



ТЕМА 12

Статистична обробка
даних

Тема 12. Статистична обробка даних

- Випадкові та системні похибки.

- Похибки, які можна мінімізувати за рахунок багаторазового проведення експерименту називають випадковими.
- Систематичні похибки при багаторазовому проведенні аналізу виявити неможливо.
- Парала́кс** ([грец.](#) παράλλαξις — зміна) — видиме зміщення або різниця орієнтації об'єкта, що розглядається з двох різних позицій. .

Може призводити як до випадкових, так і до системних похибок.

Тема 12. Статистична обробка даних

- Середнє та стандартне відхилення.

- Припустимо ми отримали п'ять результатів вимірювань :

71, 72, 72, 73, 71

Припустимо, що найкращою оцінкою цієї величини буде середнє значення:

$$x_{\text{наил}} = \bar{x} = \frac{71 + 72 + 72 + 73 + 71}{5} = 71,8.$$

Тема 12. Статистична обробка даних

- Середнє та стандартне відхилення.

в загальному випадку отримуємо:

$$x_{\text{найл}} = \bar{x},$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \\ &= \frac{\sum x_i}{N}. \end{aligned}$$

Тема 12. Статистична обробка даних

- Середнє та стандартне відхилення.

Оцінимо відхилення від середнього значення, обчисливши різницю кожного значення і середнього:

Номер измерения i	Измеренное значение x_i	Отклонение $d_i = x_i - \bar{x}$
1	71	-0,8
2	72	0,2
3	72	0,2
4	73	1,2
5	71	-0,8
	$\bar{x} = 71,8$	$\bar{d} = 0,0$

Тема 12. Статистична обробка даних

- Середнє та стандартне відхилення.

Так як при цьому середня різниця завжди виходить рівною нулю, така оцінка не інформативна, Тому отримані різниці зводять в квадрат, визначають середнє значення і витягають корінь.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}.$$

Альтернатива усереднення по модулю, однак більш прийнятною виявляється саме СВ (стандартне відхилення)
(анг. використовують RMS – root mean square)

Тема 12. Статистична обробка даних

- Середнє та стандартне відхилення.

Номер измерения i	Измеренное значение x_i	Отклонение $d_i = x_i - \bar{x}$	d_i^2
1	71	-0,8	0,64
2	72	0,2	0,04
3	72	0,2	0,04
4	73	1,2	1,44
5	71	-0,8	0,64
	$\bar{x} = 71,8$		$\sum d_i^2 = 2,80$

Суммірую числа в третьому стовпчику, отримаємо величину, часто звану дисперсією:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum d_i^2 = \frac{2,80}{5} = 0,56.$$

Тема 12. Статистична обробка даних

- Середнє та стандартне відхилення.

Розрахувавши квадратний корінь отримаємо:

$$\sigma_x \approx 0,7.$$

Існує альтернативне визначення, особливо застосовне для малих кількостей вимірювань, де використовується розподіл на $N-1$:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum d_i^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}.$$

Тема 12. Статистична обробка даних

- Стандартне відхилення як похибка одиничного вимірювання .

З аналізу нормального розподілу слід, що якщо вимірювання розподілені нормально, по 70% отриманих результатів будуть лежати в діапазоні

$$\bar{x} \pm \sigma_x.$$

Іншими словами одиничне вимірювання з 70% ймовірністю лежить в діапазоні $\pm \sigma$ від істинного значення.

Тема 12. Статистична обробка даних

- Стандартне відхилення середнього .

Середня величина отриманих вимірювань є більш надійною, і отже повинна мати меншу похибка, ніж одиничне вимірювання .

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_x / \sqrt{N}.$$

Стандартне відхилення середнього (стандартна помилка, стандартна помилка середнього дорівнює стандартному відхиленню поділеному на корінь квадратний з числа вимірювань .

Тема 12. Статистична обробка даних

- Систематичні помилки - складність оцінки

Нехай яка вимірюється величина коефіцієнт пружності k , А системні прогешності ваг і секундоміра при вимірюванні часу 1,0 і 0,5% відповідно.

$$k = 4\pi^2 m / T$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta k_{\text{сист}}}{k} &= \sqrt{\left(\frac{\delta m_{\text{сист}}}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{\delta T_{\text{сист}}}{T}\right)^2} = \\ &= \sqrt{1 + 1} \% = 1,4 \% \end{aligned}$$

$$\delta k_{\text{сист}} = (13,16 \text{ Н/м}) \cdot 0,014 = 0,18 \text{ Н/м.}$$

$$\delta k_{\text{сл}} = \sigma_{\bar{k}} = 0,06 \text{ Н/м.}$$

$$\begin{aligned} \delta k &= \sqrt{(\delta k_{\text{сл}})^2 + (\delta k_{\text{сист}})^2} = \\ &= \sqrt{(0,06)^2 + (0,18)^2} \approx 0,2 \text{ Н/м.} \end{aligned}$$