

## Ферромагнетизм вещества

1. Явление ферромагнетизма. Классическая теория Вейсса.
2. Элементы квантовой теории ферромагнетизма.
3. Ферромагнитные материалы и их применение .

### Лекция № 12.-2005г.

#### 1. Явление ферромагнетизма. Классическая теория Вейсса.

##### Литература

1. Вонсовский С.В. Магнетизм - 1971 г. Глава 18; с. 400.
2. Вонсовский С.В. Современное учение о магнетизме -1953г. с. 200-244.
3. Кринчик Г.С. ФМЯ- 1985г., стр. 69-97.
4. Преображенский А.А., Бишард Е.Г. Магнитные материалы- 1986 с. 42-53.

#### 1. Введение

Ферромагнетики (ферромагнитные материалы) по разнообразию и широте применения материалы не имеют прецедента среди других магнитных материалов. Ферромагнитные свойства вещества характеризуются тем, что при температурах ниже определенной температуры (ниже температуры Кюри  $T < T_c$ ), магнитные моменты атомов ориентируются параллельно друг другу даже в отсутствие внешнего магнитного поля, (при  $H = 0$ ); в результате чего макроскопические области ( домены) в ферромагнитных телах оказываются намагниченными до насыщения ( $\vec{M} = \vec{M}_s$ ) даже до включения внешнего магнитного поля  $H$ . В пределах объемов отдельных макроскопических областей (доменов) магнитные моменты  $\vec{M}_s$  ориентированы вдоль различных направлений таким образом, что результирующий момент ферромагнитного тела оказывается равным нулю (в целом тело не обладает результирующим магнитным моментом)

$$M_{рез} = \sum_{\Delta V_i} M_s \Delta V_i \cos \vartheta_i = 0 = M_s \sum_{\Delta V_i} \cos \vartheta_i d\Delta V = 0. \quad (12.0)$$

Здесь:  $\vartheta_i$  - угол между любым фиксированным направлением в пространстве и вектором  $\vec{M}_s$   $i$ -той области, намагниченной до насыщения;  $\Delta V_i$  - объем домена.

Параллельная ориентация некомпенсированных магнитных моментов атомов  $\vec{m}_a$  внутри доменов (областей самопроизвольной намагниченности) устанавливается благодаря силам обменного взаимодействия, имеющим квантово-механический характер. Ферромагнетиками при комнатных (и ниже) температурах являются четыре металла (элемента таблицы Менделеева:  $Fe, Ni, Co, Cd$ ), а также их многочисленные сплавы; ряд других материалов и соединений, например  $EuO, CrTe, MnS, EuS, CrO_2$ .

## 2. Изложение теории Вейсса (теории молекулярного поля).

**Примечание 1.** *А.Г. Столетов (1871г.) при измерениях кривых намагничивания впервые учел влияние формы образцов на вид кривых  $B(H)$ ; определил кривые  $\mu(H)$  для целого ряда известных к тому времени материалов на образцах в виде колец – тороидов вращения его метод прочно вошел в современную практику физического эксперимента. Он точно определил зависимости намагничивания насыщения от температуры  $\vec{M}_s(T)$ , что явилось базой для построения теории ферромагнетизма. Естественно, что такая теория (ферромагнетизма) впервые была построена там, где научная мысль оказалась к этому наиболее подготовлена - во Франции. Кюри, как известно, установил экспериментально температурную зависимость*

*$\chi(T)$  для пара и диамагнетиков:  $\chi_{\text{пм}} = \frac{C_{\kappa}}{T}$ ; Ланжевен (1905) построил теорию*

*диа- и парамагнетизма, обосновав закон Кюри и нашел при этом постоянную  $C_{\kappa}$ . Поэтому и сама теория (классическая) ферромагнетизма в 1907 году была построена там же, во Франции - французом Вейссом.*

**В основу теории ферромагнетизма Вейсса положены две следующих гипотезы.**

- 1)- Согласно первой гипотезе внутри ферромагнетиков, благодаря особенностям их структуры, действуют «молекулярные поля», вызывающие спонтанное намагничивание ферромагнетика, т.е. параллельную ориентацию магнитных моментов атомов, даже при отсутствии внешнего магнитного поля (при  $H=0$ ). Такое состояние место только в определенной области температур (от  $0^{\circ}$  до  $T_{\kappa}$ ).
- 2)- В отсутствие внешнего поля (явление остаточной намагниченности относится к числу вторичных эффектов и обсуждаться здесь не будет) результирующая намагниченность ферромагнитных тел равна нулю  $M_{\text{рез}} = 0$ . Этот факт, с учетом гипотезы доменов, потребовал необходимости введения второй гипотезы Вейсса. Согласно 2-ой гипотезе, в отсутствие внешнего магнитного поля (при  $H=0$ ) любое ферромагнитное тело конечных размеров ниже температуры Кюри самопроизвольно (в соответствии с требованиями минимума свободной энергии) разбивается на довольно большие (макроскопические) области, намагниченные до насыщения ( $\vec{M} = \vec{M}_s$ ). Эти области называю областями самопроизвольной намагниченности или доменами. Как уже упоминалось выше, в пределах доменов векторы  $\vec{M}_s$  ориентированы по объему так, что

результатирующий магнитный момент тела равен нулю :  $M_{рез} = 0$ . Указанное «нулевое» распределение по объему тела намагниченности  $\vec{M}_s$  нарушается только при наложении внешнего поля ( $H \neq 0$ ); образец при этом получает результирующий магнитный момент ( $M_{рез} \neq 0$ ).

В соответствии с этими двумя гипотезами теория ферромагнетизма может быть разбита на две части: **1) теорию самопроизвольной намагниченности**, объясняющую саму природу ферромагнетизма (зависимость намагничиваемости  $\vec{M}_s$  от температуры; природу сил, обеспечивающую взаимную параллельную ориентацию магнитных моментов атомов). **2)-теорию структуры ферромагнитных областей (теорию доменной структуры)**; этот раздел магнетизма называют также теорией технического намагничивания. Она объясняет поведение структуры доменов и ферромагнитных тел во внешнем магнитном поле при ( $H \neq 0$ ).

В этом курсе лекций мы подробно рассмотрим суть классической теории самопроизвольной намагниченности Вейсса.

***А. Случай, когда внешнее поле отсутствует ( $H=0$ ); задача сводится к нахождению зависимости  $M_s = f(H, T) = f(T)$ .***

Рассмотрим простейшую модель ферромагнетика - классический (свободный) газ магнитных моментов атомов (спиновых магнитных моментов). В качестве такого можно рассматривать совокупность не скомпенсированных магнитных моментов в узлах решетки ферромагнитного кристалла.

Пусть  $N$  - общее число магнитных моментов; которые могут иметь лишь две возможные ориентации: «влево» и «вправо»;  $r$  - число моментов с правой ориентацией;  $l$  - число магнитны моментов с «левой» ориентацией, тогда относительная намагниченность будет равна

$$\frac{M_s}{M_{s0}} = y = \frac{r - l}{N}. \quad (12.1)$$

Здесь:  $M_s$  - намагниченность насыщения при некоторой абсолютной температуре  $T$ ,  
 $M_{s0}$  - при  $T=0K$ .

Учитывая, что  $r + l = N$ , получаем:

$$r = \frac{N}{2}(1 + y), \quad l = \frac{N}{2}(1 - y). \quad (12.2)$$

Для получения уравнения магнитного состояния  $M = f(H, T)$  необходимо определить один из термодинамических потенциалов системы, например, свободную энергию рассматриваемого газа (магнитных моментов), как функцию от намагниченности  $y$  и, далее, найти ее минимум.

Как известно, по определению

$$F = U - ST, \quad (12.3)$$

где:  $S$  - энтропия тела ( $U$  - внутренняя энергия ферромагнетика  $U \approx (-M^2)$ ),  $F$  - функция Гельмгольца (свободная энергия системы).

В случае пренебрежения взаимодействием между отдельными магнитными моментами энтропия  $S(y)$  рассматриваемого газа равна (по Больцману):

$$S = \kappa \ln W. \quad (12.4)$$

*(Эта знаменитая формула написана на надгробье выдающемуся ученому).*

В последней формуле:  $W$  - термодинамическая вероятность состояния с заданным

значением  $y = \frac{M_S}{M_{S0}}$ , равная числу возможных способов осуществления данного

состояния с тем или иным значением намагниченности. Причем, по

определению, из комбинаторики  $W = \frac{N!}{r!l!}. \quad (12.5)$

Подставляя (12.5) в (12.4), получим

$$S = k(\ln N! - \ln r! - \ln l!). \quad (12.6)$$

Применим формулу Стирлинга:

$$\ln n_i! \cong n_i(\ln n_i - 1) = n_i \ln n_i - n_i.$$

Тогда, вместо (12.6) находим

$$\begin{aligned}
S &= k[N \ln N - N - r \ln r + r - l \ln l + l] = \\
&= k[N \ln N - r \ln r - l \ln l + (-N + r + l)] = \quad . \quad . \quad (12.7) \\
S &= k(N \ln N - r \ln r - l \ln l)
\end{aligned}$$

Используя (12.1) и (12.2), получаем следующее выражение, для энтропии системы

$$S = -\frac{1}{2} Nk[(1+y) \ln(1+y) + (1-y) \ln(1-y)] \quad . \quad (12.8)$$

- Если далее продолжить, что  $H = 0$ , а внутренняя энергия  $U$  не зависит от намагниченности ( $U \neq \int(M)$  - парамагнитный газ магнитных моментов), тогда в соответствие с (12.3) и (12.8) можно записать:

$$F = -TS = \frac{1}{2} NkT[(1+y) \ln(1+y) + (1-y) \ln(1-y)]. \quad (12.9)$$

Из условия минимума свободной энергии  $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$  и  $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} > 0$ , получаем

$$\ln(1+y) - \ln(1-y) = 0, \quad (12.10)$$

что возможно только при

$$y = \frac{M_S}{M_{SO}} = 0, \quad M_S = 0. \quad (12.11)$$

Последнее означает, что самопроизвольная намагниченность  $y$  парамагнетиков газа (для которого  $U \neq \int(M)$ ) при  $H=0$  отсутствует ( $M_S = 0$ ).

- Поэтому Вейсс для построения теории ферромагнетизма, опираясь на выше сформулированные гипотезы, постулировал зависимость их внутренней энергии

$U$  от намагниченности (в наших обозначениях – от величины  $y = \frac{M_S}{M_{SO}}$ ). Явный

вид этой зависимости заранее неизвестен. Однако, естественно было постулировать квадратичную зависимость  $U$  от  $y$ , поскольку состояние ферромагнетика не изменяется при изменении направления намагниченности ( $U = f(y)$  - функция четная относительно  $y$ ). Таким образом

$$U(y) = -NA_1 y^2, \quad (12.12)$$

где  $A_1$  - энергия взаимодействия магнитных моментов атомов в расчете на одну пару спинов. Сам Вейсс назвал ее энергией магнитного момента  $\vec{m}_a$  во внутреннем (собственном) молекулярном поле. Знак минус указывает на то, что минимуму энергии соответствует максимальное значение намагниченности  $y = \pm 1$ , т.е. полное магнитное насыщение.

Подставив (8) и (12) в (3), из условия минимума ( $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ ) получим:

$$F = +\frac{1}{2} NkT[(1+y)\ln(1+y) + (1-y)\ln(1-y)] - NA_1 y^2; \quad (12.13)$$

$$\frac{4A_1}{kT} y = \ln \frac{1+y}{1-y}. \quad (12.14)$$

Или же: 
$$y = th \frac{\theta}{T} y, \quad (12.15)$$

где принято обозначение 
$$\theta = \frac{2A_1}{k}. \quad (12.16)$$

$\theta$  - величина имеющая размерность температуры и носит название температуры Кюри.

Вообще говоря, уравнение (12.14) найденное из условия  $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ , соответствует экстремуму функции  $F(y)$  и заранее не известно - максимуму или минимуму функции  $F(y)$  он отвечает.

#### •Анализ полученных уравнений.

Уравнение (12.14) проще всего проанализировать графически. Для этого представим его в виде двух уравнений:

$$q = \frac{4A_1}{kT} y \quad \text{- уравнение прямой;} \quad (12.17-a)$$

$$q = \ln \frac{1+y}{1-y} \quad \text{- логарифмическая кривая.} \quad (12.17-б)$$

Возможные значения  $y = \frac{M_s}{M_{s0}}$  (находим из условия  $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ ), удовлетворяющие

уравнению (12.14), могут быть найдены как точки пересечения прямой  $q = \frac{4A_1}{kT} y$  (см.

прямые II, III, IV на рисунке.12.1) и «логарифмической» кривой  $q = \ln \frac{1+y}{1-y}$  (кривая I),

для различных температур  $T$ .

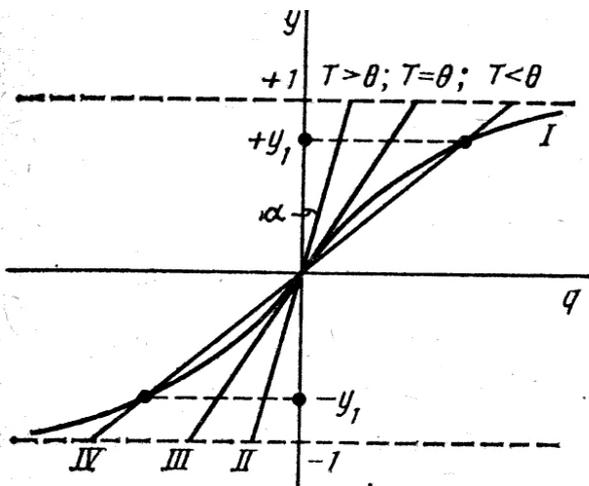


Рис. 12.1

Как видно из этого рисунка, в зависимости от температуры  $T$  намагниченность,

$y = \frac{M_s}{M_{s0}}$  может принимать принципиально различные значения: либо  $y = 0$  при  $T > \theta$ ,

или же  $y \neq 0$  при  $T < \theta$ , удовлетворяющие условию  $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ . Причем температура  $T = \theta$  -

некоторая характеристическая температуры (точка Кюри!), которая может быть найдена из условия совпадения прямой (12.17а) с касательной к логарифмической кривой (12.17б) в начале координат (точке  $y = q = 0$ ):

$$\left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \ln \frac{1+y}{1-y} \right) \right]_{y=0} = \frac{4A_1}{kT}. \quad (12.18)$$

**Дополнение 1:**

$$\left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \ln \frac{1+y}{1-y} \right) \right]_{y=0} = \left[ \frac{\partial}{\partial y} (\ln(1+y) - \ln(1-y)) \right]_{y=0}.$$

Вспользуемся такими формулами логарифмической функции:)

$$\frac{\partial}{\partial x} (\ln y)' = \frac{y'}{y}, \quad \text{где } y - \text{некоторая функция от } x;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \ln x = \frac{x'}{x} = \frac{1}{x}; \quad \frac{\partial}{\partial x} (\ln y) = \frac{y'}{y}.$$

Для десятичных логарифмов:  $\frac{\partial}{\partial x} \lg x = \frac{1}{x \ln(10)}.$

Для логарифмов с произвольными основаниями:

$$\frac{\partial}{\partial x} \log_a x = \frac{1}{x \ln a}.$$

Таким образом, в нашем случае будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} [(\ln(1+y) - \ln(1-y))]_{y=0} &= \left[ \left( \frac{\partial}{\partial y} \ln(1+y) - \frac{\partial}{\partial y} \ln(1-y) \right) \right] = \\ &= \left[ \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1-y} \right]_{y=0} = \left[ \frac{2}{1-y^2} \right]_0 = 2 \end{aligned}$$

Наконец, из (12.18) получаем следующее выражение для температуры Кюри:

$$2 = \frac{4A_1}{\kappa T} \Rightarrow T = \theta = \frac{2A_1}{\kappa}. \quad (12.19)$$

(см. продолжение в лекции №13)