

Лекция-9: Диамагнетизм вещества -2005

Введение

Все без исключения вещества можно считать магнетиками, поскольку любое из них тем или иным образом «откликается» при помещении во внешнее магнитное поле \vec{H} . Первоначально магнетики классифицировали по величине магнитной восприимчивости χ , характера зависимости ее от H и температуры T , что позволило разграничить три основных типа магнитного состояния вещества: диамагнетизм, парамагнетизм и ферромагнетизм. Однако, подобная классификация оказалась несостоятельной когда были обнаружены другие типы магнетиков: антиферромагнетики, ферримагнетики, и так называемые неколлинеарные (слабые) ферромагнетики.

Магнитные свойства веществ, определяются взаимодействиями элементарных носителей магнетизма: электронов, ядер атомов, самих атомов и молекул. Только изучение типов связи и энергии взаимодействия между микроскопическими носителями магнетизма дает возможность объединить в рамках единого подхода все типы магнетиков.

1. Диамагнетизм системы невзаимодействующих атомов и молекул.

Явление диамагнетизма обусловлено эффектом электромагнитной индукции в элементарных электрических контурах атомов (образуемых движением электронов в атомах), помещенных во внешнее магнитное поле H . Как известно, при изменении потока магнитной индукции, пронизывающего электрический контур, в последнем возникает индуцируемый электрический ток, причем, такого направления (закон Ленца) что создаваемое им магнитное поле противодействует исходному изменению магнитного потока. В контуре образуемом движущимся в атоме электроном электросопротивление отсутствует, поэтому индуцируемый в момент включения магнитного поля ток сохраняется до тех пор, пока существует поле H . В силу вышесказанного, магнитное поле, создаваемое индуцируемым током и связанный с ним магнитный момент (диамагнитный) противоположны внешнему полю H . Из выше сказанного следует что явление диамагнетизма универсально и присуще всем веществам без исключения. Однако во многих случаях явление диамагнетизма не проявляется, поскольку слабый диамагнитный эффект ($\chi \approx 10^{-5}$) «маскируется» значительно более сильными эффектами (парамагнитными и ферромагнитными). Диамагнетизм в «чистом» виде проявляется только в тех веществах, атомы, ионы, или молекулы которых не имеют результирующего магнитного момента

($M_j=0$), т. е. находятся в S_0 -состоянии с $j = L = S = 0$. Типичными представителями одноатомных диамагнитных газов являются инертные газы: He, Ne, Ar, Kr, Xe (с $\chi \approx -(1.5 \div 50) \cdot 10^{-6}$). Диамагнетизм проявляют и двухатомные газы: H_2 - водород, N_2 - азот, Cl_2 - хлор, NH_4 - и др., а также вода, дерево, стекло, воск, нефть; ряд металлов: цинк, золото, ртуть и другие.

* **Классическая теория диамагнетизма по Ланжевону (1905 год).**

Теория Ланжевона основывается на теореме Лармора, которая утверждает, что под действием внешнего магнитного поля H на движение электрона вокруг ядра (его вращение с угловой скоростью ω_0) накладывается дополнительное движение – процессия вращения электронной оболочки в целом с угловой частотой

$$\omega_H = \frac{eB}{2m} = \frac{e\mu_0 H}{2m} \quad (10.1)$$

вокруг направления внешнего поля \vec{H} . В результате результирующая угловая скорость движения электрона ($\omega = \omega_0 \pm \omega_H$) изменяется на величину ω_H , что равносильно возникновению дополнительного электрического тока и появлению магнитного момента $\Delta\vec{\mu}$, обратного полю \vec{H}

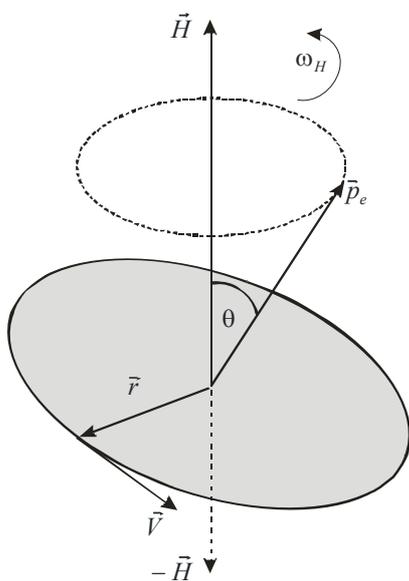


Рис.9.1 Схематическое изображение прецессии электронной орбиты (\vec{P}_e) вокруг направления поля \vec{H} ; R_{\perp} - проекция радиуса орбиты r на плоскость перпендикулярную H .

Остановимся на этом вопросе подробнее. Предположим, что электрон движется с некоторой угловой скоростью ω_0 по круговой орбите радиуса r , плоскость которой нормальна к вектору напряженности внешнего магнитного поля \vec{H} (рис. 9.1). В отсутствие магнитного поля ($H = 0$) на электрон действует центростремительная кулоновская сила, абсолютная величина которой:

$$F_K = k \frac{e^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (10.2)$$

Эта сила равна по абсолютной величине центробежной силе инерции

$$F_{ц.и.} = \frac{mV^2}{r} = mr\omega_0^2 = k \frac{e^2}{r^2} \quad (10.3)$$

При включении магнитного поля \vec{H} на движущийся электрон кроме вышеупомянутых сил будет действовать еще и сила Лоренца F_L , направленная по радиусу r орбиты. В зависимости от направления вектора $\vec{\omega}$ или вектора момента $\vec{P}_e = m\vec{V} \times \vec{r}$ количества движения (т.е. в зависимости от направления вращения) она будет ориентирована либо к ядру атома либо от ядра атома – по правилу левой руки.

$$\vec{F}_L = -e\vec{V} \times \vec{B} \quad (10.4)$$

Ее величина либо вычитается, либо прибавляется к величине e^2/r^2 знак «-» означает что (учитывает отрицательный заряд электрона) сила \vec{F}_L обратна по направлению вектору $-e\vec{V} \times \vec{B}$, направление которого определяем по правилу векторного произведения (или по правилу левой руки). В теории утверждается, что появление этой силы не вызывает изменения радиуса орбиты r , а включение поля \vec{H} приводит только к увеличению или уменьшению угловой скорости обращения электрона ω_0 на величину ω_H .

Хотя это утверждение и кажется на первый взгляд неожиданным, оно может быть доказано строгим отчетом. Указанное предположение означает, что в каждый момент времени в атоме должно сохраняться равновесие между силами действующими на электрон. Указанное условие равновесия (уравнение движения электрона) будет иметь вид:

$$F_K = F_{ц.и.} = mr\omega_0^2, \quad \text{или} \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \pm eVB = mr\omega^2. \quad (10.5)$$

С учетом (10.3) получаем

$$mr\omega_0^2 \pm erVB = mr\omega^2, \quad (10.6)$$

где: ω - угловая скорость электрона при $\vec{H} \neq 0$.

Что дает уравнение движения в виде:

$$\omega^2 \pm \frac{eB}{m}\omega - \omega_0^2 = 0, \quad (10.7)$$

где: $\frac{eB}{m} = \omega_H$.

Решая квадратное уравнение относительно ω получаем:

$$\omega = \pm\omega_H \pm \sqrt{\omega_0^2 + \omega_H^2}. \quad (10.8)$$

Величина $\omega_H = \frac{eB}{2m} \approx 10^{12} \text{сек}^{-1}$ мала по сравнению с $\omega_0 \approx 10^{16} \text{сек}^{-1}$ даже при очень сильных полях ($H \approx 10^5 \text{э}$). Поэтому можно записать:

$$\omega \approx \omega_0 \pm \frac{eB}{2m} \quad (10.9)$$

Величина:

$$\omega_H = \frac{eB}{2m} = \frac{e\mu_0 H}{2m} \quad (10.10)$$

носит название **ларморовской частоты (частоты ларморовской прецессии)**. Она и определяет степень влияния поля \vec{H} на орбитальное движение электрона в атоме.

Таким образом, под влиянием поля \vec{H} электронные оболочки начинают вращаться вокруг направления вектора \vec{H} с частотой ω_H . То есть, угловая частота вращения ω_0 электронов изменяется на эту величину:

$$\omega_H = \frac{eB}{2m} = \frac{e\mu_0 H}{2m},$$

Это эквивалентно возникновению дополнительного электрического тока (кругового) силой:

$$i = (-ze_0) \frac{1}{T} = (-ze_0) \frac{\omega_H}{2\pi} = \frac{-ze_0^2 B}{4\pi m}, \quad (10.11)$$

с которым связан дополнительный магнитный момент равен

$$\mu_D = iS_{\perp} = \frac{-ze_0^2 B}{4\pi m} \overline{\pi R_{\perp}^2} = \frac{-ze_0^2 B}{4m} \overline{R_{\perp}^2} \quad (10.12)$$

В формулу (10.12) входят следующие величины: z - число электронов в атоме; $\overline{S_{\perp}}$ - среднее значение проекции площадей орбит S_{\perp} отдельных электронов - $S_{\perp} = \pi R_{\perp}^2$ на плоскость, перпендикулярную к и магнитному полю \vec{H} . $\overline{R_{\perp}^2}$ - среднее значение квадратов проекции радиусов R_{\perp} орбит отдельных электронов на направление поля \vec{H} .

Для сферически симметричной электронной оболочки атома:

$$\overline{R_{\perp}^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2}$$

среднее значение квадрата расстояния электронов от оси, проходящей через ядро атома параллельно полю \vec{H} .

В то же самое время, средний квадрат расстояния электронов от центра атома ядра

$$\overline{r^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2} + \overline{z^2}.$$

Тогда, для сферически симметричного заряда в атоме получаем:

$$\overline{x^2} = \overline{y^2} = \overline{z^2} = \frac{1}{3} \overline{r^2};$$

$$\overline{R_{\perp}^2} = \frac{2}{3} \overline{r^2}. \quad (10.13)$$

С учетом (10.13), для диамагнитного момента единицы объема вещества (намагниченности

вещества $M = \frac{M_D}{V}$) будем иметь:

$$M_D = \frac{M_D}{V} = -\frac{nze_0^2 B}{6m} \overline{r^2}. \quad (10.14)$$

Диамагнитная восприимчивость (единицы объема вещества) равна

$$\chi_D = \frac{M}{H} = -\frac{\mu_0 ze_0^2}{6m} \overline{r^2}, \quad (10.15)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ - магнитная проницаемость в вакууме; m - масса электрона; n - число атомов (ионов) в единице объема вещества; ze_0 - заряд атома (иона); $\overline{r^2}$ - среднее значение квадратов радиусов электронных орбит в атоме (а том числе и по времени).

Формулы (10.14) и (10.15) представляют известные уравнения Ланжевена для диамагнитной восприимчивости (намагниченности) вещества, атомы которого не взаимодействуют между собой. Из них видно, что диамагнитная восприимчивость не зависит от температуры и не зависит от напряженности поля H : $\chi_D \neq f(T)$, $\chi_D \neq f(H)$.

Типичные значения χ_D для классических диамагнетиков (инертных газов) очень малы $\chi_D \approx -10^{-6}$ и практически не зависят от температуры, что находится в согласии с теорией Ланжевена. Формула Ланжевена (10.15) применима не только к инертным газам, но также и к ионам в так называемых «разведенных» растворах, электронная оболочка которых (ионов) подобна оболочке атомов инертных газов. ([Вонсовский С.В., 1953г., с. 94). В диэлектриках (твердых телах) диамагнетизм ионных остовов также приближенно описывается формулой Ланжевена. [Ч. Киттель- с. 517].

Примечание 1. В ряде случаев, (при измерениях) пользуются грамм-атомной или молярной восприимчивостью; в результате получают величины восприимчивости:

$\chi_D = \frac{M}{VH}$ - безразмерная; тогда как, согласно (10.15) где $M = \frac{M}{V}$ - магнитный момент

единицы объема: $(\chi_D)_{\text{уд}} = \frac{M}{mH} = \frac{M}{\rho VH} \Rightarrow \left[\frac{1}{\rho} \right] \Rightarrow \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$ - для удельной (в единице массы)

восприимчивости.

2. Элементы квантово-механической теории диамагнетизма

(Вонсовский Современное учение о магнетизме 1953 г. стр. 95-99)

Квантово-механическая теория диамагнетизма (и парамагнетизма) системы атомов и молекул наиболее строго была разработана американским физиком Ван-Флеком (1926). Эта теория для случая симметричной электронной оболочки дает такую же формулу для диамагнитной восприимчивости совокупности невзаимодействующих атомов (ионов,

ионных составов в кристаллическом теле), с той лишь разницей, что расчет $\overline{r^2} = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z \overline{r_i^2}$

для конкретного распределения электронов в атоме должен быть определен в рамках квантовой механики. Порядок величины диамагнитной восприимчивости χ_D системы атомов

и ионов согласно формуле квантовой теории, такой же, как и по классической формуле (10.15) и согласуется с опытом: χ_D - не зависит от поля H и температуры T .

В общем случае согласно теории Ван-Флека :

$$\chi_D = -\frac{nl^2}{6m} \sum_{i=1}^z \overline{r_R^{-2}} + \frac{2}{3} n \sum_{n'm'} \frac{|\langle nm | M_l | n'm' \rangle|^2}{E_{n'm'} - E_{nm}}, \quad (10.16)$$

где n - число частиц (атомов, ионов) в единице объема; l, m - масса и заряд электрона E_{nm} - энергия основного состояния (описываемого волновой функцией $\psi_{(2)}^e$ квантовыми числами n, m); $E_{n'm'}$ - энергия возбужденного состояния (n', m' - состояния)

$\langle nm | M_l | n'm' \rangle$ - матричный элемент оператора орбитального магнитного момента атома

О втором члене в (10.16) принято говорить как о Ван-Флекковском парамагнетизме. Вещество является диамагнитным или парамагнитным в зависимости от того, какой из членов в правой части последнего уравнения преобладает. В случае диамагнитных газов или растворов атомы и ионы в нормальном состоянии (при $H=0$) не имеют собственного момента, т.е. диагональные компоненты $\langle nm | M_l | n'm' \rangle = 0$. Если, кроме того, электрическое поле ядра атома или иона обладает шаровой симметрией, то и все недиагональные матричные элементы $\langle nm | M_l | n'm' \rangle$ (при $n'm' \neq nm$) равны нулю. Поэтому, второе слагаемое в (10.16) исчезает, и в этом случае диамагнитная восприимчивость целиком определяется первым членом в первой части (10.16), как и в классической формуле (10.15).

* К вопросу о диамагнетизме молекул

([Вонсовский С.В. Современное учение о магнетизме -1953 г., стр. 98-104]

[Ч.Китель- 1978,- с. 518])

Классическая теория Ланжевена не рассматривает диамагнетизма системы молекул (т.е. газов, образуемых многоатомными молекулами) [т.к. при выводе формулы Ланжевена неявно предполагается, что направление поля \vec{H} совпадает с осью симметрии системы. Для большинства молекул это условие не выполняется, и поэтому необходимо пользоваться общей теорией Ван-Флека. Квантовая теория, по крайней мере в принципе, дает возможность получить полное решение задачи, а в случае простейших молекул (в молекуле водорода) дает и количественно правильный результат. Согласно Ван-Флеку, диамагнитная восприимчивость системы многоатомных молекул (у которых $M_j=0$ в отсутствие внешнего поля H) выражается формулой (10.16), с той разницей, что входящие в нее величины

$(W, M_j, E_{nm}, E_{n'm'}, \overline{r^2})$ следует отнести к молекуле. Величина χ_D для молекул также мала, поскольку оба члена, входящих в (10.16) имеют порядок $\approx 10^{-6}$. Она также практически не зависит от температуры. Количественный расчет χ_D для молекул труднее из-за сложности в определении волновых функций $\Psi_{(r,x)}$ системы. Для простейшей из молекул (молекулы водорода H_2) расчеты Ван-Флека и Франка (1929г.) дали следующие результаты:

$\chi_{D, \text{моля}} = -4,71 \cdot 10^{-6} + 0,51 \cdot 10^{-6} = -4,2 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 / \text{моль}$. Экспериментальные значения колеблются в от $-3,9 \cdot 10^{-6}$ до $-4,0 \cdot 10^{-6}$ [Ч.Китель с. 517].

Примечание2: здесь и в других местах часто берут, так называемую молярную (1-го моля) диамагнитную восприимчивость вещества, которую получают

$$\chi_{\text{моля}} = \frac{M_{1\text{-го моля}}}{H} = \frac{M_{\text{молекулы}} \cdot N_A}{H}, \quad [\chi_M] = \frac{1A \cdot M^2}{1\text{моль} \cdot A / M} = \left[\frac{M^3}{\text{моль}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{см}^3}{\text{моль}} \right].$$

Такая размерность $\left[\frac{\text{см}^3}{\text{моль}} \right]$ и используется при вычислениях и экспериментах для

диамагнитной молярной (1-го моля!) и атомной (1-го грамм-атома) восприимчивости [Вонсовский С.В. Современное учение о магнетизме 1953 г. стр. 99-103] 517].

Расчет диамагнитной восприимчивости χ_D более сложных молекул, чем H_2 , вызывает большие трудности. Экспериментальные исследования χ_D широко проводил Щур Я.С. Например, в опытах было установлено, что величина диамагнитной восприимчивости для воды H_2O при 20° равна $\chi_{D, \text{моля}} = -0,7218 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 / \text{моль}$ [Вонсовский С.В. Современное учение о магнетизме 1953 г. стр.81], она незначительно зависит от температуры – падает при повышении температуры. Полагают, что причиной такой зависимости является деполимеризация молекул с температурой, которая вызывает небольшое изменение в структуре электронной оболочки молекулы. Эти изменения должны происходить наиболее резко при плавлении и испарении, что в некоторых случаях фактически приводит к сильному изменению диамагнитной восприимчивости (как например, при плавлении сурьмы).

Лекция-10. Диамагнетизм металлов

([Вонсовский Современное учение о магнетизме 1953 г. стр.104-114],

[Вонсовский С.В. Магнетизм 1971 стр. 175-215]

[Чечерников В.И магнитные измерения стр. 84-85]

[Кринчик Г.С. 1985г. Стр. 37-38])

Диамагнитные свойства проявляются и у довольно большой группы металлов, атомы которых в отсутствие внешнего поля $H = 0$ не имеют результирующего магнитного момента ($M_j = 0$). [Вонсовский С.В. Магнетизм 1971 стр. 167]

В таблице 1. [Вонсовский С.В. Магнетизм 1971 стр.167] приведены значения грам-

атомных $\chi_A \cdot 10^{-6}$ и объемных $\chi \cdot 10^6$ ($\chi = \frac{M}{VH}$ - величина безразмерная) восприимчивости

диамагнитных металлов при комнатной температуре:

металл	$\chi_A \cdot 10^{-6}$	$\chi \cdot 10^6$		металл	$\chi_A \cdot 10^{-6}$	$\chi \cdot 10^6$
Медь (Cu)	-5,41	-0,76		Индий (In)	-12,6	-0,8
Серебро (Ag)	-21,5	-2,1		Талий (d - Tl)	-58,0	-3,37
Золото (Au)	-29,59	-2,9		Олово (Sn)	-3,7	-0,184
Бериллий (Be)	-9,02	-1,83		Свинец (Pb)	-24,86	-1,36
Цинк (Zn)	-11,40	-1,24		Мышьяк (As)	-5,5	-0,42
Кадмий (Cd)	-19,7	-1,52		Сурьма (Sb)	-107	-5,9
Ртуть (Hg)	-33,3	-2,25		Теллур (Te)	-40,8	-2,0
Галлий (Ga)	-21,7	-1,84		Висмут (Bi)	-284,0	-13,0

Диамагнетизм металлов как в твердом, так и в жидком состоянии обусловлен атомными основами (ионами) и электронами проводимости (газом электронов проводимости).

Вместе с тем, и это сейчас нас интересует в большей степени, электроны проводимости обладают не только парамагнетизмом, но и диамагнетизмом. Хотя, согласно классической теории диамагнитная восприимчивость электронного газа в решетке кристалла должна быть не равна нулю.

Ландау Л.Д. (1930 г.) учтя то обстоятельство, что энергия движения электронов в поле \vec{H} квантуется, показал, что квантовый газ свободных электронов должен проявлять диамагнитные свойства. Согласно Л.Д. Ландау формула для диамагнитной восприимчивости электронного газа имеет вид:

$$\chi_{эл}^{ом} = -\frac{\mu_0 4m\mu_B^2}{h^2} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} n^{1/3} \quad (16)$$

где μ_B магнетон Бора; h - постоянная Планка; m - масса электрона; n - число электронов в единице объема.

Из этой формулы следует, что диамагнитная восприимчивость электронного газа не зависит от температуры T и напряженности магнитного поля H .

Приведенная выше формула Ландау была получена для случая газа «свободных» частиц; на самом же деле электроны проводимости испытывают действия периодического поля кристаллографической решетки (в углах которых расположены ионы). В первом приближении это можно учесть, если в (16) вместо массы электрона m подставить ее эффективную массу $m^* \neq m$. Таким образом, строгий отчет показывает, диамагнитная восприимчивость металлов состоит из суммы трех слагаемых: диамагнитной восприимчивости ионов $\chi_q^{(1)}$, восприимчивости электронов проводимости $\chi_{диа}^{(2)}$, и наконец еще одного члена добавочного члена $\chi_{диа}^{(3)}$, определяемого величиной взаимодействия электронов в кристаллической решетке. Из теории, в частности следует, что большой диамагнитной восприимчивостью должны обладать щелочно-земельные металлы и висмут. Величина $\chi_{диа}^{(3)}$ не имеет столь простого аналога, как первые два слагаемых, и зависит от характера и величины связи электронов в кристаллической решетке.

Вышеупомянутые теоретические расчеты выполнены в рамках приближения, поэтому являются весьма приближенными, а их численные результаты лишь качественно согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Осцилляционный эффект (эффект де Гааза и Ван Альфена) (1931г.)

[см. теорию в кн. Кринченка 1985 г. с.38]

Еще в 1931 году де Гааз и Ван Альфен обнаружили диамагнитное изменение магнитного момента \vec{M} образца висмута (Bi) при монотонном изменении напряженности магнитного

поля \vec{H} в области низких температур ($T = 4.2^\circ K$ - гелиевые температуры). Паерлс (1933г.) и несколько позже Блекман (1938г.), а затем Акиезер (1939г.), Ландау (1939г.) Лифшиц И.М. и Косевич (1954,1955 г.) и другие авторы построили строгую теорию данного эффекта, обобщив теорию Ландау на случай низких температур, когда:

$$\Delta E = \mu_B H \mu_0 \approx RT$$

(Теория Ландау была разработана для случаев высоких температур, когда $\mu_B H \mu_0 \ll RT$).

По сути дела решается уравнение движения свободного электрона в магнитном поле H - уравнение Шредингера на случай когда $\mu_B H \approx RT$.

Полученный в этих работах теоретический ход восприимчивости с полем нашел свое подтверждение в экспериментальных исследованиях Б.Г. Лазарева, Веркина и их сотрудников (1951-1957 г.г.). в частности в этих работах было показано, что эффект де Газа-ван Альфена, т.е. периодическая зависимость диамагнитной восприимчивости $\chi_{диа}$ от напряжения магнитного поля при низких температурах $\mu_B H > RT$, наблюдается не только для висмута, но также и других нормальных металлов – цинке, олове, бериллии, индии, кадмии, галлии. Таким образом, это явление следует рассматривать не как аномальный эффект для висмута, а как универсальное свойство металлического состояния вещества (связанного с магнитной восприимчивостью электронного газа).



Примечание: [Вонсовский С.В. Магнетизм 1971, с. 179, стр. 223]

Эффект де Газа-ван Альфена (осцилляция магнитной восприимчивости вещества – связанные с осцилляцией той части магнитной восприимчивости, которая присуща (связана) электронному газу в кристаллах решетки металла) наблюдается не только в металлах нормальных элементов, но и в переходных металлах (Cr, Mo, W).

Методы исследования диамагнитной восприимчивости слабомагнитных веществ (диа-и парамагнетиков)

[см. кн. Чичерникова В.И. Магнитные измерения МГУ 1963 г. глава 7 стр. 84-109].

Теория методов.

Большинство методов определения магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ (χ_y и χ_r) основано на измерении механической силы \vec{f} , которая действует на образец, помещенный в неоднородное магнитное поле H . Известно, что на тело с магнитным моментом \vec{M} в неоднородном магнитном поле действует сила, составляющая f_x которой вдоль оси x равна

$$f_z = M \frac{dH}{dz} \mu_0 \quad (17)$$

где $\frac{dH}{dz}$ - градиент поля

Учитывая, что: $M = VI = VH$, или

$$M = Gm = m\chi_{y0}H \quad (18)$$

где m - масса образца, $G_m = \frac{M}{m}$ - удельная намагниченность соотношения (17) можно

переписать в виде:

$$f_z = m\chi_{y0}H \frac{dH}{dz} \mu_0 \quad (19)$$

таким образом, измерив величину силы f_z и зная $H \frac{dH}{dz}$, нетрудно найти значения

магнитной восприимчивости χ_{y0} исследуемого образца ($\frac{M^3}{K^2}$) на практике часто проводят, так

называемое, относительное измерение, когда не обязательно знать величину $H \frac{dH}{dz}$. В таких

случаях для установки используют вещество с известной магнитной восприимчивостью;

тогда:

$$(f_z)_0 = m_0\chi_{y0}H \frac{dH}{dz} \mu_0 \quad (20)$$

исключив $H \frac{dH}{dz}$ из уравнений (19) и (20) и приравняв их, получим:

$$\chi_{y0} = \frac{m_0}{m} \chi_0 \frac{f_z}{(f_z)_0} \quad (21)$$

Конкретно применяют несколько различных методов:

1. Например – Метод прецизионных весов (измеряют силу) Фарадея-Сексмита для малых образцов .
2. Метод Гуи (для длинного цилиндрического образца).

В методе Гуи, данный цилиндрический образец используемого материала подвешивается между полюсами электромагнита таким образом, чтобы один его конец находился вне электромагнита, где напряженность поля $H \approx 0$, а другой конец образца располагался в области центра, с максимальной напряженностью магнитного поля $H = H_{\max}$.

В таком случае для образца будет действовать сила, направленная вдоль длины его в сторону увеличения магнитного поля (для парамагнетиков). Эта сила, как следует из формулы (19), равна

$$f = \frac{1}{2} \chi_{y0} H^2 S \rho \mu_0$$

где χ - объемная восприимчивость вещества (безразмерной величины)

если, при использовании метода Гуи, необходимо измерить χ порошкового материала, то применяют сложные (кварцевые) ампулы заполненные исследуемым веществом. Для использования восприимчивости жидкостей, например, используют стандартные стеклянные ампулы длиной порядка 150 мм и диаметром 20-30мм. Для определения силы f действующее на вещество при этом используют обычные аналитические микровесы. Сила f в методе Гуи достигает величины $f \approx 0.1$.

$$\omega_H = \frac{eB}{2m} = \frac{e\mu_0 H}{2m}$$

вокруг направления внешнего поля \vec{H} .

В результате результирующая угловая скорость движения электрона ($\omega = \omega_0 \pm \omega_H$)

изменяется на величину ω_H , что равносильно возникновению дополнительного электрического тока и появлению магнитного момента $\Delta\vec{\mu}$, обратного полю \vec{H}

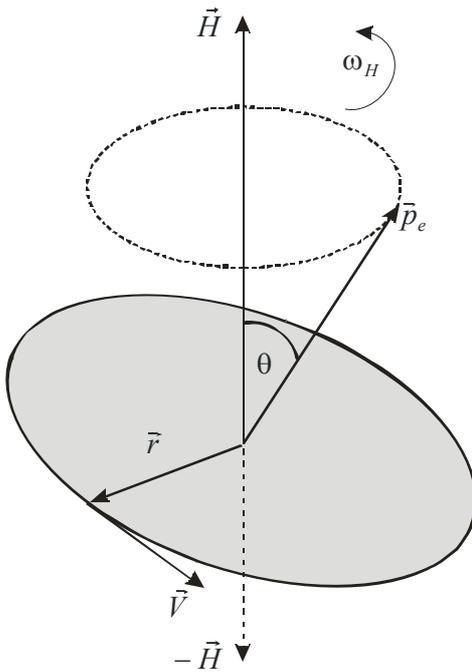


Рис. Схематическое изображение процессии электрической орбиты (\vec{P}_e) вокруг магнитного поля \vec{H} .

Остановимся на этом несколько подробнее.

Предположим, что электрон движется с некоторой угловой скоростью по круговой орбите радиуса r , плоскость которой нормальна к вектору напряжения внешнего магнитного поля \vec{H} (рис. 1). В отсутствие магнитного поля на электрон действует центростремительная кулоновская сила, абсолютная величина которой

$$F_K = k \frac{e^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (1)$$

эта сила равна по абсолютной величине центробежной силе инерции

$$F_{ц.и.} = \frac{mV^2}{r} = mr\omega_0^2 = k \frac{e^2}{r^2} \quad (2)$$

где ω_0 - угловая скорость вращения электрона при $H = 0$.

При включении магнитного поля \vec{H} на движущийся электрон кроме вышеупомянутых сил будет действовать еще и сила Лоренца F_L , направленная по радиусу r орбиты (в зависимости от направления вектора $\vec{\omega}$ или вектора момента $\vec{P}_e = m\vec{V} \times \vec{r}$ количества движения – т.е. в зависимости от направления вращения) она будет ориентирована либо к ядру атома либо от ядра атома – по правилу левой руки.

$$\vec{F}_L = -e\vec{V} \times \vec{B} \quad (3)$$

Ее величины либо вычитаются, либо прибавляются к величине e^2/r^2 знак «-» означает что (учитывает отрицательный заряд электрона) сила \vec{F}_L обратна по направлению вектору $-e\vec{V} \times \vec{B}$, направление которого определяем по правилу (или по правилу левой руки).

В теории утверждается, что появление этой силы не вызывает изменения радиуса орбиты r , а включение поля \vec{H} приводит только к увеличению или уменьшению угловой скорости обращения электрона ω_0 на величину ω_H .

Хотя это утверждение и кажется на первый взгляд неожиданным, оно может быть доказано строгим отчетом [Школьский т. 1 стр. 252]. указанное предположение означает, что в каждый момент времени в атоме должно сохраняться взаимодействие между силами действующими на электрон. Указанное условие равновесия (уравнение движения электрона) будет иметь вид:

$$F_K = F_{ц.у.} = mr\omega_0^2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \pm eVB = mr\omega^2 \quad (4)$$

или с учетом (2)

$$mr\omega_0^2 \pm erVB = mr\omega^2 \quad (5)$$

где: ω - угловая скорость электрона при $\vec{H} \neq 0$.

Что дает уравнения движения в виде:

$$\omega^2 \pm \frac{eB}{m} \omega - \omega_0^2 = 0 \quad (6)$$

где: $\frac{eB}{m} = \omega_H$

Решая квадратное уравнение относительно ω получаем:

$$\omega = \pm\omega_H \pm \sqrt{\omega_0^2 + \omega_H^2} \quad (7)$$

Величина $\omega_H = \frac{eB}{2m} \approx 10^{12} \text{сек}^{-1}$ мала по сравнению с $\omega_0 \approx 10^{16} \text{сек}^{-1}$ даже при очень сильных полях ($H \approx 10^5 \text{э}$). Поэтому можно записать:

$$\omega \approx \omega_0 \pm \frac{eB}{2m} \quad (8)$$

Величина:

$$\omega_H = \frac{eB}{2m} = \frac{e\mu_0 H}{2m} \quad (9)$$

носит название **ларморовской частоты**.

Она определяет собой величину влияния магнитного поля \vec{H} на орбитальное движение электрона в атоме или **частоты ларморовской прецессии**.

Прецессия электрической орбиты радиуса \vec{r} вокруг направления \vec{H} .

R_{\perp} - проекция радиуса орбиты r на плоскость перпендикулярную H .

И так, под влиянием поля \vec{H} электронные оболочки начинают процессировать вокруг направления вектора H с частотой ω_H

То есть электронов угловая скорость (угловая частота вращения ω_0) изменяется на эту величину:

$$\omega_H = \frac{eB}{2m} = \frac{e\mu_0 H}{2m},$$

что эквивалентно возникновению дополнительного электрического тока (кругового) силой:

$$i = (-ze_0) \frac{1}{T} = (-ze_0) \frac{\omega_H}{2\pi} = \frac{-ze_0^2 B}{4\pi m} \quad (10)$$

с которым связан дополнительный магнитный момент:

$$\mu_D = iS_{\perp} = \frac{-ze_0^2 B}{4\pi m} \pi \overline{R_{\perp}^2} = \frac{-ze_0^2 B}{4m} \overline{R_{\perp}^2} \quad (11)$$

в формулу (11) входят следующие величины: z - число электронов в атоме; $\overline{S_{\perp}}$ - среднее значение проекции площадей орбит S_{\perp} отдельных электронов $S_{\perp} = \pi R_{\perp}^2$ на плоскость перпендикулярную к магнитному полю \vec{H} . $\overline{R_{\perp}^2}$ - среднее значение квадратов проекции радиусов R_{\perp} , орбит отдельных электронов на направление поля \vec{H} . Для сферической симметричной электронной оболочки атома:

$$\overline{R_{\perp}^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2}$$

среднее значение квадрата расстояния электронов от оси; проходящее через ядро атома параллельно полю.

В то же время средний квадрат расстояния электронов от центра атома ядра есть

$$\overline{r^2} = \overline{x^2} + \overline{y^2} + \overline{z^2}$$

тогда, для сферически симметричного заряда в атоме имеем:

$$\overline{x^2} = \overline{y^2} = \overline{z^2} = \frac{1}{3}\overline{r^2};$$

$$\frac{3}{2}\overline{R_{\perp}^2} = \overline{r^2} \Rightarrow \overline{R_{\perp}^2} = \frac{2}{3}\overline{r^2} \quad (12)$$

С учетом (12), диамагнитного момента единицы объема вещества (намагниченности вещества $I = \frac{M}{V}$) будем иметь:

$$I_0 = \frac{M_D}{V} = -\frac{nze_0^2 B \overline{r^2}}{6m} \quad (13)$$

Диамагнитная восприимчивость (единицы объема вещества) равна

$$\chi_D = \frac{I}{H} = -\frac{\mu_0 ze_0^2 \overline{r^2}}{6m} \quad (14)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ - магнитная проницаемость в вакууме;

m - масса электрона;

n - число атомов (ионов) в единице объема вещества;

ze_0 - заряд атома (иона);

$\overline{r^2}$ - среднее значение квадратов радиусов электронных орбит в атоме (а том числе и по времени).

Это и есть классический результат Ланжевена для диамагнитной восприимчивости вещества, атомы (ионы) которого не взаимодействуют.

Примечание: в ряде случаев, (при измерениях) пользуются грамм-атомной или молярной восприимчивостью вещества; в результате получают измеренные величины восприимчивости:

$\chi_D = \frac{i}{H} = \frac{M}{VH}$ - безмерная, величина согласно (14) где $I = \frac{M}{V}$ - магнитный момент единицы объема

$(\chi_D)_{\text{уд}} = \frac{M}{mH} = \frac{M}{\rho VH} \Rightarrow \left[\frac{1}{\rho} \right] \Rightarrow \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}$ - для удельной (в един. массы) восприимчивости.

Формула Ланжевена (14) показывает, что диамагнитная восприимчивость не зависит от температуры :

$$\chi_D \neq f(T)$$

и не зависит от напряженности поля H

$$\chi_D \neq f(H)$$

Типичные значения χ_D для классических диамагнетиков (инертных газов) очень малы $\chi_D \approx -10^{-6}$ и практически не зависят от температуры, что находится в качестве согласия в формуле Ланжевена.

Формула Ланжевена (14) применима не только к инертным газам, но также и к ионам разведенных растворов, электронная оболочка которых (ионов) подобна оболочке атомов инертных газов. [Вонсовский С.В. Современные учения 1983 с. 94] в диэлектриках (твердых телах) диамагнетизм ионных составов также приближенно описывается формулой Ланжевена. [Китель с. 517].

Понятие о квантово-механической теории диамагнетизма (свободных атомов, ионов, и молекул)

[Вонсовский Современное учение о магнетизме 1953 г. стр. 95-99]

[Преображенский стр. 25]

[Чечерников В.И. стр. 84-85]

Квантово-механическая теория диамагнетизма (и парамагнетизма) системы атомов и молекул наиболее строго была разработана американским физиком Ван-Флеком (1926). Эта теория для случая симметричной электронной оболочки дает такую же формулу для диамагнитной восприимчивости совокупности невзаимодействующих атомов (ионов, ионных составов в кристаллическом теле), с той лишь разницей, что расчет $\overline{r^2} = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z \overline{r_i^2}$ для конкретного распределения электронов в атоме должен быть выложен квантовомеханически. Порядок величины диамагнитной восприимчивости χ_D системы атомов и ионов согласно формуле квантовой теории, такой же, как и по классической формуле (14) [Вонсовский Современное учение о магнетизме 1953 г. стр. 97-98] и согласуется с опытом. То есть, χ_D - не зависит от поля H и температуры T .

В общем случае согласно теории Ван-Флека [Вонсовский. Современное учение о магнетизме 1953 г. стр. 97] . [Китель с. 517]:

$$\chi_D = -\frac{nl^2}{6m} \sum_{i=1}^z \overline{r_R^2} + \frac{2}{3} n \sum_{n'm'} \frac{|\langle nm|M_l|n'm'\rangle|^2}{E_{n'm'} - E_{nm}}$$

где n - число частиц (атомов, ионов) в единице объема; l, m - масса и заряд электрона
 E_{nm} - энергия основного состояния (описываемого волновой функцией $\psi_{(2)}^e$ квантовыми числами n, m);

$E_{n'm'}$ - энергия возбужденного состояния (n', m' - состояния)

$\langle nm|M_l|n'm'\rangle$ - матричный элемент оператора орбитального магнитного момента атома (иона).

О втором члене в (15) принято говорить как о Ван-Флековском парамагнетизме. Вещество является диамагнитным или парамагнитным в зависимости от того, каков из членов в правой части (15) преобладает. В случае диамагнитных газов или растворов атомы и ионы в нормальном состоянии (при $H=0$) не имеют собственного момента т.е. диагональные компоненты $\langle nm|M_l|n'm'\rangle = 0$. если, кроме того, электрическое поле ядра атома или иона обладает шаровой симметрией, то и все недиагональные матричные элементы $\langle nm|M_l|n'm'\rangle$ (при $n'm' \neq nm$) равны нулю. Поэтому второе слагаемое в (15) исчезает, и в этом случае диамагнитная восприимчивость целиком определяется первым членом в первой части (15), как и в классической формуле (14).

Диамагнетизм молекул (теория)

[Вонсовский С.В. Современное учение о магнетизме 1953 г. стр. 98-99, стр. 103]

[Ч.Китель 1978 с. 518]

Классическая теория Ланжевена не рассматривает диамагнетизма системы молекул (т.е. газов, образуемых многоатомными молекулами) [т.к. при выводе формулы Ланжевена неявно предполагается, что направление поля \vec{H} совпадает с осью симметрии системы. Для большинства молекул это условие не выполняется, и поэтому необходимо пользоваться общей теорией Ван-Флека. [Ч.Китель с. 517].

Квантовая теория, по крайней мере в принципе, дает возможность получить полное решение задачи, а в случае простейших молекул (например в молекуле водорода) дает и количественно правильный результат. Согласно Ван-Флеку диамагнитная восприимчивость

системы многоатомных молекул (у которых $M_j=0$ в отсутствие внешнего поля H) выражается формулой (15), с той лишь разницей, что входящие в нее величины ($W, M_j, E_{nm}, E_{n'm'}, \overline{r^2}$) следует отнести к молекуле. Величина χ_D для молекул также мала, поскольку оба члена, входящих в (15) имеют порядок $\approx 10^{-6}$; она также практически не зависит от температуры. Количественный расчет χ_D для молекул, труднее чем для атомов, из-за сложности в определении волновых функций $\psi_{(r,x)}$ системы.

Для простейшей из молекул (молекуле водорода H_2) расчеты Ван-Флека и Франка (1929г.) дали следующие результаты:

$$\chi_{D, \text{моля}} = -4,71 \cdot 10^{-6} + 0,51 \cdot 10^{-6} = -4,2 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 / \text{моль}$$

экспериментальные значения колеблются в пределах от $-3,9 \cdot 10^{-6}$ до $-4,0 \cdot 10^{-6}$ [Ч.Китель с. 517]

Примечание: здесь и в других местах часто берут, так называемую молярную (1-го моля) диамагнитную восприимчивость вещества, которую получают

$$\chi_{\text{моля}} = \frac{M_{1\text{-го моля}}}{H} = \frac{M_{\text{молекулы}} \cdot N_A}{H}, \quad [\chi_M] = \frac{1A \cdot M^2}{1\text{моль} \cdot A/M} = \left[\frac{M^3}{\text{моль}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{см}^3}{\text{моль}} \right]$$

вот такая размерность $\left[\frac{\text{см}^3}{\text{моль}} \right]$ и используется при вычислениях и экспериментах для

диамагнитной молярной (1-го моля!) и атомной (1-го грамм-атома) восприимчивости [Вонсовский С.В. Современное учение о магнетизме 1953 г. стр. 99-103], [Ч.Китель 1978 с. 517].

Расчет диамагнитной восприимчивости χ_D более сложных молекул (чем H_2) прос. большие трудности. Экспериментальные исследования χ_D широко проводил Щур Я.С.

Например, величина диамагнитной восприимчивости для воды H_2O при 20° равна

$$\chi_{D, \text{моля}} = -0,7218 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 / \text{моль} \text{ [Вонсовский С.В. Современное учение о магнетизме 1953 г.}$$

стр.81] она незначительно зависит от температуры – падает при повышении температуры.

Полагают, что причиной такой зависимости является депоримеризация молекул с температурой, которая вызывает небольшое изменение в структуре электронной оболочки молекулы. Эти изменения должны происходить наиболее резко при плавлении и испарении, что в некоторых случаях фактически приводит к сильному изменению диамагнитной восприимчивости, например при плавлении сурамы.

Диамагнетизм металлов

[Вонсовский Современное учение о магнетизме 1953 г. стр.104-114],

[Вонсовский С.В. Магнетизм 1971 стр. 175-215]

[Чечерников В.И магнитные измерения стр. 84-85]

[Кринчик Г.С. 1985г. Стр. 37-38]

Диамагнитные свойства проявляются и у довольно большой группы металлов, атомы которых в отсутствие внешнего поля $H = 0$ не имеют результирующего магнитного момента ($M_j = 0$). [Вонсовский С.В. Магнетизм 1971 стр. 167]

В таблице 1. [Вонсовский С.В. Магнетизм 1971 стр.167] приведены значения грам-

атомных $\chi_A \cdot 10^{-6}$ и объемных $\chi \cdot 10^6$ ($\chi = \frac{M}{VH}$ - величина безразмерная) восприимчивости

диамагнитных металлов при комнатной температуре:

металл	$\chi_A \cdot 10^{-6}$	$\chi \cdot 10^6$		металл	$\chi_A \cdot 10^{-6}$	$\chi \cdot 10^6$
Медь (Cu)	-5,41	-0,76		Индий (In)	-12,6	-0,8
Серебро (Ag)	-21,5	-2,1		Таллий (d - Tl)	-58,0	-3,37
Золото (Au)	-29,59	-2,9		Олово (Sn)	-3,7	-0,184
Бериллий (Be)	-9,02	-1,83		Свинец (Pb)	-24,86	-1,36
Цинк (Zn)	-11,40	-1,24		Мышьяк (As)	-5,5	-0,42
Кадмий (Cd)	-19,7	-1,52		Сурьма (Sb)	-107	-5,9
Ртуть (Hg)	-33,3	-2,25		Теллур (Te)	-40,8	-2,0
Галлий (Ag)	-21,7	-1,84		Висмут (Bi)	-284,0	-13,0

Диамагнетизм металлов как в твердом, так и в жидком состоянии обусловлен атомными основами (ионами) и электронами проводимости (газом электронов проводимости).

Вместе с тем, и это сейчас нас интересует в большей степени, электроны проводимости обладают не только парамагнетизмом, но и диамагнетизмом. Хотя, согласно классической теории диамагнитная восприимчивость электронного газа в решетке кристалла должна быть не равна нулю.

Ландау Л.Д. (1930 г.) учтя то обстоятельство, что энергия движения электронов в поле \vec{H} квантуется, показал, что квантовый газ свободных электронов должен проявлять диамагнитные свойства. Согласно Л.Д. Ландау формула для диамагнитной восприимчивости электронного газа имеет вид:

$$\chi_{эл}^{ом} = -\frac{\mu_0 4m\mu_B^2}{h^2} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} n^{1/3} \quad (16)$$

где μ_B магнетон Бора; h - постоянная Планка; m - масса электрона; n - число электронов в единице объема.

Из этой формулы следует, что диамагнитная восприимчивость электронного газа не зависит от температуры T и напряженности магнитного поля H .

Приведенная выше формула Ландау была получена для случая газа «свободных» частиц; на самом же деле электроны проводимости испытывают действия периодического поля кристаллографической решетки (в углах которых расположены ионы). В первом приближении это можно учесть, если в (16) вместо массы электрона m подставить ее эффективную массу $m^* \neq m$. Таким образом, строгий отчет показывает, диамагнитная восприимчивость металлов состоит из суммы трех слагаемых: диамагнитной восприимчивости ионов $\chi_q^{(1)}$, восприимчивости электронов проводимости $\chi_{диа}^{(2)}$, и наконец еще одного члена добавочного члена $\chi_{диа}^{(3)}$, определяемого величиной взаимодействия электронов в кристаллической решетке. Из теории, в частности следует, что большой диамагнитной восприимчивостью должны обладать щелочно-земельные металлы и висмут. Величина $\chi_{диа}^{(3)}$ не имеет столь простого аналога, как первые два слагаемых, и зависит от характера и величины связи электронов в кристаллической решетке.

Вышеупомянутые теоретические расчеты выполнены в рамках приближения, поэтому являются весьма приближенными, а их численные результаты лишь качественно согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Осцилляционный эффект (эффект де Гааза и Ван Альфена) (1931г.)

[см. теорию в кн. Кринченка 1985 г. с.38]

Еще в 1931 году де Гааз и Ван Альфен обнаружили диамагнитное изменение магнитного момента \vec{M} образца висмута (Bi) при монотонном изменении напряженности магнитного

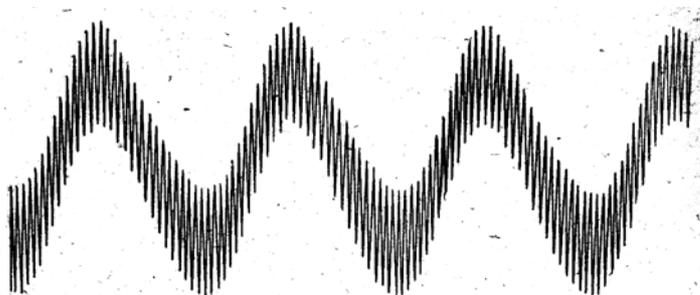
поля \vec{H} в области низких температур ($T = 4.2^\circ K$ - гелиевые температуры). Паерлс (1933г.) и несколько позже Блекман (1938г.), а затем Акиезер (1939г.), Ландау (1939г.) Лифшиц И.М. и Косевич (1954,1955 г.) и другие авторы построили строгую теорию данного эффекта, обобщив теорию Ландау на случай низких температур, когда:

$$\Delta E = \mu_B H \mu_0 \approx RT$$

(Теория Ландау была разработана для случаев высоких температур, когда $\mu_B H \mu_0 \ll RT$).

По сути дела решается уравнение движения свободного электрона в магнитном поле H - уравнение Шредингера на случай когда $\mu_B H \approx RT$.

Полученный в этих работах теоретический ход восприимчивости с полем нашел свое подтверждение в экспериментальных исследованиях Б.Г. Лазарева, Веркина и их сотрудников (1951-1957 г.г.). в частности в этих работах было показано, что эффект де Газа-ван Альфена, т.е. периодическая зависимость диамагнитной восприимчивости $\chi_{диа}$ от напряжения магнитного поля при низких температурах $\mu_B H > RT$, наблюдается не только для висмута, но также и других нормальных металлов – цинке, олове, бериллии, индии, кадмии, галлии. Таким образом, это явление следует рассматривать не как аномальный эффект для висмута, а как универсальное свойство металлического состояния вещества (связанного с магнитной восприимчивостью электронного газа).



Примечание: [Вонсовский С.В. Магнетизм 1971, с. 179, стр. 223]

Эффект де Газа-ван Альфена (осцилляция магнитной восприимчивости вещества – связанные с осцилляцией той части магнитной восприимчивости, которая присуща (связана) электронному газу в кристаллах решетки металла) наблюдается не только в металлах нормальных элементов, но и в переходных металлах (Cr, Mo, W).

***Методы исследования диамагнитной восприимчивости слабомагнитных веществ (диа-и парамагнетиков)**

[см. кн. Чичерникова В.И. Магнитные измерения МГУ 1963 г. глава 7 стр. 84-109].

Теория методов.

Большинство методов определения магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ (χ_y и χ_r) основано на измерении механической силы \vec{f} , которая действует на образец, помещенный в неоднородное магнитное поле H . Известно, что на тело с магнитным моментом \vec{M} в неоднородном магнитном поле действует сила, составляющая f_x которой вдоль оси x равна

$$f_z = M \frac{dH}{dz} \mu_0 \quad (17)$$

где $\frac{dH}{dz}$ - градиент поля

Учитывая, что: $M = VI = VH$, или

$$M = Gm = m\chi_{y0}H \quad (18)$$

где m - масса образца, $G_m = \frac{M}{m}$ - удельная намагниченность соотношения (17) можно

переписать в виде:

$$f_z = m\chi_{y0}H \frac{dH}{dz} \mu_0 \quad (19)$$

таким образом, измерив величину силы f_z и зная $H \frac{dH}{dz}$, нетрудно найти значения

магнитной восприимчивости χ_{y0} исследуемого образца ($\frac{M^3}{\kappa^2}$) на практике часто проводят, так

называемое, относительное измерение, когда не обязательно знать величину $H \frac{dH}{dz}$. В таких

случаях для установки используют вещество с известной магнитной восприимчивостью;

тогда:

$$(f_z)_0 = m_0\chi_{y0}H \frac{dH}{dz} \mu_0 \quad (20)$$

исключив $H \frac{dH}{dz}$ из уравнений (19) и (20) и приравняв их, получим:

$$x_{y0} = \frac{m_0}{m} \chi_0 \frac{f_z}{(f_z)_0} \quad (21)$$

Конкретно применяют несколько различных методов:

3. Например – Метод прецезионных весов (измеряют силу) Фарадея-Сексмита для малых образцов .
4. Метод Гуи (для длинного цилиндрического образца).

В методе Гуи, данный цилиндрический образец используемого материала подвешивается между полюсами электромагнита таким образом, чтобы один его конец находился вне электромагнита, где напряженность поля $H \approx 0$, а другой конец образца располагался в области центра, с максимальной напряженностью магнитного поля $H = H_{\max}$.

В таком случае для образца будет действовать сила, направленная вдоль длины его в сторону увеличения магнитного поля (для парамагнетиков). Эта сила, как следует из формулы (19), равна

$$f = \frac{1}{2} \chi_{y0} H^2 S \rho \mu_0$$

где χ - объемная восприимчивость вещества (безразмерной величины)

если, при использовании метода Гуи, необходимо измерить χ порошкового материала, то применяют сложные (кварцевые) ампулы заполненные исследуемым веществом. Для использования восприимчивости жидкостей, например, используют стандартные стеклянные ампулы длиной порядка 150 мм и диаметром 20-30мм. Для определения силы f действующее на вещество при этом используют обычные аналитические микровесы. Сила f в методе Гуи достигает величины $f \approx 0.1$.