

### Лабораторна робота №3.

#### Генерування двовимірних чисельних даних та їх первинна обробка (max=5 б.)

1. Згенерувати чисельні результати

$$y_i = f(x_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

розв'язання звичайного диференціального рівняння методом кінцевих різниць (готова програма для генерування надається в Maple). Рівняння вибрати відповідно до варіанту **(2б.)**.

*Нижче наведено:*

*таблиця варіантів (відповідно до диференціального рівняння);*

*Шаблон програми для реалізації генерування даних.*

2. Побудувати точковий графік залежності (1), застосовуючи Microsoft Excel, Maple, Mathcad, MathLab, Mathematica або інший програмний пакет **(2б.)**.

*Нижче наведено зразок використання Microsoft Excel для виконання завдання.*

3. Побудувати ПОЛІНОМІАЛЬНУ лінію тренда залежності (1), обираючи той степінь многочлена, який «найбільш точно» наближає дану дискретну залежність до неперервної  $y = F(x)$ . Виписати функцію  $y = F(x)$ , що визначає обрану лінію тренда **(1б.)**.

*Нижче наведено зразок використання Microsoft Excel для виконання завдання.*

Корисне посилання по застосуванню Microsoft Excel:

<https://www.altstu.ru/media/f/Tema5trend.pdf>

#### Таблиця варіантів до лабораторної роботи №3

Нехай дана крайова задача

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \quad (5.42)$$

$$\begin{cases} \alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) = A \\ \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) = B \end{cases} \quad (5.43)$$

Диференціальні рівняння звести до задач Коші методами:

Порівняти отримані результати з результатами, отриманими іншими методами (наприклад, чисельний розв'язок засобами Maple)

## Таблиця варіантів

Шифр по вертикалі	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$k_1$	-1	2	-3	-1	-2	-4	-3	-4	2	-2.7
$k_2$	-4.8	-3.1	2.5	1.7	2	1.2	2	3.2	3	-1.3

Шифр по горизонталі	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A$	0.5	1.3	2.4	-1	0	1	0	0.8	-4	0
$B$	0.5	0.7	0	1	-2	0.5	0	0.3	-0.6	2
$a$	1	-1	-1	0.5	0	2	-1	-0.5	-1	0
$b$	2	0	1.4	1.5	1	3	0	1.5	1	1
$\alpha_1$	2	0	0	-3	2	0	0	-1	0	0
$\alpha_0$	0	2	-1	0	0	5	-4	0	1	-1
$\beta_0$	-1	0	0	3	-2	0	0	-1	0	0
$\beta_1$	0	-1	2	0	0	-5	4	0	1	-1
$h$	0.1	0.1	0.25	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1
$p(x)$	$k_1x$	$\frac{k_1}{x+k_2}$	$k_1x+k_2$	$k_2x$	$k_2x^2-k_1$	$k_1-x$	$k_2+x^2$	$k_1x^3$	$k_2x^3-k_1$	$x^2k_1^2$
$q(x)$	$\frac{k_1x}{x^2+k_2^2}$	$k_2x$	$k_1x^2$	$k_2x^3+k_1$	$k_2-x$	$k_2+x^3$	$k_2x$	$k_2x-k_1$	$k_1x+k_2$	$\frac{k_2}{x+1}$
$f(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+k_1^2}}$	$k_2+x^3$	$\frac{k_2+x}{x^2-k_1}$	$\frac{x^2+k_2}{x}$	$\frac{1}{k_1x-k_2}$	$\sqrt{x^2+k_2^2}$	$\frac{k_1x^2}{k_2+x}$	$\frac{1}{k_2x^2-k_1}$	$k_2x^2+k_1x$	$\frac{k_1x+k_2}{(k_1-x)^3}$

$h$  - крок розбиття відрізка  $[a,b]$  в методі кінцевих різниць (див. індивідуальне завдання)

### Шаблон програми в Maple.

- > *restart*
- > *with(linalg) :*
- >  $a0 := 0; a1 := 2; b0 := -1; b1 := 0; A := 0.5; B := 1.5;$
- >  $a := 1; b := 2;$
- >  $h := 0.1$
- >  $n := 10; h := \frac{(b-a)}{n}$
- > **for**  $k$  **from** 0 **to**  $n$  **do**  $xx[k] := a + k \cdot h$  : **od**;
- >  $p := \frac{2 \cdot x}{x^2 + (-3.1)^2}; q := \frac{2 \cdot x}{x^2 + (-3.1)^2}; f := (x^2 + 10)^{\frac{1}{2}};$

- > **for**  $k$  **from** 1 **to**  $n - 1$  **do**  
 $pk := \text{subs}(x = xx[k], p) :$   
 $qk := \text{subs}(x = xx[k], q) :$   
 $fk := \text{subs}(x = xx[k], f) :$   
 $ur[k] := \frac{(y[k + 1] + y[k - 1] - 2y[k])}{h^2} + pk$   
 $\cdot \left( \frac{y[k + 1] - y[k - 1]}{2 \cdot h} \right) + qk \cdot y[k] - fk :$   
**od:**
- >  $ur[0] := a0 \cdot y[0] + \frac{a1}{2 \cdot h} (4 \cdot y[1] - y[2] - 3y[0]) = A;$
- >  $ur[n] := b0 \cdot y[n] + \frac{b1}{2 \cdot h} \cdot (3 \cdot y[n] - 4y[n - 1] + y[n$   
 $- 2]) = B;$
- >  $eq := \{seq(ur[ii], ii = 1 ..10)\};$   
 $var := \{seq(y[ii], ii = 1 ..10)\};$   
 $solve(eq, var);$
- >  $assign(\%);$
- >  $data := [seq([xx[i], y[i]], i = 0 ..10)];$

**Застосування MS Excel для побудови поліноміальної лінії тренда відповідно до таблиці**

X	7	12	17	22	27	32	37
Y	83	74	60	51	45	41	37

**Розв'язання.** Дані, що підлягають апроксимації, розміщено в таблиці MS Excel в комірках C2:D8 (рис. 1.3). Для побудови точкового графіка потрібно у вкладці меню MS Excel в блоці «Діаграма» обрати «Точечная». Далі можна обрати вигляд графіка такий, як позначено на рис. 1.2. Результуючим буде, наприклад, графік, зображений на рис. 1.3, який відповідає даним, розміщеним в комірках C2:D8.

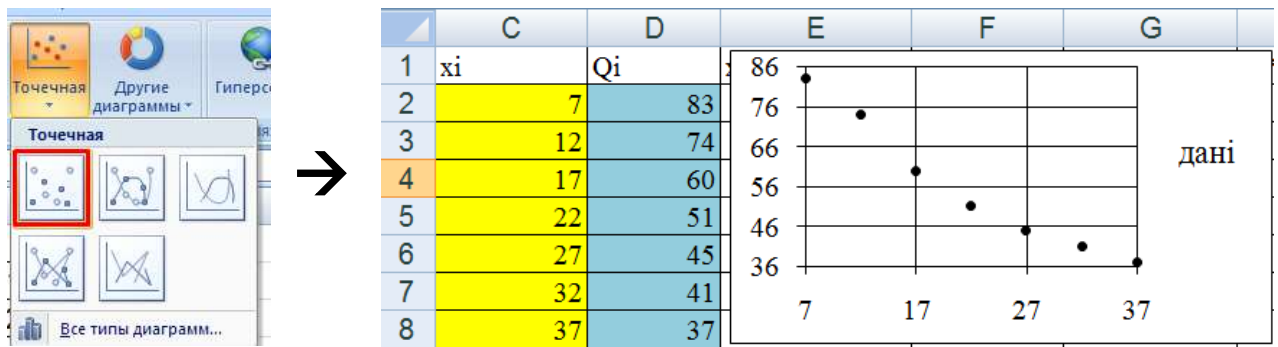
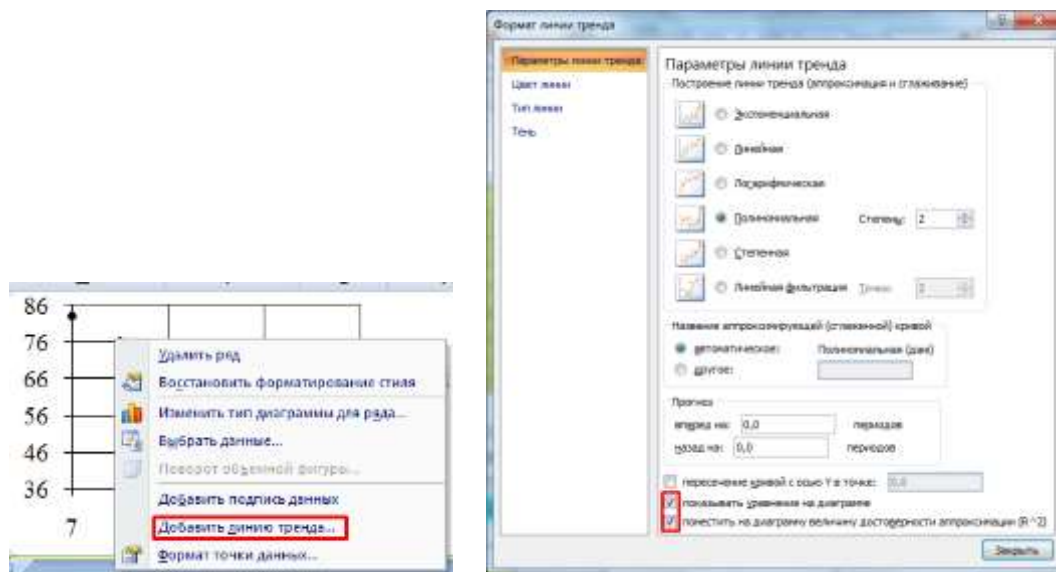


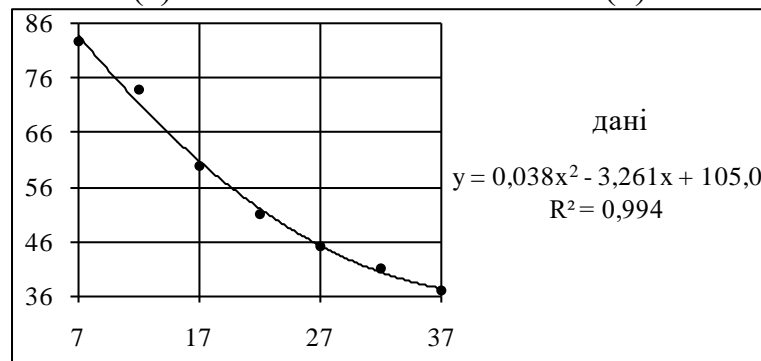
Рис. 1.3

Щоб додати до діаграми лінію тренда, клацніть правою кнопкою миші на будь-яку точку графіка і у спадному меню оберіть «Добавить линию тренда» (див. рис. 1.4 (а)). Після цього у вікні форматування лінії тренда оберіть параметри лінії тренда і поставте прапорці на «Показывать уравнение на диаграмме» і «Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ )» (див. рис.1.4 (б)). На рис. 1.4 (в) наведено результат побудови.



(а)

(б)



(в)

Рис. 1.4

Змінюючи параметри лінії тренда, можна обрати ту, що має найближче до одиниці значення достовірності апроксимації. У даному випадку вхідних даних такі значення рівні для поліноміальної лінії тренда степеня 2 і 3, а для 4 – дорівнює майже 1. Однак для такої кількості даних степінь 4 невиправданий для апроксимації. Отже, для даного прикладу обираємо степінь 2.

### **Теоретичні питання для підготовки до лабораторної роботи №3:**

- Алгоритм розв'язання звичайного диференціального рівняння другого порядку методом кінцевих різниць.
- Генерування двовимірних чисельних даних як результат чисельного експерименту.
- Первинна обробка двовимірних чисельних даних. Побудова ліній тренда програмними засобами.
- Вибір типу оптимальної функції для апроксимації чисельних даних.