

4.1. Оценка влияния организационно-технологических условий, временных и стоимостных ограничений на распределение капвложений

Как указывалось в разделе 2.2, принят этапный подход к решению задачи определения вектора сроков свершения событий $T = (T_1, \dots, T_n)$ и $f = (f_1, \dots, f_n)$ – вектора двойственных переменных и $W = (W_1, \dots, W_n)$ – финансовых потоков в событиях.

Рассмотрим последовательность решения на следующем примере.

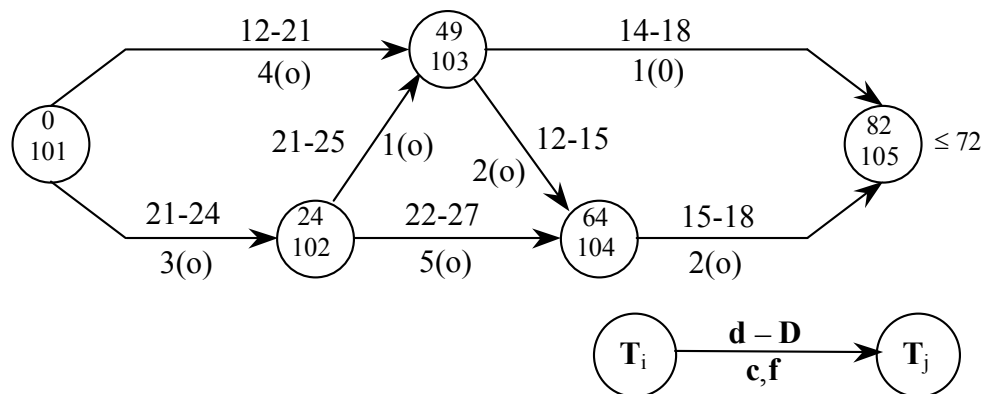


Рис. 4.1. Исходная модель задачи

Принятые обозначения $d_{ij} - D_{ij}$ – организационно-технологические ограничения на выполнение операций, соответственно, ускоренная и нормальная продолжительность, C_{ij} – "цена" сокращения операции на единицу, $T_{i(j)}$ – ранние сроки свершения события. Над кодами событий проставлены ранние сроки их свершения, они определяются так: $T_1 = 0$, $T_2 = T_1 + D_{12} = 0 + 24 = 24$, $T_3 = \max [T_1 + 21; T_2 + 25] = \max [0 + 21; 24 + 25] = 49$ и т.д.

Если положить в начальном исходном варианте $t_{ij} = D_{ij}$, то получим $T_{кр}^D = 82$ мес. (см. рис. 4.1). Это ранний срок свершения конечного 105-го события, т.е. $T_{105} = 82$ мес. и одновременно является технологическим ограничением на проект сверху. Если положим $t_{ij} = d_{ij}$, то, следуя правилу, получим $T_{кр}^d = 69$ мес., что указывает на нижнюю технологическую границу проекта. Решение находится $69 = T^d \leq T \leq T^D = 82$.

Согласно требованиям заказчика, срок освоения капвложений установлен $T_3 = 6 \text{ лет} = 72 \text{ мес.}$

Необходимо установить такие T_i свершения событий, чтобы срок реализации комплекса был $T_{105} \leq 72$ мес. Для этого используем процедуру пометки событий. В данном разделе нас только интересуют T_i , а в главе 5 рассмотрим процедуру детально.

На основе пометки выполняем модификацию дуговых потоков f_{ij} и узловых чисел $T_{j(i)}$.

Итерация 1

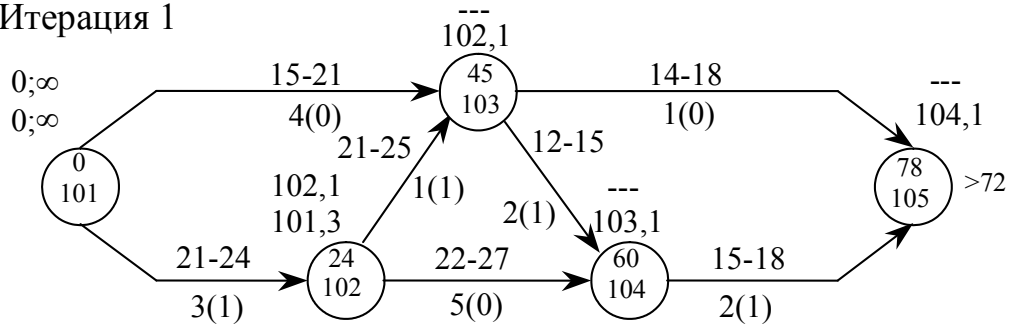


Рис. 4.2. Исходная сетевая модель, $T_{исх} = 82$ мес.

$$a'_{101-103} = 0+21-49 = -28, \quad a''_{101-103} = 0+15-49 = -34;$$

$$a'_{102-103} = 24+25-49 = 0, \quad a''_{102-103} = 24+21-49 = -4;$$

$$a'_{102-104} = 24+27-64 = -13, \quad a''_{102-104} = 24+22-64 = -18.$$

$$\varepsilon_1 = \min[-a_{ij}] = 13, \quad \varepsilon_2 = \min[-a_{ij}] = 4, \quad \Delta T_1 = \min(13; 4) = 4.$$

Итерация 2

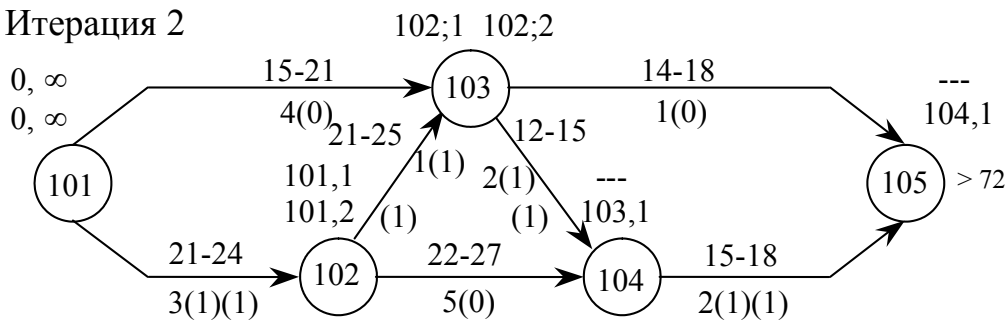


Рис. 4.3. Промежуточное решение, $T = 78$ мес. > 72 мес.

$$a'_{102-104} = 24+27-60 = -9, \quad a''_{102-104} = 24+22-60 = -14;$$

$$a'_{103-104} = 45+15-60 = 0, \quad a''_{103-104} = 45+12-60 = -3;$$

$$a'_{103-105} = 45+18-78 = -15, \quad a''_{103-105} = 45+14-78 = -19.$$

$$\varepsilon_1 = \min[-a_{ij}] = \min(9; 15) = 9, \quad \varepsilon_2 = \min[-a_{ij}] = \min(14; 19; 3) = 3, \quad \Delta T_2 = 3.$$

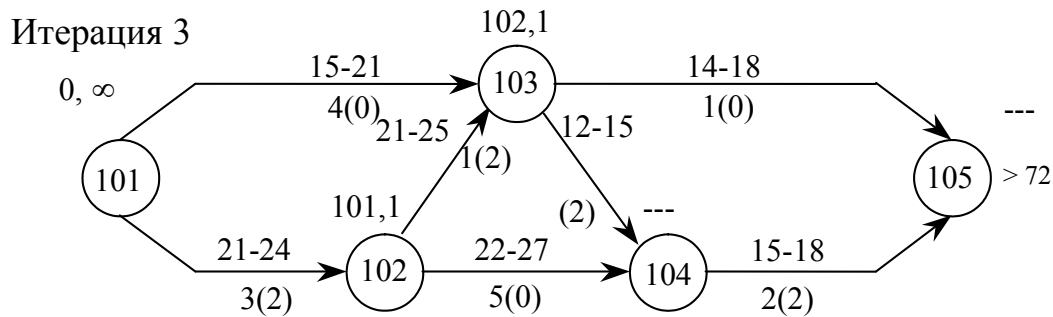


Рис. 4.4. Промежуточное решение, $T = 75$ мес. > 72 мес.

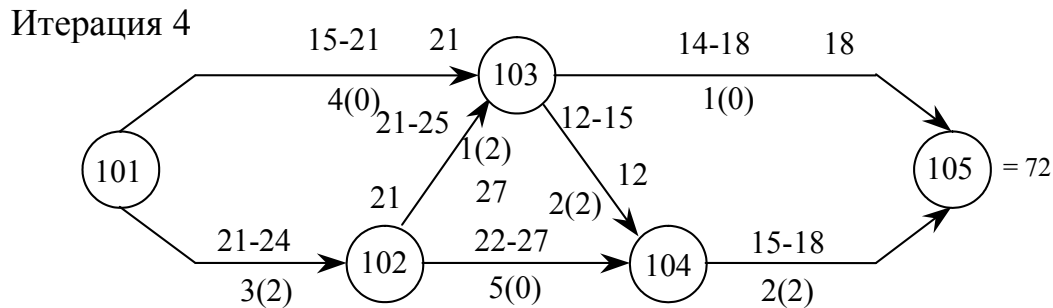


Рис. 4.5. Оптимальное решение, $T = T_3 = 72$ мес.

Таблица 4.1

Оптимизация КУСГа на основе потокового алгоритма

i – j	итерация 1		итерация 2		итерация 3	
	T	f	T	f	T	f
101 – 102	0	1	0	2	0	2
101 – 103	0	0	0	0	0	0
102 – 103	24	1	24	2	24	2
102 – 104	24	0	24	0	24	0
103 – 104	49	1	45	2	45	2
103 – 105	49	0	45	0	45	0
104 – 105	64	1	60	2	57	2
$T^D=82$ мес. $T_{дир}=72, T^d=69$	$T^1_{105}=82$ $\Delta T_1=4$		$T^2_{105}=78$ $\Delta T_2=3$		$T^3_{105}=78$ $T_{опт}=72$ $\Delta T_3=3$	

В приведенном примере капитальные вложения W_i^- составляют $W_{101} = 80$ млн грн, $W_{103} = 70$ млн грн, доходы (прибыль W_i^+) $W_{102} = 20$ млн грн, $W_{104} = 65$ млн грн, $W_{105} = 60$ млн грн.

Определим финансовые потоки в событиях по (2.20):

$$W_{102} = -20 \times \exp(-0,08 \times 2) = -17,04; W_{103} = 70 \times \exp(-0,08 \times 3,75) = 51,86;$$

$$W_{104} = -65 \times \exp(-0,08 \times 4,75) = -44,45; W_{105} = -60 \times \exp(-0,08 \times 6) = -37,13.$$

Подставляя эти значения в (2.23) получим:

$$W(T) = -17,04\alpha T_{102} + 51,86\alpha T_{103} - 44,45\alpha T_{104} - 37,13\alpha T_{105};$$

$$\text{при } \alpha = 0,08 \quad W(T) = -1,36 T_{102} + 4,15 T_{103} - 3,56 T_{104} - 2,977 T_{105} - \max$$

при условии, что $T_{101} - T_{103} \leq -1,75$; $T_{101} - T_{102} \leq -2$;
 $T_{102} - T_{103} \leq -1,75$; $T_{102} - T_{104} \leq -2,25$; $T_{103} - T_{104} \leq -1$;
 $T_{103} - T_{105} \leq -1,5$; $T_{104} - T_{105} \leq -1,25$.

Двойственная задача:

$L(f) = -1,75f_{101-103} - 2f_{101-102} - 1,75f_{102-103} - 2,25f_{102-104} - f_{103-104} - 1,5f_{103-105} - 1,25f_{104-105}$
 $\Rightarrow \min$.

Изменим знаки, тогда $L(f) \Rightarrow \max$ при условии, что

$f_{101-102} - f_{102-103} - f_{102-104} \leq 1,36$; $f_{101-103} + f_{102-103} - f_{103-104} - f_{103-105} \leq -4,45$;

$f_{102-104} + f_{103-104} - f_{104-105} \leq 3,56$; $f_{103-105} + f_{104-105} \leq 2,97$.

С учетом условий дополняющей нежесткости $f_{101-103} = f_{103-105} = f_{102-104} = 0$, для работ, в которых резервы нулевые (выполняется условие $T_i + x_{ij} - T_j = 0$), $f_{ij} > 0$. Их значения определены методом вырезания узлов, а результаты приведены на рис. 4.6 и обозначены двойными линиями. На рис. 4.6 $T_{i(j)}$ – ранний срок свершения событий в месяцах (годах) – оптимальное решение, $W_{i(j)}$ – капвложения и доходы, соответствующие событиям i, j ; $W_i^{(1)} = W_i (-\alpha T_{\text{опт}})$ – финансовый поток в событии i . Такой подход следует из условия соблюдения ограничения на сохранение потока в сети. Следует отметить, что целевая функция зависит только от тех переменных T_i , для которых $W_i \neq 0$. Это позволяет исходные КУСГа укрупнять по известным правилам так, что значение переменных T_i , $W_i \neq 0$ в оптимальном решении совпадает с результатами задачи неагрегированной модели, и сложность решения зависит от числа событий, имеющих потоки $W_i \neq 0$.

В случае некорректного построения КУСГа возникает ситуация, когда имеет место система линейных однородных уравнений. Результаты решения подставим в (2.23) и получим $W(T_1, T_2, \dots, T_n) = -21,88$. Значения дуговых потоков подставим в (2.26) и получим $L(f) = 21,88$.

В нашем примере событие 101 – источник, мощность которого равна 3,74 (сумма мощностей всех событий с обратным знаком), событие 103 – источник мощностью 4,15, а 102, 104, 105 – стоки мощностью соответственно -1,36, -3,56, -2,97.

Экономическая суть двойственных переменных состоит в том, что они определяют собой предельную стоимость продолжительности $(i, j) \in A$ и показывают, как изменится целевая функция задачи (2.23) (увеличится в данном случае) при увеличении на единицу продолжительности осуществления комплекса работ.

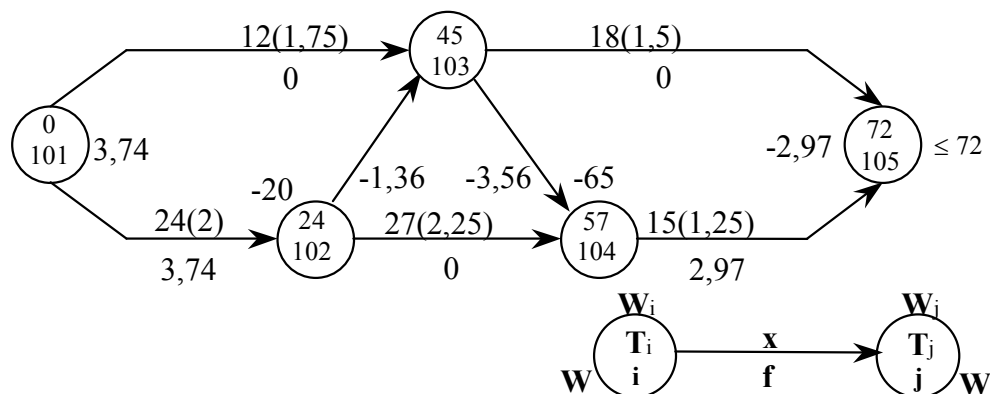


Рис. 4.6. Оптимальное решение

Таким образом, предложенное решение определения оптимальных сроков капитальных вложений не требует последовательного вычисления вектора календарных сроков $T(T_1, \dots, T_n)$ для серии задач ЛП, в каждой из которых целевая функция представляет линейную часть разложения выражения (2.17) в ряд Тейлора в окрестностях решения предыдущей задачи. Оптимальное решение находится непосредственно путем применения процедуры пометки событий. В нашем подходе четко определен способ нахождения двойственных переменных f_{ij} по комплексам работ (дуговой поток). Как видно из решений, выполненные исследования имеют вариантную проработку ситуации с учетом организационно-технологических ограничений ($d_{ij} - D_{ij}$).

4.2. Сравнительный анализ и оценка решения на основе сетевой структуры и универсального алгоритма ЛП

Рассмотрим решение приведенного примера традиционным универсальным методом линейного программирования. Речь идет об использовании основного алгоритма симплекс-метода. Такая процедура необходима для сравнения результатов сетевой структуры задачи и установления преимущества подхода на основе выявления недостатков и трудностей приведения задачи к каноническому виду.

Исходя из условия равновесия узлов, согласно информации рис. 4.6, исходные неравенства имеют следующий вид:

$$1 \times f_{12} + 0 \times f_{13} - 1 \times f_{23} - 1 \times f_{24} + 0 \times f_{34} + 0 \times f_{35} + 0 \times f_{45} \leq 1,36;$$

$$0 \times f_{12} + 1 \times f_{13} + 1 \times f_{23} + 0 \times f_{24} - 1 \times f_{34} - 1 \times f_{35} - 0 \times f_{45} \leq -4,15;$$

$$0 \times f_{12} + 0 \times f_{13} + 0 \times f_{23} + 1 \times f_{24} + 1 \times f_{34} + 0 \times f_{35} - 0 \times f_{45} \leq 3,56;$$

$$0 \times f_{12} + 0 \times f_{13} + 0 \times f_{23} + 0 \times f_{24} + 0 \times f_{34} + 1 \times f_{35} + 1 \times f_{45} \leq 2,96.$$

В полученной системе на четыре неравенства приходится семь неизвестных. Определить значения неизвестных, удовлетворяющие неравенствам, можно бесчисленным множеством способов.

Нас интересует то решение, которое максимизирует $W(T)$ – целевую функцию, т.е. $W(T) = -1,36T_{102} + 4,15T_{103} - 3,56T_{104} - 2,98T_{105} \Rightarrow \max$, или $L(f) \Rightarrow \min$.

Учитывая то обстоятельство, что необходимо определить дуговые потоки (финансовые потоки), исходная таблица симплексного метода их и определяет. Преобразуем неравенства в равенства.

Здесь появились дополнительные неизвестные $X_{8,9,10,11}$, и их количество соответствует числу неравенств. Как видно, ограничения имеют односторонний вид, что упрощает преобразования.

В уравнениях сохранения потока использованы не трехзначные коды событий для упрощения записи, например $f_{101-102}$, а такие как f_{12} и т.д.

Целевая функция задачи:

$$(f) = 2f_{12} + 1,75f_{13} + 1,75f_{23} + 2,25f_{24} + f_{34} + 1,5f_{35} + 1,25f_{45} \Rightarrow \max.$$

Общий вид ограничений:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1,36 = 1f_{12} + 0f_{13} - 1f_{23} - 1f_{24} + 0f_{34} + 0f_{35} + 0f_{45} + 1X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + 0X_{11} \\ -4,15 = 0f_{12} + 1f_{13} + 1f_{23} + 0f_{24} - 1f_{34} - 1f_{35} + 0f_{45} + 0X_8 + 1X_9 + 0X_{10} + 0X_{11} \\ 3,56 = 0f_{12} + 0f_{13} + 0f_{23} + 1f_{24} + 1f_{34} + 0f_{35} - 1f_{45} + 0X_8 + 0X_9 + 1X_{10} + 0X_{11} \\ 2,97 = 0f_{12} + 0f_{13} + 0f_{23} + 0f_{24} + 0f_{34} + 1f_{35} + 1f_{45} + 0X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + 1X_{11} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1,36 = 1f_{12} - 1f_{23} - 1f_{24} + X_8; \\ -4,15 = 1f_{13} + 1f_{23} - 1f_{34} - 1f_{35} + X_9; \\ 3,56 = 1f_{24} + 1f_{34} - 1f_{45} + X_{10}; \\ 2,97 = 1f_{35} + 1f_{45} + X_{11}. \end{array} \right.$$

Таблица 4.2

Исходная симплексная таблица имеет вид, показанный в итерации 1.

Итерация 1

C _i	P ⁰	X ₀	2	1,75	1,75	2,25	1	1,5	1,25	0	0	0	0
			f ₁₂	f ₁₃	f ₂₃	f ₂₄	f ₃₄	f ₃₅	f ₄₅	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
0	X ₈	1,36	1	0	-1	-1	0	0	0	1	0	0	0
0	X ₉	-4,15	0	1	1	0	-1	-1	0	0	1	0	0
0	X ₁₀	3,56	0	0	0	1	1	0	-1	0	0	1	0
0	X ₁₁	2,97	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
		0	-2	-1,75	-1,75	-2,25	-1	-1,5	-1,25	0	0	0	0

Таблица 4.3

Итерация 2

Преобразование табл. 4.2

C _i	P ⁰	X ₀	f ₁₂	f ₁₃	f ₂₃	f ₂₄	f ₃₄	f ₃₅	f ₄₅	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
0	X ₈	4,92	1	0	-1	0	1	0	-1	1	0	1	0
0	X ₉	-4,15	0	1	1	0	-1	-1	0	0	1	0	0
2,25	f ₂₄	3,56	0	0	0	1	1	0	-1	0	0	1	0
0	X ₁₁	2,97	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
		8,01	-2	-1,75	-1,75	0	1,25	-1,5	-3,5	0	0	2,25	0

Значение целевой функции $Z(f) = 8,01$.

Таблица 4.4

Итерация 3

Преобразование табл. 4.3

C _i	P ⁰	X ₀	f ₁₂	f ₁₃	f ₂₃	f ₂₄	f ₃₄	f ₃₅	f ₄₅	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
0	X ₈	7,89	1	0	-1	0	1	0	0	1	0	0	1
0	X ₉	-4,15	0	1	1	0	-1	-1	0	0	1	0	0
2,25	f ₂₄	6,53	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
1,25	f ₄₅	2,97	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
		18,4	-2	-1,75	-1,75	0	1,25	2	0	0	0	2,25	3,5

Значение целевой функции $Z(f) = 18,4$. В строке двойственных оценок имеются отрицательные значения, решение не оптимальное.

Таблица 4.5

Итерация 4 Преобразование табл. 4.4

C_i	P^0	X_0	f_{12}	f_{13}	f_{23}	f_{24}	f_{34}	f_{35}	f_{45}	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
2	f_{12}	7,88	1	0	-1	0	1	1	0	1	0	1	1
0	X_9	-4,15	0	1	1	0	-1	-1	0	0	1	0	0
2,25	f_{24}	6,53	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
1,25	f_{45}	2,97	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
		34,18	0	-1,75	-3,75	0	3,25	4	0	2	0	4,25	5,5

В строке двойственных оценок имеются отрицательные значения, решение не оптимальное.

Таблица 4.6

Итерация 5 Преобразование табл. 4.5

C_i	P^0	X_0	f_{12}	f_{13}	f_{23}	f_{24}	f_{34}	f_{35}	f_{45}	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
2	f_{12}	3,78	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1,75	f_{23}	-4,15	0	1	1	0	-1	-1	0	0	1	0	0
2,25	f_{24}	6,53	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
1,25	f_{45}	2,97	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
		18,62	0	2	0	0	-0,5	-0,25	0	2	3,75	4,25	5,5

В строке двойственных оценок имеются отрицательные значения, решение не оптимальное.

Таблица 4.7

Итерация 6 Преобразование табл. 4.6. Конечный результат

C_i	P^0	X_0	f_{12}	f_{13}	f_{23}	f_{24}	f_{34}	f_{35}	f_{45}	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
2	f_{12}	3,74	1	0	-1	-1	0	0	0	1	0	0	0
1,75	f_{23}	2,38	0	1	1	0	-1	-1	0	0	1	0	0
1,00	f_{24}	6,53	0	0	0	1	1	0	-1	0	0	1	0
1,25	f_{45}	2,97	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
		21,88	0	2	0,5	0	0	0,25	0	2	3,75	4,75	6

Значение целевой функции $Z(f) = 21,88$, все двойственные оценки положительные, вычисления закончены. Решение оптимальное.

Проверка решения:

$$L(x) = 2 \times 3,74 + 2,38 \times 1,75 + 6,53 \times 1 + 1,25 \times 2,97 = 21,88.$$

Вторая проверка:

$$L(x) = 2 \times 1,36 + 3,75 \times (-4,15) + 4,75 \times 3,56 + 6 \times 2,97 = 21,88.$$

Симплексное преобразование в клетке значения целевой функции:

$$Z(f) = 18,62 - 6,53 \times (-0,5) / 1 = 18,62 - (-3,265) = 21,88.$$

Таким образом, все проверки правильности решения совпали. В последней строке табл. 4.7, а она называется целевой строкой, или строкой двойственных оценок, значение целевой функции (первое число) $(x) = 21,88$. Последние четыре значения, соответствующие $X_8 = 2$, $X_9 = 3,75$, $X_{10} = 4,75$, $X_{11} = 6$ имеют смысл ранних сроков свершения событий, т.е. $T_{102} = 2$ года, $T_{103} = 3,75$ года, $T_{104} = 4,75$ года, $T_{105} = 6$ лет или $T_{105} = 6 \times 12 = 72$ мес.

Решив обратную (двойственную) задачу мы определили все значения дуговых потоков f_{ij} и ранние сроки свершения событий $T_{i(j)}$, а $T_j - T_i \leq t_{ij}$.

Значительно проще определить дуговые потоки предложенным методом вырезания узлов, где следует учитывать то положение, что $f_{ij} > 0$ лишь по тем дугам, где общие резервы времени $R_{ij} = 0$, а для остальных дуг $f_{ij} = 0$.

Кратко рассмотрим преобразование исходной таблицы 4.2. Наличие отрицательных значений в строке двойственных оценок (при решении задачи на максимум) свидетельствует о возможности улучшения решения путем увеличения целевой функции.

Выбирается наибольшая по абсолютной величине отрицательная оценка, и столбец, ей соответствующий, называется ключевым. В нашем примере это четвертый столбец f_{24} , где в целевой строке находится число - 2,25 (минус 2,25). Он является претендентом на включение в программу, т.е. вместо строк X_{8-11} необходимо включить f_{ij} . Для определения претендента элементы X_0 делятся построчно на элементы столбца f_{24} . В нашем примере минимальное значение (положительное) соответствует строке $X_{10} - 3,56: 1 = 3,56$, эта строка и будет называться ключевой. В таблицах ключевые столбцы и строки выделены. Элемент, находящийся на пересечении ключевой строки и ключевого столбца, называется ключевым элементом.

Таким образом, ключевой столбец – это такой, который соответствует тому (деталю, спросу, рациону), что включается в программу на данном этапе. Ключевая строка соответствует тому, что исключается из программы.

При выборе ключевой строки не принимаются во внимание строки, на пересечении которых с ключевым столбцом находятся нулевые или отрицательные элементы. В нашем примере $[1,36:(-1); -4,15:0; 3,56:1; 2,97:0]$. В данном случае обращается внимание на то, как выполнить преобразование, а не почему.

Преобразование матрицы начинается с ключевой строки, для этого все ее элементы делятся на ключевое число, и результат записывается в новую таблицу.

Новые значения элементов ключевого столбца всегда равны нулю, кроме самого ключевого элемента, новое значение которого всегда равно 1.

Для преобразования любого элемента таблицы (кроме элементов ключевой строки) необходимо элемент матрицы, который находится на пересечении данного столбца и ключевой строки, умножить на элемент, находящийся на пересечении данной строки и ключевого столбца, и этот результат разделить на ключевой элемент. Разность между старым значением элемента и полученным результатом есть новое число клетки.

Например: $1,36 - 3,56 \times (-1) / 1 = 1,36 + 3,56 = 4,92$.

Таким образом преобразуются все элементы старой таблицы. Если посмотреть значение целевой функции, то по итерациям имеем $Z(f) = 0; 8,01; 18,4; 34,18; 18,62; 21,88$.

Преобразуем значения X_0 , результаты занесены в табл. 4.3:

$$-4,15 - 3,56 \times 0 / 1 = -4,15;$$

$$2,97 - 3,56 \times 0 / 1 = 2,97.$$

Новое значение целевой функции:

$$0 - 3,56 \times (-2,25) / 1 = 8,01.$$

Все вычисления новых значений элементов симплексной таблицы производятся с помощью элементов матрицы, соответствующей предыдущей итерации. Следует иметь в виду, что в столбце не может быть отрицательных значений. Если они появляются, то это означает, что была неверно выбрана ключевая строка (не по минимальному частному). Число (f) должно быть одинаковым при расчете его двумя возможными способами. Неправильный выбор ключевого столбца (не по минимальной двойственной оценке) приводит к увеличению итераций.

Таким образом, учитывая условие дополняющей нежесткости:

1. Для любой положительной двойственной переменной соответствующее ограничение в прямой задаче является жестким.

2. Для любого ограничения в двойственной задаче, не являющегося жестким, значение соответствующей переменной в прямой задаче равно нулю. На основе этого можно определить дуговые финансовые потоки предложенным методом вырезания узлов, что значительно упрощает расчеты и позволяет уяснить экономическую интерпретацию задачи.

Следует добавить, что суть первого условия заключается в том, что дуговой поток (финансовый поток f_{ij}) $f_{ij} > 0$ для тех операций $(i, j) \in A$, для которых общий резерв $R_{ij} = 0$, т.е. для критических работ модели, поэтому жестким называется ограничение, где всегда соблюдается условие $R_{ij} = T_j - T_i - t_{ij} = 0$.

Поэтому все $(i, j) \in A$, имеющие $R_{ij} = 0$, $f_{ij} > 0$, а для остальных работ $R_{ij} > 0$, а $f_{ij} = 0$. Эти условия упрощают расчеты, что использовано в задаче. Использование симплекс-метода позволило подтвердить правильность решения и уяснить связь и природу задачи. В случае наличия в ограничениях задачи значений $\geq, \leq$ приведение к каноническому виду затруднительно, а при отсутствии практики этой процедуры – просто не возможно.

В главе 5 работы рассмотрена задача такого рода, что подтвердились наши предположения об особой их природе, и результат решения завершился в пользу использования сетевых структур по всем задачам.

4.3. Отличительные особенности экономической интерпретации решения

Экономический анализ решения и его толкование приведен в компактной табличной форме (табл. 4.8). Одновременно с определением неизвестных X_{ij} , установлены двойственные переменные γ_{ij} и δ_{ij} . Проверка решения осуществляется по значениям целевых функций прямой и двойственной задач. Так, значение прямой задачи $-L(x) = \sum C_{ij} X_{ij} = 384$ чел., двойственной $-Z(f) = T \times V + \sum \gamma_{ij} D_{ij} - \sum \delta_{ij} d_{ij} = 72 \times 2 + 261 - 21 = 384$.

Задача решена правильно. Экономическая эффективность приведена в табл. 4.9. $L(x) = \sum \Delta n_{ij} = 16$ чел. Это дополнительное привлечение ресурсов для соблюдения $T_3 = 72$ мес. Если бы не определяли оптимальные режимы выполнения комплексов работ за время X_{ij} , то для соблюдения T_3 пришлось бы взять $X_{ij} = d_{ij}$, при этом

$$L(x)^d = \sum C_{ij} D_{ij} - \sum C_{ij} d_{ij} = 400 - 331 = 69 \text{ чел.} - 100\%.$$

Дополнительное привлечение ресурсов составляет 23,2% от 100%, что равно $\sum \Delta n_{ij}^d = 16$ чел. Это привлечение соответствует прямой задаче. Его можно получить в двойственной задаче. Для этого следует иметь итерации вычислений (табл. 4.8).

Таблица 4.8

Оптимальное решение

Итерация	T_{105}	f_{105}	ΔT_i	$f_{105} \Delta T_i$	Суммарное приращение
1	82	1	4	4	4
2	78	2	3	6	10
3	75	2	3	6	16
$T_{\text{задан}} = 72$ Прекращение вычислений					

Необходимость увязки решений ПОС и ППР позволяет избежать многих дополнительных трудностей в практической работе органов управления, особенно в условиях программно-целевого управления, например, при возведении гидротехнических объектов ЮУЭК.

В рассматриваемом примере в результате решения задачи определения оптимальных сроков свершения событий установлены продолжительности освоения капвложений и получения доходов по отношению ко всему комплексу, возведение которого моделируется КУСГом.

Полученное решение, являясь прогнозным, поскольку $T_3 = 6 \text{ лет} = 72 \text{ мес.}$, максимизирует доход комплексу (дирекции ЮУЭК и подрядчику), и одновременно это проявляется в минимизации усилий на самой ранней стадии выработки решений. Полученные сроки свершения событий являются ограничениями для выработки ОТР на стадии рабочего проекта (ППР).

Выработка ОТР уже носит конкретный характер, поскольку уровень управления спускается до оперативного, и правильная ориентация участников процесса возведения проводится в таком направлении: какие работы следует форсировать в выполнении, а какие оставить в нормальном ритме, зависит от места и роли работ, их связи в КУСГе.

На этот вопрос может ответить только результат решения задачи. Разработанная нами схема экономического анализа результатов преследует две цели: во-первых, проверить правильность результата путем сравнения значений целевых функций; во-вторых, определить эффект от сравнения традиционного подхода и принятого в задаче подходов.

Таким образом, выработка ОТР может осуществляться на основе учета системотехнического подхода. Проблема заключается в стыковке решения вопроса.

4.4. Выработка оптимальных организационно-технологических решений реконструкции Днепрогэса

На основе разработанного КУСГа реконструкции выполнена его агрегация, и окончательный его вариант представлен на рис. 4.7. Важное свойство (2.17) заключается в том, что целевая функция зависит только от тех переменных T_i , для которых $W_i \neq 0$, и, таким образом, в оптимальном решении переменные T_i , для которых $W_i = 0$, могут принимать любые допустимые значения. Ограничения $T_{i(k)} - T_{j(k)} \leq -t_k$ легко агрегируются по известному алгоритму, так что все переменные T_i , для которых $W_i = 0$, можно исключить.

Идея применения алгоритма в данном случае сводится к тому, чтобы из исходной сетевой модели получить агрегированную сеть, содержащую только те события исходного КУСГа, которые характеризуются ненулевыми суммарными финансовыми потоками W_i . В число этих событий включаются также начальное и конечное события исходного КУСГа даже тогда, когда соответствующие им узловые потоки равны нулю [10].

Таким образом, решение задачи практически не зависит от степени детализации исходной сети, и размерность задачи полностью определяется числом событий, для которых потоки W_i отличны от нуля. Решение задачи для агрегированной сети определяет оптимальные календарные сроки наступления тех событий исходной сети, для которых $W_i \neq 0$; сроки наступления остальных событий могут быть выбраны произвольно в пределах ограничений, накладываемых сетевым графиком и уже зафиксированными датами для событий, включенных в агрегированную сеть.

При выборе календарных сроков свершения событий, для которых $W_i = 0$, имеется возможность для решения еще одной задачи – экстремальной или отыскания рационального распределения плановых резервов времени – R_{ij} .

Как указывалось ранее, для определения значений календарных сроков свершения событий T_i нами предложено использовать алгоритм отыскания оптимального потока в сети, который обладает неоспоримыми значительными преимуществами в вычислительном отношении. Переход к двойственной задаче ЛП и применение алгоритма отыскания оптимального потока с учетом организационно-технологических ограничений на реализацию операций реконструкции служат основой для решения исходной задачи.

На сетевой модели (рис. 4.7) все обозначения соответствуют принятым в данной главе. Особенность ее заключается в том, что некоторым событиям приспаны инвестиции ($W_{101}^- = 112,94$ млн грн, $W_{102}^- = 295,65$ млн грн, $W_{103}^- = 101,79$ млн грн, $W_{104}^- = 38,74$ млн грн, $W_{108}^- = 39,1$ млн грн, $W_{109}^- = 25,7$ млн грн), а другим событиям – доход, получаемый в результате последовательного ввода в эксплуатацию гидроагрегатов ($W_{105}^+ = -25,1$ млн грн, $W_{106}^+ = -78,5$ млн грн, $W_{107}^+ = -178$ млн грн, $W_{110}^+ = -398,3$ млн грн).

Эти величины определены на основе данных перспективного плана реконструкции и поточного графика ввода ГА.

Оптимальные сроки свершения событий T_i и X_{ij} – продолжительность операций и экономический анализ решения приведены в табл. 4.10. Значения целевых функций прямой и двойственной задачи совпали, т.е. $L(x) = 722 = Z(f) = 722$. Оптимальное решение верно.

Финансовые потоки в событиях определяются следующим образом:

$$W_{102} = 295,65 \exp(-0,08 \times 1) = 272,92 \times 0,08 = 21,83;$$

$$W_{103} = 101,79 \exp(-0,08 \times 3,5) = 76,93 \times 0,08 = 6,15;$$

$$W_{104} = 38,74 \exp(-0,08 \times 4,5) = 27,03 \times 0,08 = 2,16;$$

$$W_{105} = -25,10 \exp(-0,08 \times 5,5) = -16,16 \times 0,08 = -1,29;$$

$$W_{106} = -78,50 \exp(-0,08 \times 6,5) = -46,67 \times 0,08 = -3,73;$$

$$W_{107} = -178,00 \exp(-0,08 \times 7,92) = -94,46 \times 0,08 = -7,56;$$

$$W_{108} = 34,10 \exp(-0,08 \times 6,75) = 19,87 \times 0,08 = 1,59;$$

$$W_{109} = 25,70 \exp(-0,08 \times 7,5) = 14,11 \times 0,08 = 1,13;$$

$$W_{110} = -398,30 \exp(-0,08 \times 9) = -193,87 \times 0,08 = -15,51.$$

Целевая функция прямой задачи:

$$W(T) = 21,83 \times 1 + 6,15 \times 3,5 + 1,59 \times 6,75 + 1,13 \times 7,5 - 15,51 \times 9 = \\ = 62,57 - 139,59 = -77,04.$$

Определение финансовых потоков по операциям сети производим непосредственно методом вырезания узлов, предложенным нами, без использования симплекс-метода. Известное свойство оптимального решения задачи ЛП состоит в том, что двойственные переменные (f_{ij}) могут быть строго положительны только в случае, когда соответствующие ограничения прямой задачи удовлетворяются в форме равенства.

Следовательно, в нашей постановке при оптимальном решении дуговые потоки будут отличны от нуля лишь для тех дуг (работ, операций), для которых резервы временно соответствующих операций равны нулю. Это свойство служит не только критерием оптимальности решения, но и лежит в основе упрощенного метода вырезания узлов.

Резервы операций определены стандартным алгоритмом расчета параметров сети, где $t_{ij} = x_{ij}$, и приведены на рис. 4.8.

Целевая функция двойственной задачи:

$$Z(f) = \sum t_{ij} f_{ij} = 1f_{101-102} + 2,5f_{102-103} + 3,25f_{103-108} + 0,75f_{108-109} + 1,5f_{109-109} \Rightarrow \max$$

при ограничениях: $f_{101-102} - f_{102-103} \leq 21,83$; $f_{102-103} - f_{103-108} \leq 6,15$;
 $f_{103-108} - f_{108-109} \leq 1,59$; $f_{108-109} - f_{109-110} \leq 1,13$;
 $f_{109-109} = -15,51$.

На сетевой модели (рис. 4.7) в верхней части событий приведены ранние сроки их свершений в годах, а над событиями – величины финансовых потоков в событиях, это величины αW_i^1 и дуговые финансовые потоки, определенные непосредственно из сформулированного свойства решений.

$$Z(f) = 15,19 \times 1 - 6,64 \times 2,5 - 3,25 \times 12,79 - 0,75 \times 14,38 - 15,51 \times 1,5 = 15,19 - 92,23 = -77,04.$$

Как видно из решения, $W(T) = Z(f)$. Задача решена правильно.

В сетевой модели существует дерево связанных между собой операций, не имеющих резервов времени. Причем множество этих операций не обязательно совпадает с множеством операций, критических в исходном КУСГе.

Смысл максимизации двойственной целевой функции заключается в том, что каждой единице потока по дуге соответствует премия, равная продолжительности операции, отображаемой этой дугой.

Начальное событие есть источник или сток в зависимости от того, является величина (взятая с обратным знаком) общей приведенной к начальному моменту стоимости с учетом финансового потока в начальном событии положительной или отрицательной. В примере вершина 101 – сток мощностью 15,19 (сумма мощностей всех вершин с обратным знаком), а 102, 103, 108, 109 – источники, 110 – сток.

Таким образом, в результате решения задачи реконструкции Днепрогэса определены оптимальные календарные сроки выполнения операций, удовлетворяющих заданным ограничениям и минимизирующих суммарные дополнительные усилия на реконструкцию 61%. Эти сроки дают наилучшие сочетания в освоении инвестиций и получения дохода.

Для выполнения СМР в составе ППР полученные сроки служат ограничениями, и на этом этапе календарный график выполняется детализированным, в нем аналогично следует выбрать оптимальное решение, минимизирующее суммарное дополнительное привлечение ресурсов.

4.5. Вероятностная оценка организационно-технологических моделей выбора варианта осуществления капвложений при создании промышленных комплексов в составе ПОС

4.5.1. Постановка задачи и общий порядок расчетов

Одной из причин, затрудняющих отыскание абсолютно оптимального решения распределения вложений и на их основе производства строительно-монтажных работ, является случайный характер значения t_{ij} работ, которое находится между оптимистической a_{ij} и пессимистической b_{ij} оценками продолжительности работ, выполняемых за ожидаемое время.

Время выполнения всех работ представляет собой случайные величины с известным законом распределения. Общее время (критический путь) выполнения всего комплекса, представленного КУСГом, рассматривается как функция случайных величин, т.е. $T = \sum t_{ij}$. Поставленная задача будет решена, если найдем функцию распределения случайной величины T , т.е. $F^*(T) = P(T \leq T_3)$.

Закон распределения случайной величины $T_{кр}$ представляет собой композицию законов распределения случайных величин продолжительности работ, принадлежащих критическому пути.

Для определения статистической функции распределения T - $F^*(T) = P(T \leq T_3)$ используется идея метода Монте-Карло, т.е. метода моделирования разрабо-

танной сетевой модели. Для этого выполняется "розыгрыш" на ЭВМ ЕС графика путем моделирования случайного явления с помощью некоторой процедуры, дающей случайный результат (по методу инверсий).

Как и в жизни, конкретное осуществление процесса [42] складывается каждый раз по-иному, так же и в результате "розыгрыша" получается одна реализация случайного явления. Выполняя "розыгрыш" заданное число раз (например, 200, 500), получим статистический материал – множество реализаций случайного явления, который можно обработать методами математической статистики.

Прием статистического моделирования сетевого графика с использованием ЭВМ оказывается проще особенно для сложных операций, в которых участвует большое число элементов (машин, людей, коллективов) и случайные факторы сложным образом взаимодействуют между собой. Здесь сама случайность непосредственно включается в процесс моделирования и представляет собой его существенный механизм.

Во всех рассматриваемых нами методах определения оптимальных решений производства работ мы оперируем только детерминированными, наиболее вероятными оценками t_{ij} . Однако после построения оптимального решения практический интерес представляют такие вопросы, как определение диапазона разброса времени выполнения работ, какой закон распределения случайной величины T , с какой вероятностью можно ожидать освоение вложений и последующее выполнение работ за то или иное наперед заданное время T .

С наибольшей достоверностью можно ответить на поставленные вопросы после статистических испытаний сетевой модели работ.

В большинстве работ, исследующих теоретико-вероятностные вопросы временных оценок в системе сетевого планирования и управления (СПУ) отмечается [134], что время выполнения любой из входящих в сетевую модель работ распределено по закону β -распределения, что подтверждает возможность его использования в качестве априорного.

Выражение плотности β -распределения имеет вид:

$$P(\tau_{ij}) = (\tau_{ij} - a_{ij})^m (b_{ij} - \tau_{ij})^n \times c, \quad (4.1)$$

где a_{ij} , b_{ij} – пределы области определения случайной величины τ_{ij} , распределенной по закону β -распределения,

m, n – показатели степени ($m > 0, n > 0$),

c – нормируемая константа, которая вычисляется исходя из условия:

$$\int P(\tau_{ij}) \times d\tau_{ij} = 1. \quad (4.2)$$

Кроме величин a_{ij} , b_{ij} , ответственный исполнитель задает по каждой работе еще оценку m_{ij} – моду этого распределения, которое носит название наиболее вероятного времени.

На основе этих трех задаваемых оценок можно определить математическое ожидание τ_{ij} и дисперсию времени выполнения $D(\tau_{ij})$ по формулам:

$$\tau_{ij} = (a_{ij} + m_{ij} + b_{ij}) / 6; \quad (4.3)$$

$$D(\tau) = (b_{ij} - a_{ij})^2 / 36. \quad (4.4)$$

Приведенные формулы носят субъективный характер (как и весь подход такого рода к вероятностным оценкам). Степенью достоверности расчета служит близость задаваемых величин a_{ij} , b_{ij} , m_{ij} объективным нормативным данным. Помимо этого, β -распределение характеризуется четырьмя параметрами a_{ij} , b_{ij} , m , n , которые не могут быть оценены по трем заданным характеристикам.

Это обстоятельство делает невозможным моделирование значений времени выполнения работ методом статистических испытаний (Монте-Карло).

В работах [54-56] предложена формула β -распределения

$$P(\tau) = 12 \times (\tau_{ij} - a_{ij})(b_{ij} - \tau_{ij})^2 / (b_{ij} - a_{ij})^4, \quad (4.5)$$

которая позволяет снизить число анализируемых данных с сохранением достаточной точности оценки и делает возможным моделирование значений времени выполнения работ методом Монте-Карло на основе всего лишь двух задаваемых характеристик a_{ij} , b_{ij} . Выражения для определения τ_{ij} , $D(\tau)$ в этом случае принимают вид:

$$\tau_{ij} = (3a_{ij} + 2b_{ij}) / 5; \quad (4.6)$$

$$D(\tau) = 0,04 (b_{ij} - a_{ij})^2. \quad (4.7)$$

Результат вычислений по формулам (4.3; 4.4; 4.6; 4.7) совпадает.

При моделировании времени выполнения каждой работы нет необходимости в вычислении ни средней τ_{ij} , ни дисперсии $D(\tau)$.

В настоящее время одним из наиболее распространенных приемов построения случайных (точнее псевдослучайных) чисел с заданным законом распределения является способ инверсий, который заключается в следующем.

Пусть $P(\tau)$ – плотность распределения случайной величины τ . Областью ее изменения служит интервал $[a_{ij}, b_{ij}]$. Поместим область, ограниченную осью абсцисс и графиком функции внутри прямоугольника, ограниченного осью абсцисс, прямыми $\tau_{ij} = b_{ij}$, $\tau_{ij} = a_{ij}$ и прямой $y = \max P(\tau) = M$ так, как показано на рис. 4.12. Площадь такого прямоугольника равна $(b_{ij} - a_{ij}) M$. Пусть ε_1 и ε_2 – две равномерно распределенные случайные (точнее псевдослучайные) величины: ε_1 распределена равномерно в интервале $[a_{ij}, b_{ij}]$, ε_2 – в интервале $[0, M]$. Если $P(\varepsilon_1) \geq \varepsilon_2$, то число ε_1 принимается в качестве искомой случайной величины, распределенной по закону $P(\tau)$. Если же $P(\varepsilon_1) < \varepsilon_2$, то пара $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ отбрасывается и берется следующая, новая пара. Этот процесс продолжается до тех пор, пока снова не будет иметь место соотношение $P(\varepsilon_1) \geq \varepsilon_2$, в этом случае ε_1 принимается. Данный способ особенно эффективен в тех случаях, когда изменение функций $P(\tau)$ в интервале $[a_{ij}, b_{ij}]$ не велико.

Математическое ожидание числа розыгрышей двумерной точки $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ для получения единого значения случайной величины τ_{ij} , (т.е. принятого ε_1) равно:

$$m = (b_{ij} - a_{ij}) \times M. \quad (4.8)$$

Для случая (4.5.) значение M равно:

$$M = 16 / (b_{ij} - a_{ij}) \times 9. \quad (4.9)$$

Таким образом, ε_1 моделируется в интервале $[a_{ij}, b_{ij}]$, а ε_2 – в интервале $[0, 16 / (b_{ij} - a_{ij}) \times 9]$. Если случайная величина распределена в интервале $[0 \div 1]$ равномерно (а именно такого рода случайные последовательности генерируются программным способом), сведение к случайной величине τ_{ij} , распределенной равномерно в интервале $[a_{ij}, b_{ij}]$, (a_{ij}, b_{ij}) – любые значения, производятся с помощью функционального преобразования:

$$\tau_{ij} = (b_{ij} - a_{ij}) \varepsilon + a_{ij}. \quad (4.10)$$

Практически вполне достаточно считать все входящие в план работы по времени независимыми, а соответствующие им случайные величины некоррелированными.

Во многих случаях сетевые модели имеют часть стохастических работ. Частности, условно принимаемые как вероятности появления стохастических работ (это прежде всего устранение возникающих непредвиденных ситуаций), и их временные оценки определяются только на основе опыта. Мелкие работы в сетевой графе целесообразно заменить несколькими обобщенными.

Прежде чем приступить к исследованию сетевой модели работ методом статистических испытаний, необходимо построить рабочий исходный сетевой график с включением в него, если есть необходимость, стохастических работ.

Если называть розыгрышем расчет сетевой модели с получением значения T при условии, что каждое значение τ_{ij} отбирается методом инверсий по закону β -распределения, то для моделирования процесса методом Монте-Карло требуется порядком $10^3 - 10^5$ розыгрышей [95].

Рассчитав сетевой график при $\tau_{ij} = a_{ij}$ (для стохастических работ принимается $\tau = 0$), получим $T_{\min}$, затем полагаем $\tau_{ij} = b_{ij}$ с учетом всех стохастических работ, т.е. приняв для них $\tau = b$, получаем $T_{\max}$ ($T_{\max}$ и $T_{\min}$ являются теоретическими крайними значениями T). Промежуток $T_{\min}$ и $T_{\max}$ разбиваем на интервалы ΔT_i , $T_1 = T_{\min} + \Delta T_i$, $T_2 = T_1 + \Delta T_i$ и т.д. В области математического ожидания T интервалы ΔT необходимо брать наименьшими, а на участках $T_{\min}$ и $T_{\max}$ интервалы ΔT можно увеличить. Многократным розыгрышем сетевой модели по рассмотренному выше методу определяем количество значений T , попавших в каждый из заданных интервалов ΔT_i , и соответствующие частоты F_1 по выражению

$$F_1 = NN / N_1, \quad (4.11)$$

где N_1 – количество розыгрышей сетевой модели на ЭВМ. Значение F_1 необходимо для построения графика статистической функции распределения $F^*(T) = P(T \leq T_{\text{задан}})$ и гистограммы частот.

Для построения графика статистической плотности распределения необходимо для каждого интервала определить значение F_2 по выражению:

$$F_2 = F_1 / \Delta T_i. \quad (4.12)$$

Все полученные значения NN_1 , F_1 , F_2 сводятся в таблицу статистического ряда. По значениям F_2 можно построить статистический график плотности распределения вероятностей случайной величины T и определить параметры функции плотности распределения $f(T)$.

Моделирование сетевых моделей методом Монте-Карло с использованием вычислительной техники показало, что без учета стохастических работ распределение больше соответствует нормальному закону, имеющему выражение:

$$f(T) = (1/\sigma\sqrt{2\pi}) \times \exp\{ -[(T - T^*_{\min}) - (T_0 - T^*_{\min})]^2 / 2\sigma^2 \}, \quad (4.13)$$

а с учетом стохастических работ больше соответствует логарифмически нормальному закону распределения, имеющему выражение:

$$f(T) = (M/(T - T^*_{\min})\sigma\sqrt{2\pi}) \times \exp\{ -[\lg(T - T^*_{\min}) - \lg(T_0 - T^*_{\min})]^2 / 2\sigma^2 \}, \quad (4.14)$$

где T_0 – медиана статистического распределения, т.е. такое значение T , при котором площадь гистограммы слева равна площади справа;

$T^*_{\min}$ – наименьшее статистическое значение T после N_1 розыгрышей;

σ – дисперсия статистического распределения. Для логарифмически нормального закона распределения

$$\sigma^2 = M(\lg T_0 - \lg T_M), \quad (4.15)$$

T_M – мода статистического распределения, т.е. T , имеющее максимальное значение F_1 .

Для нормального закона распределения

$$\sigma^2 = \sum (T_n - T_0)^2 / N - 1, \quad (4.16)$$

M – коэффициент перехода от натуральных логарифмов к десятичным.

$M = 0,4343$.

Статистические $T_{\min}^*$ и $T_{\max}^*$, как правило, имеют значения $T_{\min}^* > T_{\min}$, $T_{\max}^* < T_{\max}$. Это логически понятно, т.е. практически очень вероятен такой случай, когда в сетевой модели (особенно в сложной) все работы выполняются только за время a_{ij} либо только за время b_{ij} . Интегрированием $f(T)$ в пределах от $T_{\min}^*$ до $T_{\max}^*$ можно определить вероятность выполнения работ за наперед заданное время.

Для большинства практических задач строительного производства более рационально и значительно проще строить график статистической функции распределения $F^*(T)$ и по нему графически определять вероятность выполнения графика работ за отведенное время. Делается это следующим образом. По оси абсцисс откладываются принятые значения $T_{\min}, T_1, T_2, \dots, T_{\max}$. Из середины каждого интервала T строятся ординаты, равные сумме всех F_1 левее стоящих интервалов, включая и значение F_1 данного интервала. Например, на участке T_1 и T_2 общая ордината равна $F_{1T} + F_{1T}$ и т.д. Соединив полученные точки кривой, получаем график функции распределения $F^*(T)$ (рис. 4.10).

4.5.2. Разработка алгоритма розыгрыша моделей методом статистических испытаний

Исходные данные задаются в виде таблицы. При этом коды работ $(i, j) \in A$ должны быть упорядоченными. Для стохастических работ заданы значения $P(0 \leq P_{ij} \leq 1)$ – вероятность появления работы. Для остальных работ и фиктивных $P_{ij} = 1$. Для фиктивных работ всегда $a_{ij} = b_{ij} = 0$. Для реальных работ может быть $a_{ij} \neq b_{ij}$ или $a_{ij} = b_{ij}$. Задается число розыгрышей N_1 и число интервалов M на оси T . Результаты получаем в виде таблицы.

Действия алгоритма начинаются с пункта 1.

1. Рассчитать сетевую модель при $\tau_{ij} = a_{ij}$ для работ, где $P_{ij} = 1$, где $P_{ij} < 1$, $\tau_{ij} = 0$ (т.е. стохастические работы исключаем), определяем $T_{\min}$.

2. Рассчитать модель при $\tau_{ij} = b_{ij}$ для всех работ и определить $T_{\max}$.

3. Определить интервал:

$$\Delta T_i = (T_{\max} - T_{\min}) / M,$$

где M – количество заданных интервалов (в программе MONTE $M = 30$).

4. Определить границы интервалов на числовой оси T по формуле:

$$T_1 = T_{\min} + \Delta T_1, T_2 = T_{\min} + \Delta T \text{ или } T = T_1 + \Delta T, T_M = T_{\min} + M \Delta T \dots$$

Выполняются N_1 розыгрышей сетевой модели. Подготовка к очередному розыгрышу сводится к определению величины τ_{ij} для всех работ.

5. Если $a_{ij} = b$, то $\tau_{ij} = a_{ij}$;

если $a_{ij} \neq b_{ij}$ и $P_{ij} < 1$, то идем к п. 6;

если $a_{ij} \neq b_{ij}$ и $P_{ij} = 1$, то идем к п. 7.



6. Генерируем случайное число ε_3 по закону равномерного распределения в интервале от 0 до 1.

Если $P_{ij} < \varepsilon_3$, то берем $\tau_{ij} = 0$;

если $P_{ij} \geq \varepsilon_3$, то идем к п. 7.

7. Генерируем два случайных числа ε_1 и ε_2 равномерного распределения, каждые в интервале $[0,1]$, идем к п. 8.

8. Определяем $\tau_{ij} = (b_{ij} - a_{ij})\varepsilon_1 + a_{ij}$,

$P(\tau) = (12 / (b_{ij} - a_{ij})^4) \times (\tau_{ij} - a_{ij}) \times (b_{ij} - \tau_{ij})^2$, $q = 16\varepsilon_2 / 9(b_{ij} - a_{ij})$.

9. Если $q \leq P(\tau)$, то принимаем $\tau_{ij} = \tau_i$, если $q > P(\tau)$, то идем к п. 7.

10. Когда определены τ_{ij} для всех операций, рассчитываем сетевую модель и определяем T , т.е. начинаем очередной розыгрыш модели.

11. Определяем интервал на числовой оси, куда попадает T текущее, т.е. увеличиваем число реализаций этого интервала на единицу. Переходим к п.12. В результате N_1 розыгрышей определяем для каждого интервала

$$\sum NN = N_1, F_1 = NN_m / N_1, F_2 = F_1 / \Delta T, \sum F_{1m} = 1.$$

Блок-схема алгоритма показана на рис.4.11.

4.5.3. Обоснование организационно-технологической надежности варианта освоения капвложений и установление границы допустимого риска (ГДР)

Определение наиболее вероятного срока создания и реконструкции сложных объектов на стадии ПОС возможно только на основе применения ЭВМ.

Для достижения цели предполагается использовать метод статистического моделирования процессов возведения на основе комплексного укрупненного сетевого графика (КУСГа), представляющего собой каноническую модель типа ВВд – вероятностная временная модель с детерминированной структурой (топологией).

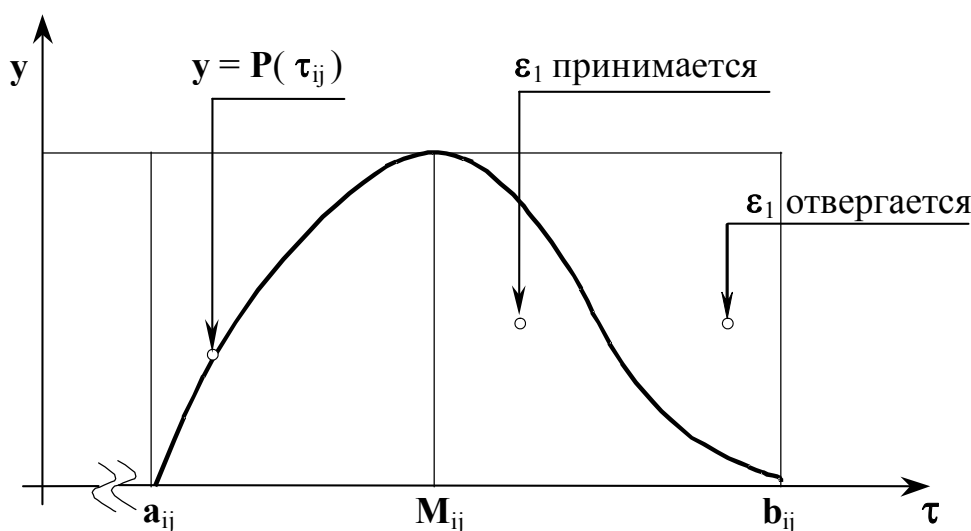


Рис. 4.12. График плотности β -распределения

Предполагается, что время реализации каждой операции $(i, j) \in A$ является случайной величиной с областью ее изменения $[d_{ij} - D_{ij}]$. Расчет укрупненной сетевой модели при $\tau_{ij} = d_{ij}$ и $\tau_{ij} = D_{ij}$ позволяет установить теоретические организационно-технологические особенности на реализацию различных вариантов – T^d и T^D . Эти результаты совпадают с данными модели, рассмотренной в табл. 4.1. Исходные данные приведены в таблице 4.11.

Допустимое решение для рассматриваемого примера находится в пределах установленных границ $T^d \leq T_n \leq T^D$, $69 \leq 72 \leq 82$.

Значения T^d , T^D определяют возможные краевые сроки реализации модели, для каждой операции определяется случайная величина ε , распределенная в интервале $[0,1]$ равномерно, а именно такого рода случайные последовательности генерируются программным способом, и сведение к случайной величине τ_{ij} , распределенной в интервале $[d_{ij} \div D_{ij}]$, производится с помощью выражения (4.10).

Предполагается, что $(i, j) \in A$ независимы, а соответствующие им случайные величины некоррелированы.

Входной информацией для розыгрыша модели являются значения кодов каждой операции, т.е. $(i, j) \in A$, d_{ij} , D_{ij} , $P(\tau_{ij})$, N_1 – число розыгрышей укрупненной сетевой модели ($N_1 = 200$ в приведенном примере).

Составленная программа MONTE предусматривает два варианта решений: без учета стохастических работ и с их учетом.

При очередном розыгрыше модели для каждой операции $(i, j) \in A$, у которой $\tau_{ij} > d_{ij}$, генерируется случайное число ε по закону β -распределения. После определения всех значений продолжительностей операций – τ_{ij} по выражению (4.10) сетевая модель рассчитывается по стандартной подпрограмме, и устанавливается случайное время ее реализации по одному из возможных вариантов числа розыгрышей – T_i . Определяется участок ΔT_i , в который попадает T_i . На печать (табл. 4.12) выдается четыре массива (T_i , NN , F_1 , F_2):

T – интервал времени определяется по условию $T_1 = T^d$, $T_2 = T_1 + \Delta T_i$, $T_3 = T_2 + \Delta T_i, \dots, T^D$; NN – количество значений T , попавших в i -тый участок так, что $\sum NN = N_1$; массив F_1 используется для построения графика статистической функции распределения $T - F^*(T) = P(T \leq T_3)$, массив F_2 используется для построения графика плотности $f(T)$.

Для определения вероятностей $P(T)$ реализации укрупненной сетевой модели за любое заданное время T необходимо вычислить:

$$P(T) = \int f(T) dT,$$

где $T_{\min}^*$ – минимальное статистическое значение T .

Оценка близости эмпирического распределения T к теоретическому установлена по критерию согласия Пирсона (χ^2). Однако для большинства практических задач более рационально строить график $F^*(T) = P(T \leq T_3)$ и по нему графически определять реализацию модели в заданное время (см. рис. 4.10). Пользуясь ими, не прибегая к аналитическому расчету, можно установить уровень ОТН.

Граница допустимого риска (ГДР), как показали многие исследования, находится в следующем диапазоне:

$$0,35 \leq P(T) \leq 0,65. \quad (4.17)$$

При $P(T) < 0,35$ опасность нарушения (увеличения) сроков настолько велика, что следует пересмотреть решение как в части организационно-технологической, так и в части заданных сроков, т.е. изменить или потребность в трудовых ресурсах в сторону их увеличения, или, при возможности первого, пересмотреть сроки строительства, закладываемые в ПОСе.

Если $P(T) > 0,65$, то целесообразно пересмотреть решения, поскольку на операциях $(i, j) \in T_{кр}$ используются избыточные ресурсы.

Таблица 4.11

Исходные данные для работы программы MONTE
Число розыгрышей – 200, число работ – 7

№	Коды работ	d_{ij}	D_{ij}	$P(\tau)$
1	101 - 102	21	24	1,0
2	101 - 103	15	21	1,0
3	103 - 103	21	25	1,0
4	102 - 104	22	27	1,0
5	103 - 104	12	15	1,0
6	103 - 105	14	18	1,0
7	104 - 105	15	18	1,0

Таблица 4.12

Результаты статистического моделирования
на ЭВМ по программе MONTE

$T_{min} = 69$

$T_{max} = 82$

T_i	NN	F_1	F_2
69	0	0	0
...	...	...	...
71,0	3	0,0149	0,037
71,4	3	0,0149	0,037
71,8	13	0,068	0,160
72,2	3	0,0149	0,037
72,6	10	0,050	0,125
73,0	26	0,130	0,325
73,4	18	0,089	0,225
73,8	27	0,135	0,337
74,2	17	0,085	0,210
74,6	22	0,109	0,270
75,0	18	0,089	0,225
75,4	23	0,115	0,287
75,8	9	0,045	0,112
76,2	6	0,029	0,075
76,6	2	0,009	0,025
...	...	...	...
81,0	0	0	0

Общая средняя $T = \sum T_i \times NN / N_1 = 14794,2 / 200 = 74$.

Генеральная дисперсия $D = \sum NN(T_i - T)^2 / N_1 = 314,41 / 200 = 1,51$.

Среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{D} = 1,25$.

В результате работы алгоритма статистического моделирования (программа MONTE) полученный результат представлен в таблице 4.12.

Для рассмотренного примера, как уже указывалось, $T_{\min}^d = 69$ мес., $T_{\max}^D = 82$ мес., статистические значения в результате использования программы MONTE составляют $T_{\min}^* = 71$ мес., $T_{\max}^* = 76,6$ мес. На основе результатов расчета на ЭВМ строим график статистической функции распределения вероятностей реализации решений, описанных в приведенной модели (рис. 4.10). Установленный срок строительства $T_3 = 72$ мес. (6 лет) не входит в границу допустимого риска (ГДР), следовательно, решение следует пересмотреть, т.к. вероятность того, что объект будет сдан в заданное время очень низкая (ниже ГДР), поэтому срок должен быть установлен как минимум в 73 месяца.

Автоматизация процессов реализации алгоритма статистических испытаний на ПЭВМ, программа MONTE

Назначение: определить наиболее вероятное время строительства объекта и границу допустимого риска принятых решений на основе статистического моделирования сетевого графика методом Монте-Карло. С использованием программы получается информация, описывающая статистическую функцию распределения продолжительностей строительства.

Организация: программа рассчитывает модель, имеющую до 200 работ.

Входные данные:

Набор 1. Указывается число розыгрышей в колонках 1–3 по формату F3, колонки 4–6 отражают размер задачи (число работ в сетевой модели) по формату F3, в колонке 7 – признак вероятности F1.

Набор 2. Общее число карт в данном наборе равно числу работ сетевой модели. Для каждой работы набора 2 следует задать четверку значений (i, j, d, D) по формату (i, j) – F3, d – F4, D – F5.

Программа составлена для ПЭВМ. Фактическое время счета в основном зависит от числа розыгрышей.

Используемые переменные:

i – начальный код работы (i, j);

j – конечный код работы (i, j);

d_{ij} – оптимистическое значение продолжительности работы;

D_{ij} – пессимистическое значение продолжительности работы;

$P(\tau)$ – вероятность выполнения работы;

LN – граница интервала;

NN – число реализаций, попавших в i -тый интервал;

F_1 – вероятность реализации проекта в данном интервале;

F_2 – статистическая плотность распределения вероятностей в интервале.

ВЫВОДЫ

Выбор стратегии в реализации инвестиционных программ требует проведения анализа возможностей заказчика и подрядчика в оценке вариантов с точки зрения установленных сроков освоения и получения доходов от сдачи очередей (этапов), оценки надежности и риска.

Выполненные теоретические исследования и изученный опыт дают возможность сделать следующие выводы.

1. Предложенный подход к определению календарных сроков освоения капвложений с учетом формализации в ЭММ организационно-технологических особенностей стоимостных и временных условий позволил системно подойти к проблеме освоения инвестиций и на этой основе решить задачу, учитывающую внутренние особенности возводимых комплексов, определяемые возможностями ОТР и общими ограничениями внешней среды по вводу производственных мощностей.

2. Разработанный метод определения сроков освоения капвложений на основе потокового алгоритма позволяет на уровне выбора стратегии определить оптимальное решение, максимизирующее доход от сдачи комплекса.

3. Решение задачи освоения капвложений связано с многовариантной проработкой альтернатив, в результате чего получены переменные прямой задачи (сроки свершения событий) и двойственные переменные (финансовые дуговые потоки). Двойственные переменные предложено определять на основе вырезания узлов и учета условия дополняющей нежесткости.

4. Проведено аналитическое сравнение результатов решений разработанным методом и симплекс-методом. Доказана простота и эффективность нашего подхода, и выявлена природа диалектического единства прямой $L(x)$ и двойственной $Z(f)$ задач, чем подтверждена внутренняя всеобщая связь природы и ее явлений.

5. Выполненные исследования и расчеты по выработке оптимальных ОТР реконструкции Днепрогэса полностью доказали работоспособность сетевой структуры. Выработка решений в срок позволила снизить дополнительное суммарное привлечение ресурсов на 60%.

6. Доказана обоснованность ОТН полученного варианта освоения капвложений, и установлена граница допустимого риска (ГДР) на основе реализации статистического моделирования КУСГа и использования разработанной программы MONTE. Предложенная статистическая функция $F^*(T)$ удобна и проста в использовании. Автоматизация вычислительных процессов позволяет в диалоговом режиме принимать решения, давать им оценку и оперативно их пересматривать.

7. Научная новизна заключается в формировании ЭММ с учетом организационно-технологических особенностей программ и предложенного высокоэффективного метода определения переменных двойственной задачи (оптимальные финансовые потоки).

Разработанную методику или ее элементы можно использовать в других отраслях народного хозяйства. Так, например, автор разработал для Коммунарского (Алчевского) металлургического завода по заданию луганских областных органов управления многоцелевую многоисходную сетевую модель на суточную подачу чугуновозных составов под доменные печи ДП-1бис, 2, 3, 4, 5, развозку ковшей на разливочные машины и миксер 1, 2 мартеновского цеха. Модель учитывала непрерывность производства, технологию комплекса, график имел 1219 работ (операций). Используя метод статистического моделирования на ЭВМ, установлено наиболее вероятное время выполнения суточной программы: $T = 1438$ мин, $P(T) = 0,5$. Причиной сдерживания производства явилась несвоевременная подача чугуновозных ковшей. Реконструкция подъездов разрешила проблему "узкого места" в железнодорожном подразделении.