В экономической теории инфляция определяется как повышение общего уровня цен. Следствием инфляции является падение покупательной способности денег, которое за период n характеризуется индексом J_n. *Индекс покупательной способности* равен обратной величине индекса цен J_p, т.е.

$$J_n = \frac{1}{J_p}.$$

Индекс цен показывает, во сколько раз выросли цены за указанный промежуток времени.

4.1 Наращение по простым процентам

Если наращенная за n лет сумма денег составляет S, а индекс цен равен J_p, то *реально наращенная сумма денег, с учетом их покупательной способности*, равна

$$C = \frac{S}{J_p}. \qquad (4.1)$$

Пусть ожидаемый средний годовой *темп инфляции* (характеризующий прирост цен за год) равен h. Тогда *годовой индекс цен* составит $(1+h)$.

Если наращение производится по простой ставке в течение n лет, то *реальное наращение при темпе инфляции* h составит

$$C = \frac{P(1+ni)}{J_p}, \qquad (4.2)$$

где в общем случае

$$J_p = \prod_{t=1}^{n}(1+h_t) \qquad (4.3)$$

и, в частности, при неизменном темпе роста цен h,

$$J_p = (1+h)^n. \qquad (4.4)$$

Процентная ставка, которая при начислении простых процентов компенсирует инфляцию, равна (при $C = P$)

$$i = \frac{J_p - 1}{n}, \qquad (4.5)$$

Один из способов компенсации обесценения денег заключается в увеличении ставки процентов на величину, так называемой, *инфляционной премии*. Скорректированная таким образом ставка называется *брутто-ставкой*. Брутто-ставка, которую мы будем обозначать символом r, находится из равенства скорректированного на инфляцию множителя наращения по брутто-ставке множителю наращения по реальной ставке процента

$$\frac{1+nr}{J_p}=1+ni,$$

откуда

$$r=\frac{(1+ni)J_p-1}{n}. \tag{4.6}$$

4.2 Наращение по сложным процентам

Наращенная по сложным процентам сумма к концу срока ссуды с учетом падения покупательной способности денег (т.е. в неизменных денежных единицах) составит

$$C=P\frac{(1+i)^n}{J_p}, \tag{4.7}$$

где индекс цен определяется выражением (4.3) или (4.4), в зависимости от непостоянства или постоянства темпа инфляции.

В этом случае падение покупательной способности денег компенсируется при ставке $i=h$, обеспечивающей равенство $C=P$.

Применяются *два способа компенсации потерь* от снижения покупательной способности денег при начислении сложных процентов.

1) *Корректировка ставки процентов*, по которой производится наращение, на величину инфляционной премии. Ставка процентов, увеличенная на величину инфляционной премии, называется брутто-ставкой. Будем обозначать ее символом r. Считая, что годовой темп инфляции равен h, можем написать равенство соответствующих множителей наращения

$$\frac{1+r}{1+h}=1+i,$$

где i – реальная ставка.

Отсюда получаем *формулу Фишера*

$$r=i+h+ih, \tag{4.8}$$

то есть *инфляционная премия* равна $h+ih$.

2) *Индексация первоначальной суммы* P. В этом случае сумма P корректируется согласно движению заранее оговоренного индекса. Тогда

$$S=PJ_p(1+i)^n. \tag{4.9}$$

Нетрудно заметить, что и в 1) случае и во 2) случае в итоге мы приходим к одной и той же формуле наращения (4.9). В ней первые два сомножителя в правой части отражают индексацию первоначальной суммы, а последние два – корректировку ставки процента.

Пример 4.1 Предполагается, что темп инфляции составит 20% в год. Какую ставку сложных процентов следует указать в договоре на открытие депозитного счета, чтобы реальная доходность составляла 10%? Чему равна инфляционная премия?

Решение.

Брутто-ставка вычисляется по формуле (4.8):

$$r = i + h + ih = 0,2 + 0,1 + 0,1 \cdot 0,2 = 0,32 \text{ или } 32\%.$$

Инфляционная премия $h + ih = 0,2 + 0,1 \cdot 0,2 = 0,22$ или 22%.

Пример 4.2 Кредит в размере 500 000 грн. выдан на 2 года. Реальная доходность операции должна составлять 20% годовых по сложной ставке процентов. Ожидаемый уровень инфляции составляет 15% в год. Определить множитель наращения, учитывающий инфляцию и наращенную сумму.

Решение.

Множитель наращения определяется по формуле

$$J_p (1+i)^n = (1+0,15)^2 \cdot (1+0,2)^2 = 1,9 .$$

Наращенная сумма по формуле (4.9):

$$S = PJ_p (1+i)^n = 50000 \cdot 1,9 = 950000 \text{ грн.}$$

4.3 Измерение реальной ставки процента

На практике приходится решать и обратную задачу – находить реальную ставку процента в условиях инфляции. Из тех же соотношений между множителями наращения нетрудно вывести формулы, определяющие реальную ставку i по заданной (или объявленной) брутто-ставке r.

При начислении простых процентов годовая реальная ставка процентов равна

$$i = \frac{1}{n}\left(\frac{1+nr}{J_p} - 1\right), \tag{4.10}$$

учитывая, что $J_p = (1+h)^n$, получим:

$$i = \frac{1}{n}\left(\frac{1+nr}{(1+h)^n} - 1\right), \tag{4.11}$$

При начислении сложных процентов реальная ставка процентов определяется следующим выражением

$$i = \frac{1+r}{1+h} - 1 = \frac{r-h}{1+h}, \tag{4.12}$$

Пример 4.3 На депозит со ставкой 12% годовых помещены денежные средства сроком на 1 год. Инфляция составляет 10% в год. Найти реальную ставку процентов для случая простых и сложных процентов.

Решение.

При начислении простых процентов годовая реальная ставка определяется по выражению (4.11):

$$i = \frac{1}{n}\left(\frac{1+nr}{(1+h)^n} - 1\right) = \frac{1+0{,}12}{1+0{,}1} - 1 = 0{,}018 \text{ или } 1{,}8\%.$$

При начислении сложных процентов реальная ставка процентов определяется следующим выражением (4.12):

$$i = \frac{r-h}{1+h} = \frac{0{,}12-0{,}1}{1+0{,}1} = 0{,}0198 \text{ или } 1{,}98\%.$$