні разів перевищують силу ваги ланок. Це треба враховувати під час проектування та експлуатації машин.

Один з основних якісних показників змірюючи приладів є їх кінематична точність.

В залежності від складності вивчаємого механізму та типу вирішуємої задачі передбачені наступні методи кінематичного аналізу: графічні, аналітичні, графоаналітичні і експериментальні.

Для кінематичного дослідження важільних механізмів зручно використовувати графоаналітичні методи (методи планів швидкостей і прискорень); для кулачкових механізмів – графічні методи (методи кінематичних діаграм); для зубчастих і механізмів з гнучким зв'язком – аналітичні методи.

Графічні методи характеризуються наочністю і відносною простотою, але не забезпечують необхідну точність.

У випадках, коли за умовою задачі необхідно визначити кінематичні параметри з будь-якою наперед заданою точністю, треба користуватися аналітичними методами дослідження, тим паче що наявність швидкодіючої обчислювальної техніки сприяє їх поширенню і вдосканеленню. Слід зазначити, що значення аналітичних методів кінематичного аналізу механізмів особливо набуло ваги у зв'язку з можливістю автоматизації досліджень завдяки використанню обчислювальної техніки.

Експериментальні методи дослідження дають змогу перевірити правильність вибору розрахункових схем, методів і величин обчислювальних параметрів.

Для проведення кінематичного аналізу треба мати кінематичну схему механізму – умовне зображення ланок та кінематичних пар, що утворюють механізм у масштабі; закон руху ведучої ланки й розміри ланок.

Припущення кінематичного аналізу механізму:

- ланки механізму – абсолютно жорсткі;
- кутова швидкість ведучої ланки – стала,

тобто $\omega_1 = \text{const}$ і дорівнює проєктованій середній кутовій швидкості.

Оскільки ми будемо використати переважливо графічні методи, визначимо поняття масштабного коефіцієнту, який є відношенням зображуваної величини до відповідного відрізка на кресленні. Його позначають літерою μ з індексом того параметра, який зображено графічно.

Закон руху ведучої ланки задається у вигляді: $\varphi = \varphi(t)$, $n = n(t)$, $\omega = \omega(t)$.

Механізм досліджують у деяких (частіше у 12 положеннях) положеннях початкової (ведучої) ланки.

4.2. Визначення положень ланок.

Взаємне положення ланок механізму, який рухається, весь час змінюється, але в кожний момент часу розташування ланок є цілком визначено. Зрозуміло, що для оцінки роботи механізму в цілому, необхідно побудувати плани для кількох положень ланок механізму (частіше у 12).

Найпростіший метод визначення положень ланок – графічний: побудував кінематичну схему механізму у масштабі, який визначається при нанесенні на креслення першої довжини ланки (довжини кривошипа)

$$\mu_l = \frac{l_{\text{дійсне}}}{l_{\text{графічне}}}, \quad \frac{M}{mm}$$

при заданому положенні початкової ланки знаходять положення усіх ланок механізму.

Креслення, яке уявляє з себе кінематичні схеми ряду послідовних положень ланок механізму, відповідних повному циклу руха його ведучої ланки, називають *планом положень механізму*.

Будову плану положень роблять *методом засічок*, який базується на припущенні ТММ про те, що ланки механізму є абсолютно жорсткі і не змінюють

своїх розмірів. Зная довжину ланок можна визначити положення будь-якої точки механізму на її траєкторії у будь-який момент часу.

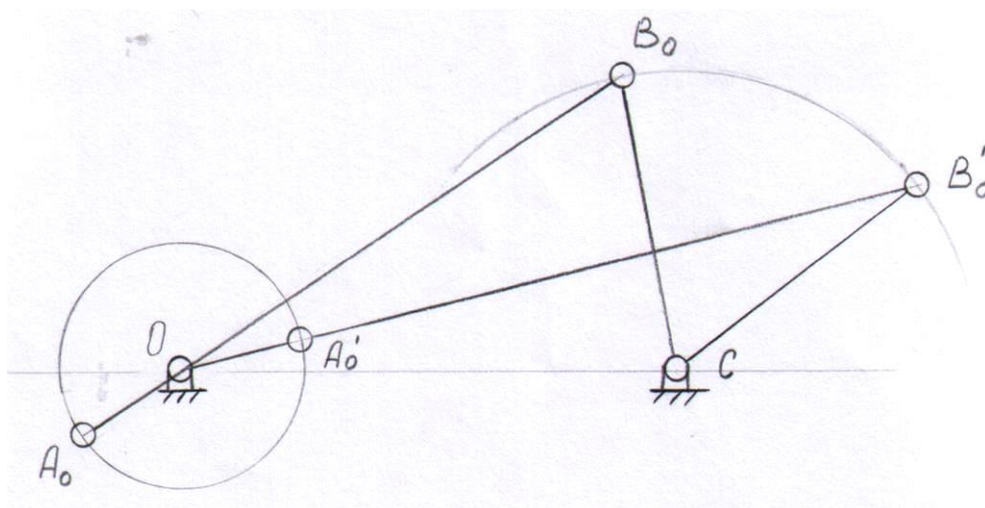
Вид кривих, описуваних точками різних ланок, залежить від характеру руху ланок. Траєкторії точок обертових ланок (кривошипа, коромисла і куліси) – дуги кіл, описаних з центрів кінематичних пар, створених ними зі стояком. У всіх точок повзунів траєкторії паралельні напрямним. Точки шатунів, які здійснюють складний рух, описують криві IV або VI порядку (шатунні криві) в залежності від виду механізму. Многовид шатунних кривих дозволяє припустити, що на окремих ділянках вони співпадають з кривими I-го і II-го порядків (прямі, коло, еліпс, квадратична парабола) і кривими інших видів, які використовуються в техніці (спиралі, евольвенти, циклоїди). На цьому припущенні оснований проектування напрямних механізмів

Побудову плана положень механізму необхідно починати з визначення крайніх (лівого чи правого або нижнього чи верхнього) положень ведучої ланки. У кривошипно-коромисловому і кривошипно-повзунному механізмах ведена ланка (коромисло чи повзун) перебуватиме у крайніх положеннях, коли кривошип накладатиметься на шатун або витягуватиметься в одну лінію з ним. Звідси впливає метод знаходження крайніх положень веденої ланки цих механізмів (*метод засічок*). Для цього з центра обертання кривошипа (**рис.3.1**) досить зробити засічки радіусами $\mathbf{r}_1 = \mathbf{AB} - \mathbf{OA}$ і $\mathbf{r}_2 = \mathbf{OA} + \mathbf{AB}$ на траєкторії руху точки **B**, щоб крайні положення повзуна **B** (**рис.3.1.а**) і коромисла **BC** (**рис.3.1.б**) були визначені.

У кулісному механізмі ведена ланка (куліса **O₂B**) перебуватиме у крайніх положеннях, коли кривошип **O₁A** і куліса **O₂B** утворять прямий кут (**рис.3.1.в**).

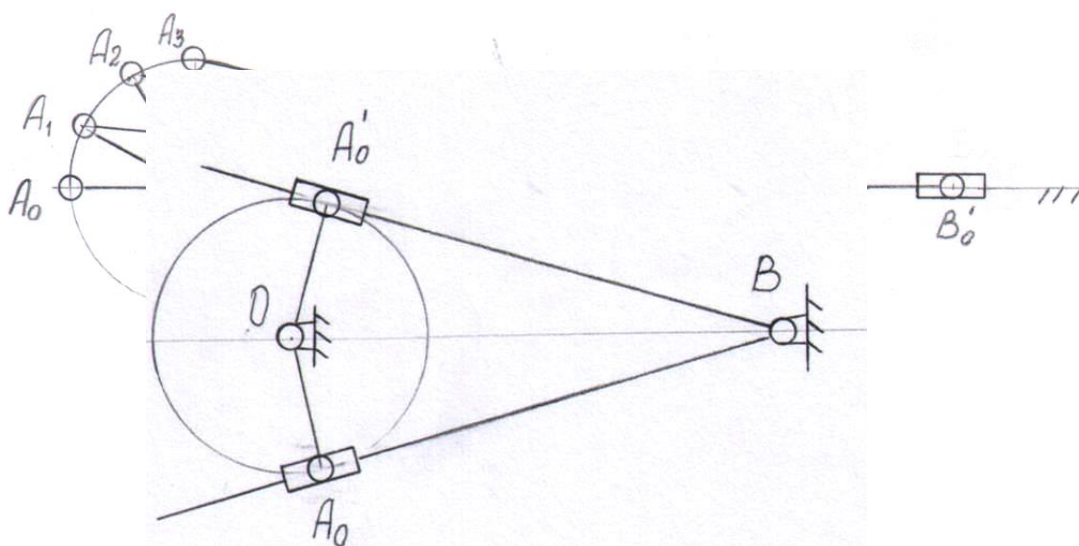
За нульове положення приймають те, яке відповідає початку робочого ходу.

Для побудови планів положень поділяють траєкторію точки **A** кривошипа на 12 рівних частин у напрямку його руху.



а

б



в

Рис. 3.1. Визначення крайніх положень механізмів:

а – кривошипно-коромислового;

б – кривошипно-шатунного; в – кулісного.

Визначивши крайні положення ведучих ланок, будують потрібну кількість планів механізму, частіше 12. Для цього треба поділити коло, описане точкою А (її траєкторію) на 12 однакових частин в напрямку обертання кривошипу. Позначити положення кривошипа в напрямі його обертання – $A_1, A_2, A_3 \dots A_{11}$. Оскільки довжина шатуна АВ (рис.3.1.б) залишається незмінною, то повзун рухається по прямій у-у; зробивши засічки на прямій у-у радіусом, що дорівнює

AB із точок $A_0, A_1, A_2 \dots A_{11}$, знайдемо відповідні положення повзуна $B_0, B_1, B_2 \dots B_{11}$. Сполучивши точки $A_0, A_1, A_2 \dots A_{11}$ з точками $B_0, B_1, B_2 \dots B_{11}$, дістанемо 12 планів механізму.

Для побудови траєкторії будь-якої точки ланки її відмичають на кожному положенню ланки і з'єднують плавною кривою.

4.3. Графічний метод кінематичного аналізу (метод кінематичних діаграм).

Графічний метод кінематичного аналізу складається з побудови кінематичних діаграм – графіків переміщень, швидкостей чи прискорень будь-якої ланки механізму у функції часу або переміщення ведучої ланки: $S=S(t)$, $V=V(t)$, $a=a(t)$ – якщо ланка здійснює поступальний рух і $\psi=\psi(t)$, $\omega=\omega(t)$, $\varepsilon=\varepsilon(t)$ – якщо ланка здійснює обертовий рух. Маючи один з графіків можна одержати два інших шляхом графічного диференціювання або інтегрування, бо між переміщенням, швидкістю і прискоренням існують залежності:

$$V = \frac{ds}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt}.$$

Розглянемо цей метод на прикладі кривошипно-повзунного механізму, плани якого побудували раніше (рис.3.1.а).

Кінематичні діаграми будуюмо на одній базі по осі абсцис (рис.3.2). Використавши здобуті дані, спочатку побудуємо графік переміщення повзуна як функцію часу $S_B=S_B(t)$, а потім графічним диференціюванням дістанемо графіки його швидкості $V_B=V_B(t)$ і прискорення $a_B=a_B(t)$.

Для побудови діаграм, на осі абсцис відкладемо відрізок X , мм, що в масштабі μ_t буде часом одного повного оберту кривошипа.

Поділимо відрізок X на 12 рівних частин і в точках поділу відкладемо вздовж осі ординат тонкі лінії, на яких в масштабі μ_s відкладатиме переміщення

повзуна від крайнього положення. Масштаб графіка шляху μ_s можна взяти таким, що дорівнює масштабові планів положень механізму μ_l . Якщо графік займає багато місця за висотою, то ординати його треба зменшити, а масштаб відповідно збільшити (графік шляху не слід змішувати з траєкторією. Справді, якщо наприклад, точка рухається по траєкторії, яка являє собою коло, а графік шляху є парабола). Сполучивши точки плавною кривою, дістанемо діаграму пройдених шляхів $S_B = S_B(t)$.

Для побудови діаграми швидкості повзуна $V_B = V_B(t)$ скористаємося залежністю,

$$V_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{d[S_B(t)]}{dt}$$

яка дає змогу визначити швидкість повзуна методом графічного диференціювання функції, заданої графічно, пом'ятаючи, що, з іншого боку,

$$\frac{dS_B}{dt} = \operatorname{tg} \alpha,$$

де α - кут нахилу дотичної до кривої в даній точці функції $S_B = S_B(t)$ (геометрична інтерпретація першої похідної).

Але на практиці *метод дотичних* незручний, оскільки провести точно дотичну в даній точці кривої важко і можуть виникнути значні похибки. Тому частіше користуються наближеним методом - *методом хорд* (січних). Він ґрунтується на відомій теоремі про скінченний приріст функції: якщо функція, що задана графічно, та її похідна неперевні в інтервалі AB , то хорда AB , стягує цю дугу, паралельна дотичній до кривої, принаймні в одній точці, що належить кривій в середині цього інтервалу. Зменшуючи інтервал, можна досягти того, що дотична і хорда зіллються. Отже, чим менший інтервал, тим точніше буде виконано диференціювання.

Диференціювання виконаємо в такому порядку. На проміжках графіку переміщень замінюємо криву відрізками прямих (хордами). Вибравши на продовженні осі часу ліворуч від осі ординат графіка швидкості довільний відрізок H_1 (полюсну відстань), із точки O_1 проведемо промені, паралельні

відповідним хордам до перетину з віссю ординат. Через точки, що дістали, проведемо лінії, паралельні осі абсцис до середини відповідних інтервалів графіка шляху. Згідно з формулою ці відрізки зображують швидкості повзуна в середині цих інтервалів у певному масштабі μ_v (січна паралельна дотичній в середині інтервалу). З'єднаємо плавною кривою ординати цих відрізків у середині інтервалів, дістанемо діаграму швидкості повзуна.

Графік a_B прискорень повзуна будуюмо аналогічно, пам'ятаючи, що

$$a_B = \frac{dV_B}{dt} = \frac{d[V_B(t)]}{dt};$$

$$\frac{dV_B}{dt} = \operatorname{tg} \beta. \quad (3.1)$$

Полюсну вістань H_2 можна взяти такою, що дорівнює H_1 .

За характером кривої легко контролюється правильність побудови графіків:

- початкова і кінцева точки ординат графіку за період циклу механізму має бути однакові;
- проти точок перегину на діаграмі $[S, t]$ швидкість досягає \max або \min , а прискорення дорівнює нулеві;
- проти точок на діаграмі $[V, t]$ прискорення досягає \max або \min .

Масштаби при графічному диференціюванні.

Значення шляху і часу в певному положенні кривошипа знаходимо за формулами:

$$S_{Bi} = y_i \mu_s, \quad t_i = x_i \mu_t.$$

Диференціюючи ці рівняння, дістанемо:

$$dS_B = \mu_s dy, \quad dt = \mu_t dx.$$

Оскільки $V_B = \frac{dS_B}{dt}$, то $V_B = \frac{\mu_S}{\mu_t} \frac{dy}{dx}$.

Але $\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha$, тому $V_B = \frac{\mu_S}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha$.

Помножимо і поділимо праву частину на H_1

$$V_B = \frac{\mu_S}{H_1 \mu_t} H_1 \operatorname{tg} \alpha$$

Але $H_1 \operatorname{tg} \alpha$ дорівнює відрітку в мм на осі ординат, відтятому променем, що проведений з полюса H_1 під кутом α , тобто швидкості повзуна у певному масштабі згідно з формулою (3.1). Отже, масштаб швидкості дорівнює: м/с мм:

$$\mu_v = \frac{\mu_S}{H_1 \mu_t}, \text{ м/с мм.} \quad (3.2)$$

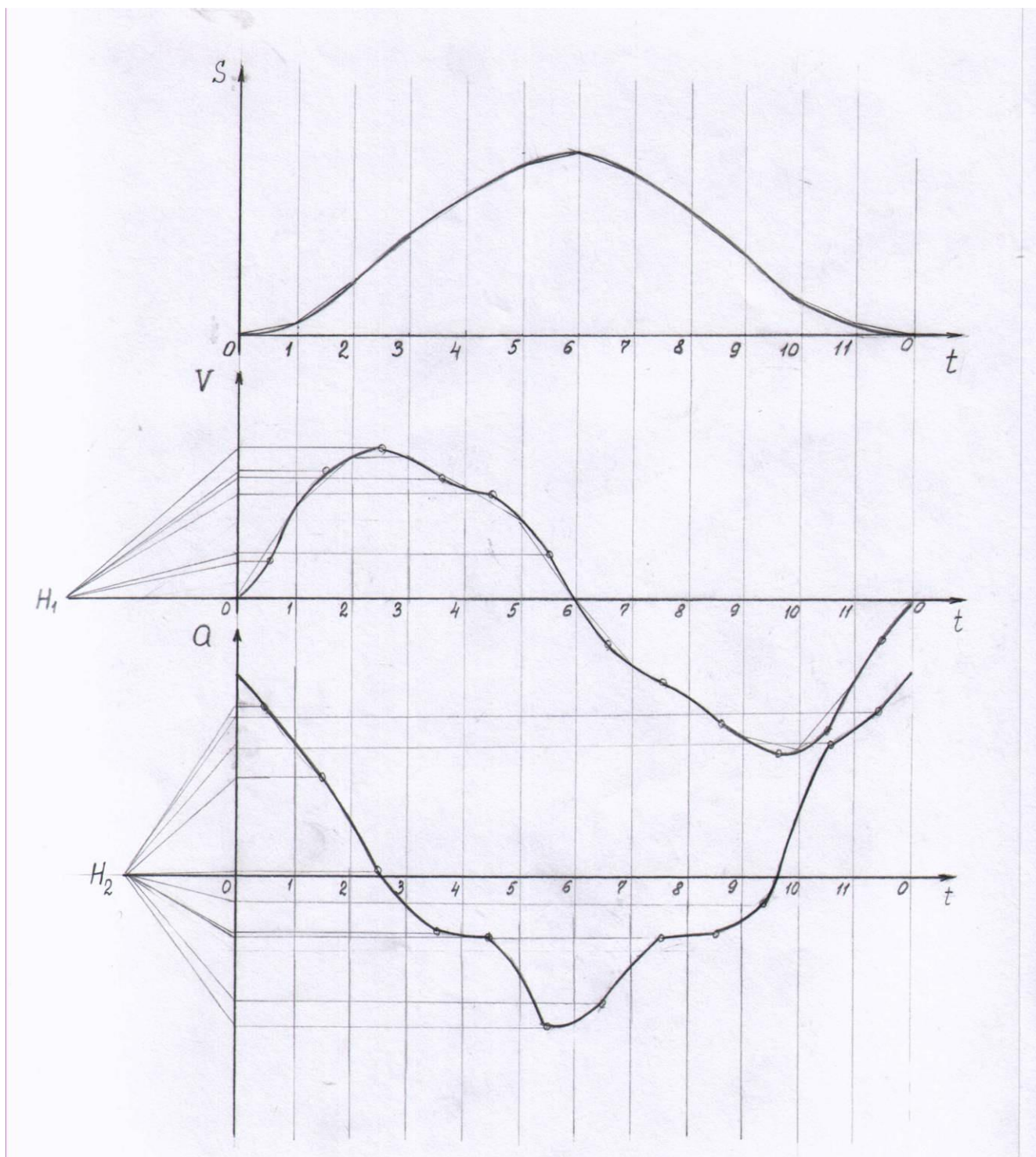


Рис. 3.2. Кінематичні діаграми кривошипно-повзунного механізму:

а – діаграма переміщень, $S_B=S_B(t)$;

б – діаграма швидкостей, $V_B=V_B(t)$;

в – діаграма прискорень $a=a(t)$.

Аналогічно,

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{H_2 \mu_t}, \text{ м/с}^2 \text{ мм.} \quad (3.3)$$

Резюме: Метод діаграм самий простий і швидкий, дає уяву про величини швидкостей і прискорень не тільки для побудованих положень механізму, але й проміжних. При цьому легко контролюється правильність будови графіків.

Недолік метода – це невелика точність (особливо при двойному диференціюванні) і можливість дослідження тільки окремої точки, а не всього механізму взагалі.