

Тема 2. ПОРІВНЯННЯ МНОЖИН ЗА НЕЧІТКІСТЮ, МЕТРИКОЮ

План

- 2.1. Відстань між множинами.
- 2.2. Міри нечіткості.
- 2.3. Індекси нечіткості.
- 2.4. Методики побудови множин за умовою нечіткості.

Для порівняння множин за нечіткістю використовують міри і індекси нечіткості множин, які базуються на поняттях відстані між множинами. Спосіб визначення відстані між об'єктами будь-якої природи називають метрикою. Розглянемо далі дві найбільш розповсюджені на практиці метрики – лінійна метрика (L) і евклідова метрика (ε).

2.1. Відстань між множинами

Нехай маємо дві множини $A = \sum_{i=1}^n \mu_A(u_i)/u_i$ і $B = \sum_{i=1}^n \mu_B(u_i)/u_i$.

Відстань між множинами в лінійній метриці обчислюється за формулою

$$d^L(A, B) = \sum_{i=1}^n |\mu_A(u_i) - \mu_B(u_i)|, \quad (2.1)$$

а відстань в евклідовій метриці – за формулою

$$d^\varepsilon(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mu_A(u_i) - \mu_B(u_i))^2}. \quad (2.2)$$

Відстань між множинами $d(A, B)$ в будь-якій метриці володіє наступними властивостями.

- 1). Невід'ємність відстаней $d(A, B) \geq 0$ ($d(A, B) = 0$, якщо $A = B$).
- 2). Симетричність відстаней $d(A, B) = d(B, A)$.
- 3). Правило трикутника для відстаней $d(A, B) \leq d(A, C) + d(C, B)$.

Приклад 2.1. Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудовані множини $X = 0.1/u_1 + 1/u_3 + 0.9/u_4 + 1/u_5$ і $Y = 0.2/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Тоді у відповідності з формулами (2.1) і (2.2):

$$\begin{aligned} d^L(X, Y) &= \sum_{i=1}^5 |\mu_X(u_i) - \mu_Y(u_i)| \\ &= |0.1 - 0| + |0 - 0.2| + |1 - 0.8| + |0.9 - 1| + |1 - 0.5| = 1.1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d^E(X, Y) &= \sqrt{\sum_{i=1}^5 (\mu_X(u_i) - \mu_Y(u_i))^2} \\ &= \sqrt{(0.1 - 0)^2 + (0 - 0.2)^2 + (1 - 0.8)^2 + (0.9 - 1)^2 + (1 - 0.5)^2} \\ &\approx 0.59 \end{aligned}$$

2.2. Міри нечіткості

Міра нечіткості множини $D(A)$ визначається відстанню цієї множини до найближчої чіткої до неї множини A_0 , тобто $D(A) = d(A, A_0)$. Множина A_0 будується на основі множини A за наступним правилом:

$$\forall u \in U: \mu_{A_0}(u) = \begin{cases} 1(\mu_A(u) > 0,5) \\ 0(\mu_A(u) \leq 0,5) \end{cases}$$

Міра нечіткості множини в лінійній метриці розраховується за формулою

$$D^L(A) = \sum_{i=1}^n |\mu_A(u_i) - \mu_{A_0}(u_i)|, \quad (2.3)$$

а міра нечіткості в Евклідовій метриці – за формулою

$$D^E(A) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mu_A(u_i) - \mu_{A_0}(u_i))^2}. \quad (2.4)$$

Відмітимо деякі важливі властивості мір нечіткості.

- 1). $D(A) \geq 0$, оскільки вона визначає відстань.
- 2). $D(A) = 0$, якщо множина A чітка.

3). Чим більше значення міри нечіткості, тим більш нечіткою є ця множина, тобто $D(A) \geq D(B) \Rightarrow A$ більш нечітке, чим B . Таке порівняння коректне тільки в тому випадку, якщо носії цих множин рівні за потужністю і використовувалася одна і та ж метрика. При цьому обидві множини можуть бути побудовані і в різних універсальних множинах, що значно розширяє межі для порівняння найбільш різних за природою множин.

Приклад 2.2. Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудовані множини $X = 0.1/u_1 + 1/u_3 + 0.9/u_4 + 1/u_5$ і $Y = 0.2/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Потрібно порівняти ці множини за нечіткістю в лінійній метриці.

Найближчими чіткими до них будуть множини $X_0 = \{u_3, u_4, u_5\}$ і $Y_0 = \{u_3, u_4\}$. Тоді у відповідності з (2.3) міри нечіткості в лінійній метриці:

$$\begin{aligned} D^L(X) &= \sum_{i=1}^5 |\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i)| \\ &= |0.1 - 0| + |0 - 0| + |1 - 1| + |0.9 - 1| + |1 - 1| = 0.2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D^L(Y) &= \sum_{i=1}^5 |\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i)| \\ &= |0 - 0| + |0.2 - 0| + |0.8 - 1| + |1 - 1| + |0.5 - 0| = 0.9. \end{aligned}$$

Чи коректно порівнювати ці множини за нечіткістю за допомогою цих мір нечіткості?

Для цього визначимо носії цих множин $\text{supp}(X) = \{u_1, u_3, u_4, u_5\}$ і $\text{supp}(Y) = \{u_2, u_3, u_4, u_5\}$. Так як $|\text{supp}(X)| = |\text{supp}(Y)| = 4$, то таке порівняння коректне. Отже, множина Y більш нечітка, ніж множина X .

Приклад 2.3. Порівняємо за нечіткістю множини $X = 0.1/u_1 + 1/u_3 + 0.9/u_4 + 1/u_5$ і $Y = 0.2/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$ із приклада 2.2 в евклідовій метриці. Тоді у відповідності з (2.4) міри нечіткості:

$$D^{\varepsilon}(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \left(\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i) \right)^2} = \sqrt{0,02} \approx 0,14,$$

$$D^{\varepsilon}(Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \left(\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i) \right)^2} = \sqrt{0,33} \approx 0,57.$$

Так як $|supp(X)| = |supp(Y)| = 4$, то порівняння коректне: множина Y більш нечітка, чим множина X . На прикладах 2.2 і 2.3 ми переконалися в тому, що результат порівняння множин X і Y за нечіткістю не залежить від метрики, головне, щоб для порівняння використовувалися міри нечіткості в одній метриці.

2.3. Індекси нечіткості

Для порівняння двох множин A і B за нечіткістю при умові, що потужність їх супортів не рівні, слідє використовувати індекси нечіткості.

Індекс нечіткості множини в лінійній метриці визначається за формулою

$$I^L(A) = \frac{D^L(A)}{|supp(A)|}, \quad (2.5)$$

а в евклідовій метриці – за формулою

$$I^{\varepsilon}(A) = \frac{D^{\varepsilon}(A)}{\sqrt{|supp(A)|}}. \quad (2.6)$$

Відмітимо деякі важливі властивості індексів нечіткості в будь-якій метриці.

- 1). $I(A) \geq 0$, оскільки він визначається відстанню.
- 2). $I(A) = 0$, якщо множина A чітка.

3). Чим більше значення індексу нечіткості, тим більш нечітким є ця множина, тобто $I(A) \geq I(B) \Rightarrow A$ більш нечітке, чим B . Таке порівняння завжди коректне, якщо використовувалась одна і та же метрика.

Приклад 2.4. Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудовані множини $X = 0.5/u_1 + 0.2/u_3 + 0.9/u_4$ і $Y = 0.2/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Треба порівняти ці множини за нечіткістю в лінійній метриці.

Носії цих множин $\text{supp}(X) = \{u_1, u_3, u_4\}$ з кількістю елементів $|\text{supp}(X)| = 3$ і $\text{supp}(Y) = \{u_2, u_3, u_4, u_5\}$ з $|\text{supp}(Y)| = 4$. Так як потужність супортів не рівні, то коректним буде порівняння тільки за допомогою індексів нечіткості. Найближчим чітким до них будуть множини $X_0 = \{u_4\}$ і $Y_0 = \{u_3, u_4\}$.

Тоді у відповідності до формули (2.5) індекси нечіткості в лінійній метриці

$$I^L(X) = \frac{D^L(X)}{|\text{supp } p(X)|} = \frac{\sum_{i=1}^5 |\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i)|}{3} = \frac{0,8}{3} \approx 0,27,$$

$$I^L(Y) = \frac{D^L(Y)}{|\text{supp } p(Y)|} = \frac{\sum_{i=1}^5 |\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i)|}{4} = \frac{0,9}{4} \approx 0,23.$$

Так як $I^L(X) > I^L(Y) \Rightarrow X$ більш нечітке, чим Y , хоча міри нечіткості у них 0,8 і 0,9, відповідно.

Приклад 2.5. Порівняємо за нечіткістю множини $X = 0.5/u_1 + 0.2/u_3 + 0.9/u_4$ і $Y = 0.2/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$ із прикладу 2.4 в евклідовій метриці. Тоді у відповідності з формулою (2.6)

$$I^E(X) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i))^2}}{\sqrt{|\text{supp } p(X)|}} = \frac{\sqrt{0.3}}{\sqrt{3}} \approx 0.32,$$

$$I^E(Y) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i))^2}}{\sqrt{|\text{supp } p(Y)|}} = \frac{\sqrt{0.33}}{\sqrt{4}} \approx 0.29.$$

Слідуює, множина X більш чітка, чим Y , а результат порівняння не залежить від метрики.

2.4. Методики побудови множин за умовою нечіткості

Часто на практиці потрібно побудувати деяку нову множину, яка буде більш нечіткою або більш чіткою, чим задана множина. При цьому на нову множину можуть бути накладені ще й інші умови.

Нехай маємо деяку універсальну множину U , в якій задана нечітка множина A . Необхідно побудувати в U нову множину B за заданою умовою нечіткості.

Методика 1 побудови більш нечіткої множини. Нам вже відомо, що, чим ближче степінь приналежності елемента універсальної множини до даної множини до значення 0,5 (найбільш нечітке значення), тим більший вклад в міру нечіткості вносить цей елемент. Тоді побудова множини B , яка повинна бути більш нечіткою в порівнянні з заданою множиною A , включає в себе наступні дії.

В циклі по всіх елементах універсальної множини $u \in U$ виконати наступні дії:

1. Оцінити інтервал для вибору $\mu_B(u)$ за правилом $0.5 - \delta < \mu_B(u) < 0.5 + \delta$, де $\delta = |0.5 - \mu_A(u)|$.
2. Якщо $\delta = 0$, то обрати $\mu_B(u) = 0,5$, в протилежному випадку обрати $\mu_B(u)$ із даного інтервалу.

Дана методика дає розв'язок, якщо $\exists u \in U: \mu_A(u) \neq 0,5$.

Приклад 2.6. Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудована множина $X = 0.2/u_2 + 0.7/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Треба побудувати приклад нової множини Y , яке буде більш нечітким, чим X . Так як $\exists u \in U: \mu_A(u) \neq 0,5$, то така множина може бути побудована. Нижче в таблиці представлені результати застосування даної методики.

u	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
-----	-------	-------	-------	-------	-------

$\mu_X(u)$	0	0,2	0,7	1	0,5
δ	0,5	0,3	0,2	0,5	0
Інтервал	[0;1]	[0,2;0,8]	[0,3;0,7]	[0;1]	-
$\mu_Y(u)$	0,1	0,4	0,6	0,2	0,5

І так, побудована множина $Y = 0,1/u_1 + 0,4/u_2 + 0,6/u_3 + 0,2/u_4 + 0,5/u_5$. Переконаємося, що цей розв'язок вірний. Так як потужність супортів цих множин не рівні, то використовуємо для порівняння множин їх індекси нечіткості в лінійній метриці (2.5):

$$I^L(X) = \frac{D^L(X)}{|\sup p(X)|} = \frac{\sum_{i=1}^5 |\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i)|}{4} = \frac{1}{4} = 0,25,$$

$$I^L(Y) = \frac{D^L(Y)}{|\sup p(Y)|} = \frac{\sum_{i=1}^5 |\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i)|}{5} = \frac{1,6}{5} = 0,32.$$

Методика 2 побудови більш нечіткої підмножини. Побудова множини B , яке повинно бути більш нечіткою порівнюючи з заданою множиною A і повинно бути її підмножиною ($B \subseteq A$), включає в себе наступні дії в циклі за всіма елементами універсальної множини $U \in u$:

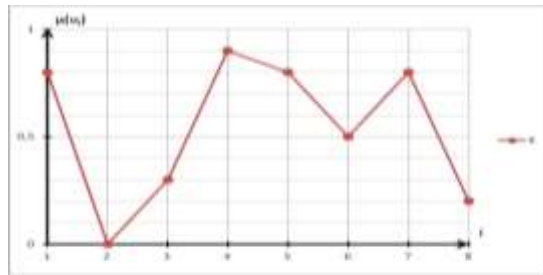
1. Оцінити інтервал для вибору $\mu_B(u)$ за правилом $0,5 - \delta < \mu_B(u) < 0,5 + \delta \vee \mu_B(u) \leq \mu_A(u)$, де $\delta = |0,5 - \mu_A(u)|$.
2. Якщо інтервал пустий, то обрати $\mu_B(u) = \mu_A(u)$, в протилежному випадку обрати $\mu_B(u)$ із даного інтервалу.

Дана методика дає розв'язок, якщо $\exists u \in U: \mu_A(u) \neq 0,5$.

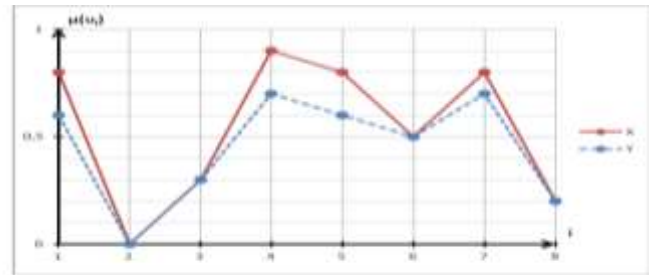
Приклад 2.7. Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_8\}$ побудована множина X , представлена діаграмою Заде на рисунку 2.1,а. треба побудувати приклад нової множини Y , яка буде більш нечіткою, чим X , і є її підмножиною ($Y \subseteq X$). Нижче в таблиці представлені результати застосування даної методики, а на рисунку 2.1, б – діаграма Заде множини Y .

u	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$\mu_X(u)$	0,8	0	0,3	0,9	0,8	0,5	0,8	0,2
δ	0,3	0,5	0,2	0,4	0,3	0	0,3	0,3
Інтервал	[0,2;0,8]	-	-	[0,1;0,9]	[0,2;0,8]	-	[0,2;0,8]	-
$\mu_Y(u)$	0,6	0	0,3	0,7	0,6	0,5	0,7	0,2



а)



б)

Рисунок 2.1 – Приклад побудови більш нечіткої множини

Діаграма Заде для множини Y на рисунку 2.1, б *не вище* діаграми Заде для множини X , що свідчить про те, що $Y \subseteq X$. Переконаємося, що побудована множина Y більш нечітка, чим X . Так як потужності супортів цих множин рівні, то використовуємо для порівняння множин їх міри нечіткості $D^L(X) = \sum_{i=1}^8 |\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i)| = 1,7$ і $D^L(Y) = \sum_{i=1}^8 |\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i)| = 2,4$.

Методика 3 побудови більш чіткої множини. Нам вже відомо, що найчіткіші елементи множини мають степінь приналежності 0 або 1. Тоді побудова множини B , яка повинна бути більш чіткою в порівнянні із заданою множиною A , включає в себе наступні дії в циклі за всіма елементами універсальної множини $u \in U$:

1. Якщо $\mu_A(u) > 0,5$, то оцінити інтервали для вибору $\mu_B(u)$ за правилом $\mu_B(u) > \mu_A(u)$ і $\mu_B(u) < 1 - \mu_A(u)$.
2. Якщо $\mu_A(u) \leq 0,5$, то оцінити інтервали для вибору $\mu_B(u)$ за правилом $\mu_B(u) < \mu_A(u)$ і $\mu_B(u) > 1 - \mu_A(u)$.
3. Вибрати $\mu_B(u)$ із даних інтервалів.

Приклад 2.8. Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудована множина $X = 0.2/u_2 + 0.7/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Треба побудувати приклад нової множини Y , яке буде більш нечітким, ніж X . Нижче в таблиці представлені результати застосування даної методики.

u	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
$\mu_X(u)$	0	0,2	0,7	1	0,5
Інтервал	[0][1]	[0;0,2][0,8;1]	[0;0,3][0,3;1]	[0][1]	[0;0,5][0,5;1]
$\mu_Y(u)$	1	0,1	0,8	1	0,4

Отже, побудована множина $Y = 2/u_1 + 0.1/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.4/u_5$. Переконаємося, що цей розв'язок є вірним. Оскільки потужність супортів цих множин не рівні, то використаємо для порівняння множин їх індекси нечіткості в лінійній метриці:

$$I^L(X) = \frac{D^L(X)}{|\sup p(X)|} = \frac{\sum_{i=1}^5 |\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i)|}{4} = \frac{1}{4} = 0,25,$$

$$I^L(Y) = \frac{D^L(Y)}{|\sup p(Y)|} = \frac{\sum_{i=1}^5 |\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i)|}{5} = \frac{0,7}{5} = 0,14.$$

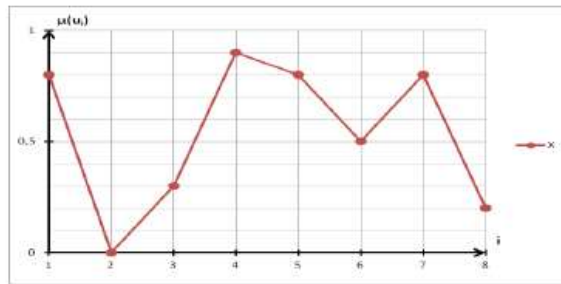
Методика 4 побудови більш чіткої підмножини. Побудова множини B , яке повинне бути більш чітким в порівнянні зі заданою множиною A й повинно бути його підмножиною ($B \subseteq A$), включає в себе наступні дії в циклі по всім елементами універсальної множини $u \in U$:

1. Якщо $\mu_A(u) > 0,5$, то оцінити інтервал для вибору $\mu_B(u)$ за правилом $\mu_B(u) < 1 - \mu_A(u)$.
2. Якщо $\mu_A(u) \leq 0,5$, то оцінити інтервал для вибору $\mu_B(u)$ за правилом $\mu_B(u) < \mu_A(u)$.
3. Вибрати любое значення $\mu_B(u)$ із інтервалу.

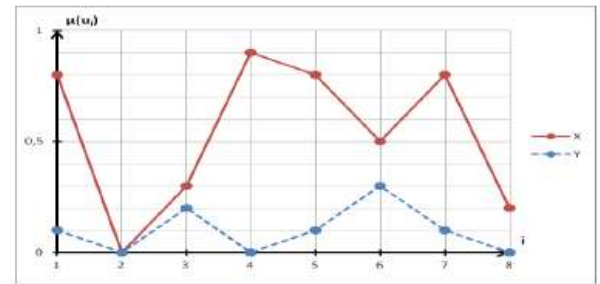
Приклад 2.9. Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_8\}$ побудована множина X , представлена діаграмою Заде на рисунці 2.2,а. Треба побудувати приклад нової множини Y , та буде його підмножиною ($Y \subseteq X$). Нижче в таблиці представлені результати застосування даної методики, а на рисунці 2.2,б – діаграма Заде множини Y .

u	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
$\mu_X(u)$	0,8	0	0,3	0,9	0,8	0,5	0,8	0,2

Інтервал	[0; 0,2]	[0]	[0; 0,3]	[0; 0,1]	[0; 0,2]	[0; 0,5]	[0; 0,2]	[0; 0,2]
$\mu_Y(u)$	0,1	0	0,2	0	0,1	0,3	0,1	0



а)



б)

Рисунок 2.2 – Приклад побудови більш чіткої підмножин

Діаграма Заде множини Y на рисунку 2.2,б не вище діаграми Заде множини X , що свідчить про те, що $Y \subseteq X$. Впевнимся, що побудована множина Y більш чітка, ніж X . Оскільки потужності супротив цих множин не рівні, то використовуємо для порівняння множин їх індекси нечіткості в лінійній метриці:

$$I^L(X) = \frac{D^L(X)}{|\sup p(X)|} = \frac{\sum_{i=1}^8 |\mu_X(u_i) - \mu_{X_0}(u_i)|}{7} = \frac{1,7}{7} \approx 0,24,$$

$$I^L(Y) = \frac{D^L(Y)}{|\sup p(Y)|} = \frac{\sum_{i=1}^8 |\mu_Y(u_i) - \mu_{Y_0}(u_i)|}{5} = \frac{0,8}{5} = 0,16.$$

Лабораторна робота 2

Тема. Порівняння множин за нечіткістю, метрикою

Мета роботи

Закріплення теоретичного матеріалу та набуття практичних навичок з визначення відстані між множинами, міри нечіткості, індексів нечіткості та застосування методики побудови множин за умовою нечіткості, створення відповідного програмного забезпечення.

У результаті виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:

- визначати відстань між нечіткими множинами;
- визначати міри нечіткості нечітких множин;
- визначати індекси нечіткості;
- застосовувати методики побудови множин за умовою нечіткості.

Завдання на підготовку

Студент повинен знати:

- основні поняття відстань між нечіткими множинами;
- міри нечіткості;
- індекси нечіткості;
- методики побудови множин за умовою нечіткості.

Студент повинен вміти:

- створювати програми однією з мов програмування.

Для допуску до виконання роботи необхідно:

- вміти відповісти на теоретичні запитання по ходу виконання роботи;
- дати викладачу заготовку звіту про лабораторну роботу, яка повинна містити титульний лист та опис виконаного завдання.

Зміст звіту

Титульний лист.

Назва і мета лабораторної роботи.

Теоретична частина:

1.Опис умов задачі.

2.Порівняння множин за нечіткістю, метрикою.

Практична частина:

Приклади роботи створених функцій, ілюстровані скріншотами.

Висновки по роботі.

Виконайте умови завдань 1-6.

Завдання 1

Нехай на універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудовані множини $X = 0.3/u_1 + 1/u_3 + 0.8/u_4 + 1/u_5$ і $Y = 0.1/u_2 + 0.9/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Визначте відстань між множинами в лінійній метриці та в евклідовій метриці. Проведіть аналіз отриманих результатів.

Завдання 2

Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудовані множини $X = 0.5/u_1 + 1/u_3 + 0.7/u_4 + 1/u_5$ і $Y = 0.3/u_2 + 0.9/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Потрібно порівняти ці множини за нечіткістю в лінійній метриці та в евклідовій метриці. Проведіть аналіз отриманих результатів.

Завдання 3

Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудовані множини $X = 0.5/u_1 + 0.1/u_3 + 0.7/u_4$ і $Y = 0.1/u_2 + 0.9/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Треба порівняти ці множини за індексом нечіткості в лінійній метриці та в евклідовій метриці. Проведіть аналіз отриманих результатів.

Завдання 4

Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудована множина $X = 0.1/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Треба побудувати приклад нової множини Y , яка буде більш нечіткою, за X , застосувавши методику 1. Переконаємося, що цей розв'язок вірний застосувавши індекси нечіткості в лінійній метриці. Проведіть аналіз отриманих результатів.

Завдання 5

Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_8\}$ побудована множина $X = 0.7/u_1 + 0/u_2 + 0.4/u_3 + 0.8/u_4 + 0.7/u_5 + 0.5/u_6 + 0.7u_7 + 0.2u_8$. Треба побудувати приклад нової множини Y , яка буде більш нечіткою, чим X , і є її підмножиною ($Y \subseteq X$) та надати графічне представлення множин X та Y у вигляді діаграми Заде. Проведіть аналіз отриманих результатів.

Завдання 6

Нехай в універсальній множині $U = \{u_1, \dots, u_5\}$ побудована множина $X = 0.1/u_2 + 0.8/u_3 + 1/u_4 + 0.5/u_5$. Треба побудувати приклад нової множини Y , яка буде більш нечітким, ніж X . Переконайтеся, що цей розв'язок є вірним. Надайте графічне представлення множин X та Y у вигляді діаграми Заде. Проведіть аналіз отриманих результатів.