

8 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРОКА ССУДЫ И РАЗМЕРА ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

Основные формулы

название	формула	составляющие
срок ссуды (в годах) при наращивании по сложной годовой ставке i	$n = \frac{\log\left(\frac{S}{P}\right)}{\log(1+i)}$	логарифм можно взять по любому основанию
срок ссуды (в годах) при наращивании по номинальной ставке j процентов m раз в году	$n = \frac{\log\left(\frac{S}{P}\right)}{m \cdot \log\left(1 + \frac{j}{m}\right)}$	
срок ссуды (в годах) при дисконтировании по сложной годовой учетной ставке d	$n = \frac{\log\left(\frac{P}{S}\right)}{\log(1-d)}$	
срок ссуды (в годах) при дисконтировании по номинальной учетной ставке m раз в году	$n = \frac{\log\left(\frac{P}{S}\right)}{m \cdot \log\left(1 - \frac{f}{m}\right)}$	
процентная ставка при наращении по сложной годовой ставке	$i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1$	
процентная ставка при наращении по номинальной ставке j процентов m раз в году	$j = m \cdot \left(\sqrt[mn]{\frac{S}{P}} - 1 \right)$	
процентная ставка при дисконтировании по сложной годовой учетной ставке	$d = 1 - \sqrt[n]{\frac{P}{S}}$	
процентная ставка при дисконтировании по номинальной учетной ставке m раз в году	$f = m \cdot \left(1 - \sqrt[mn]{\frac{P}{S}} \right)$	

Примеры решения задач

Пример 1 За какой срок в годах сумма, равная 75 млн. грн., достигнет 200 млн. грн. при начислении процентов по сложной ставке 15% раз в году и поквартально?

Решение.

По формулам $n = \frac{\log\left(\frac{S}{P}\right)}{\log(1+i)}$ и $n = \frac{\log\left(\frac{S}{P}\right)}{m \cdot \log\left(1 + \frac{j}{m}\right)}$ получим соответственно

сроки:

$$n = \frac{\log\left(\frac{200}{75}\right)}{\log(1+0,15)} = 7,0178 \text{ года}; \quad n = \frac{\log\left(\frac{200}{75}\right)}{4 \cdot \log\left(1 + \frac{0,15}{4}\right)} = 6,6607 \text{ года.}$$

Пример 2 Сберегательный сертификат куплен за 100 тыс. грн., выкупная его сумма 160 тыс. грн., срок 2,5 года. Каков уровень доходности в виде годовой ставки сложных процентов?

Решение.

По формуле $i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1$ получим

$$i = \sqrt[2,5]{\frac{160}{100}} - 1 = 0,20684 \text{ или } 20,684\%.$$

Пример 3 Срок до погашения векселя равен 2 годам. Дисконт при его учете составил 30 %. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?

Решение.

По формуле $d = 1 - \sqrt[n]{\frac{P}{S}}$ получим

$$d = 1 - \sqrt[2]{\frac{P}{S}} = 1 - \sqrt{\frac{0,7S}{S}} = 1 - \sqrt{0,7} = 0,16334 \text{ или } 16,334\%.$$

Пример 4 Определить число лет, за которые первоначальная сумма увеличивается вдвое.

Решение.

По условию коэффициента наращения равен 2, то есть $(1+i)^n = 2$, где i – годовая ставка процентов. Тогда, выполнив преобразования данного уравнения, получим:

$$n \ln(1+i) = \ln 2,$$
$$n = \frac{\ln 2}{\ln(1+i)}.$$

Считая $\ln 2 \approx 0,07$ и $\ln(1+i) \approx i$ при $i < 1$, то $n = \frac{0,07}{i}$.

Задачи для самостоятельной работы

1. Сумма в размере 400 грн. возрастает до 4500 грн. при ставке сложных процентов 15% годовых. Определить срок выполнения такой финансовой операции, а также доходность операции в виде сложной учётной ставки.

2. При учёте векселя на сумму 100 000 грн. банк выплатил предъявителю 50 000 грн. Определить срок погашения векселя, если банк учёл его по сложной учётной ставке 10%, а также доходность операции в виде сложной процентной ставки.

3. Вычислите сложные проценты за 2,5 года, начисляемые на 15 тыс. грн. по ставке 12% за каждое полугодие.

4. За какой срок сумма 25 тыс. грн. достигнет 40 тыс. грн. при начислении по сложной ставке 18 % годовых? Рассмотреть случаи ежемесячного начисления процентов и раз в году.

5. Финансовый инструмент куплен за 25 тыс. грн., его выкупная цена через 1,8 года составит 35 тыс. грн., проценты начисляются один раз в месяц. Определить доходность операции в виде номинальной ставки и годовой ставки сложных процентов.

6. За какой срок первоначальный капитал в 50 тыс. грн. увеличится до 200 тыс. грн., если: а) на него будут начисляться сложные проценты по ставке 18 % годовых; б) проценты будут начисляться ежеквартально по ставке 20 % годовых?