

Лекция №13 -2005г.

1. Классическая теория ферромагнетизма (продолжение)

.....

- Для температур $T > \theta_k$.

Как видно из рис. 1, *при* $T > \theta_k$, «игрек» $y = \frac{M_S}{M_{SO}} = 0$ может принимать только нулевые

значения. Следовательно, самопроизвольная намагниченность при температурах $T > \theta_k$

обращается в ноль $M_S = 0$, т.е. вещество теряет свои ферромагнитные свойства

(параллельную ориентацию моментов). И такое состояние с $y = 0$ при температурах T

выше точки Кюри, когда $M_S = 0$, является термодинамически устойчивым, поскольку

вторая производная от свободной энергии системы при этом $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} > 0$:

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)_{y=0} = Nk(T - \theta); \quad \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)_{y=0} > 0, \text{ если } T > \theta_k.$$

Последнее и означает, что при $T > \theta_k$ и $y = 0$ функция $F(y) \Rightarrow \min$.

- Для температур $T < \theta_k$.

Из того же рис. 12.1 видно, что *при* $T < \theta_k$ «игрек» может принимать три значения (точки пересечения прямых и кривой) в зависимости от величины температуры T : $y = 0$ и

$y = \pm y_1 \neq 0$. Легко показать, что при $T < \theta_k$ точка $q = y = 0$ соответствует максимуму функции $F(y) \Rightarrow (\max F(y))$, а точки с $y = \pm y_1 \neq 0$ ее минимуму.

Дополнение 2. (подробный вывод необходимых соотношений)

Действительно, при $q = y = 0$:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial y} = +\frac{1}{2} NkT \frac{\partial}{\partial y} [(1+y)\ln(1+y) + (1-y)\ln(1-y)] = \\
 &= +\frac{1}{2} NRT [(1+y) \frac{\partial}{\partial y} (\ln(1+y)) + (1+y)' \ln(1+y) + (1-y) = \\
 &= \frac{\partial}{\partial y} (\ln(1-y)) + (1-y)' \ln(1-y)] = \\
 &= +\frac{1}{2} NRT \left[\frac{1+y}{1+y} \ln(1+y) - \frac{1-y}{1-y} + (-1) \ln(1-y) \right] = \\
 &= [\ln(1+y) - \ln(1-y)] \left(+\frac{1}{2} NRT \right) = 0.
 \end{aligned}$$

Из последнего и следуют ранее записанные условия (12.10):

$$\ln(1+y) - \ln(1-y) = 0, \text{ как в случае парамагнетиков.}$$

* Если же внутренняя энергия $U = f(y) = -NA_1 y^2$,

тогда $F_{(y)}$ имеет вид (12.13), тогда получаем другое соотношение:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[+\frac{1}{2} NRT [(1+y)\ln(1+y) + (1-y)\ln(1-y)] - NA_1 y^2 \right] = \\
 &= +\frac{1}{2} NRT [\ln(1+y) - \ln(1-y)] - 2NA_1 y^2 = 0
 \end{aligned}$$

Из последнего и следует уравнение для зависимости $y(T)$ в виде (см. рис.12.1)

$$\ln \left[\frac{(1+y)}{(1-y)} \right] = y \frac{4A_1}{RT} \Rightarrow y = th \frac{\theta}{T} y. \quad (14)$$

Далее:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} NRT [\ln(1+y) + \ln(1-y)] - 2NA_1 y^2 \right] = \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \frac{1}{2} NRT \left(\frac{1}{1+y} + \frac{1}{1-y} \right) - N2A_1 = \\ NRT \left(\frac{1}{1-y^2} \right) - NR \frac{2A_1}{R} &= \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \left(\frac{1}{1-y^2} \right) - NRT - NR \frac{\theta}{T} > 0 \end{aligned} \quad (20)$$

И для точки с $y=0$ получаем :

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)_{y=0} = NR(T - \theta). \quad (21)$$

Поэтому, при $T < \theta$, получаем $\left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)_{y=0} < 0$, что соответствует $\max F_{(y)}$, т.е.

состояние с $M_S = 0$ при $T < \theta$ является неустойчивым.

При $T < \theta$ не трудно получить условие $\left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)_{y=0} > 0$ -термодинамическое устойчивого

состояния, с $\min F_{(y)}$, только при условии $y \neq 0$ ($y = \pm y_1$, что следует из выражения

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = NR \left(\frac{1}{1-y^2} T - \theta \right) > 0. \quad (22)$$

При температурах $T \geq \theta$, намагниченность (как следует из рис.12.1) становится равной нулю, то есть $y = 0$ (что и соответствует состоянию термодинамического равновесия : $\min F_{(y)}$). Других значений y намагниченности при этом не имеется. Таким образом, если свободная энергия F ферромагнетика зависит от намагниченности квадратично, что при температурах $T < \theta_K$ (ниже точки Кюри) и обеспечивает отличную от нуля спонтанную намагниченность $M = M_S \neq 0$ в ферромагнитном материале в отсутствие внешнего поля $H = 0$). При $T = \theta_K$ вещество теряет свои ферромагнитные свойства (параллельная ориентация магнитных моментов исчезает).

•Более подробное изучение (анализ) зависимости $\frac{M_S}{M_{SO}}$ от температуры $\frac{T}{\theta}$.

(M_S - самопроизвольная намагниченность при заданной температуре T ; M_{SO} - самопроизвольная намагниченность при $T = 0^\circ K$).

Таким образом, при $T < \theta_K$, ферромагнетики обладают спонтанной намагниченностью в отсутствие внешнего поля (при $H = 0$, $M_S \neq 0$). С ростом температуры от $T = 0^\circ K$ до $T = \theta_K$ относительная величина этого момента меняется от максимального значения $y = 1; (M_S = M_{SO})$ до $y = 0; (M_S = 0)$. Это изменение намагниченности с ростом температуры согласно теории Вейсса описывается уравнением

$$\frac{M_S}{M_{SO}} = y = th \frac{\theta}{T} y. \quad (15)$$

График этой зависимости (15) и экспериментальные данные для $Ni Fe$ представлены на рис. 2, откуда видно, что теория Вейсса дает правильное качественное описание

температурной зависимости спонтанной намагниченности ферромагнетика $y = f\left(\frac{T}{\theta}\right)$.

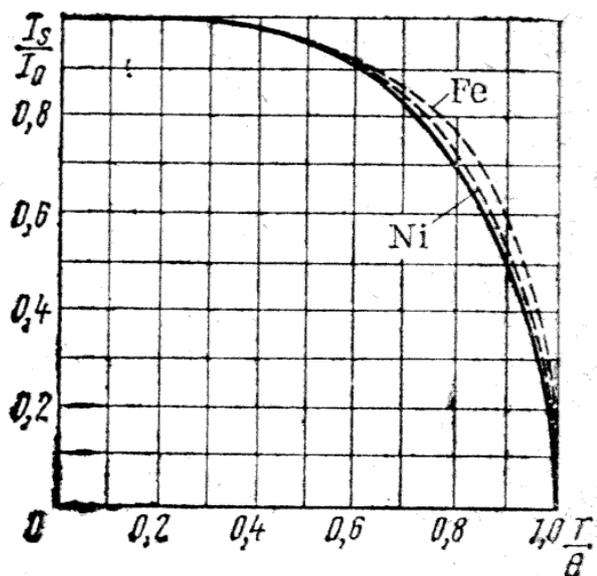


Рис. 2. Температурная зависимость самопроизвольной намагниченности

• Для более детального сравнения расчета (теории Вейса) и эксперимента из (18) можно получить асимптотические зависимости $y = f\left(\frac{T}{\theta}\right)$ для сравнительно высоких (но, при этом, $T \leq \theta$ - температура близка к точке Кюри). Из уравнения $y = th\left(\frac{\theta}{T}y\right)$ при $T \leq \theta$ получаем (используя разложения в ряд функции вида:

$th(x) \approx x - \frac{x^3}{3}$, при $x \leq 1$; в нашем случае, для $T \leq \theta$, вблизи точки Кюри, при $y \ll 1$)

$$y = \frac{\theta}{T}y - \frac{1}{3}\left(\frac{\theta}{T}\right)^3 y^3.$$

Последнее дает для этого случая

$$y = \frac{M_s}{M_{s0}} \approx \left[\frac{3}{\theta}(\theta - T) \right]^{1/2}. \quad (22)$$

• При $T \approx 0$ (низкие температуры , приближающиеся к абсолютному нулю 0^0 К)

получаем (используя разложение в ряд функции вида : $\tanh x \approx 1 - 2 \exp(-2x) \approx 1 - 2e^{-2x}$;

при условии $x \rightarrow \infty$, так как у нас : $\frac{\theta}{T} \rightarrow \infty$) для зависимости самопроизвольной

намагниченности от температур уравнение вида:

$$y = 1 - 2e^{-\frac{2\theta}{T}y} . \quad (23)$$

Заключение относительно зависимостей (12.22) и (12.23).

Формула (22) качественно верно согласуется с опытом. Эксперимент дает приближение зависимость, где вместо показателя не $\frac{1}{2}$ необходимо использовать $1/3$).

В области же низких температур, согласно теории Вейсса получаем выражение (23) , которое сравнительно плохо согласуется с экспериментом.

•О величинах температуры Кюри T_K по теории Вейсса и по экперим. данным.

Температура Кюри, как это следует из выражения (19), определяется формулой

$$\theta = \frac{2A_1}{R} , \quad (12.19)$$

т.е. непосредственно связана с энергией взаимодействия A_1 соседних магнитных моментов (спинов электронов). Из опыта известно, что многие ферромагнитные металлы (*Co, Ni, Fe*) имеют температуру Кюри $\vartheta \approx 10^3$ К . Поэтому для энергии A_1 получаем величину порядка $A_1 \sim R\theta \sim 10^{-16} \cdot 10^3 \sim 10^{-13}$ эрг = 10^{-20} Дж .

Вейсс предполагал, что молекулярное поле и A_1 имеют магнитную природу (т.е. взаимодействие магнитных моментов электронов – это как бы магнитное дипольное взаимодействие). Однако, тогда A_1 не должна была бы превышать $A_1 \sim 10^{-23}$ Дж (10^{-16} эрг) ; что соответствовало бы ферромагнетикам с точкой Кюри $\vartheta \approx 1$ К . Следовательно, наблюдаемые величины θ не могут быть наличием в ферромагнетиках молекулярного поля, чисто магнитную природу.

Другими словами, взаимодействия, ответственное за самопроизвольную параллельную ориентацию магнитных моментов электронов в ферромагнитных материалах (молекулярное поле сил!) имеет не магнитную природу. Опыты, проведенные в 1927 году Я.Г. Дорфманном по отклонению пучка быстрых электронов при прохождении через никелевую (ферромагнитную) фольгу, подтвердили (отклонение не наблюдалось!) немагнитную природу молекул поля. Указанную выше

величину точки Кюри ($\theta \sim 10^3 K \rightarrow A_1 \approx 10^{-20} \text{ Дж}$) может обеспечить лишь электростатическое взаимодействие электронов в атоме (его часть, зависящая от взаимного расположения моментов спинов!).

Энергия электростатического взаимодействия двух элементов зарядов, находящихся на расстояниях $r \sim 10^{-10} \text{ м}$ - атомных расстояниях, приблизительно равна $10^{-19} \div 10^{-20} \text{ Дж}$, что достаточно для самопроизвольного намагничивания.

.....(далее материал не выверен).....

В. О зависимости $M = f(H, T)$, когда внешнее поле $H \neq 0$.

(Задача: найти зависимость $M = f(H, T)$. Причем, имеется в виду влияние внешнего магнитного поля H на спонтанную намагниченность M_S при данной температуре T ; т.е. рассматривается парапроцесс – процесс истинного намагничивания; рост $M_S \rightarrow M_{S0}$ по мере роста H в рамках теории Вейса).

Полученный выше результат о существовании спонтанной намагниченности \overrightarrow{M}_S при $T < \theta$ ничего не говорит о направлении вектора \overrightarrow{M}_S в теле, т.е. согласно полученному решению вектор \overrightarrow{M}_S вырожден (бесконечная кратность вырождения, все направления вектора \overrightarrow{M}_S в поле энергетически эквивалентны) по направлению в теле. Это вырождение может быть снято при учете внутрикристаллических взаимодействий (магнитных, электрических, спин-орбитальных) электронов и атомов, приводящих к явлению магнитной анизотропии. Снимается вырождение \overrightarrow{M}_S по направлению и под влиянием внешнего магнитного поля \overrightarrow{H} , стремящимся ориентировать вектор \overrightarrow{M}_S параллельно \overrightarrow{H} . Остановимся на последнем.

При наличии внешнего магнитного поля ($H \neq 0$) в выражение для свободной энергии F должен быть введен (прибавить) дополнительный член

$f_H = E_H = -\mu_0 M_S \vec{H}$ - энергия магнита с намагниченностью \vec{M}_S во внешнем магнитном поле \vec{H}

$E_0 = -\frac{1}{2} \mu_0 \vec{M}_S \vec{H}_0$ - не учитывается для магнетика бесконечных размеров (без границ типа тороида)

Причем, так как $y = \frac{M_S}{M_{SO}}$, где $\vec{M}_{SO} = N \vec{\mu}_B$ (μ_B - магнитный момент электрона, то

по упрощении модели считает что модель момента атома может иметь только два значения $\pm \mu_B$), то $M_S = y \vec{M}_{SO} = y N \vec{\mu}_B$. Поэтому для энергии f_H получаем:

$$f_H = -\mu_0 \mu_B N y H = -\mu_B N y H \quad (24)$$

Тогда условия минимума $\frac{\partial F}{\partial y}$ энергии $F_{(y)}$ вместо (14) дает выражение:

$$y = th \left(\frac{\theta}{T} y + \frac{\mu_B B}{RT} \right) = th \left[\frac{\mu_B}{RT} \left(\frac{R\theta}{\mu_B} y + \mu_0 H \right) \right] \quad (25)$$

Из последней формулы видна формальная возможность введения молекулярного поля Вейса:

$$H_W = \frac{R\theta}{\mu_B} y = W M_S \quad (26)$$

пропорционально намагниченности \vec{M}_S ; W - носит название постоянной молекулярного поля Вейса

Рис. 3 . Кривые намагниченности $M_S(H)$ изотропного ферромагнетика при различных температурах в теории Вейса.

(Примечание: разумеется, это кривые зависимости величины \vec{M}_S - намагниченности при которой $T = const$ от величины поля; т.е. кривые намагниченности в области парапроцесса ! кривые процесса истинного намагничивания когда $M_{ST} \Rightarrow M_{SO}$)

[см. Кринчик Г.С. стр 72].

Из (25) вытекает, что при $T = 0^\circ K$ имеет место $y = \frac{M_S}{M_{SO}} = 1$, т.е. $M_S = M_{SO} = N\mu_B$.

Таким образом, при $T = 0^\circ K$ любое слабое внешнее магнитное поле ($H \neq 0$) намагничивается ферромагнетик вдоль своего направления $M_{SO} \parallel \vec{H}$ до насыщения $M_{ST} = M_{SO}$ (до максимально возможного значения намагниченности M_{SO}), и кривая намагниченности имеет вид прямых, параллельных оси \vec{H} (см. рис. 3). С повышением температуры ($T > 0^\circ K$), если T не очень близка к точке Кюри θ , в слабых полях ($H \ll H_{mol}$) (поскольку $H_{mol} = \frac{R\theta}{\mu_B} \approx 10^7$ э, то в обычных лабораторных условиях ($H \ll H_{mol}$) намагниченность равна (практически равна!) своему значению M_{ST} из выражения $y = th \frac{\theta}{T} y$ (т.е. значению M_{ST} при $H = 0$), меньшему чем насыщение M_{SO} . С ростом поля ($H \Rightarrow H_\infty$) намагниченность монотонно возрастает ($M_{ST} \Rightarrow M_{SO}$) и при $H \rightarrow 0$ стремится к M_{SO} , как это показано на рис. 3 (для T_1, T_2, T_3). Из рис. 3 видно, что в широкой области значений H и T возрастание намагниченности с полем (парапроцесс, процесс истинного намагничивания) очень мало по сравнению с величиной самопроизвольной намагниченности M_{ST} (по формуле (15)). При данной температуре T и $H = 0$.

Величина внутреннего молекулярного поля сил H_{mol} может быть оценена из отношения (26) при $y = 1.0$:

$$H_W = \frac{R\theta}{\mu_B} = \frac{10^{-16} \cdot 10^3}{10^{-20}} = 10^7 \text{ э}$$

что значительно превышает поля ($H \approx 10^4$ э), получаемых в обычных лабораторных условиях небольшие поля в импульсном режиме пропускают тока $10^6 \div 10^7$ э.

