

## 1.4 Теплоемкость газов

**Теплоемкостью** называют количество тепла, которое необходимо сообщить телу (газу), чтобы повысить температуру какой-либо его количественной единицы на  $1^{\circ}\text{C}$ . В зависимости от выбранной количественной единицы различают **молярную** теплоемкость [ $C_{\mu}$  - Дж/(кмоль·К)], **массовую** теплоемкость [ $C$  - Дж/(кг·К)] и **объемную** теплоемкость [ $C'$  - Дж/(м<sup>3</sup>·К)]. Принято относить 1 м<sup>3</sup> газа к нормальным условиям, поэтому в дальнейшем изложении объемная теплоемкость будет относиться к массе газа, заключенной в 1 м<sup>3</sup> его, при нормальных условиях.

Пересчет джоулей в калории и обратно производится по соотношениям:

$$1 \text{ кал} = 4,1868 \text{ Дж}; 1 \text{ Дж} = 0,239 \text{ кал}.$$

Для определения значений перечисленных выше теплоемкостей достаточно знать величину одной какой-либо из них. Пересчет производится по следующим формулам:

$$C = \frac{C_{\mu}}{\mu}, \quad (33)$$

$$C' = \frac{C_{\mu}}{22,4}, \quad (34)$$

$$C' = C \rho_n, \quad (35)$$

где  $\mu$  - молекулярная масса газа, кг/кмоль;

$\rho_n$  - плотность газа при нормальных условиях, кг/м<sup>3</sup>.

Теплоемкость газа зависит от его температуры. По этому признаку различают среднюю и истинную теплоемкость:

$$\bar{C} = \frac{q}{t_2 - t_1}, \quad (36)$$

$$C = \frac{dq}{dt}, \quad (37)$$

где  $\bar{C}$  - средняя теплоемкость в пределах  $t_1 - t_2$ ;

$C$  – истинная теплоемкость;

$q$  — количество тепла, сообщаемого единице количества газа (или отнимаемого от него) при изменении температуры газа от  $t_1$  до  $t_2$ .

Теплоемкость идеальных газов зависит не только от их температуры, но и от их атомности и характера процесса. Теплоемкость реальных газов зависит от их природных свойств, характера процесса, температуры и давления. Таким образом, различают **истинную и среднюю теплоемкости**:

а) мольную — при постоянном объеме ( $C_{\mu v}$  и  $\bar{C}_{\mu v}$ ) и постоянном давлении ( $C_{\mu p}$  и  $\bar{C}_{\mu p}$ );

б) массовую — при постоянном объеме ( $C_v$  и  $\bar{C}_v$ ) и постоянном давлении ( $C_p$  и  $\bar{C}_p$ );

в) объемную — при постоянном объеме ( $C'_v$  и  $\bar{C}'_v$ ) и постоянном давлении ( $C'_p$  и  $\bar{C}'_p$ ).

Между теплоемкостями при постоянном давлении и постоянном объеме существуют следующие зависимости:

$$C_p = C_v + R; \quad \frac{C_p}{C_v} = k, \quad (38)$$

где  $k$  – **показатель адиабаты**, зависит от атомности молекул, для одноатомных газов  $k = 1,67$  для двухатомных газов  $k = 1,4$ ; для трех- и многоатомных газов  $k = 1,33$ .

Зависимость теплоемкости газов от температуры имеет криволинейный характер. В приложении Б приведены величины теплоемкостей для наиболее часто встречающихся в теплотехнических расчетах в интервале температур от 0°С до  $t$ . Расчеты средней теплоемкости в интервале температур от  $t_1$  до  $t_2$  производят по следующей формуле:

$$\bar{C}_{t_1}^{t_2} = \frac{C_0^{t_2} \cdot t_2 - C_0^{t_1} \cdot t_1}{t_2 - t_1}, \quad (39)$$

где  $C_0^t$  - теплоемкость газа в интервале от 0°С до  $t$ , значения берутся из таблиц Б.1-Б.6, в необходимых случаях производится интерполирование.

Для вычисления количества тепла, которое необходимо затратить в процессе нагревания  $m$  кг или  $V_H$  м<sup>3</sup> газа в интервале температур от  $t_1$  до  $t_2$ , при постоянном объеме  $Q_V$  или постоянном давлении  $Q_P$  пользуются формулами:

$$Q_V = m (\bar{C}_{v0}^{t_2} t_2 - \bar{C}_{v0}^{t_1} t_1) = V_H (\bar{C}_{v0}^{t_2} t_2 - \bar{C}_{v0}^{t_1} t_1), \quad (40)$$

$$Q_P = m (\bar{C}_{p0}^{t_2} t_2 - \bar{C}_{p0}^{t_1} t_1) = V_H (\bar{C}_{p0}^{t_2} t_2 - \bar{C}_{p0}^{t_1} t_1). \quad (41)$$

Часто в теплотехнических расчетах нелинейную зависимость теплоемкости от температуры заменяют близкой к ней линейной зависимостью. В этом случае истинная теплоемкость определяется из уравнения

$$C = a + b t, \quad (42)$$

а для определения средней теплоемкости при изменении температуры от  $t_1$  до  $t_2$  пользуются уравнением

$$\bar{C} = a + b \frac{t_1 + t_2}{2}, \quad (43)$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные для данного газа (приложение В).

Для средней теплоемкости в пределах от  $0^\circ\text{C}$  до  $t$  эта формула принимает вид

$$\bar{C} = a + \frac{b}{2} t. \quad (44)$$

Для приближенных расчетов можно пользоваться следующими формулами:

$$C_v = \frac{R}{k-1}; \quad C_p = \frac{R k}{k-1}. \quad (45)$$

**Теплоемкость газовой смеси** определяется на основании следующих формул:

массовая теплоемкость смеси -

$$C_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n (g_i C_i); \quad (46)$$

объемная теплоемкость смеси -

$$C'_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n (r_i C'_i); \quad (47)$$

мольная теплоемкость смеси -

$$C_{\mu \text{ см}} = \sum_{i=1}^n (r_i C_{\mu i}). \quad (48)$$

### Примеры решения задач

15 Определить значение объемной теплоемкости кислорода при постоянном объеме и постоянном давлении, считая  $C = \text{const}$ .

Решение:

Массовую теплоемкость можно рассчитать по уравнению (45). Показатель адиабаты для двухатомных газов равен 1,4. Газовая постоянная для кислорода приведена в приложении А.

$$C_v = \frac{R}{k-1} = \frac{259,8}{1,4-1} = 649,5 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

$$C_p = \frac{R k}{k-1} = \frac{259,8 \cdot 1,4}{1,4-1} = 909,3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для пересчета массовой теплоемкости в объемную необходимо знать плотность газа (см. приложение А):

$$C'_v = C_v \rho_n = 649,5 \cdot 1,429 = 928,1 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К});$$

$$C'_p = C_p \rho_n = 909,3 \cdot 1,429 = 1299,4 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

16 Вычислить среднюю массовую и объемную теплоемкость окиси углерода при постоянном объеме для интервала температур от 0 до 1200<sup>0</sup>С, если известно, что средняя молярная теплоемкость окиси углерода при постоянном давлении в этом интервале температур равна 32,192 кДж/(кмоль·К).

Решение:

На основании формулы (33) определим среднюю массовую теплоемкость окиси углерода при постоянном давлении:

$$\bar{C}_p = \frac{\bar{C}_{\mu p}}{\mu} = \frac{32192}{28} = 1149,7 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Среднюю массовую теплоемкость окиси углерода при постоянном объеме определяем по уравнению (38):

$$\bar{C}_v = \bar{C}_p - R = 1149,7 - 296,8 = 852,9 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Среднюю объемную теплоемкость окиси углерода при постоянном объеме определяем по уравнению (35):

$$\bar{C}'_v = \bar{C}_v \rho_n = 852,9 \cdot 1,25 = 1066,1 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

17 Вычислить среднюю теплоемкость для воздуха при постоянном давлении в пределах 200-800°С [в кДж/(кг·К)], считая зависимость теплоемкости от температуры нелинейной.

Решение:

Среднюю теплоемкость для воздуха при постоянном давлении в пределах 200-800°С можно рассчитать по уравнению (39). Пользуясь табл. Б.3, получаем для воздуха:

$$\overline{C}_{p0}^{800} = 1,0710 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \quad \overline{C}_{p0}^{200} = 1,0115 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Отсюда

$$\overline{C}_{p200}^{800} = \frac{1,0710 \cdot 800 - 1,0115 \cdot 200}{800 - 200} = 1,091 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

18 Решить предыдущую задачу, считая зависимость теплоемкости от температуры линейной.

Решение:

Средняя массовая теплоемкость для воздуха определяется из выражения (табл. В.1)

$$\overline{C}_p = 0,9952 + 0,00009349 \frac{t_1 + t_2}{2} = 1,0419 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

19 Определить среднюю массовую теплоемкость при постоянном давлении для кислорода в пределах 350 - 1000°С:

- а) считая зависимость теплоемкости от температуры нелинейной;
- б) считая зависимость теплоемкости от температуры линейной.

Решение:

а) Исходя из уравнения (39) и данных табл. Б.3 определяем:

$$\overline{C}_{p350}^{1000} = \frac{1,035 \cdot 1000 - 0,9576 \cdot 350}{1000 - 350} = 1,077 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

б) Пользуясь формулой (43) и данными табл. В.1, получаем:

$$\bar{C}_{p\ 350}^{1000} = 0,9127 + 0,00012724 \frac{350 + 1000}{2} = 0,9986 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) .$$

20 Воздух в количестве  $6 \text{ м}^3$  при давлении 3 бар и температуре  $25^\circ\text{C}$  нагревается при постоянном давлении до  $130^\circ\text{C}$ . Определить количество подведенного к воздуху тепла, считая  $C=\text{const}$ .

Решение:

Количество теплоты можно определить по уравнению (41). Для этого необходимо вычислить массу и теплоемкость воздуха. Массу газа определяем по уравнению (15)

$$m = \frac{P_1 V_1}{R T} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 6}{287 \cdot 298} = 21 \text{ кг} .$$

На основании формулы (45) и данных приложения А имеем:

$$C_p = \frac{R k}{k - 1} = \frac{287 \cdot 1,4}{1,4 - 1} = 1004,5 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) .$$

Следовательно,

$$Q_p = m C_p (t_2 - t_1) = 21 \cdot 1004,5 \cdot (130 - 25) = 2,2 \text{ МДж} .$$

21 В закрытом сосуде объемом 300 л находится воздух при давлении 8 бар и температуре  $20^\circ\text{C}$ . Какое количество тепла необходимо подвести для того, чтобы температура воздуха поднялась до  $120^\circ\text{C}$ ? Задачу решить, принимая теплоемкость воздуха постоянной, а также учитывая зависимость теплоемкости от температуры. Определить относительную ошибку, получаемую в первом случае.

Решение:

Пользуясь уравнением состояния (15), определяем массу воздуха, находящегося в сосуде:

$$m = \frac{V P}{R T} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 0,3}{287 \cdot 293} = 1,07 \text{ кг.}$$

Для воздуха (двухатомный газ), считая теплоемкость величиной постоянной, имеем:

$$C_v = \frac{R}{k-1} = \frac{287}{1,4-1} = 717,5 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Количество подведенного тепла согласно уравнению (40)

$$Q = m C_v (t_2 - t_1) = 1,07 \cdot 717,5 \cdot 100 = 76772 \text{ Дж.}$$

Теплоемкость воздуха с учетом ее зависимости от температуры определяем из табл. В.1. Пользуясь интерполяцией, находим:

$$C_v = 0,7209 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Относительная ошибка, следовательно, равна:

$$\frac{0,7209 - 0,7175}{0,7209} \cdot 100 = 0,6 \text{ \%}.$$

Незначительная величина ошибки объясняется малым интервалом температур. При большой разности температур относительная ошибка может достигнуть весьма большой величины.

22 В сосуде объемом 300 л находится кислород при давлении 2 бар и температуре 20°C. Какое количество тепла необходимо подвести, чтобы температура кислорода повысилась до 300°C? Какое давление установится при этом в сосуде? Зависимость теплоемкости от температуры принять нелинейной.

Решение:

Количество тепла, сообщаемое газу при  $v=\text{const}$ , определяется на основании формулы (40). Объем газа, заключенного в сосуде, приведенный к нормальным условиям, определяется по уравнению (21):



$$V_n = \frac{P_v T_n}{P_n T} = \frac{2 \cdot 0,3 \cdot 273}{1,013 \cdot 293} = 0,552 \text{ м}^3.$$

Значения теплоемкостей определяем по табл. Б.6 и, следовательно,

$$Q_v = 0,552 \cdot (0,9852 \cdot 300 - 0,9374 \cdot 20) = 152,8 \text{ кДж}.$$

Конечное давление можно определить, если воспользоваться характеристическими уравнениями для начального и конечного состояний кислорода:

$$P_1 v = R T_1; \quad P_2 v = R T_2.$$

Следовательно,

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 2 \cdot \frac{573}{293} = 3,9 \text{ бара}.$$

23 В калориметре с идеальной тепловой изоляцией находится вода в количестве 0,8 кг при температуре  $t' = 15^\circ \text{C}$ . Калориметр изготовлен из серебра, теплоемкость которого  $C_c = 0,2345 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}$ . Масса калориметра 0,25 кг. В калориметр опускают 200 г алюминия при температуре  $t_a = 100^\circ \text{C}$ . В результате этого температура воды повышается до  $t'' = 19,24^\circ \text{C}$ . Определить теплоемкость алюминия.

Решение:

Обозначим массу алюминия, помещаемого в калориметр, через  $m_a$ , а теплоемкость алюминия — через  $C_a$ . Тогда уравнение теплового баланса для калориметра будет иметь вид

$$(m_v c_v + m_c c_c) t' + m_a c_a t_a = (m_v c_v + m_c c_c + m_a c_a) t''.$$

Производя простейшие преобразования и решая это уравнение относительно  $C_a$ , получаем:

$$C_a = \frac{(m_b c_b + m_c c_c) (t'' - t')}{m_a (t_a - t'')}.$$

Подставляя в полученное выражение значения входящих в него величин, получим

$$C_a = \frac{(0,8 \cdot 4,1868 + 0,25 \cdot 0,2345) (19,24 - 15)}{0,2 (100 - 19,24)} = 0,8946 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}.$$

### Задачи

74 Определить значение массовой теплоемкости кислорода при постоянном объеме и постоянном давлении, считая  $C = \text{const}$ .

Ответ:  $C_p = 0,916 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}$ ;

$C_v = 0,654 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}$ .

75 Определить среднюю массовую теплоемкость углекислого газа при постоянном давлении в пределах  $0 - 825^\circ\text{C}$ , считая зависимость от температуры нелинейной.

Ответ:  $\overline{C}_{p0}^{825} = 1,090 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}$ .

76 Вычислить значение истинной мольной теплоемкости кислорода при постоянном давлении для температуры  $1000^\circ\text{C}$ , считая зависимость теплоемкости от температуры линейной. Определить относительную ошибку по сравнению с табличными данными.

Ответ:  $C_{\mu p} = 36,55 \text{ кДж / (кмоль} \cdot \text{К)}$ ;  $\varepsilon = 1,79 \%$ .

77 Найти среднюю теплоемкость  $\overline{C}_p$  и  $\overline{C}_v'$  в пределах от  $200^\circ\text{C}$  до  $800^\circ\text{C}$  для CO, считая зависимость теплоемкости от температуры линейной.

Ответ:  $\overline{C}_p = 1,1216 \text{ кДж / (кг} \cdot \text{К)}$ ;

$$\overline{C}_v' = 1,0371 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

78 Найти среднюю теплоемкость  $\overline{C}_p'$  и  $\overline{C}_v'$  для воздуха в пределах 400 – 1200°C, считая зависимость теплоемкости от температуры нелинейной.

$$\text{Ответ: } \overline{C}_p' = 1,4846 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}); \overline{C}_v' = 1,1137 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

79 Найти среднюю теплоемкость  $\overline{C}_p$  и  $\overline{C}_v'$  углекислого газа в пределах 400 - 1000°C, считая зависимость теплоемкости от температуры нелинейной.

$$\text{Ответ: } \overline{C}_p = 1,2142 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \overline{C}_v' = 2,3865 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

80 Определить среднюю массовую теплоемкость при постоянном объеме для азота в пределах 200 - 800°C, считая зависимость теплоемкости от температуры нелинейной.

$$\text{Ответ: } \overline{C}_v = 0,8164 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

81 Решить предыдущую задачу, если известно, что средняя мольная теплоемкость азота при постоянном давлении может быть определена по формуле

$$\overline{C}_{\mu p} = 28,7340 + 0,0023488 \bar{t}.$$

$$\text{Ответ: } \overline{C}_v = 0,8122 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

82 Воздух охлаждается от 1000 до 100°C в процессе с постоянным давлением. Какое количество тепла теряет 1 кг воздуха? Задачу решить, принимая теплоемкость воздуха постоянной, а также учитывая зависимость теплоемкости от температуры. Определить относительную ошибку, получаемую в первом случае.

$$\text{Ответ: } 1) q = - 911,9 \text{ кДж}/\text{кг}; 2) q = - 990,1 \text{ кДж}/\text{кг}; \epsilon = 8 \%.$$

83 Пользуясь формулой, которую получили в предыдущей задаче, определить истинную мольную теплоемкость кислорода при постоянном давлении для температуры 700°C. Сравнить полученное значение теплоемкости со справочным значением.

Ответ:  $C_{\mu} = 34,725 \text{ кДж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К})$ .

84 Найти количество тепла, необходимое для нагрева 1 м<sup>3</sup> (при нормальных условиях) газовой смеси следующего объемного состава: CO<sub>2</sub>=14,5%, O<sub>2</sub>=6,5%, N<sub>2</sub>=79,0% от 200 до 1200°C при P=const и нелинейной зависимости теплоемкости от температуры.

Ответ:  $q = 1582,2 \text{ кДж}/\text{м}^3$ .

85 Газовая смесь имеет следующий состав по объему: CO<sub>2</sub> - 0,12; O<sub>2</sub> - 0,07; N<sub>2</sub> - 0,75; H<sub>2</sub>O - 0,06. Определить среднюю массовую теплоемкость, если смесь нагревается при постоянном давлении от 100 до 300°C.

Ответ:  $\bar{C}_p = 1,0928 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ .

86 В регенеративном подогревателе газовой турбины воздух нагревается от 150 до 600°C. Определить количество тепла, сообщенное воздуху в единицу времени, если расход его составляет 360 кг/ч. Зависимость теплоемкости от температуры принять нелинейной.

Ответ:  $Q = 47,84 \text{ кДж}/\text{с}$ .

87 Продукты сгорания топлива поступают в газоход парового котла при температуре газов 1100°C и покидают газоход при температуре 700°C. Состав газов по объему: CO<sub>2</sub>=11%, O<sub>2</sub>=6%, H<sub>2</sub>O=8%, N<sub>2</sub>=75%. Определить, какое количество тепла теряет 1 м<sup>3</sup> газовой смеси, взятой при нормальных условиях.

Ответ:  $q = 697,5 \text{ кДж}/\text{м}^3$ .

88 В закрытом резервуаре объемом 100 л находится воздух при  $0^{\circ}\text{C}$  и давлении 760 мм рт. ст. Определить количество теплоты, затраченное на нагревание этого воздуха до  $200^{\circ}\text{C}$ .

Ответ:  $Q = 18,8 \text{ кДж}$ .