

7 УЧЕТ И ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО СЛОЖНОЙ СТАВКЕ ПРОЦЕНТОВ

Основные формулы

название	формула	составляющие
<i>математическое дисконтирование (решение задачи, обратной наращению первоначальной суммы ссуды)</i>		
современная величина или текущая стоимость суммы S , если проценты начисляются 1 раз в год	$P = \frac{S}{(1+i)^n} = S \cdot v^n$	v – учетный или дисконтный множитель, $v^n = \frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$
дисконт	$D = S - P = S(1 - v^n)$	
современная величина или текущая стоимость суммы S , если проценты начисляются m раз в год	$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}} = S \cdot v^{mn}$	v – учетный или дисконтный множитель, $v^{mn} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-mn}$
<i>банковский учёт (метод, где проценты за пользование ссудой в виде дисконта начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока договора. При этом применяется учётная ставка d)</i>		
дисконтирование (банковский учёт) по сложной учетной ставке 1 раз в год	$P = S \cdot (1 - d)^n$	d – сложная годовая учетная ставка
наращение по сложным учетным ставкам 1 раз в год	$S = \frac{P}{(1 - d)^n}$	
дисконт	$D = S \left(1 - (1 - d)^n\right)$	
дисконтирование (банковский учёт) по сложной учетной ставке m раз в год	$P = S \cdot \left(1 - \frac{f}{m}\right)^{mn}$	f – номинальная годовая учетная ставка
наращение по сложным учетным ставкам m раз в год	$S = \frac{P}{\left(1 - \frac{f}{m}\right)^{mn}}$	
дисконт	$D = S \left(1 - \left(1 - \frac{f}{m}\right)^{mn}\right)$	

Примеры решения задач

Пример 1 Сумма в 5 млн. грн. выплачивается через 5 лет. Необходимо определить ее современную величину при условии, что применяется ставка сложных процентов, равная 12% годовых.

Решение.

Дисконтный множитель равен

$$v^5 = (1 + 0,12)^{-5} = 0,56574.$$

Таким образом, первоначальная сумма сократилась почти на 44 %. Современная величина равна:

$$P = 5000 \cdot 0,56574 = 2837,1 \text{ тыс. грн.}$$

Пример 2 Долговое обязательство на сумму 5 млн. грн., срок оплаты которого наступает через 5 лет, продано с дисконтом по сложной учетной ставке 15% годовых. Найти размер суммы, полученной за долг, и величину дисконта (в тыс. грн.).

Решение.

$$P = 5000 \cdot (1 - 0,15)^5 = 2218,5 \text{ тыс. грн.,}$$

$$D = S - P = 5000 - 2218,5 = 2781,5 \text{ тыс. грн.}$$

Если применить простую учетную ставку того же размера, то

$$P = 5000 \cdot (1 - 5 \cdot 0,15) = 1250 \text{ тыс. грн.,}$$

$$D = 5000 - 1250 = 3750 \text{ тыс. грн.}$$

Пример 3 Долговое обязательство на сумму 5 млн. грн., срок оплаты которого наступает через 5 лет. Определить сумму, полученную при поквартальном учете по номинальной учетной ставке 15%, и эффективную учетную ставку.

Решение.

Имеем $f = 0,15$; $m = 4$; $n = 5$; $m \cdot n = 20$.

$$P = 5000 \cdot \left(1 - \frac{0,15}{4}\right)^{20} = 2328,0 \text{ тыс. грн.}$$

Эффективная учетная ставка составит

$$d = 1 - \left(1 - \frac{0,15}{4}\right)^4 = 0,14177 \text{ или } 14,177 \%.$$

Пример 4 Какую сумму следует проставить в векселе, если реально выданная сумма равна 20 млн. грн., срок погашения 2 года. Вексель рассчитывается, исходя из сложной годовой учетной ставки 10%.

Решение.

$$S = \frac{20}{(1 - 0,1)^2} = 24,691358 \text{ млн. грн.}$$

Пример 5 Решить предыдущую задачу при условии, что наращение по сложной учетной ставке осуществляется не один, а 4 раза в год.

Решение.

$$S = \frac{20}{\left(1 - \frac{0,1}{4}\right)^8} = 24,490242 \text{ млн. грн.}$$

Пример 6 Вексель 500 тыс. грн. сроком на 5 лет выдан под 10% годовых сложных с начислением по полугодиям. Через 3 года вексель учтен по сложной ставке 15% годовых. Определить цену продажи.

Решение.

Будущая стоимость векселя по сроку погашения равна:

$$S = 500 \cdot \left(1 + \frac{0,1}{2}\right)^{10} = 815 \text{ тыс. грн.}$$

Цена продажи:

$$P = 815 \cdot \left(1 - \frac{0,15}{2}\right)^4 = 815 \cdot 0,925^4 = 815 \cdot 0,732 = 596,58 \text{ тыс. грн.}$$

Задачи для самостоятельной работы

1. Вкладчик намерен положить деньги в банк под 8% годовых с ежеквартальным начислением процентов. Определить сумму вклада, необходимую для накопления через 3 года 100 тыс. грн. в случае сложных процентов.

2. На вклады ежемесячно начисляются проценты по годовой ставке 10% годовых. Определить сумму, необходимую для накопления через 5 лет 100 тыс. грн. в случае сложных процентов.

3. Через 200 дней после подписания договора должник уплатит 50 тыс. грн. Кредит выдан под 16% годовых. Какова первоначальная сумма долга при условии, что временная база равна 365 дням? Рассмотреть случай сложных процентов.

4. Если первоначальный капитал вырос с 1000 до 5000 за 4 года, определить процентную ставку такой финансовой операции. Сравнить случаи простой и сложной процентных ставок.

5. Вексель на сумму 60 000 грн. предъявлен в банке за два года до срока его погашения. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта, если банк использует номинальную учётную ставку 16% при ежеквартальном дисконтировании.

6. Вексель на сумму 40 000 грн. предъявлен в банке за два года до срока его погашения. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта, если банк использует сложную учётную ставку 5% годовых.

7. Сколько получит владелец векселя на сумму в 1 000 000 грн., если он его учитывает за 2,5 года до наступления срока погашения, чему равна величина дисконта, если расчёт ведётся по годовой сложной учётной ставке 20%?

8. Сумма в размере 400 грн. возрастает до 4500 грн. при ставке сложных процентов 15% годовых. Определить срок выполнения такой финансовой операции, а также доходность операции в виде сложной учётной ставки.

9. При учёте векселя на сумму 2500 грн., до срока оплаты которого осталось 30 дней, банк выплатил предъявителю 2000 грн. Определить величину сложной учётной ставки банка, если дисконтирование ежеквартальное, а также доходность операции в виде эффективной ставки.

10. При учёте векселя на сумму 100 000 грн. банк выплатил предъявителю 50 000 грн. Определить срок погашения векселя, если банк учёл его по сложной учётной ставке 10%, а также доходность операции в виде сложной процентной ставки.

11. Фирме нужно накопить 2 млн. долларов, чтобы через 10 лет приобрести здание под офис. Наиболее безопасным способом накопления является приобретение безрисковых государственных ценных бумаг, генерирующих годовой доход по ставке 8% при полугодовом начислении процентов. Каким должен быть первоначальный вклад фирмы?

12. Долговое обязательство на сумму 5 млн. грн., срок оплаты которого наступает через 5 лет, продано с дисконтом по сложной учетной ставке 15 % годовых. Определить: а) размер полученной за долг суммы и величину дисконта; б) сумму, полученную при поквартальном учете по номинальной учетной ставке 15 %, и эффективную учетную ставку.

13. Сумма 12 тыс. грн. выплачивается через 2,4 года. Номинальная ставка процентов – 16 % годовых. Определить современную стоимость при ежеквартальном начислении процентов.

14. Сумма в 5 млн. грн. будет выплачена через 5 лет. Определить ее современную величину при условии, что применяется ставка сложных процентов, равная 12 % годовых.

15. Через 10 лет по обязательству будет выплачена сумма 10 млн. грн. Определить современную стоимость обязательства при условии, что применяется ставка сложных процентов 10 % годовых.

16. Через 5 лет по векселю должна быть выплачена сумма 1 млн. грн. Банк учел вексель по сложной учетной ставке 10 % годовых. Определить дисконт.

17. 20 тыс. грн. должны быть выплачены через 4 года. Найти современную стоимость, учитывая сложную ставку 10 % годовых.

18. Определить современную (приведенную) величину суммы 100 тыс. грн., выплаченной через три года, при использовании ставки сложных процентов – 20 % годовых.

19. С целью возврата долга (с процентами) необходимо уплатить 5 тыс. долл. Деньги в долг получены по 12 % (простая ставка) годовых на 60 дней. Найти начальную сумму долга (временная база – 360 дней).

20. Вексель 300 тыс. долл. учитывается за 2 года до погашения по сложной учетной ставке 10 % годовых. Найти сумму, полученную векселедержателем, и величину дисконта.

21. Ставка по облигации номиналом 5 тыс. грн. – 6 %. Определить число лет, необходимое для удвоения стоимости облигации, применив сложные проценты по: а) процентной ставке; б) учетной ставке.

22. Вексель стоимостью 100 тыс. грн. учтен банком за 2 года до погашения по сложной ставке 30 % годовых. Какую сумму получит векселедержатель при использовании в расчетах сложной учетной ставки?

23. Вексель выдан на сумму 10 тыс. долл. и учтен в банке за 20 дней до погашения по простой учетной ставке 20 % годовых. Найти сумму, полученную векселедержателем (временная база – 360 дней).

24. Вексель на сумму 500 тыс. грн. учтен 1 марта. Срок погашения векселя – 15 августа. Векселедержатель получил за него 480 тыс. грн. Чему равна простая учетная ставка?

25. Рассчитать учетную ставку, которая обеспечивает доход в 6 тыс. грн., если сумма в 10 тыс. грн. выдается в ссуду на полгода.

26. Сберегательный сертификат номиналом 10 тыс. грн. выдан на 120 дней с погашением в сумме 12 тыс. грн. За временную базу принять 360 дней. Определить: а) учетную ставку; б) процентную ставку.

27. По сберегательному сертификату, выданному на 210 дней, начисляется дисконт в размере 12 % от суммы погашения. Год не високосный. Определить: а) учетную ставку; б) процентную ставку.

28. Переводной вексель выдан на сумму 500 тыс. грн. с уплатой 19.12. Векселедержатель учел вексель в банке 25.10 по учетной ставке 8 %. Определить сумму, полученную векселедержателем, и размер дисконта в пользу банка.

29. Вексель, выданный на 120 дней, с обязательством уплатить 50 тыс. грн. учитывается по ставке 8 %. Определить приведенную величину наращенной стоимости и размер дисконта при математическом дисконтировании и коммерческом учете.

30. Вексель на 100 тыс. грн., с обязательством уплатить через 180 дней 8% (простых) годовых, учтен банком за 90 дней до наступления срока платежа по учетной ставке 6 %. Определить сумму, полученную векселедержателем, и размер дисконта в пользу банка.

31. Сберегательный сертификат номиналом 30 тыс. грн. под 60 % годовых выдан на 180 дней и учтен за 120 дней до даты погашения по учетной ставке 75 %. Определить: а) сумму, полученную держателем сертификата, при досрочном учете сертификата банком; б) доходы держателя сертификата и банка.

32. Вексель номинальной стоимостью 500 тыс. грн. был учтен в банке за 90 дней до срока погашения по учетной ставке 16 % годовых. Определить дисконтируемую величину векселя, используя антисипативный метод начисления процентов.

33. Вексель был учтен за 15 дней до срока погашения по ставке 18 % годовых. В результате учета владелец векселя получил 4,0625 тыс. грн. Определить номинальную стоимость векселя.

34. Определить, какую сумму необходимо поместить на депозит, чтобы через 3 года владелец депозита получил 4 млн грн. Применяемые процентные ставки: а) 8 % годовых; б) 12 % годовых.

35. Через 180 дней после подписания договора должник уплатит 310 тыс. грн. Кредит выдан под 16 % годовых. Какова первоначальная сумма долга при условии, что временная база равна 365 дням?

36. Вексель выдан на сумму 1 млн. грн. с уплатой 17.11.2013. Владелец векселя учел его в банке 23.09.13 по учетной ставке 20 %. Определить полученную при учете сумму.

37. Вексель номинальной стоимостью 5 млн. грн. учтен за 15 дней до срока погашения по учетной ставке 18 % годовых. Определить дисконт и дисконтированную величину.

38. Какова должна быть продолжительность ссуды в днях, чтобы долг, равный 100 тыс. грн., вырос до 120 тыс. грн. при условии, что начисляются простые проценты по ставке 25 % годовых?

39. В контракте предусматривается погашение обязательства в сумме 110 тыс. грн. через 120 дней. Первоначальная сумма долга 90 тыс. грн. Определить доходность операции для кредитора в виде ставки процента и учетной ставки.

40. Стороны договорились о том, что из суммы ссуды, выданной на 210 дней, удерживается дисконт в размере 12 %. Определить цену кредита в виде годовой ставки простых процентов и учетной ставки, если $K = 360$.

41. Кредит выдается под простую ставку 14 % годовых на 250 дней. Рассчитать сумму, получаемую заемщиком, и сумму процентных денег, если величина кредита составляет 40 тыс. грн.

42. Владелец векселя номинальной стоимостью 800 грн. и сроком обращения 1 год предъявил его банку-эмитенту для учета за 60 дней до даты погашения. Банк учел его по ставке 18 % годовых (проценты простые). Определить дисконтированную величину и величину дисконта, если временная база 360 дней.

43. Вексель в сумме 4 тыс. грн. должен быть погашен через 80 дней с процентами 9 % годовых. Владелец учел его в банке за 10 дней до наступления срока по учетной ставке 12 %. Найти полученную после учета векселя сумму и величину дисконта.

44. Определить современную стоимость 20 тыс. грн., которые должны быть выплачены через 4 года, если в течение этого периода на первоначальную сумму начислялись сложные проценты по 8 % годовых: а) ежегодно; б) ежеквартально.

45. Долговое обязательство на сумму 16 тыс. грн. со сроком погашения через 2 года было передано в банк для учета. Дисконтирование производилось по ставке $f = 10\%$ при $m = 4$. Определить величину дисконта.

46. Долговое обязательство в сумме 2 млн. грн. должно быть погашено через 90 дней с процентами (12 % годовых). Владелец обязательства учел его в банке за 15 дней до наступления срока по учетной ставке 13 %. Определить сумму после учета обязательства.

47. Через один год владелец векселя, выданного коммерческим банком, должен получить по нему 220 тыс. грн. Какая сумма была внесена в банк в мо-

мент приобретения векселя, если доходность векселя должна составить 12 % годовых?

48. Вексель, выданный на сумму 5500 грн., учтен за 90 дней до погашения. Владелец векселя получил 4900 грн. Определить доходность банка в виде простой учетной ставки.

49. Через 159 дней должник уплатит 8,5 тыс. грн. Кредит выдан под простые проценты 19 % годовых. Определить первоначальную сумму долга и дисконт при условии, что временная база равна 360 дням.

50. Вексель, имеющий номинальную стоимость 8 тыс. грн. учтен в банке по ставке 18,5 % годовых за 132 дня до его погашения. Определить сумму, полученную владельцем векселя при учете.

51. Вексель на сумму 1 млн. грн. со сроком погашения 01.09.15 учитывается банком 01.06.15 по простой учетной ставке 18 %. Найти: а) дисконтированную цену векселя, используя способ расчета $365 / 360$; б) доходность этой финансовой операции для банка.

52. Через 4 года долг с учетом процентных денег достиг 100 тыс. грн. Годовая учетная ставка – 15 %. Сколько денег было взято в долг если начислялись: а) простые, б) сложные проценты?

53. В момент выдачи ссуды удерживается дисконт в размере 10 %. Ссуда выдается на срок 144 дня по схеме простых процентов. Найти годовую учетную ставку, если год считается равным 360 дням.

54. Какой годовой учетной ставке соответствует годовая ставка 60 %?

55. Какой годовой процентной ставке соответствует годовая учетная ставка 20 %?

56. Сумма 12 тыс. грн. выплачивается 2,4 года. Номинальная ставка процентов – 16 % годовых. Определить современную стоимость при ежеквартальном начислении процентов.

57. Вексель на сумму 20 тыс. грн., срок платежа по которому наступает через 1,8 года, учтен по сложной процентной ставке 18 % годовых. Определить сумму, полученную владельцем векселя при учете, и учет при ежегодном и ежемесячном дисконтировании.

58. Переводной вексель был выдан на сумму 15 млн. грн. с уплатой 15 октября. Владелец векселя учел его в банке 3 сентября по учетной ставке 9 %. Найти сумму, полученную при учете векселя, и размер дисконта.

59. Из суммы ссуды, выданной на 155 дней, удерживается дисконт в размере 20 %. Определить цену кредита в виде годовой ставки простых процентов и учетной ставки. Временная база – 360 дней.

60. Долговое обязательство на 10 млн. грн., срок оплаты которого наступит через 3 года, продано с дисконтом по сложной учетной ставке 13 % годовых. Найти размер полученной за долг суммы и величину дисконта. Определить сумму, полученную при ежемесячном учете по номинальной учетной ставке 13 %, и эффективную учетную ставку.

61. За 8 лет первоначальная сумма вклада выросла в 5 раз. Найти годовую учетную ставку, если при расчете используется схема: а) простых, б) сложных процентов.

62. Сумма 2 млн. грн. взята в долг на срок 4,8 года с годовой учетной ставкой 10 % при условии погашения долга одним платежом в конце срока. Какую сумму нужно будет вернуть кредитору, если расчет производится по схеме: а) простых, б) сложных процентов?

63. Определить современное значение суммы в 120 тыс. грн., которая будет выплачена через 2 года при использовании сложной учетной ставки 16 % годовых.