Рассмотрим некоторые практические приложения рассмотренной нами теории. Покажем как полученные выше формулы применяются при решении реальных задач по расчету эффективности некоторых финансовых операций, сравним различные методы расчетов.

6.1 Конверсия валюты и начисление процентов

Рассмотрим совмещение конверсии (обмена) валюты и наращения простых процентов, сравним результаты от непосредственного размещения имеющихся денежных средств в депозиты или после предварительного обмена на другую валюту.

При возможности обмена гривневых средств на СКВ и обратной конверсии целесообразно сравнить доходы от непосредственного размещения имеющихся денежных средств в депозиты и опосредованно через другую валюту. Сказанное относится к получению дохода от СКВ при ее обмене на гривны, депонировании и обратной конверсии. При этом возможны 4 варианта наращения процентов:

1. Без конвертации. Валютные средства размещаются в качестве валютного депозита, наращение первоначальной суммы производится по валютной ставке путем прямого применения формулы простых процентов.

СКВ → СКВ

2. С конвертацией. Исходные валютные средства конвертируются в гривны, наращение идет по гривневой ставке, в конце операции гривневая сумма конвертируется обратно в исходную валюту.

СКВ → грн. → грн. → СКВ

3. Без конвертации. Гривневая сумма размещается в виде гривневого депозита, на который начисляются проценты по гривневой ставке по формуле простых процентов.

грн. → грн.

4. С конвертацией. Гривневая сумма конвертируется в какую-либо конкретную валюту, которая инвестируется в валютный депозит. Проценты начисляются по валютной ставке. Наращенная сумма в конце операции обратно конвертируется в гривны.

грн. → СКВ → СКВ → грн.

Операции без конверсии не представляют сложности. В операции наращения с двойной конверсией имеются два источника дохода: начисление процента и изменение обменного курса. Причем начисление процента является безусловным источником (ставка фиксирована, инфляцию не рассматриваем). Изменение обменного курса может как быть источником дополнительного дохода, так и приводить к потерям. Остановимся на двух вариантах, предусматривающих двойную конверсию (варианты 2 и 4).

Варианты с конверсией показаны на рис. 6.1.

… … … …

$P(\text{грн.})$ i $S(\text{грн.})$ $P(\text{СКВ})$ j $S(\text{СКВ})$

а) б)

Рисунок 6.1

В операции наращения с конверсией валют существует два источника дохода – изменение курса и наращение процентов, причем, если второй из них безусловный (так как ставка процента фиксирована), то этого нельзя сказать о первом источнике. Более того, двойное конвертирование валюты (в начале и конце операции) может быть при неблагоприятных условиях убыточным. Решим в связи с этим две задачи. Определим сумму в конце операции и ее доходность для двух вариантов операции с конверсией.

Вариант СКВ → грн. → грн. → СКВ. Проанализируем сначала вариант а, показанный на рис. 6.1. Применим обозначения:

P_v – сумма депозита в СКВ,

P_{ua} – сумма депозита в грн.,

S_v – наращенная сумма депозита в СКВ,

S_{ua} – наращенная сумма депозита в грн.,

K_0 – курс обмена в начале операции (курс СКВ в грн.),

K_1 – курс обмена в конце операции,

n – срок депозита,

i – ставка наращения для рублевых сумм,

j – ставка наращения для конкретного вида СКВ.

Операция предполагает три шага: обмен валюты на грн., наращение процентов на эту сумму и, наконец, конвертирование в исходную валюту. Конечная (наращенная) сумма в валюте определяется как

$$S_v = P_v \frac{K_0}{K_1}(1+ni). \qquad (6.1)$$

Три сомножителя этой формулы соответствуют трем перечисоенным выше шагам. Множитель наращения m с учетом двойного конвертирования здесь имеет вид

$$m = \frac{K_0}{K_1}(1+ni) = \frac{1+ni}{K_1 / K_0} = \frac{1+ni}{k}, \qquad (6.2)$$

где $k = \dfrac{K_1}{K_0}$ – *темп роста обменного курса за срок операции*. Данное выражение характеризует отношение последнего и первого курсов валюты.

Из (6.2) следует, что множитель наращения m связан линейной зависимостью со ставкой i и обратной – с обменным курсом в конце операции K_1 (или с темпом роста обменного курса k).

Исследуем зависимость общей доходности операции с двойной конверсией от соотношения конечного и начального курсов обмена k.

Простая годовая ставка процентов, характеризующая доходность операции,

$$i_d = \frac{S_v - P_v}{P_v n}.$$

Подставим в эту формулу значение S_v из (6.1), будем иметь

$$i_d = \frac{\frac{K_0}{K_1}(1+ni) - 1}{n} = \frac{1}{k} \cdot \frac{(1+ni)}{n} - \frac{1}{n}. \qquad (6.3)$$

Из (6.3) следует, что с увеличением k доходность i_d падает. При $k=1$ доходность операции равна гривневой ставке, т.е. $i_d = i$. Величина $i_d < i$ при $k > 1$ и $i_d > i$ при $k < 1$. При некотором критическом значении k, которое обозначим как k^*, доходность операции равна нулю. Из равенства $i_d = 0$ находим:

$$k^* = 1 + ni, \qquad (6.4)$$

что означает

$$K_1^* = K_0(1+ni), \qquad (6.5)$$

Таким образом, если ожидаемые величины k (см. рис. 6.2) или K_1^* превышают свои критические значения, то операция убыточна ($i_d < 0$).

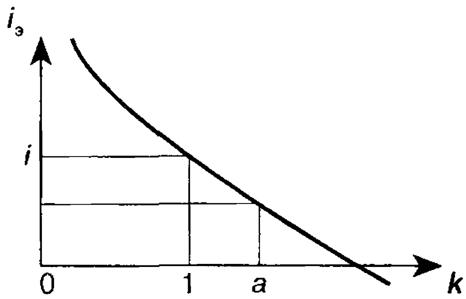

Рисунок 6.2

Определим максимально допустимое значение курса обмена в конце операции K_1, при котором эффективность будет равна существующей ставке по депозитам в валюте, и применение двойного конвертирования не дает никакой дополнительной выгоды. Для этого приравняем множители наращения для двух альтернативных операций

$$1 + nj = \frac{K_0}{K_1}(1+ni).$$

Из полученного равенства следует, что

$$\max K_1 = \frac{K_0(1+ni)}{1+nj}$$

или

$$\max k = \frac{K_1}{K_0} = \frac{1+ni}{1+nj}. \qquad (6.6)$$

Таким образом, депозит валюты через конверсию в гривны выгоднее валютного депозита, если обменный курс в конце операции ожидается меньше $\max K_1$.

Пример 6.1 Предполагается поместить 1000 долларов на гривневом депозите. Курс продажи на начало срока депозита 24,08 грн. за 1 доллар, курс покупки доллара в конце операции 24,45 грн. Процентные ставки: $i = 22\%$, $j = 15\%$ (360/360). Срок депозита – 3 месяца.

Решение.

$$S_v = 1000 \cdot \frac{24,08}{24,45}\left(1 + \frac{3}{12} \cdot \frac{22}{100}\right) = 1039,03 \text{ долларов.}$$

В свою очередь прямое наращение исходной долларовой суммы по долларовой ставке процента дает

$$S_v = 1000 \cdot \left(1 + 0,25 \cdot 0,15\right) = 1037,5 \text{ долларов.}$$

Пример 6.2 Предприниматель намерен поместить 5000$ на гривневый депозит на 4 месяца. Курс покупки долларов на начало финансовой операции составляет 25,3 грн. за доллар. Ожидаемый курс продажи – 25,85 грн. за доллар. Процентная ставка по гривневым депозитам 9%. Проценты простые. Определите:

а) наращенную сумму в долларах;

б) доходность операции с конверсией;

в) критическое значение курса продажи доллара в конце сделки, при котором проведение финансовой операции целесообразно.

Решение.

а) Наращенная сумма:

$$S_v = 5000 \cdot \frac{24,3}{24,85}\left(1 + 0,09 \cdot \frac{4}{12}\right) = 5036,02 \text{ долларов.}$$

.

б) Доходность операции с конверсией $i_d = \dfrac{5036,02 - 5000}{5000 \cdot \frac{4}{12}} = 0{,}021612$ или 2,1612%.

в) Критическое значение $K_1^* = K_0\left(1 + ni\right) = 24,3 \cdot \left(1 + 0,09 \cdot \frac{4}{12}\right) = 25{,}029$ грн.. В случае если $K_1 > 25{,}029$ грн., операция становится убыточной.

Рассмотрим вариант: **грн. → СКВ → СКВ → грн.** В этом варианте (см. рис. 6.1, б), трем шагам операции соответствуют три сомножителя формулы

$$S_{ua} = \frac{P_{ua}}{K_0}\left(1 + nj\right)K_1 = P_{ua}\left(1 + nj\right)\frac{K_1}{K_0}. \qquad (6.7)$$

Как и в предыдущем варианте, множитель наращения линейно зависит от ставки, но теперь ставки процента для СКВ. Очевидно, что зависимости этого множителя от конечного курса или его темпа роста также линейные.

Проведем анализ эффективности этой операции и определим критические точки.

Доходность операции определяется как

$$i_d = \frac{S_{ua} - P_{ua}}{P_{ua} n},$$

откуда

$$i_d = \frac{\frac{K_1}{K_0}\left(1 + nj\right) - 1}{n} = \frac{k\left(1 + nj\right) - 1}{n}. \tag{6.8}$$

Зависимость показателя эффективности от k, как видим, линейная. При $k = 1$ параметр $i_d = j$ (см. рис. 6.3), при $k > 1$ $i_d > j$, наконец, при $k < 1$ имеем $i_d < j$.

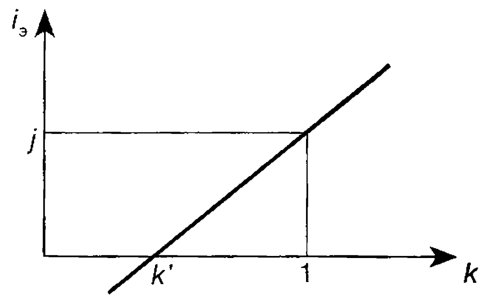

Рисунок 6.3

Найдем критическое значение k^*, при которых $i_d = 0$:

$$k^* = \frac{1}{1 + nj} \text{ или } K_1^* = \frac{K_0}{1 + nj}. \tag{6.9}$$

Таким образом, если ожидаемые величины k или K_1 меньше своих критических значений, то операция убыточна ($i_d < 0$).

Минимально допустимая величина k (темпа роста валютного курса за весь срок операции), обеспечивающая такую же доходность, что и прямой вклад в гривнах, определяется путем приравнивания множителей наращения для альтернативных операций (или из равенства $i_d = i$):

$$\frac{K_1\left(1 + nj\right)}{K_0} = 1 + ni,$$

Откуда

$$\min k = \frac{1 + ni}{1 + nj}$$

или

$$\min K_1 = \frac{K_0\left(1 + ni\right)}{1 + nj}. \tag{6.10}$$

Таким образом, депозит гривневых сумм через конвертацию в валюту выгоднее гривневого депозита, если обменный курс в конце операции ожидается больше $\min K_1$.

Пример 6.3 Допустим, необходимо поместить на валютном депозите сумму в грн. (1 млн.). Курс продажи на начало срока депозита 24,08 грн. за 1 доллар, курс покупки доллара в конце операции 24,45 грн. Процентные ставки: $i = 22\%$, $j = 15\%$ (360/360). Срок депозита – 3 месяца.

Решение.

Наращенная сумма в рублях к концу срока составит:

$$S_{ua} = 1000 \cdot \left(1 + 0,25 \cdot 0,15\right)\frac{24,45}{24,08} = 1053,4 \text{ тыс. грн.}$$

Прямое инвестирование в гривневый депозит дает больше:

$$S_{ua} = 1000 \cdot \left(1 + 0,25 \cdot 0,22\right) = 1055,4 \text{ тыс. грн.}$$

Пример 6.4 Предприниматель, имея сумму в размере 400 тыс. грн, предполагает поместить ее на долларовом депозите на 3 месяца под процентную ставку 5% годовых, а затем обменять полученную сумму на грн. Курс продажи долларов на начало срока депозита 24,45 грн., ожидаемый курс покупки через 3 месяца 24,85 грн. Процентная ставка на гривневом депозите 10%. Выяснить целесообразность этой сделки.

Решение.

Оценим целесообразность проведения конверсии. Для этого сравним значения $K_1 = 24,85$ грн. и $\dfrac{K_0\left(1+ni\right)}{1+nj}$:

$$\frac{K_0\left(1+ni\right)}{1+nj} = 24,45 \cdot \frac{1 + 0,1 \cdot \frac{3}{12}}{1 + 0,05 \cdot \frac{3}{12}} = 24,75 \text{ грн.}$$

Следовательно, целесообразно провести операцию с конверсией. Чтобы убедиться в этом, сравним результаты наращения с конверсией и без нее.

1) наращенная сумма с конверсией:

$$S_{ua} = P_{ua}\left(1+nj\right)\frac{K_1}{K_0} = 400 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot 0,25\right) \cdot \frac{24,85}{24,45} = 411,626 \text{ тыс. грн.}$$

2) наращенная сумма на рублевом депозите (без конверсии):

$$S_{ua} = P_{ua}\left(1+nj\right) = 400 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot 0,25\right) = 410 \text{ тыс. грн.}$$

Рассмотрим операцию обмена евро на доллары.

В начале евро обмениваются на гривны по курсу покупки 1 евро, равного 30,00, т.е. 1 грн. $= \dfrac{1}{30}$ евро, а затем полученная сумма обменивается на доллары по курсу продажи 1 долл. США, равного 24,76 грн., т.е. $1\$ = 24,76 \cdot \dfrac{1}{30} = 0,825$ евро. Следовательно, в этом банке кросс-курс продажи доллара США к евро равен 0,825 евро за доллар.

б) Чтобы определить, сколько долларов США можно приобрести на 3500 евро, поменяем евро на гривны по курсу покупки евро, равной 30 грн., затем полученная сумма обменивается на доллары по курсу продажи доллара 24,76 грн., т.е. $\frac{3500 \cdot 30}{24,76}$=4240,71 долларов.

Этот же результат можно получить, если поделим 3500 евро на 0,825 (кросс-курс продажи доллара к евро):

$$\frac{3500}{0,825}\text{=4242,42 долларов.}$$

Незначительное расхождение получено за счет округления.

Теперь рассмотрим совмещение конвертации валюты и наращение **сложных процентов**. Ограничимся одним вариантом:

$$\text{СКВ} \to \text{грн.} \to \text{грн.} \to \text{СКВ}$$

Три этапа операции записываются в одной формуле для наращенной суммы

$$S_v = P_v \frac{K_0}{K_1}\left(1+i\right)^n. \qquad (6.11)$$

где i – ставка сложных процентов.

Множитель наращения

$$m = \frac{K_0}{K_1}\left(1+i\right)^n = \frac{\left(1+i\right)^n}{k}, \qquad (6.12)$$

где $k = \frac{K_1}{K_0}$ – темп роста валютного курса за период операции.

Определим доходность операции в целом в виде годовой ставки сложных процентов i_d.

Из формулы наращения по сложным процентам

$$S = P\left(1+i\right)^n$$

следует, что

$$i_d = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1.$$

Подставив в эту формулу значение S_v, получим

$$i_d = \sqrt[n]{\frac{P_v \frac{K_0}{K_1}\left(1+i\right)^n}{P_v}} - 1 = \frac{1+i}{\sqrt[n]{k}} - 1. \qquad (6.13)$$

Из этого выражения видно, что с увеличением темпа роста k эффективность i_d падает. Это показано на графике рис. 6.4.

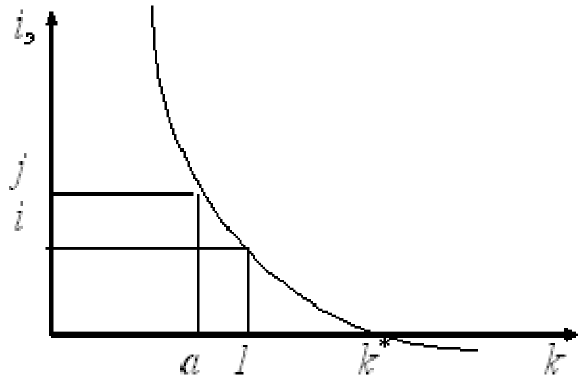

Рисунок 6.4

Анализ показывает, что при $k = 1$ $i_d = i$, при $k > 1$ $i_d < i$, а при $k < 1$ $i_d > i$. Критическое значение k, при котором эффективность операции равна нулю, т.е. $i_d = 0$, определяется как

$$k^* = (1 + i)^n,$$

что означает равенство среднегодового темпа роста курса валюты годовому темпу наращения по гривневой ставке: $\sqrt[n]{k} = 1 + i$.

Таким образом, если ожидаемые величины k или K_1 больше своих критических значений, то рассматриваемая операция с двойной конвертацией явно убыточна ($i_d < 0$).

Максимально допустимое значение k, при котором доходность операции будет равна доходности при прямом инвестировании валютных средств по ставке j (рис. 6.4), находится из равенства соответствующих множителей наращения

$$(1 + j)^n = \frac{(1 + i)^n}{k_{\max}},$$

откуда

$$k_{\max} = \left(\frac{1 + i}{1 + j}\right)^n \text{ или } \max K_1 = K_0 \left(\frac{1 + i}{1 + j}\right)^n.$$

Следовательно, депозит валюты через конвертацию в гривны выгоднее валютного депозита, если обменный курс в конце операции ожидается меньше $\max K_1$.

6.2 Погашение задолженности частями

6.2.1 Контур финансовой операции

Контур финансовой операции – это графическое изображение процесса погашения краткосрочной задолженности частичными (промежуточными) платежами. Финансовая или кредитная операции предполагают сбалансированность вложений и отдачи. Понятие сбалансированности рассмотрим на графике (рис. 6.5).

Пусть выдана ссуда P на срок T. На протяжении этого срока в счет погашения задолженности производятся, допустим, два платежа R_1 и R_2, а в конце срока выплачивается остаток R_3. Очевидно, что на интервале t_1 задолженность возрастает (в силу начисления процентов) до величины P_1. В конце этого периода выплачивается в счет погашения задолженности сумма R_1. Долг уменьшается до K_1 и так далее. Заканчивается операция получения кредитором в окончательный расчет суммы R_3. В этот момент задолженность должна быть равна нулю. Такой график называют *контуром операции* (рис. 6.5 б)

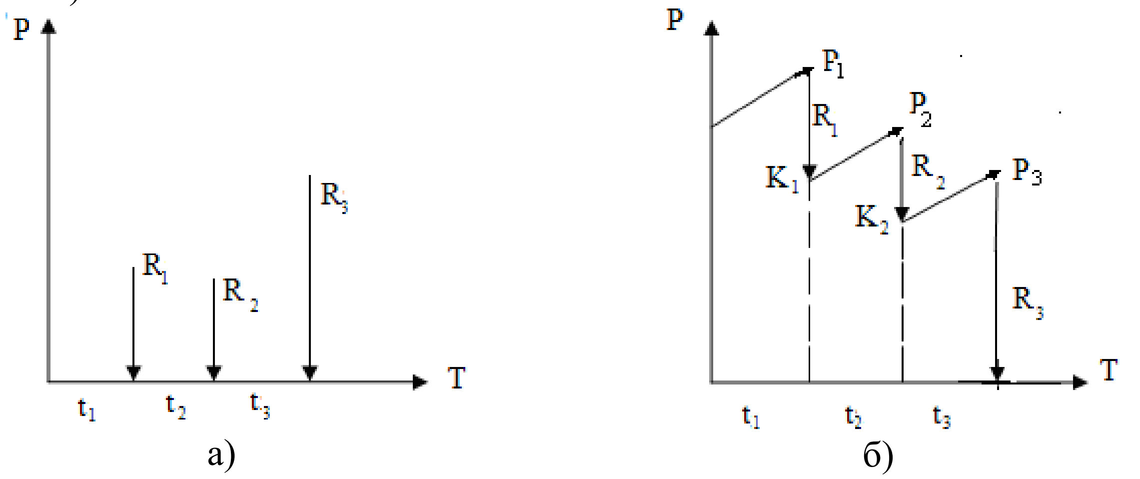

Рисунок 6.5 – Контур финансовой операции

Сбалансированная операция обязательно имеет замкнутый контур. Иначе говоря, последняя выплата полностью покрывает остаток задолженности. В этом случае совокупность платежей точно соответствует условиям сделки.

С помощью последовательных частичных платежей иногда погашаются краткосрочные обязательства. В этом случае существуют два метода расчета процентов и определения остатка задолженности. Первый называется *актуарным* и применяется в основном в операциях со сроком более года. Второй метод назван *правилом торговца*. Он обычно применяется коммерческими фирмами в сделках со сроком не более года.

Следует отметить, что при начислении процентов, как правило, используются обыкновенные проценты с приближенным числом дней временных периодов.

6.2.2 Частичные платежи

Краткосрочные обязательства иногда погашаются с помощью ряда промежуточных платежей. В этом случае важно решить, какую сумму брать за базу для расчета процентов и каким путем определять остаток задолженности.

Существует два метода. *Актуарный метод* применяется в основном в операциях сроком более года. *Правило торговца* – в сделках со сроком не более года. Если иное не оговорено, то в обоих случаях используются обыкновенные проценты с приближенным числом дней (360/360).

Актуарный метод. Он предполагает последовательное начисление процентов на фактические суммы долга. Частичный платеж идет в первую очередь на погашение процентов, начисленных на дату платежа. Если величина платежа превышает сумму начисленных процентов, то разница (остаток) идет на погашение основной суммы долга. Непогашенный остаток служит базой для начисления процентов за следующий период и т. д. Если же частичный платеж меньше суммы начисленных процентов, то никакие зачеты в сумме долга не делаются, а поступление денег приплюсовывается к следующему платежу.

Для рис. 6.5 получим следующие расчетные формулы для определения остатка задолженности K_j:

$$K_1 = P\left(1 + t_1 i\right) - R_1, \qquad K_2 = K_1\left(1 + t_2 i\right) - R_2. \tag{6.14}$$

Поскольку задолженность на конец срока должна быть погашена полностью, то:

$$K_2\left(1 + t_3 i\right) - R_3 = 0.$$

Пример 6.5 Имеется обязательство погасить за 1,5 года (с 12.03.09 по 12.09.10) долг в сумме 15 млн. грн. Кредитор согласен получать частичные платежи. Процентная ставка – 20% годовых. Произведены следующие частичные платежи (в тыс. грн.):

12.06.09 – 500 тыс. грн.
12.06.10 – 5000 тыс. грн.
30.06.10 – 8000 тыс. грн.
12.09.10 – ? тыс. грн.

Решение.

12.03.09	долг	15000
12.06.09	долг с процентами	15750
	поступление	–500

Поступление меньше начисленных процентов (750), поэтому сумма 500 тыс. грн. присоединяется к следующему поступлению.

12.06.09	долг с процентами	18750
	поступление (500 + 5000)	–5500
Остаток долга		13250
30.06.09	долг с процентами	13382,5
	поступление (8000)	–8000
Остаток долга		5382,5
12.09.10	долг с процентами	5597,8

Контур операции показан на рис. 6.6.

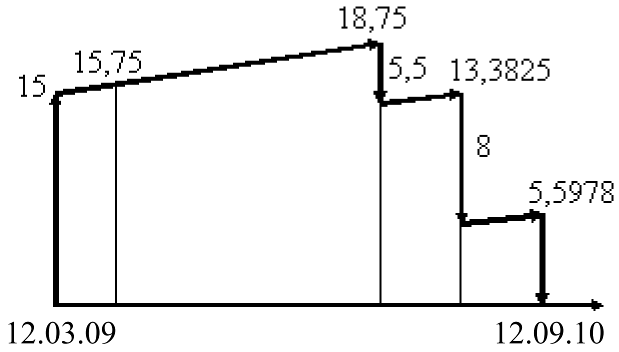

Рисунок 6.6

Правило торговца.

Правило торговца является другим подходом к расчету частичных платежей. Здесь возможны две ситуации:

1. Если срок ссуды не превышает года, сумма долга с начисленными за весь срок процентами остается неизменной до полного погашения. Одновременно идет накопление частичных платежей с начисленными них до конца срока процентами.

2. В случае, когда срок превышает год, указанные ранее расчеты делаются для годового периода задолженности. В конце года из суммы задолженности вычитается наращенная сумма накопленных частичных платежей. Остаток погашается в следующем году.

Алгоритм записывается следующим образом:

$$Q = S - K = P\left(1 + ni\right) - \sum_{j=1}^{m} R_j \left(1 + t_j i_j\right), \tag{6.15}$$

где Q – остаток долга на конец срока; S – наращенная сумма долга; K – наращенная сумма платежей; P – ссуда банка; R_j – сумма частичного платежа; n – общий срок ссуды; t_j – интервал времени от момента платежа до конца срока ссуды; m – число частичных (промежуточных) платежей.

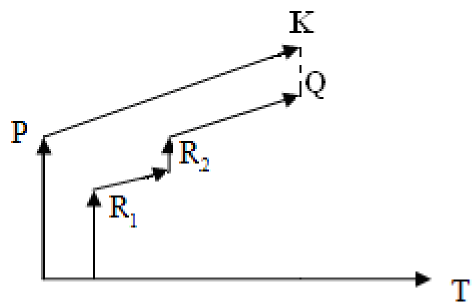

Рисунок 6.7 – Графическое изображение операции при двух промежуточных платежах

Пример 6.6 Обязательство 1,5 млн. грн., взятое 10.08.11, должно быть погашено 10.06.12. Процентная ставка – 20% годовых. В счет погашения долга 10.12.11 поступило 800 тыс. грн. Найти остаток долга на конец срока.

Решение.

1. Правило торговца

$$Q = 1{,}5 \cdot \left(1 + \frac{10}{12} \cdot 0{,}2\right) - 0{,}8 \cdot \left(1 + \frac{6}{12} \cdot 0{,}2\right) = 0{,}87 \text{ млн. грн.}$$

2. Актуарный метод

$$Q = \left[1{,}5 \cdot \left(1 + \frac{4}{12} \cdot 0{,}2\right) - 0{,}8\right] \cdot \left(1 + \frac{6}{12} \cdot 0{,}2\right) = 0{,}88 \text{ млн. грн.}$$

Заметим, что для одних и тех же данных актуарный метод и правило торговца в общем случае дают разные результаты. Остаток задолженности по первому методу немного выше, чем по второму.

6.3 Переменная сумма счета и расчет процентов

Рассмотрим ситуацию, когда в банке открыт сберегательный счет, и сумма счета в течение срока хранения изменяется: денежные средства снимаются, делаются дополнительные взносы. Тогда в банковской практике при расчете процентов часто используют методику расчета с вычислением так называемых *процентных чисел*. Каждый раз, когда сумма на счете изменяется, вычисляется процентное число C_j за прошедший период j, в течение которого сумма на счете оставалась неизменной, по формуле

$$C_j = \frac{P_j t_j}{100}, \tag{6.16}$$

где P_j – сумма на вкладе j-го периода, t_j – длительность j-го периода в днях.

Для определения суммы процентов, начисленной за весь срок, все процентные числа складываются и их сумма делится на постоянный делитель D:

$$D = \frac{K}{i}, \tag{6.17}$$

где K – временная база (число дней в году, т.е. 360 либо 365 или 366), i – годовая ставка простых процентов (в %).

При закрытии счета владелец получит сумму равную последнему значению суммы на счете плюс сумму процентов.

Пример 6.7 Пусть 20 февраля был открыт счет до востребования в размере $P_1 = 3000$ грн., процентная ставка по вкладу равнялась $i = 20\%$ годовых. Дополнительный взнос на счет составил $R_1 = 2000$ грн. и был сделан 15 августа. Снятие со счета в размере $R_2 = -4000$ грн. зафиксировано 1 октября, а 21 ноября счет был закрыт. Требуется определить сумму процентов и общую сумму, полученную вкладчиком при закрытии счета.

Решение.

Расчет будем вести по схеме (360/360). Здесь имеются три периода, в течение которых сумма на счете оставалась неизменной:

– с 20 февраля по 15 августа ($P_1 = 3000$ грн., $t_1 = 10 + 5 \cdot 30 + 15 = 175$);

– с 15 августа по 1 октября ($P_2 = P_1 + R_1 = 3000 + 2000 = 5000$ грн., $t_2 = 15 + 30 + 1 = 46$);

– с 1 октября по 21 ноября ($P_3 = P_2 + R_2 = 5000 - 4000 = 1000$ грн., $t_3 = 29 + 21 = 50$).

Найдем процентные числа

$$C_1 = \frac{P_1 t_1}{100} = \frac{3000 \cdot 175}{100} = 5250,$$

$$C_2 = \frac{P_2 t_2}{100} = \frac{5000 \cdot 46}{100} = 2300,$$

$$C_3 = \frac{P_3 t_3}{100} = \frac{1000 \cdot 50}{100} = 500.$$

Постоянный делитель

$$D = \frac{K}{i} = \frac{360}{20} = 18.$$

Сумма процентов равна

$$I = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{D} = \frac{5250 + 2300 + 500}{18} = 447{,}22 \text{ грн.}$$

Сумма, выплачиваемая при закрытии счета, равна

$$P_3 + I = 1000 + 447{,}22 = 1447{,}22 \text{ грн.}$$

Теперь покажем связь этой методики с формулой простых процентов. Рассмотрим в алгебраическом виде представленный выше пример.

Сумму, выплачиваемую при закрытии счета, найдем следующим образом

$$P_3 + I = P_1 + R_1 + R_2 + \frac{P_1 t_1 + (P_1 + R_1) t_2 + (P_1 + R_1 + R_2) t_3}{100} \cdot \frac{i}{K} =$$

$$= P_1 \left(1 + \frac{t_1 + t_2 + t_3}{K} \cdot \frac{i}{100} \right) + R_1 \left(1 + \frac{t_2 + t_3}{K} \cdot \frac{i}{100} \right) + R_2 \left(1 + \frac{t_3}{K} \cdot \frac{i}{100} \right).$$

Таким образом, мы получили выражение, из которого следует, что на каждую сумму, добавляемую или снимаемую со счета, начисляются проценты с момента совершения соответствующей операции до закрытия счета. Эта схема соответствует правилу торговца, рассмотренному в разделе 6.2.

6.4 Изменение условий контракта

В практике часто возникает необходимость в изменении условий контракта: например, должник может попросить об отсрочке срока погашения долга или, напротив, изъявить желание погасить его досрочно, в ряде случаев может возникнуть потребность объединить (консолидировать) несколько долговых обязательств в одно и т.д. Во всех этих случаях применяется *принцип финансовой эквивалентности* старых (заменяемых) и новых (заменяющих) обязательств. Для решения задач по изменению условий контракта разрабатывается так называемое *уравнение эквивалентности*, в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к какому-либо одному моменту времени, приравнивается сумме платежей по новому обязательству, приведенных к той же дате. Для краткосрочных контрактов применяются простые процентные ставки, а для средне- и долгосрочных – сложные ставки

Если в контрактах фигурируют потоки платежей, то при их пересмотре (например, при изменении частоты или размера выплат, сокращении или увеличении срока ренты, отсрочке платежей, выкупе или досрочном погашении остатка ренты) составляется уравнение эквивалентности для приведенных величин потоков по старым условиям и по новым условиям.

В связи с тем, что контракты могут быть составлены с использованием различных видов ставок, то для сопоставления их доходности возникает необходимость в установлении правил эквивалентного приведения различных ставок к ставке одного вида. Формулы, устанавливающие правила эквивалентного перехода от одной ставки к другой, выводятся на основе принципа финансовой эквивалентности результатов наращения (или дисконтирования) по этим ставкам. Следовательно, для их получения достаточно приравнять соответствующие множители наращения (или дисконтирования).

Например, для того чтобы установить эквивалентность между простой ставкой наращения i и простой учетной ставкой d, воспользуемся исходными формулами $S = P(1+ni)$ и $P = S(1-nd)$, из которых следует, что $S = \frac{P}{1-nd}$.

Приравняем множители наращения:

$$1 + ni = \frac{1}{1-nd},$$

получим две формулы эквивалентного перехода:

$$i = \frac{d}{1-nd}, \qquad (6.18)$$

$$d = \frac{i}{1+ni}. \qquad (6.19)$$

Из формул следует, что соотношения между этими ставками зависят от срока n.

Аналогично можно вывести формулы эквивалентного перехода для любой другой пары ставок.